

# UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS “FRANCISCO GARCÍA SALINAS”

---



## UNIDAD ACADÉMICA DE MATEMÁTICAS



**Propuesta de enseñanza con el uso de tecnología para promover la comprensión de la razón y la proporción en primer grado de secundaria.**

Tesis que para obtener el grado de  
**Maestro en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria**

Presenta:

**José Miguel Cortés Barrón**

Directora del trabajo de tesis:

**MTI. Mónica del Rocío Torres Ibarra.**

Zacatecas, Zac.,

Noviembre 2014

## CARTA DE RESPONSABILIDAD Y CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de Zacatecas, Zacatecas, el día 27 del mes de Agosto del año 2014, el que suscribe José Miguel Cortés Barrón alumno del Programa de Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria con número de matrícula 32131949; manifiesta que es el autor intelectual del trabajo de grado intitulado "Propuesta de enseñanza con el uso de tecnología para promover la comprensión de la razón y la proporción en primer grado de secundaria" bajo la dirección de Mónica del Rocío Torres Ibarra.

Por tal motivo asume la responsabilidad sobre su contenido y el debido uso de referencias, acreditando la originalidad del mismo. Así mismo cede los derechos del trabajo anteriormente mencionado a la Universidad Autónoma de Zacatecas para su difusión con fines académicos y de investigación.



José Miguel Cortés Barrón

---

Nombre y Firma del estudiante

M. en A. Judith Alejandra Hernández Sánchez  
Responsable del Programa de Maestría en Matemática Educativa  
Unidad Académica de Matemáticas  
PRESENTE

Después de saludarla, le comunico que el C. José Miguel Cortés Barrón, egresado del programa de Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria, ha concluido su proyecto de Tesis denominado "Propuesta de enseñanza con el uso de tecnología para promover la comprensión de la razón y la proporción en primer grado de secundaria", por lo cual el proyecto está listo para ser sometido a revisión para su posterior defensa.

Sin más por el momento, me despido de usted enviándole un cordial saludo.

Atentamente  
Zacatecas, Zac., 26 de agosto de 2014



MTI. Mónica del Rocío Torres Ibarra  
Asesora del Proyecto

## **Resumen**

El presente trabajo tiene por objetivo presentar una propuesta didáctica interactiva que promueva la comprensión del concepto de Razón y Proporción en el Nivel Secundaria. Se hace uso de una hoja de cálculo como herramienta interactiva que permite al alumno ingresar valores numéricos respecto a un problema planteado en forma verbal y observar sus efectos de manera gráfica y numérica; al mismo tiempo, el software permite dar retroalimentación del mismo.

El trabajo tiene como sustento teórico la Teoría de Representaciones Semióticas; desarrollada bajo la metodología de la Ingeniería didáctica; se realizan algunos análisis preliminares y en base a ellos se construye una secuencia de actividades que posteriormente se validan de manera interna.

En los resultados puede observarse cómo la interacción con diferentes representaciones del concepto de Razón y Proporción permitió a los alumnos manejar los términos de una manera más fluida; así como también el tratamiento dentro de estas representaciones colaboró en el desarrollo adecuado de los cálculos pertinentes y el manejo de las unidades determinadas por el problema.

## **Palabras Clave**

Razón, Proporción, Secuencia, Representaciones, Tecnología

# ÍNDICE

---

|                                                                                                    |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| CAPÍTULO I.....                                                                                    | 1  |
| 1. Contextualización de la investigación.....                                                      | 1  |
| 1.1 La proporcionalidad en el currículo .....                                                      | 2  |
| 1.2 Motivación del estudio .....                                                                   | 4  |
| CAPÍTULO II.....                                                                                   | 6  |
| 2. Planteamiento de la Investigación .....                                                         | 6  |
| 2.1 Antecedentes referentes al aprendizaje de la proporcionalidad .....                            | 6  |
| 2.2 Antecedentes referentes a la enseñanza de la proporcionalidad.....                             | 9  |
| 2.3 Antecedentes referentes a la enseñanza de la proporcionalidad con el uso de la tecnología..... | 12 |
| 2.4 Revisión de libros de texto sobre la proporcionalidad.....                                     | 15 |
| 2.5 Reflexión de los antecedentes .....                                                            | 18 |
| 2.6 Problemática.....                                                                              | 20 |
| 2.7 Planteamiento del problema de investigación .....                                              | 21 |
| 2.8 Pregunta de investigación.....                                                                 | 21 |
| 2.9 Objetivo general.....                                                                          | 22 |
| 2.10 Hipótesis .....                                                                               | 22 |
| 2.11 Justificación de la investigación .....                                                       | 23 |
| CAPÍTULO III.....                                                                                  | 24 |
| 3. Marco teórico.....                                                                              | 24 |
| 3.1 Teoría de Representaciones Semióticas.....                                                     | 24 |
| 3.2 Formas de representación .....                                                                 | 25 |
| 3.3 Actividades cognitivas fundamentales .....                                                     | 25 |
| 3.4 Tratamientos y conversiones en la enseñanza .....                                              | 26 |
| 3.5 La coordinación y la conversión entre registros de representación.....                         | 27 |
| 3.6 Justificación del marco teórico en la investigación.....                                       | 28 |
| 3.7 Definición de los conceptos matemáticos .....                                                  | 30 |
| CAPÍTULO IV.....                                                                                   | 33 |
| 4. Metodología .....                                                                               | 33 |
| 4.1 Ingeniería didáctica.....                                                                      | 33 |
| 4.2 La metodología en el contexto de la investigación.....                                         | 35 |
| 4.2.1 Análisis preliminar.....                                                                     | 36 |

|                                 |                                                                |     |
|---------------------------------|----------------------------------------------------------------|-----|
| 4.2.2                           | Concepción y análisis a priori.....                            | 36  |
| 4.2.3                           | Experimentación.....                                           | 50  |
| 4.2.4                           | Análisis a posteriori.....                                     | 53  |
| 4.3                             | Proceso para el análisis de resultados .....                   | 56  |
| CAPÍTULO V .....                |                                                                | 61  |
| 5.                              | Análisis de resultados .....                                   | 61  |
| 5.1                             | Discusión de los resultados.....                               | 63  |
| 5.2                             | Conclusiones de la investigación (análisis a posteriori) ..... | 64  |
| Referencias bibliográficas..... |                                                                | 66  |
| ANEXOS.....                     |                                                                | 68  |
| 1.                              | Tabla de resultados de la rúbrica de evaluación.....           | 68  |
| 2.                              | Instrumento para la evaluación diagnóstica .....               | 68  |
| 3.                              | Evaluación diagnóstica.....                                    | 70  |
| 4.                              | Resultados de la evaluación diagnóstico .....                  | 111 |
| 5.                              | Ejemplo resultados Actividad 1 .....                           | 114 |
| 6.                              | Ejemplo resultados Ejercicio Final .....                       | 115 |
| 7.                              | Argumentaciones de la evaluación final .....                   | 116 |

## **Agradecimientos**

Agradezco a mis padres, a mis hermanos y a mi novia por su apoyo incondicional durante todo mi proceso de formación educativa. A todos aquellas personas a quienes de una manera u otra contribuyeron a realizar mi investigación. Agradezco a mi asesora, la maestra Mónica, quien siempre me motivó a seguir adelante. Agradezco a la Universidad Autónoma de Zacatecas, a mis maestros y al honorable jurado sus regaños, consejos y enseñanzas que sin duda dejaron huella en mi camino hacia la profesionalización. De igual manera, agradezco a la Secretaría de Educación Jalisco ya que sin su apoyo no hubiera sido posible la culminación del presente trabajo de investigación.

# CAPÍTULO I

---

## 1. Contextualización de la investigación

Todo proceso de enseñanza aprendizaje está sujeto a una infinidad de condiciones, restricciones y dificultades que hacen de esta actividad un verdadero reto para su realización. En este sentido, la enseñanza es un proceso complejo donde el docente pone en juego sus habilidades y destrezas para desarrollar ambientes de aprendizaje. Por lo tanto, el profesor tiene la responsabilidad de crear situaciones de enseñanza donde la solución no sea tan sencilla pero tampoco tan difícil de resolver. Dentro del enfoque didáctico de planes y programas de estudio de educación básica se estipula que la enseñanza debe realizarse por medio de situaciones didácticas que lleven al alumno a entender que existen “*diferentes formas de abordar y resolver los problemas matemáticos*” (SEP, 2011). Para que con ello el alumno pueda adoptar y seleccionar aquella estrategia que le permita resolver la situación, con la finalidad de propiciar una actividad intelectual donde el razonamiento sea la base del aprendizaje.

Desde este punto de vista la tarea de los profesores de matemáticas se vuelve compleja, ya que se requiere de una amplia diversidad de conocimientos no exclusivamente matemáticos, es decir, que la enseñanza exige otros campos de conocimientos como lo son la psicología, la pedagogía y la didáctica por mencionar los más relevantes. Por lo tanto, es de vital importancia que el profesor de matemáticas se desarrolle continuamente para estar acorde a las exigencias actuales de la educación. Es decir, no se trata de que el docente busque las explicaciones más sencillas y amenas, sino de que analice y proponga secuencias de enseñanza debidamente articuladas, para que los alumnos retomen sus conocimiento previos y avancen en el uso de técnicas y razonamientos cada vez más eficaces (SEP, 2011).

De esta manera el profesor de matemáticas tiene que apearse a los objetivos y fines propuestos por los planes y programas de estudios donde se menciona que es necesario desarrollar en el alumno las siguientes competencias:

- Sean capaces de resolver un problema utilizando más de un procedimiento, reconociendo cuál o cuáles son más eficaces.
- Que puedan probar la eficiencia de un procedimiento al cambiar uno o más valores de las variables, para generalizar procedimientos de resolución.
- Comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación.
- Deduzca la información derivada de las representaciones y se infieran propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representado.
- Desarrollen la capacidad de elegir adecuadamente la representación y la operación que les permita resolver el problema de acuerdo a sus necesidades matemáticas.

## **1.1 La proporcionalidad en el currículo**

En la educación secundaria la asignatura de matemáticas se organiza en tres niveles. El primero corresponde a los ejes, el segundo a los temas y el tercero a los contenidos. Dentro de los ejes se tiene al 1) Sentido numérico y pensamiento algebraico, 2) Forma espacio y medida y 3) Manejo de la información. El eje “*Manejo de la información*” tiene como objetivo que los alumnos desarrollen la habilidad de analizar la información para la toma de decisiones informada. En este eje se incluye la proporcionalidad como elemento que provee nociones y técnicas que constituyen herramientas útiles para interpretar y comunicar información como la razón y la proporción (Tabla1).

| <b>Eje temático Manejo de la Información</b>  |                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>3.1</b> Proporcionalidad y funciones       | <b>3.1.1</b> resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto. |
|                                               | <b>3.1.2</b> Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.                                             |
| <b>3.2</b> Nociones de probabilidad           | <b>3.2.1</b> Calcula la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.                                            |
| <b>3.3</b> Análisis y representación de datos | <b>3.3.1</b> Lee y representa información en diferentes tipos de gráficas; calcula y explica el significado del rango y la desviación media.         |

Tabla1. Eje temático Manejo de la Información tomado de SEP (2011)

El presente trabajo de investigación se centra en el tercer eje *manejo de la información* dentro del tema *proporcionalidad y funciones* del cual se desglosan los contenidos por bloque referentes a la proporcionalidad:

1. Resolución de problemas de reparto proporcional.
2. Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos contextos, con factores constantes fraccionarios.
3. Formulación de explicaciones sobre el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas.
4. Análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios.
5. Resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.

El alumno al transitar por dichos contenidos podría enfrentarse con situaciones que impliquen la variación y la comparación múltiple (percibir razones y compararlas) de datos. De tal manera, ser capaces de procesar la información y utilizar métodos cuantitativos y/o cualitativos para resolver este tipo de situaciones. Según Fernández y Llinares (2012) en este proceso los alumnos pueden enfrentarse a dificultades como las que se presentan a continuación:

- Utilizar relaciones aditivas en lugar de relaciones multiplicativas entre las cantidades proporcionales.
- No identificar la razón y no saber utilizarla para resolver un problema.
- Utilizar la regla de tres sin distinguir alguna razón y/o relación entre las variables.
- Resolver problemas no lineales con la regla de tres.
- Resolver problemas por medio de la intuición y la aproximación.

Por lo tanto el profesor tiene la consigna de diseñar y proponer actividades que estimulen al alumno a superar dichas dificultades. Las actividades pueden estar orientadas y organizadas de tal manera que los alumnos conozcan las diferentes estrategias de solución y tengan la capacidad de evaluar y seleccionar la estrategia que más les convenga. Por ejemplo, respecto al tema de proporcionalidad se pueden diseñar actividades que lleven al alumno a analizar la relación que existe entre dos conjuntos de números ya sea analizándolos por separado y compararlos (razones homogéneas) o bien, relacionando directamente las cantidades uno a uno entre los conjuntos por medio de la razón constante (razones heterogéneas). En concreto, el papel que juega el profesor en la enseñanza es determinante para apoyar al alumno en la adquisición de conocimientos, destrezas y habilidades.

## **1.2 Motivación del estudio**

Son tres los puntos clave que motivaron de forma general el presente estudio.

1. En primer lugar, la experiencia profesional como docente de educación básica en primer grado de secundaria me llevó a buscar alternativas didácticas para mejorar mi práctica profesional.
2. En segundo lugar, la tecnología siempre ha formado parte de mi desarrollo académico, profesional y personal, lo que ha motivado hacer uso de la tecnología como recurso didáctico para mejorar mi práctica profesional.

3. En tercer lugar, al hacer un primer acercamiento de la literatura relacionada con los procesos de enseñanza aprendizaje en primer grado de secundaria encuentro que los estudiantes tienen dificultades al trabajar con los conceptos de razón y proporción (Fernández y Llinares, 2012; 2010; Sallán y Vizcarra, 2009; Ordoñez, 2013; García y Ruiz, 2005; Ruiz, 2006; Camarena y Ruiz, 2011; Ji-Won Son, 2013; Adjage y Pluinage, 2007).

Por lo anterior, el trabajo de investigación pretende indagar sobre la enseñanza y aprendizaje de la proporción directa en la educación básica; con la finalidad de detectar áreas de oportunidad que permitan desarrollar mejores recursos didácticos. En este sentido, se diseña e implementa una propuesta didáctica con el objetivo de atender a las necesidades reportadas por las investigaciones y con ello tratar de mejorar la enseñanza y aprendizaje del objeto de estudio.

# CAPÍTULO II

---

## 2. Planteamiento de la Investigación

### 2.1 Antecedentes referentes al aprendizaje de la proporcionalidad

En la literatura existen una gran diversidad de trabajos referentes al aprendizaje de la proporcionalidad, por ejemplo Fernández y Llinares (2010) llevan a cabo un estudio sobre la evolución de los estudiantes de los 9 a 16 años de edad cuando resuelven problemas lineales (proporcionalidad directa) y no lineales. El objetivo fue aportar información sobre la manera en la que 755 estudiantes llegan a identificar o no las razones y su uso adecuado en la resolución de problemas lineales, y la manera en cómo identifican situaciones no lineales.

Para ello diseñaron 8 cuestionarios de 12 problemas (4 lineales, 4 aditivos y 4 distractores), posteriormente se aplicaron y se realizó un análisis de regresión estadística clasificando las respuestas en: proporcionales, aditivas y otro tipo de respuestas. Con ello, se definieron los perfiles de razonamiento de los estudiantes, a saber:

Tipo 1. Razona correctamente.- Resuelven los 4 problemas lineales proporcionalmente y los 4 problemas aditivos, aditivamente.

Tipo 2. Razona proporcionalmente.- Resuelven los problemas aditivos y lineales proporcionalmente.

Tipo 3. Razona aditivamente.- Resuelven los problemas aditivos y lineales aditivamente.

Tipo 4. Razona dependiendo del tipo de relación entre los números.- Resuelven los problemas con razones y relaciones enteras de manera proporcional y los problemas con razones y relaciones no enteras los resuelven de manera aditiva, y esto lo hacen independientemente del tipo de problema (lineal o aditivo).

Tipo 5. Otras estrategias. Usan otras respuestas incorrectas.

Los resultados más destacados son: *El éxito en los problemas aditivos o en los problemas lineales no implica necesariamente que los estudiantes sean capaces de identificar y diferenciar la idea de razón y proporción.* Los estudiantes usan estrategias aditivas erróneas para resolver problemas lineales de valor perdido (tres datos de una proporción son dados y un cuarto es desconocido) al mismo tiempo que usan estrategias proporcionales erróneas para resolver problemas no lineales. El uso de las estrategias aditivas y proporcionales depende fuertemente de las relaciones entre los números dados en los problemas (enteros y no enteros).

Posteriormente Fernández y Llinares (2012) realizan un estudio con 136 estudiantes de primer grado de secundaria. El objetivo de su investigación fue analizar las relaciones implicativas entre las estrategias usadas por los estudiantes en la resolución de problemas lineales y no lineales. Para ello se utilizó el modelo del razonamiento proporcional propuesto por Modestou y Gagatsis (2009), en particular, la componente “proporcionalidad” y la componente “consciencia meta-analógica” como se muestra en la Figura 1.

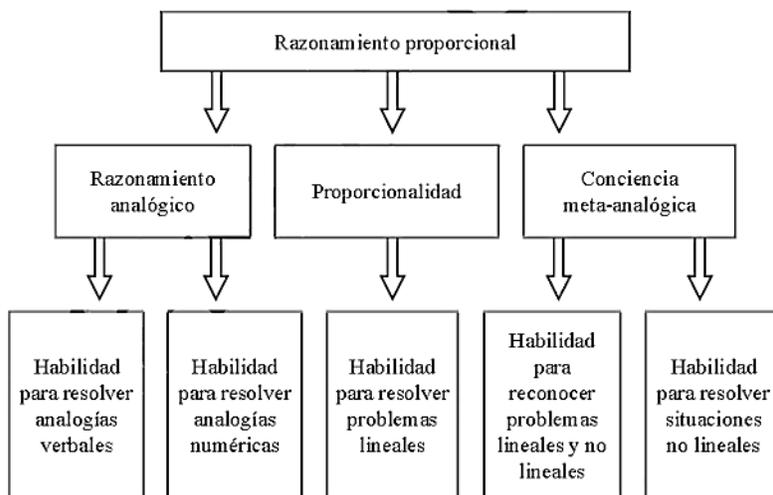


Figura 1. Modelo propuesto del razonamiento proporcional (Modestou y Gagatsis, 2009, pp. 21)

Donde por medio de un software estadístico denominado CHIC (Classification Hiérarchique Implicative et Cohésitive), se encontró cómo los estudiantes construyen las relaciones entre estas dos componentes del modelo de razonamiento proporcional (proporcionalidad y consciencia meta-analógica). Dentro de los resultados encontrados se

pone de manifiesto que la comprensión del concepto de proporción como igualdad entre razones es determinante para que los estudiantes sean capaces de identificar y diferenciar las situaciones lineales de las no lineales. Por otro lado, aportan información para la continuidad de estudios del desarrollo del razonamiento proporcional en los estudiantes de educación secundaria.

Por su parte, Ordoñez (2013) realizó una investigación con estudiantes de séptimo grado de educación básica (niñas y niños entre 11 y 14 años de edad), en el tratamiento de una situación de reparto. Su análisis muestra la manera en cómo los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad, son usados para enfrentar la situación. El objetivo fue determinar las estrategias utilizadas por los alumnos al resolver situaciones de variación y cambio, en particular situaciones de repartos proporcionales.

La metodología utilizada parte de los elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico donde primero se anticipan las posibles respuestas de los estudiantes y cómo resolvería la situación un experto y en una segunda fase se analizan las respuestas de los alumnos tomando en consideración aspectos cualitativos y cuantitativos; como las descripciones de los procedimientos y el número de estudiantes que utilizan determinada estrategia.

Los resultados obtenidos reflejan la presencia de un razonamiento cualitativo que incluye lo intuitivo, lo cual se basa en la experiencia, lo empírico y lo perceptual (sentidos). Este razonamiento permitió a los alumnos determinar qué personas deben recibir más dinero en las situaciones de reparto, sin embargo, al resolver el problema numéricamente los estudiantes necesitaron más apoyo por parte del investigador. En palabras del investigador *“los estudiantes se sienten más cómodos con análisis de tipo cualitativo que con los análisis de tipo cuantitativo”*. Por otro lado, los estudiantes recurren con mayor frecuencia a estrategias aditivas más que a multiplicativas. Sin embargo, reconocen ciertas formas de covariación como lo es identificar la razón constante de dos cantidades que varían proporcionalmente, esto pone de manifiesto la capacidad de hacer análisis escalares propios de los sistemas lineales directos como la función lineal. Por último, menciona que el rol que juega la razón en la interpretación de las situaciones lineales es un factor significativo en la resolución de problemas.

## 2.2 Antecedentes referentes a la enseñanza de la proporcionalidad

Sallán y Vizcarra (2009) realizan un estudio sobre los contenidos de la proporcionalidad aritmética, donde se establecen relaciones entre la enseñanza que proponen los libros de texto y los errores cometidos por estudiantes de Educación Secundaria al resolver un problema de proporción.

El objetivo es superar las dificultades de comprensión de los alumnos provocadas por la práctica docente. Con ello, reflexionar sobre los conceptos y procedimientos presentes en la enseñanza tradicional de la proporcionalidad aritmética, y buscar alternativas didácticas que incrementen la comprensión de los alumnos. Se analizaron 416 respuestas de alumnos de 2º grado de secundaria (14-15 años) al resolver un problema de proporcionalidad de forma cualitativa y cuantitativa. A manera de conclusión los autores mencionan alternativas didácticas como las que se presentan a continuación:

- ✓ Determinar la existencia de proporcionalidad haciendo explícita la condición de regularidad entre las magnitudes.
- ✓ Dar significado a la razón como medida de la cantidad de una magnitud que se relaciona con una unidad de otra magnitud.
- ✓ Determinar la constante de proporcionalidad analizando el papel que juegan todas las magnitudes que intervienen en el problema.
- ✓ Controlar que la modificación de las cantidades de magnitud no modifique la proporción entre dichas cantidades.
- ✓ Clasificar la tipología de las magnitudes atendiendo la existencia de una razón entre ellas y el valor de la constante de proporcionalidad.
- ✓ Calcular la cantidad desconocida a partir de la razón en los problemas de proporcionalidad directa.

Por otro lado, Ruíz (2006) realiza un estudio con docentes de matemática de nivel primaria alrededor del concepto de proporcionalidad. Se analiza la concepción de la enseñanza respecto al concepto con profesores de matemáticas del último ciclo de primaria.

El objetivo fue identificar cómo concibe el docente la enseñanza de la proporcionalidad y, caracterizar la actividad de enseñanza, teniendo en cuenta la planeación de los docentes y las actividades propuestas para el aula.

La metodología utilizada es de corte cualitativo, ya que se busca caracterizar y comprender la práctica del profesor. Para ello, se realizaron entrevistas video grabadas y se analizaron las planificaciones de ocho docentes.

Entre los resultados más relevantes se distingue la importancia de analizar tanto la *constante de proporcionalidad como el valor que se obtiene de los cocientes  $\frac{y}{x}$  o  $\frac{x}{y}$* . En este punto hace referencia al cuidado que hay que tomar para que la constante de proporcionalidad siempre tenga sentido. En cuanto a las magnitudes discretas y continuas se percibe una falta de conciencia explícita del tipo de magnitudes con las que se trabaja. Los profesores usan la tabla de proporcionalidad directa cuando hay números enteros y la regla de tres cuando hay que pedir información sobre números racionales no enteros. En el caso de la gráfica algunos profesores unen con una línea recta a las magnitudes, sin considerar que el conjunto numérico del dominio o de la imagen es discreto. A manera de conclusión Ruíz (2006) menciona que pareciera que la enseñanza tradicional encasilla al concepto de proporción por medio de la constante de proporcionalidad o el algoritmo de la regla de tres.

En cuanto a la investigación de Ji-Won Son (2013), se examina la interpretación que los futuros profesores hacen respecto a las respuestas erróneas de los alumnos en problemas que involucran encontrar el lado faltante en rectángulos similares.

El objetivo del trabajo de investigación fue identificar el conocimiento matemático que pone en juego el profesor al interpretar y corregir el error de los estudiantes. Se analiza el enfoque que utiliza el profesor respecto a los conceptos de razón y proporción al momento de explicar y corregir.

Se analizaron 57 respuestas de los profesores de forma cualitativa y cuantitativa. Se identificaron tres estrategias para explicar el error del alumno, a saber; estableciendo una razón entre las figuras, una razón con la misma figura y utilizando un factor de escala (regla de tres). A continuación se presenta un ejemplo de dichas estrategias:

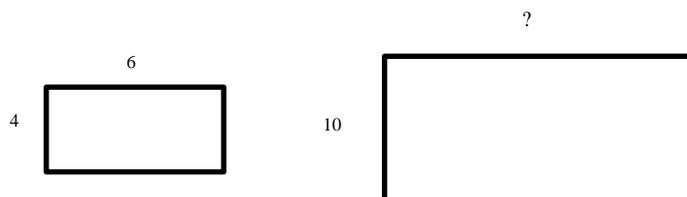


Figura 2. Ejemplo problema de valor faltante

Algunos profesores ante el presente problema explicaron que para obtener el valor faltante de la figura es necesario relacionar las cantidades conocidas por medio de la razón constante, por ejemplo establecer que la razón de  $\frac{4}{10}$  debe conservarse igual a la razón del lado faltante  $\frac{6}{?}$  en este caso la respuesta se encuentra mediante la siguiente igualdad entre razones  $\frac{4}{10} = \frac{6}{15}$ . Otro tipo de estrategia fue utilizar la razón que se puede establecer con los lados de la primera figura  $\frac{6}{4}$  para posteriormente compararla  $\frac{?}{10}$  y poder establecer una igualdad entre razones  $\frac{6}{4} = \frac{15}{10}$ . Por último algunos profesores optaron por encontrar el valor faltante por medio del procedimiento de la regla de tres donde se conocen tres de los cuatro datos que componen la proporción y se requiere calcular un cuarto, en este caso  $6 \times \frac{10}{4} = 15$ .

Los resultados muestran que los profesores pasan a razonamientos procedimentales como el de la regla de tres sin antes comenzar por un razonamiento proporcional cualitativo caracterizado por trabajar con situaciones que impliquen el análisis de la variación, el cambio, la inferencia y la predicción por medio de la percepción y la observación (Lesh, Post y Behr, 1988). Algunos profesores utilizaron una orientación conceptual para explicar la respuesta correcta, destacando, los criterios de figuras semejantes, mientras otros, explicaron de forma procedimental los algoritmos utilizados (regla de tres).

### **2.3 Antecedentes referentes a la enseñanza de la proporcionalidad con el uso de la tecnología**

Camarena y Ruiz (2011) parten de la hipótesis de que el pensamiento proporcional puede ser desarrollado a través del concepto de proporción. En su investigación desarrollan una propuesta didáctica con el uso de la tecnología para apoyar la construcción del concepto de proporción con alumnos de sexto grado de primaria.

El objetivo fue diseñar actividades didácticas para la construcción del concepto de proporción y el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo, a través de un programa computacional interactivo. Su metodología consiste en:

1. Determinar los indicadores asociados a la construcción del concepto de proporción (como la comparación directa e indirecta, uso de proporciones internas y externas y uso de la razón), así como los indicadores asociados al desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo (como acciones de ampliar y reducir).
2. Diseñar las actividades didácticas sobre el concepto de proporción y su inserción en el programa computacional interactivo.
3. Implementar el programa computacional interactivo y, analizar y discutir los resultados.

Los resultados encontrados fueron que los estudiantes que no han desarrollado un pensamiento proporcional cualitativo, no pueden identificar visualmente la figura correcta y necesitan recurrir a las comparaciones directas e indirectas. Sin embargo, las diferentes acciones computacionales permitieron que los estudiantes mostraran indicios del desarrollo de un pensamiento proporcional cuantitativo referente a las relaciones numéricas entre las medidas.

Por otra parte, Butto y Fernández (2012) proponen la introducción temprana al pensamiento algebraico en entornos tecnológicos de aprendizaje, para estudiantes de 5° y 6° grado de primaria y 1<sup>er</sup> grado de secundaria mediante dos rutas de acceso al álgebra: el razonamiento proporcional y los procesos de generalización.

El objetivo que guio la investigación fue estudiar la introducción temprana al pensamiento algebraico por medio del uso de tecnologías digitales con estudiantes de educación básica en entornos tecnológicos de aprendizaje.

La metodología consistió en el diseño de cuestionarios iniciales sobre razonamiento proporcional y proceso de generalización, secuencias didácticas con software especializados (Logo, eXpresser y Excel), hasta la aplicación de cuestionarios finales al término de las sesiones de trabajo. Esto, con el propósito de verificar el desempeño de los niños y analizar su evolución hacia el pensamiento algebraico.

Los resultados muestran que los alumnos logran comprender ideas básicas de variación proporcional, describir un patrón y formular una regla general, en términos pre-algebraicos. Se distinguen dificultades típicas de la edad de los alumnos que tienen que ver con la transición del pensamiento aditivo al pensamiento multiplicativo. Por último, se encuentra evidencia de un desarrollo cognitivo-matemático en transición, a un pensamiento algebraico, lo que indica que los alumnos pueden acceder a ideas más complejas respecto al pensamiento algebraico.

En tanto a García (2005) se realiza una investigación desde el enfoque de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, sobre el estudio de la relación de proporcionalidad y de las relaciones funcionales en la Educación Secundaria Obligatoria (ESO).

Su objetivo es integrar la proporcionalidad en el universo de las relaciones entre magnitudes y poner en evidencia el carácter genético que la variación debe tener en el estudio de las *funciones*. En este sentido, se realiza una caracterización de la “relación de proporcionalidad y de las “relaciones funcionales” por medio del análisis de los documentos curriculares y de los libros de texto en la ESO. Para ello, proponen actividades en *Excel como herramienta para modelizar y correr simulaciones*, de gran cantidad de “planes de ahorro acumulativos crecientes”. Donde se considera como hipótesis que las *relaciones de proporcionalidad* deben partir del cuestionamiento explícito y de la problematización del tipo de variación que caracteriza la relación entre magnitudes.

Por otro lado, en la investigación se destaca que el estudio clásico de la proporcionalidad separa la proporcionalidad aritmética de las relaciones funcionales. Además, la constante de proporcionalidad aparece como único elemento de articulación entre dichos

ámbitos. De igual manera se encuentra que en los libros de texto existe una ausencia de tareas, en las que haya que tomar decisiones sobre diferentes *tipos de variación*, o en los que haya que comparar dos o más *tipos de variación* entre sí. La caracterización de las relaciones funcionales abandona las razones y proporciones para centrarse en las representaciones gráficas y en las expresiones algebraicas.

Por último en Adjiage y Pluvinage (2007) se realiza un análisis sobre la complejidad de los problemas de razón, para posteriormente, llevar a cabo un estudio experimental de dos años relacionado con la enseñanza y aprendizaje de los números racionales y la proporcionalidad. Durante los dos años se analizaron dos clases a saber: *experimento parcial*.- Donde la enseñanza-aprendizaje se realizó por medio de actividades tradicionales de enseñanza (secuencias didácticas de lápiz y papel), *experimento completo*.- Donde la enseñanza-aprendizaje de los conceptos de razón y proporción se abordaron con el apoyo del software ORATIO y NewOra. El objetivo perseguido por las dos clases fue que los estudiantes fueran capaces de:

- Expresar los números racionales en tres diferentes registros de representación (escrito, número decimal, y escala lineal) y sus respectivas conversiones.
- Seleccionar el registro apropiado para resolver problemas de “razón”, utilizando o no la proporcionalidad.
- Comparar números racionales, identificar números racionales dentro de un par dado de números racionales.
- Decidir si un número racional se puede escribir como fracción o como número decimal.

Dentro de los resultados más sobresalientes se encuentran que, las estrategias constructivas (building-up) son comúnmente utilizadas por los estudiantes y representan un indicador débil del razonamiento proporcional. Se menciona que es necesario que los alumnos se muevan de estrategias “building-up” a estrategias basadas en las relaciones “between and within” (donde se promueve el análisis variacional mediante las diferentes interpretaciones de la proporción según la igualdad entre razones).

Por ejemplo si se sabe que para lavar 24 autos se necesitan 6 kilogramos de jabón y se quiere saber cuántos kilogramos de jabón se necesitan para lavar 72 autos. Entonces un análisis “between” se refiere a establecer una razón heterogénea que relacione los kilogramos de jabón con los autos que se pueden lavar; en este caso sería  $\frac{24 \text{ autos}}{6 \text{ kilogramos}}$ , posteriormente se establece la igualdad entre razones para encontrar el valor faltante que conserve la proporción como se muestra a continuación:

| <b>Estrategia</b> | <b>Razón</b>                                    | <b>Factor constante</b>                      | <b>Proporción</b>                                                                                |
|-------------------|-------------------------------------------------|----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Between           | $\frac{24 \text{ autos}}{6 \text{ kilogramos}}$ | $= 4 \frac{\text{autos}}{\text{kilogramos}}$ | $\frac{24 \text{ autos}}{6 \text{ kilogramos}} = \frac{72 \text{ autos}}{¿? \text{ kilogramos}}$ |

Por otro lado, un análisis “within” se refiere a establecer una razón homogénea que relacione los autos entre los autos o en su caso los kilogramos entre los kilogramos, por ejemplo  $\frac{72 \text{ autos}}{24 \text{ autos}}$  posteriormente se establece la igualdad entre razones homogéneas para encontrar el número de kilogramos necesario para conservar la proporción:

| <b>Estrategia</b> | <b>Razón</b>                                | <b>Factor constante</b> | <b>Proporción</b>                                                                                |
|-------------------|---------------------------------------------|-------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Whitin            | $\frac{72 \text{ autos}}{24 \text{ autos}}$ | $= 3$                   | $\frac{72 \text{ autos}}{24 \text{ autos}} = \frac{¿? \text{ kilogramos}}{6 \text{ kilogramos}}$ |

## 2.4 Revisión de libros de texto sobre la proporcionalidad

En la revisión de libros de texto de matemáticas de primer grado de secundaria (García y Mendoza, 2010; Waldegg, Villaseñor, y García, 2008; Sevilla y Peña, 2012) se observan secuencias didácticas con actividades distantes al análisis referente al concepto matemático de proporción entendido como igualdad entre razones. Si bien el concepto de proporción se introduce formalmente en algún momento, las actividades que se desarrollan pasan inmediatamente a la resolución de problemas donde se pide directamente determinar la constante de proporcionalidad dejando de lado la reflexión y el análisis en torno a los conceptos de razón y proporción.

1. En las tablas se muestra cuánto vale el jamón en dos locales de un mercado. Anota en la tercera columna el resultado de dividir cada precio entre el número correspondiente de kilogramos.

| Local A       |             |           | Local B       |             |           |
|---------------|-------------|-----------|---------------|-------------|-----------|
| kg            | Precio (\$) | Precio/kg | kg            | Precio (\$) | Precio/kg |
| $\frac{1}{4}$ | 8.00        | 32        | $\frac{1}{4}$ | 12.00       | 3.75      |
| $\frac{1}{2}$ | 16.00       | 32        | $\frac{1}{2}$ | 20.00       | 7.50      |
| 1             | 32.00       | 32        | 1             | 32.00       | 15        |
| 2             | 64.00       | 32.00     | 2             | 60.00       | 30.00     |
| 4             | 128.00      | 32        | 4             | 112.00      | 60        |
| 5             | 160.00      | 32        | 5             | 140.00      | 180       |

Figura 3. Ejemplo de actividades de proporcionalidad (Sevilla y Peña, 2012)

Por ejemplo la figura 3 es un ejemplo característico de las actividades que se presentan para el estudio de la proporción. Desde la indicación de la actividad se da el procedimiento para calcular los valores de la tercera columna sin antes hacer hincapié en que se está trabajando con razones y/o proporciones. En esta secuencia las preguntas giran en torno a calcular valores puntuales sin referirse en algún momento al concepto de razón y/o proporción. En este caso pareciera que el alumno contesta la tabla de forma procedimental sin relacionar en algún momento las operaciones con el concepto de razón y/o proporción.

**Ya sabemos...**

Hay muchas formas en que las cantidades de un conjunto dependen de las de otro. Si una cantidad de un conjunto aumenta dos veces, tres veces o  $n$  veces, y la correspondiente del otro conjunto aumenta ese mismo número de veces, se dice que las cantidades de un conjunto son **directamente proporcionales** a las del otro conjunto.

En la mayoría de las actividades se trabaja con el factor proporcional o constante de proporcionalidad dejando de lado la reflexión en torno al concepto matemático de proporción. No se encuentran actividades donde se procure la reflexión alrededor del concepto en cuanto a la igualdad entre razones. Se presentan recuadros donde se define la proporción verbalmente como se muestra en la figura 4.

En algunas actividades se explican de forma breve el cálculo del valor unitario, cálculo de valores intermedios, cálculo del factor de proporcionalidad o el algoritmo de la regla de tres sin dar algún referente respecto a los conceptos de razón y proporción.

Figura 4. Recuadro proporcionalidad (Sevilla y Peña, 2012)

En las lecciones referentes a la proporcionalidad se pide al alumno encontrar el factor constante sin antes haber realizado actividades que le permitan validar o verificar que las cantidades son proporcionales por medio de la definición matemática de proporción. Esto puede traer como consecuencia que los alumnos den por hecho que las cantidades involucradas son proporcionales.

Al parecer la enseñanza del concepto de proporción se centra en actividades que tienen que ver con la identificación y el cálculo de la constante de proporcionalidad. Por otro lado se introduce de forma procedimental el concepto de regla de tres sin reflexionar o discutir el concepto de proporción como igualdad entre razones.

| <p><b>Paso 1.</b> Se escriben los datos en una tabla anotando en los encabezados a qué corresponden las cantidades. Se nombra <math>x</math> el dato desconocido.</p> <p><b>Paso 2.</b> Como las cantidades son proporcionales, los cocientes de <math>192.5 \div 7</math> y <math>275 \div x</math> deben ser iguales. Conviene anotar la igualdad de cocientes como una igualdad de fracciones.</p> <p><b>Paso 3.</b> Ya que las fracciones son iguales, los productos cruzados también lo son.</p> <p><b>Paso 4.</b> Se despeja <math>x</math>.</p> <p><b>Conclusión.</b> Se da la respuesta del problema: con \$275.00 se compraron 10 kg de jamón.</p> | <table border="1" style="border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <tr> <th style="padding: 5px;">kg</th> <th style="padding: 5px;">Precio (\$)</th> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">7</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">192.50</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">275.00</td> </tr> </table> $\frac{192.5}{7} = \frac{275}{x}$ $x \times 192.5 = 275 \times 7$ $x = \frac{275 \times 7}{192.5}$ $x = \frac{1925}{192.5} = 10$ | kg | Precio (\$) | 7 | 192.50 | $x$ | 275.00 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-------------|---|--------|-----|--------|
| kg                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Precio (\$)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |             |   |        |     |        |
| 7                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 192.50                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |             |   |        |     |        |
| $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 275.00                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |             |   |        |     |        |

Figura 5. Recuadro procedimiento regla de tres (Sevilla y Peña, 2012)

Como se puede observar en la figura 5 se presenta el algoritmo de la regla de tres mediante la explicación de un procedimiento fijo que no asegura la comprensión del concepto de proporción. En suma, se puede concluir que la forma en que los libros de texto abordan el concepto de proporción es mediante la identificación y uso de la constante de proporcionalidad. Dicha constante, a menudo no se relaciona con el concepto de razón y/o proporción.

## 2.5 Reflexión de los antecedentes

Las investigaciones de Fernández y Llinares (2012); Fernández y Llinares (2010); Ordoñez (2013); Sallán y Vizcarra (2009); Ji-Won Son. (2013); Ruíz (2006); forman parte del primer acercamiento a la enseñanza y aprendizaje de la proporción, donde se retoman las principales dificultades que giran en torno al proceso de enseñanza aprendizaje de la proporción en la educación básica. En general las investigaciones concuerdan en que los estudiantes al resolver problemas de proporcionalidad directa tienen las siguientes dificultades:

- Identifican la relación proporcional, pero no la usan adecuadamente o tienen dificultades en desarrollar una comparación de las razones obtenidas.
- Confunden el significado de la razón y/o el planteamiento de una regla de tres incorrecta.
- Utilizan relaciones proporcionales en situaciones en las que no es adecuado su uso.
- Usan estrategias aditivas erróneas para resolver problemas lineales de valor perdido.
- Usan estrategias constructivas erróneas.

En un segundo acercamiento se analizaron los trabajos de Camarena y Ruiz (2011); Butto y Fernández (2012); García (2005); Adjage y Pluvinage (2007) con la finalidad de profundizar en el objeto de estudio y su enseñanza con el apoyo de la tecnología. A continuación en la tabla 2 se presentan las principales características de las propuestas analizadas en las que se hace uso de la tecnología:

| <b>Investigación</b>      | <b>Software</b>                                                                                                               | <b>Características</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Camarena y Ruiz (2011)    | Programa computacional interactivo.                                                                                           | Diseñado para que el alumno realice comparaciones directas e indirectas respecto a situaciones de proporcionalidad por medio de sobreponer figuras, usar un instrumento de medición, usar una tabla para relacionar datos y escribir la proporción como una fracción, seleccionar figuras reducidas o amplificadas mediante la visualización, contar lados de cuadrados en una cuadrícula, dibujar figuras amplificadas o reducidas en una cuadrícula. |
| Butto y Fernández (2012)  | Software especializado: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Logo</li> <li>• Expresser</li> <li>• <b>Excel</b></li> </ul> | <b>Excel:</b><br>Se utiliza como herramienta para llegar a la generalización de una regla por medio del análisis de series numéricas proporcionales. Las actividades se centran en llegar a la generalización de una regla por medio del análisis de series numéricas proporcionales. Se encuentran actividades donde se analizan las fórmulas de las celdas y se realizan operaciones propias de las funciones de Excel.                              |
| García (2005)             | Excel                                                                                                                         | Se utiliza: <ul style="list-style-type: none"> <li>–Para modelar y correr simulaciones de planes de ahorro.</li> <li>–Para economizar los cálculos numéricos. Para recurrir a la representación gráfica de los planes de ahorro.</li> <li>–Para analizar las fórmulas de las celdas.</li> <li>–Para el aprovechamiento de las funciones de Excel.</li> <li>–Las actividades giran en torno a repartir de forma proporcional los ahorros.</li> </ul>    |
| Adjiage y Pluinage (2007) | Software especializado: <ul style="list-style-type: none"> <li>• ORATIO</li> <li>• NewOra</li> </ul>                          | ORATIO se utiliza para introducir al alumno al concepto de razón mediante actividades que enfatizan la interpretación de la razón a través de sus diferentes representaciones.<br>NewOra se utiliza para ligar las razones con el concepto de proporción en la escala lineal, donde se estimula al alumno a realizar tratamientos y conversiones entre las razones y proporciones.                                                                     |

Tabla 2. Propuestas de enseñanza con el uso de tecnología

Los trabajos revisados que utilizan Microsoft Excel como herramienta didáctica implican que el alumno realice manipulaciones propias del software como: combinación de celdas mediante una operación aritmética, auto-completado; extender cálculos o formulas a través de filas y columnas.

Como un complemento a los trabajos analizados, en la presente investigación se desarrolla una propuesta didáctica con el uso de Excel donde el alumno interactúa con la tecnología sin necesidad de ingresar fórmulas ni hacer manipulaciones propias del software como las mencionadas anteriormente. De esta manera, se pretende que el alumno conozca el objeto de estudio (proporción) a través de sus diferentes representaciones (véase capítulo III)

mediante una hoja de cálculo prediseñada. Es decir, una hoja de cálculo preparada para que el alumno analice el comportamiento y efecto entre los conceptos de razón y proporción al modificar los parámetros de las celdas. Con ello, se pretende que alumno pueda conocer, identificar y utilizar el concepto de proporción en los diferentes registros de representación.

La propuesta integra aspectos cualitativos como las diferentes interpretaciones de las razones así como aspectos cuantitativos como relaciones tabulares y cálculos predefinidos donde se estimula al estudiante a razonar y analizar sobre los datos ingresados y los resultados obtenidos. En suma, la propuesta de enseñanza busca integrar lo reportado por las investigaciones respecto a las dificultades de enseñanza-aprendizaje de los conceptos de razón y proporción mediante un software computacional disponible en las aulas escolares.

A manera de conclusiones las investigaciones señalan que la enseñanza del concepto de la proporción es muy breve y se desplaza a un lugar secundario, ya que su enseñanza se centra su atención en la constante de. La enseñanza provoca un bajo grado de comprensión por no incidir ni en el significado de la constante de proporcionalidad, ni el papel que juega la razón en el concepto de proporción.

## **2.6 Problemática**

La presente investigación se sitúa en el contexto de la enseñanza de las razones y proporciones puesto que en las investigaciones se reporta que la enseñanza tradicional no ha podido superar las dificultades que implica el aprendizaje de dichos conceptos matemáticos. Se encontró que dichas dificultades en los alumnos son el no distinguir entre situaciones lineales y no lineales, esto, en algún momento puede repercutir con el entendimiento del concepto función lineal (Fernández y Llinares 2010). Por consiguiente, cuando se aborda de manera formal el concepto de función lineal la enseñanza tradicional no se preocupa por retomar y relacionar los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad. Posiblemente porque se asume su conocimiento y dominio, pero las investigaciones ponen de manifiesto que los estudiantes utilizan la regla de tres de forma meramente procedimental sin entender los conceptos que la conforman como por ejemplo la razón y la proporción.

## **2.7 Planteamiento del problema de investigación**

La enseñanza de las razones y proporciones no han alcanzado un nivel de madurez desde el cual ofrecer alternativas didácticas efectivas. En las investigaciones analizadas se observa que la enseñanza tradicional de estos conceptos no ha sido suficiente para su aprendizaje. Sin embargo, dichos conceptos son esenciales para el aprendizaje de nuevos conocimientos tanto en el campo de las matemáticas como en el de la física, química, biología entre otros. Por ende, es de vital importancia desarrollar propuestas didácticas de enseñanza que permitan una mejor comprensión de los conceptos.

Por lo tanto, si los conceptos de razón y proporción no son construidos adecuadamente en la secundaria, entonces, los estudiantes en los niveles educativos posteriores tendrán serios problemas en la construcción de nuevos conceptos matemáticos que hacen uso de éste, tanto de forma explícita como implícita. En otras palabras si los alumnos no conocen el concepto matemático de proporción como igualdad entre razones, entonces tendrán dificultades para asimilar nuevos conceptos matemáticos como la velocidad, la fuerza, la densidad, leyes de los gases, entre otros.

## **2.8 Pregunta de investigación**

El problema de investigación surge en el ámbito de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ante una dificultad evidente por parte de los estudiantes en la comprensión del concepto de razón y proporción. Por comprensión nos referimos a que el alumno al transitar entre los diversos registros de representación logrará distinguir el concepto de proporción de sus representaciones. En este sentido, la pregunta que guiará el presente trabajo de investigación se formula de la siguiente manera:

¿Cómo promover la comprensión del concepto de razón y proporción por medio de actividades interactivas en Excel con alumnos de primer grado de secundaria?

## **2.9 Objetivo general**

Diseñar una propuesta didáctica interactiva que promueva la comprensión del concepto de razón y proporción. Por propuesta interactiva nos referimos al proceso por el cual el alumno interactúa con el software ingresando valores numéricos, observando sus efectos y al mismo tiempo obtenido retroalimentación de sus acciones.

Los objetivos particulares necesarios para el logro del objetivo general son:

- Diagnosticar las dificultades que los estudiantes presentan respecto al concepto de proporción.
- Diseñar una hoja de cálculo interactiva como propuesta de enseñanza para el concepto de razón y proporción.
- Implementar la propuesta didáctica de enseñanza en entornos tecnológicos de aprendizaje.
- Evaluar la viabilidad de la propuesta en función al objetivo general y los resultados encontrados.

## **2.10 Hipótesis**

Si se integra y se implementa una propuesta de enseñanza que atienda las sugerencias reportadas por las investigaciones en torno a la enseñanza-aprendizaje del concepto de razón y proporción, entonces se promoverá en cierta medida la comprensión del concepto en los alumnos de primer grado de secundaria.

## 2.11 Justificación de la investigación

En la revisión de antecedentes se observa, que la forma en que los libros de texto introducen el concepto de proporción es causa de errores en los alumnos, debido a que la enseñanza ofrece una perspectiva incompleta del concepto de proporción, pues se despreocupa de asociar la proporción a la igualdad entre razones. La enseñanza solamente se ocupa del correcto manejo de las técnicas sin justificar las ideas matemáticas que sustentan dicha técnica y, en consecuencia, los alumnos no disponen del conocimiento conceptual suficiente para valorar la pertinencia y validez de las manipulaciones que realizan.

Por otro lado, además de ofrecer recursos orientados a fomentar la comprensión de los conceptos matemáticos, se pueden ofrecer alternativas didácticas que lleven al alumno a entornos diferentes de aprendizaje. Por ejemplo en Butto y Fernandez (2012) se menciona que el uso de la tecnología ha permitido desarrollar ambientes didácticos que motivan el aprendizaje de los alumnos. En este sentido, se considera a la tecnología como un medio propicio para motivar a los estudiantes y promover la comprensión de la razón y la proporción analizando los conceptos de manera práctica e interactiva.

En concreto la presente investigación servirá para promover la comprensión de los conceptos de razón y proporción a través de una propuesta didáctica con el uso de tecnología que atienda las sugerencias de las investigaciones. En el mismo sentido, los resultados servirán para validar y evaluar la factibilidad de la propuesta de enseñanza en la comunidad educativa.

# CAPÍTULO III

---

## 3. Marco teórico

Con la revisión de los antecedentes se pudo apreciar que las actividades propuestas en los libros de texto y las actuales estrategias de enseñanza no han sido suficientes para que los alumnos comprendan los conceptos de razón y proporción. En este sentido, se considera que la enseñanza tradicional de la proporción no ha centrado su atención en promover la identificación, interpretación y uso de las razones para posteriormente relacionarlas de manera formal con el concepto de proporción. De esta manera, se considera de vital importancia promover en el alumno las diferentes formas en las que se presenta el concepto de proporción con la finalidad de que conozca las particularidades del concepto. Así mismo, para dar cumplimiento a los objetivos planteados, este estudio se plantea a través de “La Teoría de Representaciones Semióticas” para promover la comprensión de los conceptos de razón y proporción mediante el tránsito entre sus diferentes representaciones.

### 3.1 Teoría de Representaciones Semióticas

La enseñanza de las matemáticas va de la mano de actividades cognoscitivas como lo son la conceptualización de objetos matemáticos. En este sentido, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se vuelve una tarea compleja, puesto que no todos los objetos de estudio tienen una representación física desde la cual observar directamente sus propiedades y características. Sin embargo, ante la necesidad de manipular y comprender los conceptos matemáticos se han desarrollado sistemas de expresión y representación. Desde este enfoque surge el marco teórico de “Representaciones semióticas” desarrollado por Raymond

Duval, el cual se distingue por desarrollar en el alumno una conceptualización de los objetos de estudio, por medio de la coordinación entre sus diferentes representaciones.

Se parte del supuesto de que “*no puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un objeto de su representación*” (Duval, 1999, p.3). En este punto Duval define dos conceptos fundamentales, a saber: la semiosis como la aprehensión o la producción de una representación semiótica, y la noesis como la aprehensión conceptual de un objeto. Por lo tanto, un individuo no puede tener una aprehensión intuitiva del concepto si no puede hacer una representación del concepto, es decir, “*no hay noesis sin semiosis*”.

### **3.2 Formas de representación**

Duval (1999), define a las representaciones semióticas como una forma de exteriorizar las representaciones mentales por medio de producciones constituidas por el empleo de signos. Las producciones se pueden representar de forma verbal, tabular, numérica, algebraica y gráfica. Dichas representaciones además de ser un medio para comunicar o exteriorizar las representaciones mentales sirven como medios cognitivos para la aprehensión conceptual de un objeto de estudio (noesis).

### **3.3 Actividades cognitivas fundamentales**

Existen 3 actividades cognitivas ligadas a la semiosis que intervienen en el proceso de abstracción de un objeto matemático según Duval, (2004):

***La formación de una representación identificable*** por medio de la selección de signos que configuren y describan al objeto. Ya sea para “expresar” una representación mental, o bien para “evocar” un objeto real. Por ejemplo: una frase está compuesta de letras y palabras que siguen una determinada estructura gramatical. Un diagrama contiene un conjunto de elementos relacionados entre sí con el fin de representar ideas y conceptos, que deben seguir cierta secuencia lógica para quien lo produce.

El *tratamiento* es la transformación que se realiza dentro de un mismo registro de representación. Por ejemplo en una expresión algebraica como la siguiente  $-2(-5x + 1) + 3(2 - 2x)$  el tratamiento vendría dado por las manipulaciones algebraicas que se pueden realizar; como aplicar la propiedad distributiva  $10x - 2 + 6 - 6x$ , suma de términos semejantes  $4x + 4$ , factorización  $4(x + 1)$  que de igual forma siguen reglas específicas que son características del propio registro de representación.

La *conversión* es la transformación que se realiza a partir de un registro de representación para llegar a otro registro de representación que tiene sus propias reglas y propiedades. Siguiendo con el ejemplo anterior  $4(x + 1)$  lo podemos transformar de su representación algebraica a su representación verbal, como, "cuatro que multiplica a x más uno".

### **3.4 Tratamientos y conversiones en la enseñanza**

Duval (2006) considera dos hipótesis dentro de su planteamiento; Hipótesis 1: "*Si se selecciona bien el registro de representación, las representaciones en él son suficientes para permitir la comprensión del contenido conceptual representado*" (p. 185). En otras palabras, para conceptualizar un objeto matemático sólo basta con seleccionar adecuadamente el registro de representación que define al concepto. Hipótesis 2: "*La comprensión (integradora) de un contenido conceptual, reposa en la coordinación de al menos dos registros de representación, y esta coordinación se manifiesta por la rapidez y la espontaneidad de la actividad cognitiva de conversión*" (Duval, 2006).

Se establece que para conceptualizar un objeto matemático es necesario desarrollar una coordinación entre las distintas formas de representación a través de la destreza de convertir de una representación a otra. El autor menciona que la hipótesis 1 es la forma tradicional de enseñar los objetos matemáticos en la escuela, ya que sólo se limita a enseñar las representaciones y sus respectivos tratamientos. Sin embargo, el autor, considera que además de conocer y dominar por separado las representaciones, es necesario fomentar una articulación entre ellas que permita desarrollar la habilidad de coordinar dichas representaciones para llegar al objeto de estudio.

### 3.5 La coordinación y la conversión entre registros de representación

A continuación en la figura 6 se presenta la estructura de las representaciones semióticas y su funcionamiento.

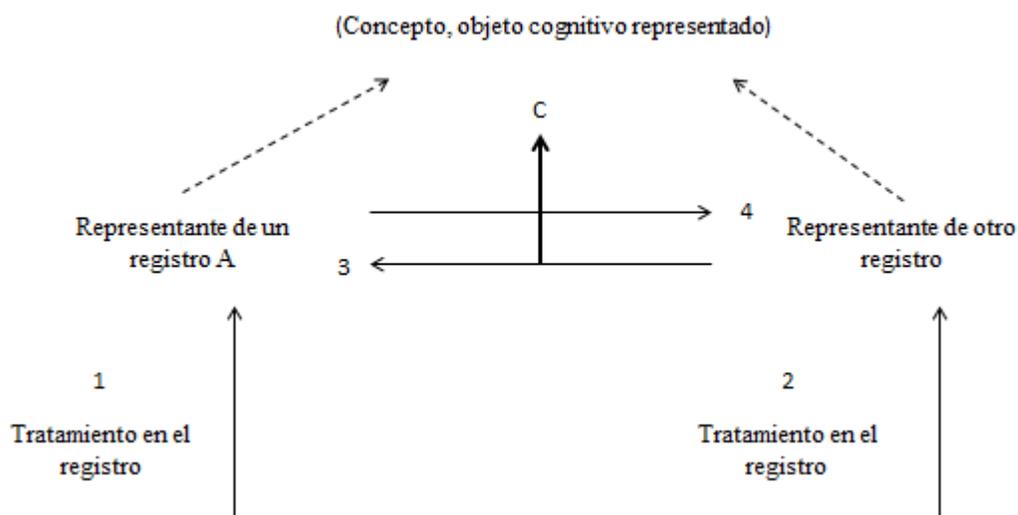


Figura 6. Estructura de la representación en función de la conceptualización (Duval, 2006, p.177)

En la figura 6 se aprecian dos registros de representación, cada uno con sus respectivos tratamientos. Las líneas 3 y 4 representan las conversiones para pasar de un registro de representación a otro. Las líneas punteadas indican la relación que guarda determinado registro con el concepto (objeto cognitivo representado). En otras palabras, las líneas punteadas contemplan la hipótesis 1 donde por medio de una representación y su tratamiento se puede llegar al objeto de estudio. Por último, aparece una línea C que representa las relaciones entre las conversiones con el objeto cognitivo representado. Según Duval (2006) “*la flecha C corresponde a lo que llamaremos la comprensión integradora de una representación: ella presupone una coordinación de dos registros*” (p. 187).

### 3.6 Justificación del marco teórico en la investigación

Al analizar los libros de texto de educación básica se observó que la enseñanza del concepto de proporción se inclina por desarrollar actividades que propician la identificación y uso de la constante de proporcionalidad dejando de lado la reflexión y el análisis referente a los conceptos de razón y proporción. De igual manera en la revisión de la literatura se encontró que los alumnos se enfrentan a una serie de dificultades en gran parte provocadas por la ausencia de conocimiento respecto al concepto de proporción como igualdad entre razones. Prueba de ello son los estudios realizados por Fernandez y Llinares (2010; 2012) donde se destaca que los estudiantes de secundaria aplican el procedimiento de la regla de tres tanto a situaciones lineales como no lineales debido a dicha ausencia de conocimiento.

Por ejemplo los libros de texto proponen actividades de proporción directa mediante registros de representación tabular, aritmético (regla de tres) y gráfico donde pareciera asumirse el conocimiento o dominio del concepto de proporción entendido como igualdad entre razones (Figura 7).

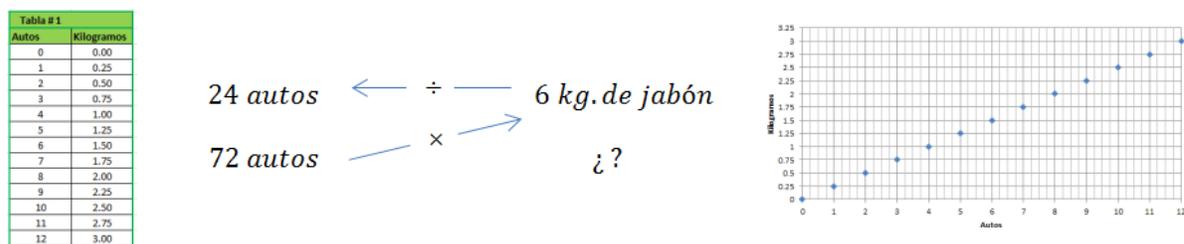


Figura 7. Representaciones del concepto de proporción. Caracterización propia libros de texto

Como se puede observar en ésta figura el concepto de proporción como igualdad entre razones no es tan evidente, similarmente, en los libros de texto se observa que el análisis referente a las representaciones de la proporción no permite separar y distinguir el concepto de proporción de sus representaciones. Por tanto, dichas representación por sí solas no permiten conocer directamente el objeto de estudio (proporción). Esto puede traer como consecuencia que los alumnos no relacionen la regla de tres con el concepto de proporción y ocasionar que se utilice en situaciones donde su aplicación no es válida.

En este sentido si los alumnos utilizan el concepto de la regla de tres como un proceso mecánico no serán capaces de distinguirlo de sus diferentes representaciones:

$$\begin{array}{ccc}
 \frac{24 \text{ autos}}{72 \text{ autos}} = \frac{6 \text{ kg.de jabón}}{?} & \longleftrightarrow & \frac{72 \text{ autos}}{24 \text{ autos}} = \frac{?}{6 \text{ kg. de jabón}} \\
 \updownarrow & & \updownarrow \\
 \frac{24 \text{ autos}}{6 \text{ kg.de jabón}} = \frac{72 \text{ autos}}{?} & \longleftrightarrow & \frac{6 \text{ kg.de jabón}}{24 \text{ autos}} = \frac{?}{72 \text{ autos}} \\
 & \text{autos} \times \text{kg} = \text{autos} \times \text{kg} & 
 \end{array}$$

Por lo tanto, las representaciones y sus interpretaciones juegan un papel determinante para la comprensión del concepto de proporción como igualdad entre dos razones. En este sentido, es de vital importancia que la enseñanza fomente el análisis de las diferentes representaciones para rescatar el concepto matemático de proporción como igualdad entre razones. De lo contrario, seguiremos encontrando estudiantes que resuelven problemas de proporcionalidad directa a través del algoritmo de la regla de tres sin ser capaces de identificar alguna razón o relación entre las variables involucradas. (Fernández y Llinares, 2012).

En conclusión, la presente investigación se plantea desde el marco de las representaciones semióticas puesto que la enseñanza de las razones y proporciones se basa en los tratamientos (procedimientos) de los objetos representados. Dejando de lado las conversiones que permiten ligar las representaciones *con* los objetos y de igual manera, dejando de lado, las relaciones que existen *entre* los objetos matemáticos. Por lo tanto, se pretende desarrollar una propuesta de enseñanza a través de la teoría de representaciones semióticas que permita promover en el alumno la identificación y uso del concepto de proporción en sus diferentes registros de representación (verbal, tabular, aritmético, gráfico).

### 3.7 Definición de los conceptos matemáticos

Los conceptos matemáticos involucrados en el trabajo de investigación son la razón, la proporción y la regla de tres. Por tal motivo, en este apartado se establece la definición de los conceptos matemáticos con los que se trabajó.

#### Razón

El concepto de *razón* se define como el cociente que se obtiene al comparar mediante la división dos magnitudes. Estas pueden ser homogéneas o heterogéneas según las unidades con las que se trabaje. Por ejemplo, cuando se construye la relación entre dos elementos de la misma magnitud se denomina razón homogénea, mientras que cuando se forman entre cantidades de magnitudes diferentes se denominan razones heterogéneas (Fernández y Llinares, 2012).

La razón entre dos cantidades  $a$  y  $b$  puede representarse de tres formas;  $a : b$ ,  $a / b$  o bien  $a \div b$  donde  $b$  es diferente de cero. La notación  $a : b$  se lee “ $a$  es a  $b$ ”.

Las razones heterogéneas se pueden interpretar como el valor unitario de alguna de las dos magnitudes involucradas, por ejemplo:

$$\frac{\text{metros cuadrados } [m^2]}{\text{litros de pintura } [l]} = \frac{m^2}{l}$$

En este caso el cociente de dividir los metros cuadrados entre los litros de pintura se puede interpretar como la cantidad metros cuadrados que se pueden pintar con un litro de pintura.

$$\frac{\text{litros de pintura } [l]}{\text{metros cuadrados } [m^2]} = \frac{l}{m^2}$$

Por otro lado, al invertir las magnitudes la razón se puede interpretar como la cantidad de pintura en litros que se necesita para pintar un metro cuadrado de superficie.

Para razones homogéneas la razón se puede interpretar en algunas ocasiones como la relación parte-todo que existe entre las magnitudes por ejemplo:

$$\frac{\text{litros}}{\text{litros}} = \frac{50}{20}$$

En este caso la razón se puede interpretar como la relación parte-todo, donde la *parte* está representada por el número de veces que cabe una de las magnitudes en la otra. Es decir, que el denominador cabe 2.5 veces en el numerador.

## Proporción

La *proporción* es un concepto matemático que se define como la igualdad entre dos razones  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  una proporción permite escribir cuatro igualdades equivalentes entre dos razones:

$$\begin{array}{ccc} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} & \longleftrightarrow & \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \\ \updownarrow & a \times d = b \times c & \updownarrow \\ \frac{a}{c} = \frac{b}{d} & \longleftrightarrow & \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \end{array}$$

Figura 5. Concepto de proporción

En una proporción  $a : b = c : d$ , los términos  $a$  y  $d$  se llaman extremos, mientras que  $b$  y  $c$  se denominan medios. La notación se lee “ $a$  es a  $b$  como  $c$  es a  $d$ ” (Fernández y Llinares 2012).

Una magnitud  $y$  es directamente proporcional a la magnitud  $x$  si la razón o cociente entre ambas es constante, es decir  $y/x = k$  donde  $k$  recibe el nombre de constante de proporcionalidad. Por ejemplo en la siguiente tabla se puede apreciar como cada par ordenado tiene la misma constante de proporcionalidad:

| $x$ | $y$ |
|-----|-----|
| 1   | 2   |
| 2   | 4   |
| 3   | 6   |
| 4   | 8   |
| 10  | 20  |

Observa que para cualquier par de valores  $(x, y)$  de la relación anterior,  $y/x=2$ , entonces la constante de proporcionalidad  $k$  es igual a 2.

En los problemas lineales, las razones internas son iguales  $\left[\frac{a}{b} = \frac{f(a)}{f(b)}\right]$  y las razones externas son una constante  $\left[\frac{f(x)}{x} = k, \text{ para cualquier } x\right]$ . A esta constante se le conoce con el nombre de constante de proporcionalidad.

Entonces se dice que dos magnitudes (A y B) variables son directamente proporcionales cuando haciéndose una de ellas 2, 3, 4... veces mayor o menor la magnitud A, entonces la magnitud B se hace también 2, 3, 4... veces mayor o menor.

### **Regla de tres**

La *regla de tres* se define como el algoritmo que se aplica a la resolución de problemas de proporcionalidad directa en los cuales se conocen tres de los cuatro datos que componen la proporción y se requiere calcular un cuarto dato. Según Fernández y Llinares:

*“El algoritmo de productos cruzados (regla de tres) en el que el estudiante aplica un algoritmo en el que se colocan las 4 cantidades (3 conocidas y una desconocida) en forma de proporción (como igualdad de dos fracciones) y se aplica la aritmética de las fracciones para averiguar el dato desconocido (multiplicar en cruz y despejar la x)”* (Fernández y Llinares, 2012, p. 15).

# CAPÍTULO IV

---

## 4. Metodología

### 4.1 Ingeniería didáctica

La base teórica que sustenta la ingeniería didáctica es la teoría de situaciones didácticas y la trasposición didáctica. La noción de ingeniería didáctica surge en la didáctica de las matemáticas. Se denominó con este término a una forma de trabajo didáctico equivalente con el trabajo del ingeniero quien, para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico (Artigue, Douady, Moreno, y Gómez, 1995, p.33).

Como metodología de investigación, la ingeniería didáctica permite desarrollar y analizar las “realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza. En este sentido, se distinguen dos niveles para su desarrollo y análisis: el de micro-ingeniería y el de macro-ingeniería, dependiendo de la importancia de la realización didáctica involucrada en la investigación (Artigue et al., 1995). El primer nivel toma en cuenta de manera local la complejidad del fenómeno didáctico en el salón de clases puesto que a diferencia de la macro-ingeniería no se consideran los efectos a través de periodos prolongados de tiempo. La ingeniería didáctica como metodología de investigación consta de cuatro fases:

- 1) Análisis preliminar
- 2) Concepción y análisis a priori
- 3) Experimentación
- 4) Análisis a posteriori y evaluación.

## **Fase 1: Análisis preliminar**

Es el estudio previo a la concepción de la propuesta didáctica que tiene como objetivo partir de un marco referencial desde el cual abordar el objeto de estudio. Según Artigue et al. (1995) los análisis preliminares más frecuentes son:

- El análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza.
- El análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos.
- El análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución.
- El análisis del campo de restricciones donde se va a situar la realización didáctica efectiva.

Estos análisis preliminares se pueden abordar desde tres dimensiones paralelas a la propuesta por G. Brousseau para el estudio de los obstáculos (Artigue et al., 1995). Donde la dimensión didáctica se centra en la enseñanza tradicional y sus efectos. La dimensión cognitiva centrada en las concepciones de los estudiantes, dificultades y obstáculos que se presentan en el aprendizaje. Y la dimensión epistemológica que se refiere a la epistemología de los contenidos a enseñar.

## **Fase 2: Concepción y Análisis a priori**

Corresponde al diseño de la ingeniería (situación didáctica) donde para la concepción de la situación se propone el estudio de las condiciones necesarias para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula. En este sentido, el ingeniero debe controlar las variables que entran en juego en la situación didáctica con la finalidad de controlar las condiciones que permitirán la reproducción y optimización de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esta fase se distingue por su carácter intencional. Como parte de la concepción en el análisis a-priori se explicitan supuestos, probables y seguros durante la puesta en escena de la situación didáctica. Según Artigue et al. (1995) el objetivo es determinar en qué las selecciones hechas permiten controlar los comportamientos de los estudiantes en torno a la situación propuesta. Para ello se describe y se predice lo que se espera de cada una de las secciones de la situación didáctica.

### **Fase 3: Experimentación**

Es donde se lleva a cabo la puesta en escena de la situación didáctica. En esta fase se recopila información relevante a lo largo de la experimentación con el objetivo de tener un marco de referencia con el cual sustentar la fase del análisis a posteriori. En la experimentación es importante recabar información por medio de las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, así como de las producciones hechas por los estudiantes. Según Artigue et al. (1995) los datos recabados se complementan con datos obtenidos de metodologías externas como cuestionarios o entrevistas, aplicadas en distintos momentos dentro el desarrollo de la situación didáctica.

### **Fase 4: Análisis a posteriori y validación**

Es la fase donde se analiza la información recabada durante la experimentación con la finalidad de poder determinar objetivamente lo que realmente sucedió en el salón de clase. Éste análisis se centra en los resultados arrojados por la experimentación y se utilizan para realizar la confrontación del análisis a priori versus el análisis a posteriori. En esencia dicha confrontación representa la validación de las hipótesis formuladas en la investigación.

## **4.2 La metodología en el contexto de la investigación**

El presente trabajo de investigación toma como referente metodológico a la ingeniería didáctica en el nivel de micro-ingeniería puesto que se pretende hacer un estudio local sobre las realizaciones didácticas en la puesta en escena de la propuesta de enseñanza. A continuación se desglosan cada una de las fases de la ingeniería didáctica llevadas a cabo en el presente trabajo de investigación:

### **4.2.1 Análisis preliminar**

Se realiza un análisis de los antecedentes que circunscriben la dimensión didáctica respecto a la enseñanza tradicional y sus efectos donde se destacan las investigaciones de: (Sallán y Vizcarra, 2009; Ruiz, 2006; Ji-Won Son, 2013). De igual forma, se analizan libros de texto de primer grado de secundaria en torno a la enseñanza del concepto de proporción (García y Mendoza, 2010; Waldegg, Villaseñor, y García, 2008; Sevilla y Peña, 2012).

Por otro lado, se recaba información concerniente a la dimensión cognitiva donde se detectan las principales dificultades que se presentan en el aprendizaje de la razón, proporción y proporcionalidad principalmente en los trabajos de: (Fernandez y Llinares, 2010; Fernandez y Llinares 2012). Por último se realiza una evaluación diagnóstica con alumnos de primer grado de secundaria para corroborar las dificultades encontradas por las investigaciones y con ello, tener un punto de referencia para el diseño de las actividades de la propuesta.

Para efectos del presente trabajo de investigación la dimensión epistemológica no se ha considerado puesto que se considera que la integración de la dimensión didáctica y la cognitiva son suficientes para desarrollar una propuesta didáctica que estimule la comprensión de la razón y la proporción tratando de superar las limitaciones de la enseñanza tradicional y las dificultades reportadas por las investigaciones. En concreto, la investigación representa un primer acercamiento a posturas que fomenten la fuerte relación que debe de existir entre las investigaciones y la práctica profesional de los docentes en el desarrollo de nuevas propuestas de enseñanza.

### **4.2.2 Concepción y análisis a priori**

Puesto que se pretende ofrecer alternativas didácticas que lleven al alumno a entornos diferentes de aprendizaje, se establece que el medio para promover en los alumnos de primer grado de secundaria la comprensión de los conceptos de razón y proporción es el entorno tecnológico. Para ello, se llevó a cabo una evaluación diagnóstica (Anexo 1) con 44 alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica No. 27 Zacatecas, Zacatecas donde el

objetivo fue detectar las dificultades que tienen los alumnos respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa. A partir del análisis de la evaluación diagnóstica y la información recabada de los análisis preliminares se desarrollaron una serie de actividades orientadas a superar las dificultades detectadas tanto en la dimensión didáctica como en la cognitiva.

Las actividades fueron diseñadas bajo el enfoque didáctico de la teoría de representaciones semióticas para estimular la comprensión de los conceptos mediante la coordinación de los registros de representación verbal, tabular, aritmético y gráfico. En este sentido, se espera que los alumnos interactúen con el recurso tecnológico y desarrollen la habilidad de coordinación entre diferentes registros de representación a medida que analizan el concepto de proporción como igualdad entre razones. Los criterios considerados para la selección de las variables didácticas son:

- Situaciones donde el Excel explote su utilidad como recurso didáctico
- Situaciones donde sea determinante identificar la razón y su utilidad para resolver problemas de proporcionalidad directa.
- Situaciones donde se pueda trabajar con enteros y números fraccionarios.
- Situaciones donde se encuentre el valor a partir de 3 datos conocidos.
- Situaciones donde se enfatice la relación entre magnitudes heterogéneas.

En la literatura y en los libros de texto se encuentra que uno de los principales problemas matemáticos con los que se trata la proporcionalidad directa son los que tienen que ver con problemas de valor faltante; donde 3 valores son conocidos y se pide encontrar un “cuarto” valor. Este tipo de problemas pone en juego la identificación de la razón, entendida como relación unitaria o relación parte-todo como estrategia de resolución. Permite analizar la razón en función a las unidades con las que se trabaja y su representación e implicaciones. A continuación se presentan los dos problemas seleccionados:

- Si en un auto-lavado se necesitan 6 kilogramos de jabón para lavar 24 autos, ¿cuántos kilogramos de jabón se necesitarán para lavar 72 autos?

- Si para pintar un muro de 50 metros cuadrados se necesitan 37.5 litros de pintura, ¿cuántos litros de pintura se necesitan para pintar un muro de 20 metros cuadrados?

Estos ejercicios pertenecen a dos reactivos de la prueba ENLACE (2013) donde alrededor del 80 % de los alumnos de la secundaria no lo pudieron contestar correctamente.

**Requerimientos técnicos:** Para ejecutar el software el usuario deberá contar con:

|                            |                                                                 |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| Sistema Operativo          | Windows XP en adelante, Mac y Linux<br>(Debian, Fedroa, Ubuntu) |
| Microsoft Office Versiones | 2003 en adelante                                                |
| Espacio                    | 300 kb                                                          |
| Portable                   | Si                                                              |
| Instalación                | No                                                              |

Tabla 3. Requerimientos técnicos

### Elementos de la propuesta de enseñanza

|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Instrucciones            | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se describe la manera en que se espera que interactúen con el recurso tecnológico.</li> </ul>                                                                                                                                                        |
| Inicio                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se presenta un problema de proporcionalidad directa.</li> <li>• Se solicita recuperar los datos del problema mediante preguntas.</li> <li>• Se presenta la relación del problema con la igualdad entre razones heterogéneas y homogéneas.</li> </ul> |
| Actividades<br>(A1 y A2) | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se presenta un problema de proporcionalidad directa.</li> <li>• Se presentan 4 secciones con sus respectivas indicaciones.</li> </ul>                                                                                                                |
| Ejercicio<br>(E1)        | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Se presenta un problema de proporcionalidad directa.</li> <li>• Por cada sección se presenta un espacio para responder a las preguntas que se muestran a la derecha de cada sección.</li> </ul>                                                      |

Tabla 4. Elementos de la propuesta

## Ventana de Instrucciones

En esta ventana se muestra tanto al profesor como al alumno la manera en que se espera que interactúen con el recurso tecnológico. Las instrucciones generales son:

- Al situarse en las celdas rosas se despliega un mensaje con indicaciones.
- Las celdas rosas son espacios donde se tiene que ingresar valores numéricos.
- Cuando un valor es válido la celda rosa cambia a blanca.
- En algunos casos al ingresar los valores correctos se despliegan nuevas celdas rosas para continuar con las actividades.
- Al ingresar los valores correctos se despliegan celdas de otro color que al situarse sobre ellas aparecen mensajes didácticos.
- Las celdas con números rojos son cálculos automáticos.
- Las celdas que dicen selecciona son menús donde se tiene que elegir alguna de las opciones.

## Ventana de Inicio

Se presenta un problema de proporcionalidad directa donde se pide al alumno recuperar los datos del problema siguiendo las instrucciones previamente leídas en la ventana de instrucciones. Se espera que el alumno siga las indicaciones que se despliegan en las celdas color rosa he ingrese los valores correspondientes. Posteriormente el profesor reflexionará en conjunto con los estudiantes respecto a las diferentes formas en las que se pueden relacionar los datos del problema por medio de la igualdad entre razones (Figura 8). El objetivo es que el alumno se vaya familiarizando con la forma de trabajo. Concluido esta sección se da la indicación de pasar a la ventana A1.

|    |                                                                                                              |    |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1  | Si en un auto-lavado se necesitan 6 kilogramos de jabón para lavar 24 autos, ¿cuántos kilogramos de jabón se |    |
| 2  | necesitarán para lavar 72 autos?                                                                             |    |
| 3  |                                                                                                              |    |
| 4  | Datos del problema                                                                                           |    |
| 5  |                                                                                                              |    |
| 6  | ¿Cuántos kilogramos de jabón se necesitan para lavar 24 autos?                                               | 6  |
| 7  | ¿Cuántos autos se pueden lavar con 6 kilogramos de jabón?                                                    |    |
| 8  | ¿Cuántos kilogramos de jabón se necesitan para lavar 72 autos?                                               |    |
| 9  |                                                                                                              |    |
| 10 | Los 3 datos conocidos del problema se pueden relacionar de las siguientes 4 fo                               |    |
| 11 |                                                                                                              |    |
| 12 |                                                                                                              |    |
| 13 | <b>Igualdad entre razones</b>                                                                                |    |
| 14 |                                                                                                              |    |
| 15 |                                                                                                              |    |
| 16 | $\frac{24 \text{ autos}}{6 \text{ kilogramos}} = \frac{12 \text{ autos}}{3 \text{ kilogramos}}$              | A1 |
| 17 |                                                                                                              |    |
| 18 |                                                                                                              |    |
| 19 |                                                                                                              |    |
| 20 |                                                                                                              |    |
| 21 | $\frac{6 \text{ kilogramos}}{24 \text{ autos}} = \frac{3 \text{ kilogramos}}{12 \text{ autos}}$              | A2 |
| 22 |                                                                                                              |    |
| 23 |                                                                                                              |    |
| 24 |                                                                                                              |    |

INDICACIÓN  
Introduce el número de autos que se pueden lavar con 6 kilogramos de jabón. (=)

Figura 8. Ventana Inicio

## Ventana A1 y A2

Se da seguimiento al mismo problema de proporcionalidad directa presentado en la ventana inicio. En la ventana A1 se desarrolla un análisis estableciendo la relación de los datos del problema mediante una razón heterogénea de los autos entre los kilogramos. Mientras que en la ventana A2 se realiza el mismo análisis pero invirtiendo las magnitudes. El objetivo es que los alumnos puedan conocer las diferentes interpretaciones de la razón y cómo utilizarlas para resolver las actividades a través del concepto de proporción. Para las dos actividades se presentan 4 secciones que se describen a continuación:

### Sección 1

Se comienza relacionando los datos del problema por medio de una razón heterogénea donde se lleva al alumno a encontrar razones equivalentes y sus interpretaciones referentes al contexto del problema. Se pretende que el alumno pueda encontrar la razón unitaria e interpretarla como la cantidad de autos que se pueden lavar con un kilogramo de jabón o como la cantidad de jabón necesaria para lavar un solo carro. Posteriormente se conduce al alumno a hacer uso de la razón unitaria por medio de un razonamiento multiplicativo que le permita determinar el número de autos que se pueden lavar en función de los kilogramos o viceversa. En la figura 9 se puede apreciar las partes que conforman la sección:

|    |                                                                                                                                                              |       |    |       |       |    |       |                                                                                                                         |          |   |                                  |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|----|-------|-------|----|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|---|----------------------------------|
| 4  | Sección 1 Para encontrar cuántos kilogramos de jabón se necesitan para lavar 72 autos es necesario establecer una relación entre los autos y los kilogramos. |       |    |       |       |    |       |                                                                                                                         |          |   |                                  |
| 5  | Para ello se puede establecer una relación mediante una razón. =>                                                                                            |       |    |       |       |    |       |                                                                                                                         |          |   |                                  |
| 6  |                                                                                                                                                              |       |    |       |       |    |       |                                                                                                                         |          |   |                                  |
| 7  | Razón                                                                                                                                                        |       |    |       |       |    |       |                                                                                                                         |          |   |                                  |
| 8  | (autos/kg)                                                                                                                                                   |       |    |       |       |    |       |                                                                                                                         |          |   |                                  |
| 9  |                                                                                                                                                              |       |    |       |       |    |       |                                                                                                                         |          |   |                                  |
| 10 | 24                                                                                                                                                           | autos | =  | 12    | autos | =  | 4     | autos                                                                                                                   | Se lavan | 4 | autos con un kilogramo de jabón. |
| 11 | 6                                                                                                                                                            | kg    |    | 3     | kg    |    | 1     |                                                                                                                         |          |   |                                  |
| 12 | Razón                                                                                                                                                        |       |    | Razón |       |    | Razón | Se puede leer como:<br>4 autos es a 1 kilogramo de jabón<br>Es decir, que se lavan 4 autos con "un" kilogramo de jabón. |          |   |                                  |
| 13 | Al conocer el factor unitario podemos calcular el número de autos en función a la cantidad de jabón.                                                         |       |    |       |       |    |       |                                                                                                                         |          |   |                                  |
| 14 | Encuentra la cantidad de autos que se pueden lavar, utilizando el factor constante =>                                                                        |       |    |       |       |    |       |                                                                                                                         |          |   |                                  |
| 15 |                                                                                                                                                              |       |    |       |       |    |       |                                                                                                                         |          |   |                                  |
| 16 | 4                                                                                                                                                            | autos | X  | 18    | kg    | =  | 72    | Autos                                                                                                                   |          |   |                                  |
| 17 |                                                                                                                                                              | kg    |    |       |       |    |       |                                                                                                                         |          |   |                                  |
| 18 |                                                                                                                                                              |       |    |       |       |    |       |                                                                                                                         |          |   |                                  |
| 19 | kg                                                                                                                                                           | 1     | 3  | 7     | 12    | 15 | 18    |                                                                                                                         |          |   |                                  |
| 20 | autos                                                                                                                                                        | 4     | 12 | 28    | 48    | 60 | 72    |                                                                                                                         |          |   |                                  |

Figura 9. Sección 1 actividad A1

En la sección 1 se busca que el alumno se dé cuenta que puede relacionar los números del problema mediante una razón heterogénea que tiene su interpretación física. Con la cual

podrá determinar el valor correspondiente a la unidad de alguna de las magnitudes involucradas. Se pretende hacer énfasis en la equivalencia de las razones así como en la equivalencia de las unidades con las que se trabaja y su interpretación. La dificultad que se pretende superar es la correspondiente a no poder identificar la razón y hacer uso de esta para resolver el problema.

## Sección 2

El objetivo principal es que el alumno sea capaz de determinar si las magnitudes representadas en el registro tabular son directamente proporcionales entre sí. Para ello se pide al alumno primero completar la tabla partiendo del factor unitario y el análisis multiplicativo descrito previamente. Al ingresar los valores correctos se colorean las celdas estableciéndose así la igualdad entre razones y se vuelve a pedir al alumno ingresar el valor que permita conservar la igualdad entre razones dependiendo de las unidades con las que se trabaje.

|    |                                                                                            |      |                                                                                                                                                   |    |   |                  |    |      |   |      |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|---|------------------|----|------|---|------|
| 22 | Sección 2                                                                                  |      | Entonces si sabes los kilogramos de jabón que se necesita para lavar un solo auto, entonces, ¿cuántos kilogramos se necesitan para lavar 2 autos? |    |   |                  |    |      |   |      |
| 23 | Completa la tabla y observa como se relacionan los datos con la igualdad entre razones. =) |      |                                                                                                                                                   |    |   |                  |    |      |   |      |
| 24 |                                                                                            |      |                                                                                                                                                   |    |   |                  |    |      |   |      |
| 25 | Tabla # 1                                                                                  |      | Igualdad entre razones                                                                                                                            |    |   |                  |    |      |   |      |
| 26 | Autos                                                                                      | kg   |                                                                                                                                                   |    |   |                  |    |      |   |      |
| 27 | 0                                                                                          | 0    |                                                                                                                                                   |    |   |                  |    |      |   |      |
| 28 | 1                                                                                          | 0.25 | Factor constante ó unitario<br>Para lavar un carro se necesita 1/4 de jabón.                                                                      |    |   |                  |    |      |   |      |
| 29 | 2                                                                                          | 0.5  | 1                                                                                                                                                 | kg | = | 2                | kg | 0.25 | = | 0.25 |
| 30 | 3                                                                                          | 0.75 |                                                                                                                                                   |    |   |                  |    |      |   |      |
| 31 | 4                                                                                          | 1    | $\frac{1}{4}$                                                                                                                                     | kg | = | $\frac{1.25}{5}$ | kg | 0.25 | = | 0.25 |
| 32 | 5                                                                                          | 1.25 |                                                                                                                                                   |    |   |                  |    |      |   |      |
| 33 | 6                                                                                          | 1.5  |                                                                                                                                                   |    |   |                  |    |      |   |      |
| 34 | 7                                                                                          | 1.75 | $\frac{1.75}{7}$                                                                                                                                  | kg | = | $\frac{2}{8}$    | kg | 0.25 | = | 0.25 |
| 35 | 8                                                                                          | 2    |                                                                                                                                                   |    |   |                  |    |      |   |      |

Figura 10. Sección 2 actividad A2

En la sección 2 se espera que el alumno al conocer la relación correspondiente a la unidad pueda deducir a manera de analogía que si para lavar un auto se necesita  $\frac{1}{4}$  de kilogramo de jabón, entonces para 2 autos se necesitará el doble de jabón. Se presenta la tabla de forma tradicional y se contrasta con las igualdades entre razones que se pueden establecer a partir de los datos de la tabla. Con ello se pretende atender a la dificultad de que “los estudiantes no identifican la relación proporcional o tienen dificultades en relacionar la proporción con la igualdad entre razones”. Se pretende que el alumno pueda transitar del registro tabular al registro aritmético y establecer las relaciones entre la razón y la igualdad entre razones para poder determinar si las magnitudes son proporcionales.

### Sección 3

Es la correspondiente al análisis gráfico donde se desglosan dos sub-actividades que tienen como objetivo estimular el aprendizaje de los conceptos por medio del tránsito entre registros gráfico-tabular-aritmético. La primera actividad tiene como intención didáctica que los alumnos puedan relacionar los datos de la gráfica con el registro tabular mediante el reconocimiento del comportamiento de la gráfica. Al ingresar los valores numéricos en la tabla se van graficando los puntos para con ello poder contrastar por medio del análisis gráfico-tabular cómo los puntos coinciden o difieren del comportamiento general de la gráfica. Por ejemplo en la figura 11 se observa como el punto (28,9) difiere del comportamiento lineal de la gráfica, en este momento se despliega automáticamente un mensaje de ayuda para indicar que la cantidad de kilogramos ingresada no corresponde a la cantidad de autos que se pueden lavar y por lo tanto la relación entre los datos no es proporcional.

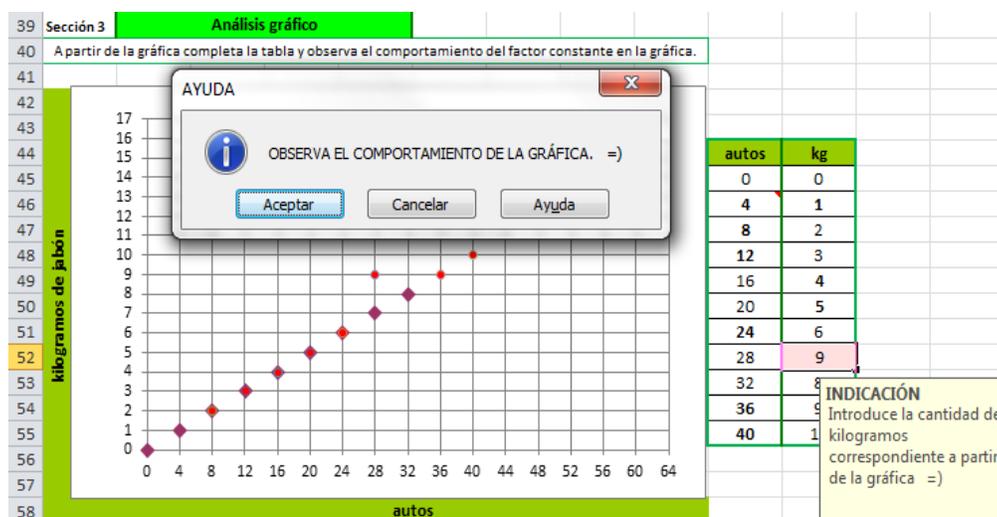


Figura 11. Sección 3 actividad A1

La segunda actividad centra su atención en hacer evidente la igualdad entre razones a partir del análisis gráfico. Con el objetivo de que el estudiante sea capaz de identificar si los datos representados en el registro gráfico son proporcionales entre sí. Para ello, se lleva al alumno a interpretar los valores de la gráfica en el contexto del problema para posteriormente establecer las relaciones entre las cantidades mediante la igualdad entre razones. Se analiza el comportamiento característico de la proporcionalidad directa y se justifica con la igualdad

entre razones. El tránsito entre representaciones gráfico-aritmético permite relacionar y analizar el comportamiento de la gráfica por medio del concepto de proporción entendido como la igualdad entre razones. Por ejemplo en la figura 12 al ingresar una razón que no conserve la igualdad entre razones se desplegará un mensaje de ayuda recordando al alumno que debe existir una igualdad entre razones y que debe analizar el comportamiento del gráfico o directamente observar en la tabla que la relación entre las cantidades no es proporcional.

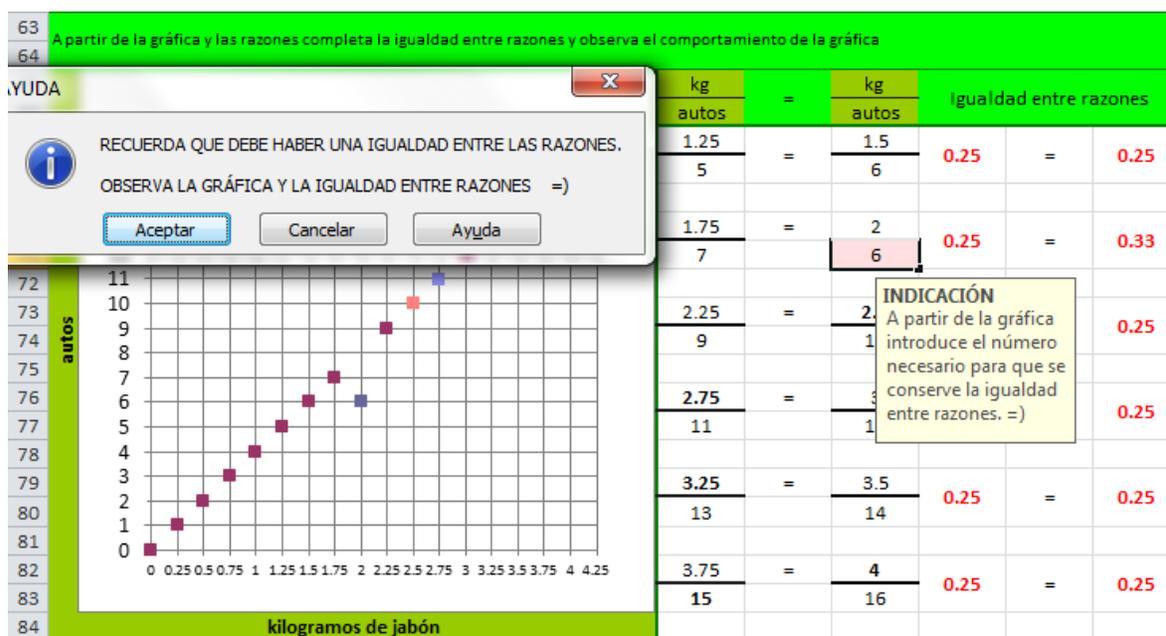


Figura 12. Sección 3.1 actividad A1

En la sección 3 se espera que los alumnos sean capaces de analizar el comportamiento de la gráfica a partir del factor constante y la igualdad entre razones. Se pretende que los alumnos analicen el comportamiento de la gráfica estableciendo las relaciones entre las magnitudes y validando el comportamiento proporcional por medio del factor constante y la igualdad entre razones. La dificultad que se pretende superar es la correspondiente a identificar y hacer uso del concepto de proporción para poder determinar si las cantidades involucradas son proporcionales entre sí.

## Sección 4

El objetivo es contrastar la igualdad entre razones con el algoritmo de la regla de tres. Para ello se pide al alumno establecer una igualdad entre razones que le permita resolver el problema de forma directa. Se pide al alumno establecer alguna relación con los datos del problema para poder encontrar la respuesta que conserve la igualdad entre razón. Posteriormente la respuesta encontrada se contrasta con el algoritmo de la regla de tres que surge a partir de los datos ingresados en la igualdad entre razones. En concreto se destaca la importancia de la igualdad entre razones para resolver problemas de valor faltante y se discute su relación directa con el algoritmo de la regla de tres (Figura 13).

|    |                                                                                                                                                                                                 |       |                                                                                          |    |       |               |  |    |  |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|------------------------------------------------------------------------------------------|----|-------|---------------|--|----|--|
| 83 | Sección 4                                                                                                                                                                                       |       | Establece la igualdad entre razones que te permita resolver el problema de forma directa |    |       |               |  |    |  |
| 84 | Nota: Si es correcta la relación entre la cantidad de jabón y el número de autos la celda rosa se quitará. =)                                                                                   |       |                                                                                          |    |       |               |  |    |  |
| 85 |                                                                                                                                                                                                 |       |                                                                                          |    |       |               |  |    |  |
| 86 | Igualdad entre razones                                                                                                                                                                          |       |                                                                                          |    |       | Regla de tres |  |    |  |
| 87 | 24                                                                                                                                                                                              | autos | =                                                                                        | 72 | autos | 24            |  | 6  |  |
| 88 | 6                                                                                                                                                                                               | kg    |                                                                                          | 18 | kg    |               |  |    |  |
| 89 |                                                                                                                                                                                                 |       |                                                                                          |    |       | 72            |  | 18 |  |
| 90 |                                                                                                                                                                                                 |       |                                                                                          |    |       |               |  |    |  |
| 91 | 4                                                                                                                                                                                               | autos | =                                                                                        | 4  | autos |               |  |    |  |
| 92 |                                                                                                                                                                                                 | kg    |                                                                                          |    | kg    |               |  |    |  |
| 93 | Igualdad entre razones                                                                                                                                                                          |       |                                                                                          |    |       |               |  |    |  |
| 94 | Cuando la relación entre los autos y los kilogramos se mantiene constante.<br>"Se dice que las razones son proporcionales entre sí"<br>Ejemplo:<br>20/5= 4 y 32/8=4 Son proporcionales entre sí |       |                                                                                          |    |       |               |  |    |  |
| 95 |                                                                                                                                                                                                 |       |                                                                                          |    |       |               |  |    |  |

Figura 13. Sección 4 actividad A1

En ésta sección los alumnos establecerán una igualdad entre razones que les permita encontrar la cantidad de kilogramos o el número de autos que se necesitan para conservar la igualdad entre razones. Se pretende que los alumnos sean capaces de establecer una relación a partir de los datos del problema y la puedan utilizar para establecer una igualdad entre razones que les permita resolver el problema. Se espera que los alumnos reconozcan que la base del algoritmo de la regla de tres es la igualdad entre razones. En concreto, se pretende superar la dificultad de que los alumnos utilizan la regla de tres sin distinguir alguna razón y/o relación entre las variables.

**Ventana E1.-** Es el ejercicio final donde los alumnos tendrán que resolver un problema de proporcionalidad directa de forma individual tratando de utilizar lo aprendido en las actividades previas. Se presenta un problema que relaciona los litros de pintura que se necesitan para pintar una determinada superficie y se plantean las mismas 4 secciones abordadas en las ventanas A1 y A2. Por cada sección se plantean preguntas específicas respecto a los resultados y producciones realizadas por los alumnos en torno a las razones y las proporciones.

En la *sección 1* se pide al alumno que establezca una razón a partir de los datos del problema ya sea “litros entre metros cuadrados” o “metros cuadrados entre litros”. Posteriormente se pide al alumno explicar en el contexto del problema qué representa el número obtenido y cómo lo puede utilizar para obtener la respuesta del problema. Con las preguntas se pretende evaluar si los alumnos son capaces de identificar la razón, interpretarla y utilizarla para resolver el problema.

Se espera que el alumno pueda transitar del registro verbal al aritmético e interprete la razón como el factor unitario ya sea de la cantidad de litros necesaria para pintar un metro cuadrado de superficie o la superficie que se puede pintar con un litro de pintura. Ante la pregunta de cómo utilizar la razón se espera que los alumnos respondan que al multiplicar la razón por un número determinado de veces se puede encontrar la respuesta del problema. Por ejemplo: si la razón es  $\frac{50 \text{ m}^2}{37.5 \text{ litros}} = 1.333 \frac{\text{m}^2}{\text{litros}}$  se interpretará como que con un litro de pintura se puede pintar 1.333 metros cuadrados de superficie y se utilizará multiplicando  $1.333 \frac{\text{m}^2}{\text{litros}} \times 15 \text{ litros} = 20 \text{ m}^2$  para encontrar la respuesta del problema (véase figura 14).

|                                                                                                                                                                        |                                                                                    |                                                                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| Si para pintar un muro de 50 metros cuadrados se necesitan 37.5 litros de pintura, ¿cuántos litros de pintura se necesitan para pintar un muro de 20 metros cuadrados? |                                                                                    |                                                                  |
| Sección 1                                                                                                                                                              |                                                                                    |                                                                  |
| A partir de los datos del problema establece una razón que te permita resolver el problema                                                                             | Explica con tus palabras qué representa el número rojo en el contexto del problema |                                                                  |
|                                                                                                                                                                        |                                                                                    |                                                                  |
| 50                                                                                                                                                                     | m <sup>2</sup>                                                                     |                                                                  |
| 37.5                                                                                                                                                                   | litros                                                                             | = 1.33333 m <sup>2</sup><br>litros                               |
|                                                                                                                                                                        |                                                                                    |                                                                  |
|                                                                                                                                                                        |                                                                                    | ¿Cómo lo puedes utilizar para obtener la respuesta del problema? |
|                                                                                                                                                                        |                                                                                    |                                                                  |

Figura 14. Ejercicio final E1 sección 1

En la *sección 2* se presenta una tabla con datos obtenidos a partir de la razón seleccionada por el alumno y se pide que a partir de la tabla establezca tres igualdades entre razones que le permitan validar que los datos de la tabla son proporcionales. Para evaluar los aprendizajes se pide a los alumnos explicar con sus palabras qué es la proporción y cómo puedes determinar que los datos de la tabla son proporcionales. Con estas preguntas se pretende evaluar si los alumnos son capaces de relacionar la razón con la igualdad entre razones para poder justificar y validar que los datos de la tabla son proporcionales entre sí.

Se espera que los alumnos transiten del registro tabular al aritmético y establezcan la igualdad entre razones a partir de los valores de la tabla, respetando las unidades con las que se eligió trabajar. Para con ello poder responder que la proporción es una igualdad entre razones y que los datos de la tabla serán proporcionales siempre y cuando se conserve la igualdad entre razones para cada una de las relaciones de la tabla (véase figura 15).

| Tabla # 1 |        | Establece la igualdad entre razones a partir de la tabla |        |   |       |        |      |
|-----------|--------|----------------------------------------------------------|--------|---|-------|--------|------|
| litros    | m2     |                                                          |        |   |       |        |      |
| 0         | 0      |                                                          |        |   |       |        |      |
| 1         | 1.333  | 1.333                                                    | m2     | = | 2.667 | m2     | 1.33 |
| 2         | 2.667  | 1                                                        | litros | = | 2     | litros | 1.33 |
| 3         | 4.000  |                                                          |        |   |       |        |      |
| 4         | 5.333  | 4                                                        | m2     | = | 5.33  | m2     | 1.33 |
| 5         | 6.667  | 3                                                        | litros | = | 4     | litros | 1.33 |
| 6         | 8.000  |                                                          |        |   |       |        |      |
| 7         | 9.333  | 6.667                                                    | m2     | = | 8     | m2     | 1.33 |
| 8         | 10.667 | 5                                                        | litros | = | 6     | litros | 1.33 |

|           |                                        |                                                                       |
|-----------|----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| Sección 2 | Contesta lo que se te pide en la tabla | Explica con tus propias palabras qué es la proporción                 |
|           |                                        |                                                                       |
|           |                                        | ¿Cómo puedes determinar que los datos de la tabla son proporcionales? |
|           |                                        |                                                                       |

Figura 15. Ejercicio final E1 sección 2

En la *sección 3* en la primera actividad se pide al alumno que a partir de la gráfica complete la tabla y observe el comportamiento del factor constante en la gráfica. De igual manera, se plantean dos preguntas para evaluar los aprendizajes referentes al análisis gráfico. Por lo tanto, se pide al alumno explicar con sus palabras qué es el factor constante y qué relación tiene el comportamiento de la gráfica con el factor constante.

Con ello se pretende evaluar si los alumnos son capaces de analizar el comportamiento de la gráfica a partir del factor constante. En la segunda actividad se pide al alumno que a partir de la gráfica y las razones establezca la igualdad entre razones y analice el comportamiento de la gráfica (véase figura 16). Se pregunta al alumno cómo puede determinar si los datos de la gráfica son directamente proporcionales.

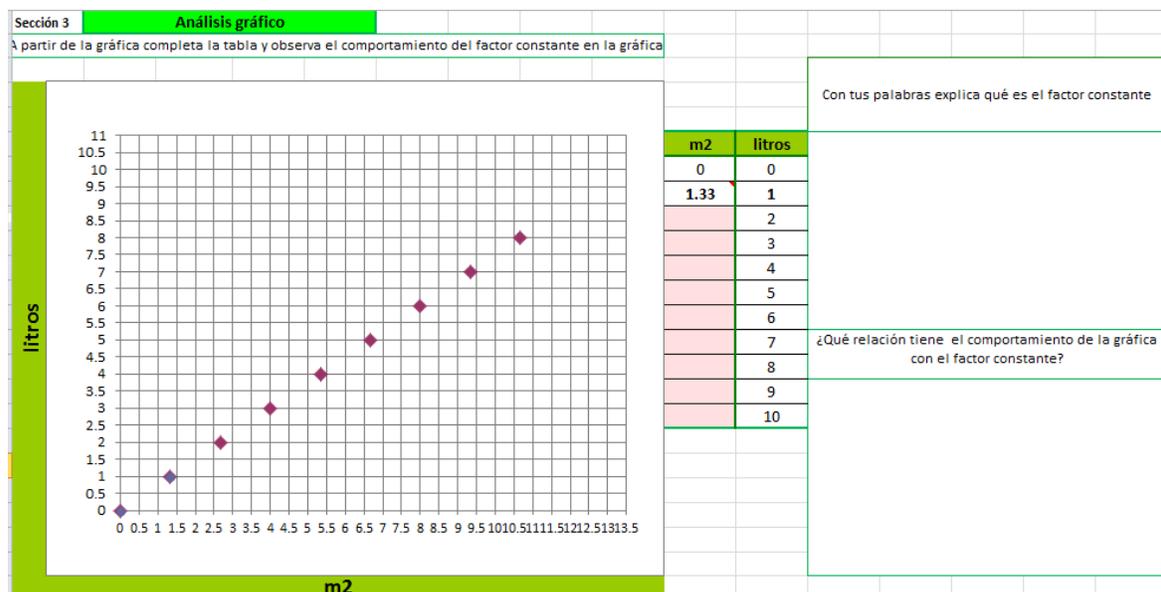


Figura 16. Ejercicio final E1 sección 3.1

En la primera actividad se espera que los alumnos transiten del registro gráfico al tabular y completen la tabla leyendo la información que les proporciona la gráfica. Además, respondan que el factor constante es una razón que indica la relación que existe entre los litros y los metros cuadrados y que cuando aumenta la cantidad de litros aumenta la cantidad de superficie que se puede pintar.

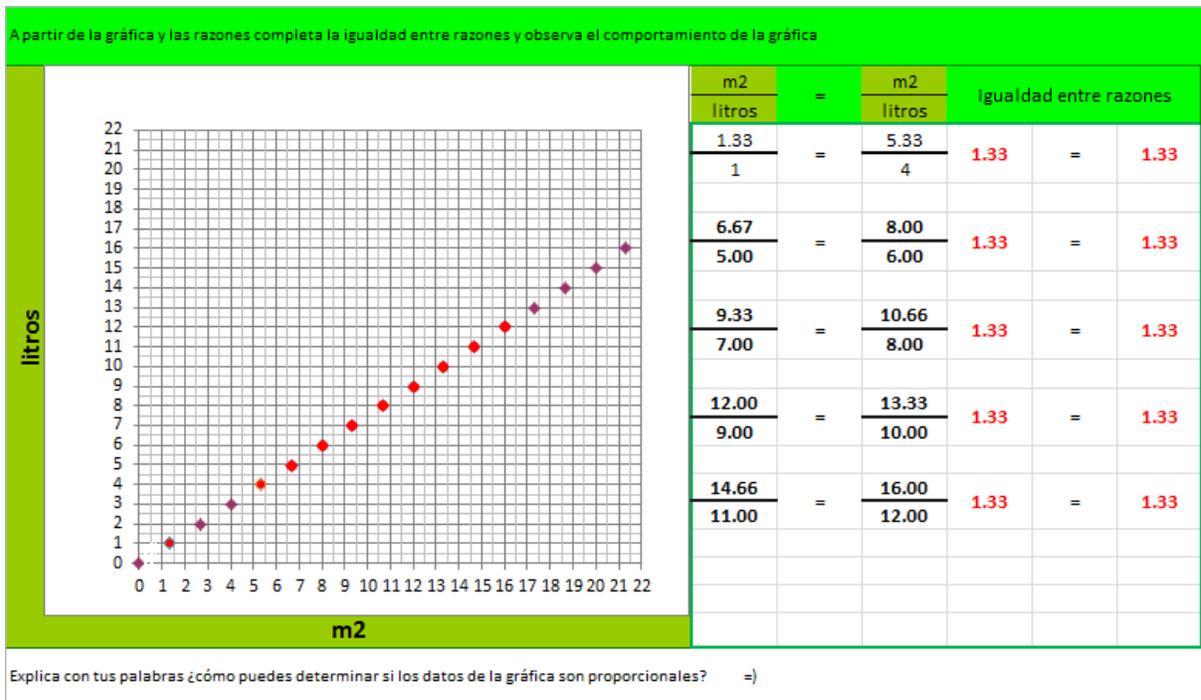


Figura 17. Ejercicio final E1 sección 3.2

En la segunda actividad se espera que los alumnos transiten del registro gráfico al registro aritmético analizando el comportamiento de la gráfica y estableciendo las igualdades entre razones para responder que los datos del gráfico son proporcionales entre si ya que su tendencia es una línea recta y además se conserva la igualdad entre razones para cada una de las relaciones de la gráfica.

En la *sección 4* se pide al alumno establecer la igualdad entre razones que le permita resolver el problema de manera directa. En este sentido, se le pide al alumno que explique en el contexto del problema la importancia de la igualdad entre razones. Para con ello tener un punto de referencia con el cual evaluar la comprensión del concepto de proporción (véase figura 18).

| Sección 4                                                               |                      |                                                                                        |                                      |
|-------------------------------------------------------------------------|----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| Establece la igualdad entre razones que te permita resolver el problema |                      | Explica en el contexto del problema la importancia de la igualdad entre razones.<br>=) |                                      |
|                                                                         |                      |                                                                                        |                                      |
| $\frac{50}{37.5}$                                                       | $\frac{m^2}{litros}$ | =                                                                                      | $\frac{20}{15}$ $\frac{m^2}{litros}$ |
|                                                                         |                      |                                                                                        |                                      |
| $1.33333$                                                               | $\frac{m^2}{litros}$ | =                                                                                      | $1.33333$ $\frac{m^2}{litros}$       |
|                                                                         |                      |                                                                                        |                                      |

Figura 18. Ejercicio final E1 sección 4

Se espera que el alumno transite del registro verbal al aritmético retomando los datos del problema y estableciendo la igualdad entre razones que responda la pregunta del problema. Para ello el alumno tendrá que definir la razón que relacione los datos del problema, para posteriormente encontrar el valor que conserve la igualdad. Por ejemplo:

$$\frac{37.5 \text{ litros}}{50 \text{ m}^2} = \frac{15 \text{ litros}}{20 \text{ m}^2}$$

Donde el valor que permite conservar la igualdad entre las razones: es el de 15 litros de pintura.

En este caso se espera que alumno argumente que la igualdad entre razones es importante para poder encontrar el valor que conserve la misma proporción. Por lo tanto, si 37.5 litros es a 50 metros cuadrados (razón inicial), entonces, 15 litros será a 20 metros cuadrados lo que permite constatar que las relaciones entre las cantidades son proporcionales entre sí.

### 4.2.3 Experimentación

La etapa de experimentación se llevó a cabo en dos etapas. La primera sirvió para validar la propuesta y la segunda fue la experimentación final donde se obtuvieron los datos finales. En la primera etapa se comenzó con una propuesta que integraba dos actividades referentes al análisis de razones heterogéneas y una más para el análisis de razones homogéneas. Antes de poner a prueba la propuesta se tuvo que hacer todo un rediseño en la programación ya que en el plantel educativo cambiaron el sistema operativo de Windows a Linux.



Figura 19. Aplicación prueba piloto

Posteriormente dicha propuesta se aplicó a 5 grupos de la Escuela Secundaria Técnica No. 27 (“A”, “B”, “C”, “D” y “E”) y se encontró que la actividad referente al análisis de las razones homogéneas confundía al alumno con el análisis de las razones heterogéneas puesto que éstas últimas tienen una interpretación física mientras que las primeras son interpretaciones matemáticas como la razón de cambio. Por tal motivo, se decidió omitir el análisis de las razones homogéneas además de realizar modificaciones en cuanto a las actividades, las secciones y el tiempo frente a grupo.

En la segunda etapa se llevó a cabo la experimentación final donde la propuesta quedó constituida por una ventada de instrucciones, una de inicio, dos actividades (razones heterogéneas) y un ejercicio final, donde se consideró necesario 4 sesiones de 50 minutos frente a grupo. Ésta propuesta se trabajó con 29 alumnos del 1<sup>ro</sup> “D” de la Escuela Secundaria #67 San Juan de Ocotan en Zapopan, Jalisco.



Figura 20. Aplicación propuesta final

### **Experimentación propuesta final**

El espacio físico donde se llevó a cabo la experimentación cuenta con 40 mini-laptops, un proyector, una computadora central (para el profesor) y un pintarrón táctil. Es importante mencionar que las 40 mini-laptops se necesitan instalar cada vez que se requiere su uso puesto que las tienen que guardar bajo llave. El tiempo que llevó la instalación de las laptops (mesas, cargadores y archivos) fue aproximadamente de dos horas. El segundo día una hora antes de recibir al grupo se tuvo que encender las laptops y dejar preparado el archivo para trabajar. Se pidió a los alumnos sentarse por número de lista y se dio la indicación de leer las instrucciones en voz baja, posteriormente el investigador realizó un breve resumen de lo que consiste la propuesta y la manera de trabajar. Enseguida se presentó la ventana inicio donde en conjunto con los estudiantes se leyó el problema y se explicó la forma de trabajar recurriendo constantemente a las instrucciones previamente leídas.



Figura 21. Aplicación propuesta final día uno

A continuación se pasó a abordar la primera actividad donde la interacción del investigador con los alumnos y el recurso tecnológico fue de vital importancia, puesto que en todo momento se procuró la participación de los estudiantes para que fueran comprendiendo la dinámica de la clase. Al finalizar la primera hora de clase, se pasó a la segunda actividad donde se pidió a los alumnos resolver la actividad de forma individual siguiendo los mismos pasos realizados en la actividad anterior. En esta parte la participación del investigador se limitó solamente a atender dudas específicas de los alumnos. En general, los alumnos pudieron resolver de forma exitosa la segunda actividad prácticamente al finalizar la segunda hora de clase.



Figura 22. Aplicación propuesta final día dos

El siguiente día se comenzó con la ventana de ejercicio donde se les pidió primero contestar las cuestiones numéricas para posteriormente centrarse en la argumentación de las respuestas, sin embargo, el investigador se vio en la necesidad de presentarles palabras clave para robustecer las argumentaciones de los alumno puesto que eran muy breves. Minutos antes de finalizar la clase se les pidió a los alumnos guardar los archivos en las computadoras. Al retirarse los alumnos el investigador se encargó de recolectar la información por medio de memorias USB. Al concluir con el respaldo de la información se guardó todo el equipo y con ello se finalizó la fase de experimentación.



Figura 23. Aplicación propuesta final día tres

#### **4.2.4 Análisis a posteriori**

En esta fase se analizan los datos recabados en la experimentación por medio de las producciones de los estudiantes al completar cada una de las actividades, secciones y argumentaciones realizadas en el ejercicio final de la propuesta. Para ello se creó una rúbrica de evaluación que pondera el desempeño de los alumnos tanto en el desarrollo de las actividades así como en la comprensión del objeto de estudio (Tabla 5).

La rúbrica se conforma de 5 apartados producto del análisis a priori, donde en función a lo que se esperaba se pondera el desempeño del alumno. A continuación se describen cada uno de los 5 apartados:

- Actividad 1 y 2 análisis de la razón y proporción.- Se espera que el alumno pueda resolver las actividades A1 y A2 siguiendo de forma correcta las indicaciones de la propuesta.
- E1. Transita del registro verbal al registro aritmético (Identifica, interpreta y usa la razón).- Se espera que el alumno establezca una razón a partir de los datos del problema respetando las unidades elegidas, sea capaz de interpretar la razón en el contexto del problema y conozca su utilidad.
- E1. Transita del registro tabular al registro aritmético (Relaciona la proporción con la igualdad entre razones).- Si el alumno es capaz de establecer tres igualdades entre razones a partir del registro tabular y justificar que los datos son proporcionales a través del concepto de proporción como igualdad entre razones.
- E1. Transita del registro gráfico al tabular y al aritmético. (Identifica y hace uso del concepto de proporción).- Se espera que el alumno sea capaz de relacionar los datos de la gráfica con el registro tabular y aritmético y argumente que los datos de la gráfica son proporcionales con base en el comportamiento de la gráfica o con la igualdad entre razones.
- E1. Resuelve el problema de forma directa. (Utiliza el concepto de proporción).- Si el alumno es capaz de encontrar la respuesta del problema y justificar la importancia de la igualdad entre razones.

| <b>CRITERIOS</b>                                                                                                          | <b>NIVEL 3</b><br>(dos puntos)                                                                                                                                              | <b>NIVEL 2</b><br>(un punto)                                                                                                                                           | <b>NIVEL 1</b><br>(cero puntos)                                                                                      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Actividad 1 y 2 análisis de la razón y proporción.</b>                                                                 | Resuelve correctamente todas las secciones siguiendo las indicaciones.                                                                                                      | Resuelve parcialmente todas las secciones siguiendo las indicaciones.                                                                                                  | No completa de forma correcta más de la mitad de las actividades.                                                    |
| <b>E1. Transita del registro verbal al registro aritmético. (Identifica y usa la razón)</b>                               | Establece una razón a partir de los datos del problema respetando las unidades elegidas, es capaz de interpretar la razón en el contexto del problema y conoce su utilidad. | Establece una razón a partir de los datos del problema pero no respeta las unidades, y/o es capaz de interpretar parcialmente la razón y justificar su utilidad.       | La razón que establece no tiene relación alguna con el problema y/o no interpreta la razón ni su utilidad.           |
| <b>E1. Transita del registro tabular al registro aritmético. (Relacionar la proporción con la igualdad entre razones)</b> | Establece tres igualdades entre razones a partir del registro tabular y justifica que los datos son proporcionales a través del concepto de proporción.                     | Establece las tres igualdades entre razones a partir del registro tabular o da argumentos referentes a la proporción.                                                  | No establece las igualdades entre razones y no argumenta en torno a la proporción.                                   |
| <b>E1. Transita del registro gráfico al tabular y al aritmético. (Identificar y hacer uso del concepto de proporción)</b> | Relaciona los datos de la gráfica con el registro tabular y aritmético y argumenta con base en el comportamiento de la gráfica o con la igualdad entre razones.             | Relaciona los datos de la gráfica con el registro tabular-aritmético o justifica el comportamiento de la gráfica con base en su tendencia o la igualdad entre razones. | No completa la actividad y no argumenta en torno al factor constante ni a la igualdad entre razones.                 |
| <b>E1. Resuelve el problema de forma directa.</b>                                                                         | Es capaz de encontrar la respuesta del problema y justificar la importancia de la igualdad entre razones.                                                                   | Encuentra una relación proporcional pero no encuentra la respuesta del problema y justifica la importancia de la igualdad entre razones.                               | No establece una igualdad entre razones y no argumenta nada referente a la importancia de la igualdad entre razones. |

Tabla 5. Rúbrica de evaluación. Formulación propia

### 4.3 Proceso para el análisis de resultados

Con base en la rúbrica de evaluación se revisaron cada uno de los archivos. A continuación se presenta un ejemplo de cómo se llevó a cabo el análisis de cada una de las secciones del ejercicio. La actividad comienza con el siguiente problema:

- Si para pintar un muro de 50 metros cuadrados se necesitan 37.5 litros de pintura, ¿cuántos litros de pintura se necesitan para pintar un muro de 20 metros cuadrados?

Respecto a la sección 1 se espera que el alumno establezca una razón a partir de los datos del problema respetando las unidades elegidas, sea capaz de interpretar la razón en el contexto del problema y conozca su utilidad.

|    |                                                                                            |                |   |         |                                                                                                           |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|---|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5  | A partir de los datos del problema establece una razón que te permita resolver el problema |                |   |         | Explica con tus palabras qué representa el número rojo en el contexto del problema                        |
| 6  |                                                                                            |                |   |         | la cantidad que se ocupa para pintar un metro cuadrado                                                    |
| 7  |                                                                                            |                |   |         |                                                                                                           |
| 8  |                                                                                            |                |   |         |                                                                                                           |
| 9  |                                                                                            |                |   |         |                                                                                                           |
| 10 |                                                                                            |                |   |         |                                                                                                           |
| 11 | 50                                                                                         | m <sup>2</sup> | = | 1.33333 | m <sup>2</sup>                                                                                            |
| 12 | 37.5                                                                                       | litros         |   |         | litros                                                                                                    |
| 13 |                                                                                            |                |   |         | ¿Cómo lo puedes utilizar para obtener la respuesta del problema?                                          |
| 14 |                                                                                            |                |   |         | multiplicando 1.33 por 15 dando el número de pintura para pintar la superficie o con la regla de 3 simple |
| 15 |                                                                                            |                |   |         |                                                                                                           |
| 16 |                                                                                            |                |   |         |                                                                                                           |
| 17 |                                                                                            |                |   |         |                                                                                                           |
| 18 |                                                                                            |                |   |         |                                                                                                           |

Figura 24. Sección 1 ejercicio final

Como se puede apreciar en la figura 24 el alumno transita del registro verbal al aritmético puesto que es capaz de relacionar los datos del problema al establecer la razón de  $\frac{50 \text{ m}^2}{37.7 \text{ litros}}$ , sin embargo, confunde la razón ya que argumenta que el número en rojo “es la cantidad que se ocupa para pintar un metro cuadrado” debiendo ser que por **un** litro de pintura se puede pintar 1.333 metros cuadrados de superficie. Por otro lado, el alumno muestra claramente que conoce cómo utilizar la razón para obtener la respuesta del problema al argumentar que “multiplicando 1.333 por 15 dando el número de pintura para pintar la superficie”.



Referente a la sección 3 se espera que el alumno sea capaz de relacionar los datos de la gráfica con el registro tabular y aritmético y argumente que los datos de la gráfica son proporcionales con base en el comportamiento de la gráfica o con la igualdad entre razones.

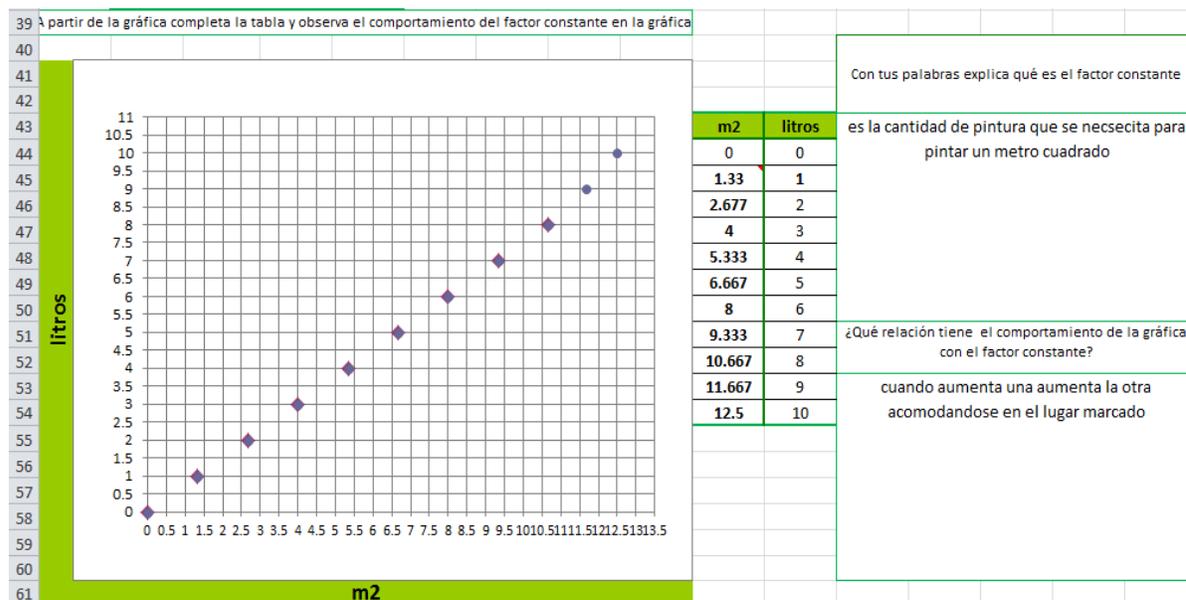


Figura 26. Sección 3.1 ejercicio final

En la figura 26 se aprecia que el alumno es capaz de establecer las relaciones entre los litros y los metros cuadrados completando la tabla a partir del registro gráfico. En sus argumentaciones se observa que el factor constante lo relaciona con el factor unitario al mencionar que el factor constante “*es la cantidad de pintura que se necesita para pintar un metro cuadrado*”. Ante la segunda pregunta el alumno argumenta que la relación que tiene el factor constante con la gráfica es que “*cuando aumenta una aumenta la otra*” posiblemente haciendo referencia a las unidades y de forma intuitiva al concepto de función lineal. Por otro lado, el alumno al mencionar “*acomodándose en el lugar marcado*” podemos inferir que responde la actividad tratado de ajustar los datos de la tabla a partir de los puntos graficados, haciendo evidente el tránsito entre representaciones.

A partir de la gráfica y las razones completa la igualdad entre razones y observa el comportamiento de la gráfica

| m2     | = | m2     | igualdad entre razones |        |
|--------|---|--------|------------------------|--------|
| litros |   | litros |                        |        |
| 1.33   | = | 5.33   |                        |        |
| 1      | = | 4      | 1.33                   | = 1.33 |
| 2.66   | = | 4.00   |                        |        |
| 2.00   | = | 3.00   | 1.33                   | = 1.33 |
| 5.33   | = | 6.67   |                        |        |
| 4.00   | = | 5.00   | 1.33                   | = 1.33 |
| 8.00   | = | 9.33   |                        |        |
| 6.00   | = | 7.00   | 1.33                   | = 1.33 |
| 10.67  | = | 12.00  |                        |        |
| 8.00   | = | 9.00   | 1.33                   | = 1.33 |

Explica con tus palabras ¿cómo puedes determinar si los datos de la gráfica son proporcionales? =>  
 porque todos os datos deben de estar en linea recta y no fuera de lugar

Figura 27. Sección 3.2 Ejercicio final

Respecto al tránsito del registro gráfico al aritmético se puede observar como el alumno fue capaz de establecer las igualdades entre razones a partir de los valores graficados. Y ante la pregunta de cómo puede determinar si los datos de la gráfica son proporcionales el alumno argumenta que “*porque todos os datos deben de estar en línea recta*”, donde se puede inferir que el alumno entiende que el comportamiento característico de relaciones proporcionales es una línea recta. De igual manera, el alumno al mencionar “*y no fuera de ella*” podemos asumir que responde la actividad tratado de establecer las igualdades entre razones a partir de los puntos graficados.

En cuanto a la sección 4 se esperaba que el alumno fuese capaz de encontrar la respuesta del problema y justificar la importancia de la igualdad entre razones.

|     |                                                                         |        |   |          |                                                                                                                          |
|-----|-------------------------------------------------------------------------|--------|---|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 96  | Establece la igualdad entre razones que te permita resolver el problema |        |   |          | Explica en el contexto del problema la importancia de la igualdad entre razones. =)                                      |
| 97  |                                                                         |        |   |          |                                                                                                                          |
| 98  |                                                                         |        |   |          | por que los dos datos me tiene que dar 1.33 y es facil de comprobar se divide el numero de arriba por el numero de abajo |
| 99  |                                                                         |        |   |          |                                                                                                                          |
| 100 |                                                                         |        |   |          |                                                                                                                          |
| 101 | 1.33                                                                    | m2     | = | 20       | m2                                                                                                                       |
| 102 | 1                                                                       | litros |   | 15       | litros                                                                                                                   |
| 103 |                                                                         |        |   |          |                                                                                                                          |
| 104 |                                                                         |        |   |          |                                                                                                                          |
| 105 | 1.33                                                                    | m2     | = | 1.333333 | m2                                                                                                                       |
| 106 |                                                                         | litros |   |          | litros                                                                                                                   |
| 107 |                                                                         |        |   |          |                                                                                                                          |
| 108 |                                                                         |        |   |          |                                                                                                                          |

Figura 28. Sección 4 ejercicio final

En la figura 28 se puede observar como el alumno 17 utiliza la razón unitaria para relacionar y resolver el problema por medio de la igualdad entre razones respetando el lugar correspondiente de las unidades. Con base en la argumentación se puede apreciar como el alumno busca la manera de establecer dos razones donde el cociente se conserve y pueda encontrar la respuesta del problema. Al mencionar que “*por que los dos datos me tienen que dar 1.33 y es facil de comprobar se divide el numero de arriba por el numero de abajo*”, se puede inferir que el alumno buscó por medio de la intuición el valor del denominador para obtener una igualdad entre razones.

# CAPÍTULO V

---

## 5. Análisis de resultados

Para el reporte de los resultados se parte del supuesto de que “*no puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un objeto de su representación*” (Duval, 1999, p.3). Para ello se establecieron tres rangos según el puntaje obtenido por cada uno de los estudiantes.

Los alumnos que obtuvieron de 7 – 10 puntos en su evaluación son alumnos que han sido capaces de distinguir el objeto matemático de proporción como igualdad entre razones a través de los registros de representación verbal, tabular, gráfico y aritmético. En este sentido podemos decir que los alumnos han alcanzado en cierto grado la semiosis y la noesis, es decir, han desarrollado una aprehensión conceptual del concepto de proporción y pueden distinguirlo de sus representaciones.

En el rango de 4 – 6 los alumnos han sido capaces de transitar por cada uno de los distintos registros de representación alcanzado la semiosis y parcialmente la noesis puesto que responden correctamente 4 preguntas de 8 en torno al concepto de proporción como igualdad entre razones.

Por último el rango de 1 – 3 son los alumnos que no han podido transitar por al menos dos registros de representación y sus argumentaciones son muy limitadas en torno al concepto de proporción. A continuación se presentan los resultados obtenidos:

### Porcentaje de alumnos según su puntaje

| Rangos | Cantidad | %      |
|--------|----------|--------|
| 7 -10  | 10       | 34.48  |
| 4 - 6  | 16       | 55.17  |
| 1 - 3  | 3        | 10.34  |
| Total  | 29       | 100.00 |

Tabla 6. Porcentaje de alumnos por rango

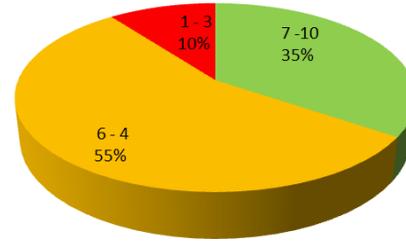


Figura 29. Porcentaje de alumnos por rango

Los resultados muestran que el mayor porcentaje de alumnos se encuentra en el rango de 4 – 6, sin embargo, es importante mencionar que 8 de los 16 alumnos (4, 11, 13, 18, 20, 27, 29 y 33) que se encuentran dentro este rango perdieron puntos por cuestiones técnicas, ya que las computadoras se trabaron y no se pudo rescatar la información o bien no alcanzaron a terminar las secciones por el retraso. Por tal motivo, se encontraron casos con actividades incompletas, pero con argumentaciones que dan cuenta de una mejor comprensión de los conceptos. En este sentido, se analizaron los datos por cada criterio de evaluación con la finalidad de obtener el desempeño de los alumnos por medio del porcentaje de puntos adquiridos por criterio. A continuación se muestran los resultados:

| Criterios | %puntos |
|-----------|---------|
| 1         | 69%     |
| 2         | 64%     |
| 3         | 78%     |
| 4         | 62%     |
| 5         | 43%     |

Tabla 7. Porcentajes por criterio

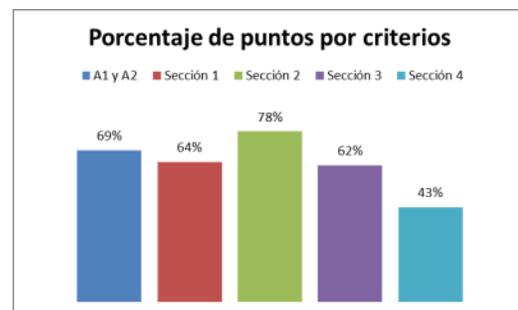


Figura 30. Porcentajes por criterio

Donde podemos observar que los alumnos perdieron aproximadamente un 30% de los puntos totales respecto a las actividades A1 y A2. Mientras que en la sección 1 referente al análisis tabular – aritmético los alumnos obtuvieron el 64% de los puntos, la mayoría logró establecer una razón correcta a partir de los datos del problema, sin embargo, los alumnos perdieron puntos en la parte de las argumentaciones puesto que algunos malinterpretaron la razón.

La sección 2 concerniente al análisis tabular – aritmético fue la que obtuvo mayor porcentaje (78%) puesto que la mayoría de los alumnos fueron capaces de transitar del registro tabular al registro aritmético y distinguir el concepto de su representación a través de la igualdad entre razones.

En tanto a la sección 3 referente al análisis gráfico – tabular – aritmético los alumnos perdieron aproximadamente el 40 % de los puntos en gran parte por los problemas técnicos previamente mencionados.

Por último en la sección 4 los alumnos perdieron mayor cantidad de puntos puesto que un gran porcentaje (55%) de alumnos no tuvo tiempo para contestar la sección. Sin embargo, el 90 % que alcanzaron a contestar la sección lo hicieron de manera correcta, lo que implica que los alumnos fueron capaces de resolver el problema de forma directa por medio de la igualdad entre razones.

## **5.1 Discusión de los resultados**

La presente investigación aporta información sobre la implementación y viabilidad de una propuesta didáctica con el uso de tecnología con alumnos de primer grado de secundaria. Para ello se desarrollaron actividades en Excel con la finalidad de promover la comprensión de los conceptos de razón y proporción.

Dentro de los resultados encontrados se observó que los alumnos en general lograron transitar por los distintos registros de representación expuestos en la propuesta. Se logró que los alumnos identificaran e hicieran uso de la razón para resolver los problemas y

establecieran vínculos entre las representaciones y el concepto matemático de proporción como igualdad entre razones. Con base en la experiencia vivida en la experimentación podemos decir que se alcanzó en gran medida el objetivo de la investigación; puesto que los alumnos parecieran reflejar que se favoreció la comprensión de los conceptos a través de las actividades desarrolladas y sus argumentaciones.

Por otro lado, la tecnología resultó ser una herramienta interactiva útil, que permitió tanto al profesor como al alumno darle mayor énfasis al concepto de proporción a través del tránsito de sus representaciones. Sin embargo, el uso de la tecnología en la educación básica representó un gran reto, ya que las condiciones escolares carecieron de una organización formal para la administración de los recursos tecnológicos en el aula.

En este sentido, la tecnología fue una estrategia didáctica que permitió motivar el aprendizaje de los estudiantes, sin embargo, llevar a cabo este tipo de propuestas requirió mayor esfuerzo y sacrificio por parte del investigador puesto que las condiciones de trabajo no favorecieron el uso de la tecnología.

Por último, es importante mencionar que si bien las condiciones de trabajo todavía no son aptas para explotar al máximo este tipo de recursos, es indispensable seguir desarrollando propuestas que integren elementos de tecnología e investigación a las tareas de aprendizaje. Con ello, motivar y promover el aprendizaje de los alumnos en entornos congruentes a los contextos sociales en los que se desenvuelven como es la tecnología.

## **5.2 Conclusiones de la investigación (análisis a posteriori)**

Para el logro del objetivo principal de la investigación se comenzó con un análisis preliminar de lo que gira en torno a la enseñanza-aprendizaje del concepto de proporción. Esto nos permitió por un lado, detectar las principales dificultades que presentan los alumnos respecto al aprendizaje de la proporción. Por otro lado, se encontró que la enseñanza limita la comprensión del concepto de proporción ya que se enseña con base en los procedimientos y

no en las razones de ser del concepto, esto ocasiona que la enseñanza se encasille en tratamientos y registros de representación fijos que no permiten desligar al concepto de proporción de sus representaciones. En consecuencia, los estudiantes no son capaces de distinguir en qué situaciones se puede o no aplicar el concepto de proporción.

Posteriormente, por medio de un examen diagnóstico se corroboró lo reportado por las investigaciones y se estableció un marco de referencia de los conocimientos previos de los alumnos respecto al concepto de proporción.

A partir de la información recabada se diseñó una hoja de cálculo interactiva como propuesta de enseñanza para el concepto de razón y proporción. Dicha propuesta abordó la enseñanza y el aprendizaje de la proporción desde el enfoque de la teoría de representaciones semióticas con la finalidad de ofrecer una propuesta que pusiera en juego el carácter matemático de la proporción como igualdad entre razones a través de sus diferentes representaciones (verbal, tabular, aritmético y gráfico).

Al implementar la propuesta de enseñanza con los alumnos de primer grado de secundaria se recabó información referente al desarrollo de las actividades, las producciones y las argumentaciones de los alumnos. Con ello, se diseñó una rúbrica de evaluación con el objetivo de evaluar el desempeño de los alumnos y por ende la viabilidad de la propuesta. En este sentido, se encontró que la mayoría de los alumnos fueron capaces de resolver cada una de las secciones planteadas. Así mismo las argumentaciones de los alumnos reflejaron un incremento de sus conocimientos respecto al concepto de razón y proporción ya que en contraste con lo encontrado en el examen diagnóstico los alumnos fueron capaces de distinguir el objeto de proporción de sus representaciones y aprendieron a utilizarlo para resolver problemas de proporcionalidad directa. En concreto, en la presente investigación se concluye que es posible promover la comprensión de la proporción a través de una propuesta de enseñanza que conecta el conocimiento científico (investigaciones) directamente con la práctica profesional de los docentes. En este sentido la hipótesis planteada se reafirma y se promueve el desarrollo de nuevas propuestas innovadoras basadas en las investigaciones y en las capacidades particulares de los investigadores por ejemplo, en este caso, el uso del Excel como herramienta didáctica.

## Referencias bibliográficas

---

- Adjiage, R., y Pluinage, F. (2007). An experiment in teaching ratio and proportion. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 149-175.
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. y Gómez, P. (1995) Ingeniería Didáctica. En: M. Artigue, *Ingeniería Didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. México: Iberoamérica, 33-59.
- Butto, C., y Fernández, J. (2012). *Rutas hacia el álgebra Actividades en Excel y Logo*. México: Universidad Pedagógica Nacional.
- Camarena, P., y Ruiz, E. F. (2011). Desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo con tecnología. *XIII Conferencia Internacional de Educación Matemática*, 45-67.
- Duval, R (1999). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (Peter Lang, trad.). Cali, Colombia: Universidad del Valle. (Obra original publicada en 1995).
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *LA GACETA DE LA RSME*, 9(1), 143-168.
- Fernández, C., y Llinares, S. (2010). Evolución de los perfiles de los estudiantes de primaria y secundaria cuando resuelven problemas lineales. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, y T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 281-290). Lleida: SEIEM
- Fernández, C., y Llinares, S. (2012). Relaciones implicativas entre las estrategias empleadas en la resolución de situaciones lineales y no lineales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15(1), 9-33.
- García, F.J. (2005), *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Universidad de Jaén.

- García, F. J., Ruíz, L. (2005). La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales. *IX SIMPOSIO SEIEM*, Universidad de Jaén, Córdoba.
- García y Mendoza. (2010). *FRACTAL 1 serie construir* (Tercera ed.). México: Ediciones-SM.
- Ji-Won Son. (22 de Marzo de 2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: ratio and proportion in similar rectangles. 49-70. Knoxville, TN, USA: Springer.
- Lesh, R., Post, T. y Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), Number concepts and operations in the Middle Grades 2. *National Council of Teachers of Mathematics*, 8(2), 93-139.
- Miller, Charles D., Heeren, Vern E. y John Hornsby. (2006). *Matemática: razonamiento y aplicaciones* (Segunda ed.). México: Paerson Educación de México.
- Modestou, M. y Gagatsis, A. (2009). Proportional reasoning reformed. In A. Gagatsis, A. Kuzniak, E. Deliyianni y L. Vivier (eds.), *First French-Cypriot Conference of Mathematics Education*, 19-33.
- Ordoñez, E. A. (2013). Razones proporciones y proporcionalidad en una situación de reparto: una mirada desde la teoría Antropológica de lo didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16(1), 65-97.
- Ruíz, M. E. (2006). La proporcionalidad como objeto de enseñanza del docente. *REPEM-Memorias*, 51-73
- Sallán, J., y Vizcarra, R. (2009). Proporcionalidad aritmética: buscando alternativas a la enseñanza tradicional. *Suma* 9(2), 35-48.
- Secretaría de Educación Pública. (2011). Programas de Estudio 2011 Guía para el maestro. *Educación Básica Secundaria Matemáticas*. México: Secretaría de Educación Pública.
- Sevilla, D. B., y Peña, S. G. (2012). *Matemáticas 1: Conecta estrategias*. México: Ediciones SM.
- Waldegg, Villaseñor y García. (2008). *Matemáticas 1 EN CONTEXTO* (Tercera ed.). Estado de México: Esfinge.

# ANEXOS

## 1. Tabla de resultados de la rúbrica de evaluación

La tabla que se presenta a continuación representa los resultados obtenidos con la rúbrica de evaluación. En la tabla se presentan los alumnos por número de lista y los puntos obtenidos por cada uno de los 5 criterios de la rúbrica de evaluación. En la última fila se presenta el puntaje obtenido por los alumnos. Por cada criterio (sección) los alumnos tuvieron la oportunidad de acumular 58 puntos totales. En la parte derecha de la tabla se puede apreciar el porcentaje de puntos que los alumnos obtuvieron por cada uno de los criterios.

| Puntaje por alumno |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |           |           |         |     |  |  |
|--------------------|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----------|-----------|---------|-----|--|--|
|                    | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 15 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 35 | P_Sección | P_totales | %Puntos |     |  |  |
| <b>1</b>           | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 0  | 1  | 2  | 0  | 2  | 2  | 1  | 0  | 1  | 2  | 2  | 2  | 1  | 1  | 2  | 1  | 0  | 1  | 2  | 2  | 2  | 1  | 1  | 2         | 40        | 58      | 69% |  |  |
| <b>2</b>           | 2 | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | 2  | 1  | 2  | 2  | 0  | 2  | 1  | 0  | 1  | 2  | 0  | 2  | 0  | 2  | 1  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1         | 37        | 58      | 64% |  |  |
| <b>3</b>           | 2 | 2 | 0 | 2 | 2 | 0 | 2  | 2  | 2  | 1  | 0  | 2  | 1  | 1  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 2  | 1  | 2  | 1  | 2  | 1  | 1  | 2  | 2  | 45        | 58        | 78%     |     |  |  |
| <b>4</b>           | 1 | 2 | 1 | 0 | 1 | 2 | 2  | 1  | 1  | 1  | 0  | 2  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 2  | 2  | 2  | 2  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 36        | 58        | 62%     |     |  |  |
| <b>5</b>           | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1  | 1  | 2  | 1  | 0  | 2  | 2  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 2  | 0  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 0  | 0  | 25        | 58        | 43%     |     |  |  |
| <b>Puntaje</b>     | 7 | 8 | 4 | 5 | 5 | 5 | 7  | 6  | 9  | 5  | 2  | 10 | 6  | 2  | 4  | 7  | 5  | 8  | 2  | 9  | 7  | 6  | 7  | 5  | 6  | 4  | 6  | 5  | 6  |           |           |         |     |  |  |

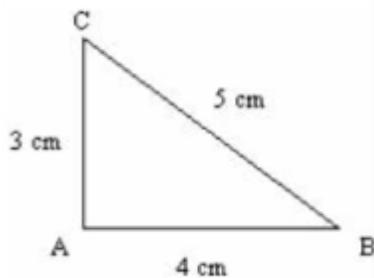
Tabla 7. Tabla de resultados de la rúbrica de evaluación.

## 2. Instrumento para la evaluación diagnóstica

Objetivo. Detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.
2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. ¿Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual



puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que

corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.

### 3. Evaluación diagnóstica.

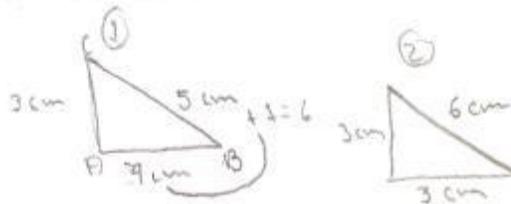
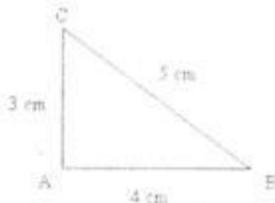
#### Estudio de investigación.

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

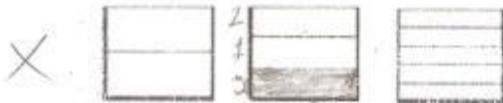
- X 1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón, tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. *b, es que el azúcar le quita lo ácido al limón, por que si lo pone mas azúcar sabría mas dulce, entonces con menos azúcar tendría un sabor menos fuerte a limón.*

- X E.A. 2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta. *Pues le quito uno al 4 y se lo pongo al cinco, para que tenga una distancia de 6, el lado (AC) medirá 3 y el lado (BC) medirá 6 cm.*



- X H 3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta. *En el A, son menos alumnas pero yo pienso que es por cuanto se multiplica, es el A por que  $6 \times 3 = 18$ .*

X El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta. *El segundo por que representa 3 divisiones entonces cada división es un kilogramo de miel.*



1<sup>o</sup>E

NL. 2 Edad 12

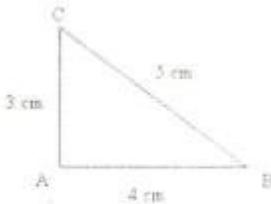
**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

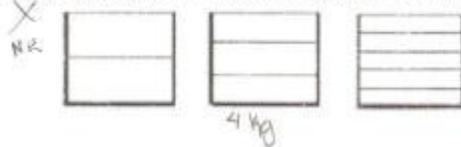
1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. *Más fuerte en limón*

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta. *La distancia del lado AC ya le medí con la regla y mide 4cm. En el lado BC le medí con la regla y mide 8cm*



3. En el grupo de 1<sup>o</sup>A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1<sup>o</sup>B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta. *En 1<sup>o</sup>B porque tiene 10 alumnas y a 1<sup>o</sup>A le gana por dos.*

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



Yo escojo el número 2

**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

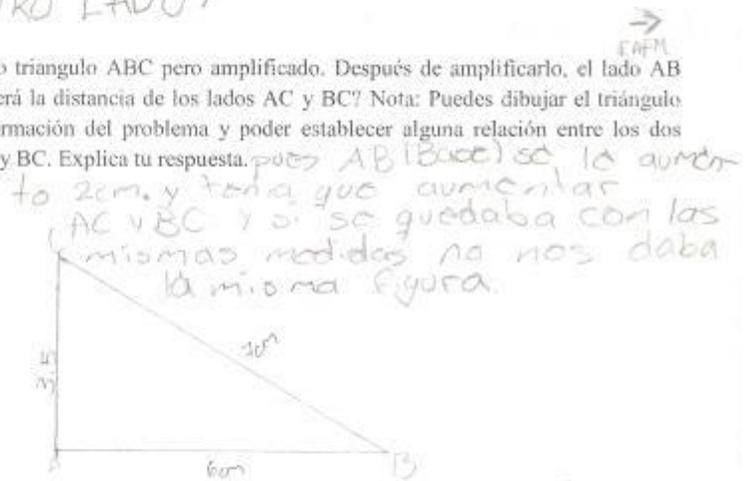
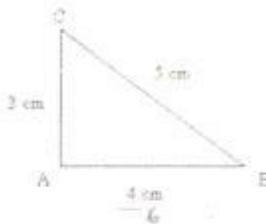
Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

(DEL OTRO LADO)

- \* 2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

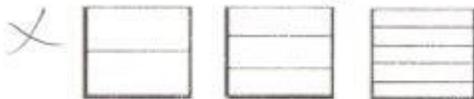
1/2  
BC



pues AB (Base) se la aumento 2cm. y tenía que aumentar AC y BC y si se quedaba con las mismas medidas no nos daba la misma figura.

3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta. En el grupo B ya que tiene 20 mujeres y en el A solo 18 y el B le gana por dos EA

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



Explica tu respuesta. La primera porque

eso que representa más un litro.

1L

#3 años 13 1'E

Nombre: *Karin Bazán López* N.L. = *4*  
 Grado: *1* Grupo: *E*

**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

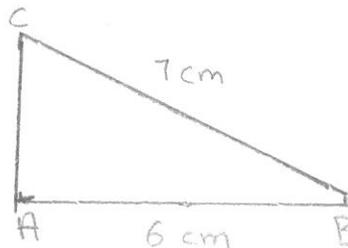
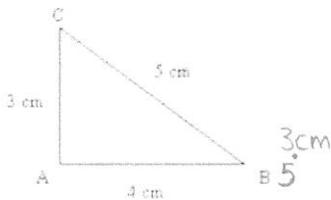
Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

*No creo que es la respuesta (a) porque dice que su mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer.*

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

*1/2*



*Primero amplifiqué el lado AB a 6cm. Y luego medí el lado AC 3.5 cm.*

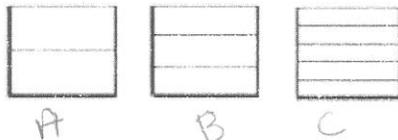
3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

*en el "B" porque tiene 20 alumnas y 10 que equivale a 30 alumnos en total y en "A" hay 18 alumnas y 6 alumnos que equivale a 24 alumnos y hay más mujeres en el "B"*

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.

EC

*1/2*



para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.

*es el B porque el peso de 2 litros de miel es de 3kg y a 3 recipientes y a todo les cabe un litro y 2 litros de miel es de 3 kg. y la mitad de 3 es 1.5 y B*

Fargde Damaris Campos Oquedo. Grado: 1<sup>o</sup> Grupo: E. Edad: 12 años

Estudio de investigación.

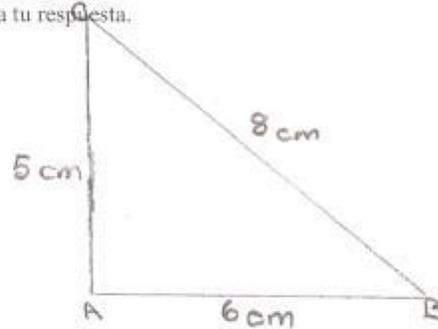
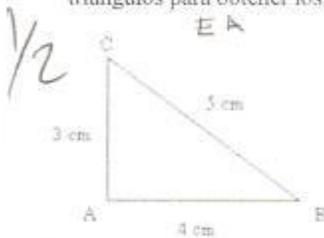
No Lista. 6

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. Porque si le pone más azúcar va a saber más dulce y si le pone menos azúcar va a saber mucho a limón bueno muy fuerte

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



3. En el grupo de 1<sup>o</sup>A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1<sup>o</sup>B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

X En el 1<sup>o</sup>B porque Hay 20 alumnas y en el 1<sup>o</sup>A solo 18 alumnas

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota, debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



Explica tu respuesta.

X NH

NL. 7 13 años

1°E"

Estudio de investigación.

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

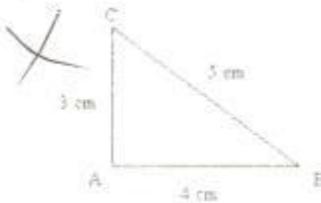
1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

✓ Mi respuesta es que sabra más a limón.

porque: si mezclo menos azúcar y más limón sabra más a limón.

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

PR



No estoy segura pero cuando se amplifique la base se podrá medir la altura del AC después se va a medir del punto BC para hacer la línea de BC. Y te va a dar la medida si medimos con la regla.

3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

EA

✓ En la de 1°B. porque dice que cual es la proporción de mujeres es mayor y yo elegi la de 20 del 1°B.

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.

ER



Explica tu respuesta.

Yo elegi el primero porque si dos litros de miel es 3 kg entonces 1 es 2 kg entonces medio litro equivale a un litro y dice que debemos rellenar lo que equivale a un litro.

**Estudio de investigación.**

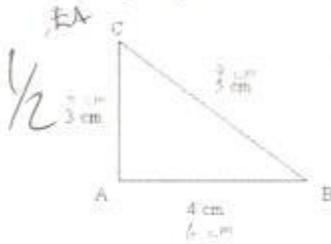
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

*Y más fuerte a limón porque como se puso menos azúcar con más limón, el agua tiene más sabor a limón.*

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



*AC: Se le suman 2 cm porque en el ejemplo de AB se vuelve 6 cm, por lo cual el triángulo antes era de 4 cm, entonces la respuesta es 5 cm.*

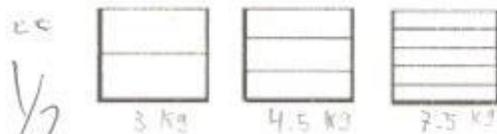
*BC: Se le suman 2 cm porque en el ejemplo el "AB" se vuelve 6 cm, por lo cual el triángulo antes era de 4 cm, entonces la respuesta es 7 cm.*

3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

*X 1°B porque dice que hay 20 alumnas, y en el otro solo hay 18*

*E.A.*

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



*1 litro = 1.5 kg*

*Explica tu respuesta.*  
*La primera porque como se sabe menos y se puede llenar más rápido con miel.*

# Azucares N.29 Edad 12 1ro E

## Estudio de investigación.

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

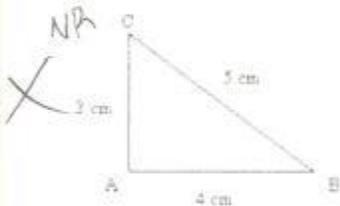
Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. *a) que le tuvo que poner mas azúcar a la agua.*

NR  
X

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

*Pues la distancia la tienes que medir y luego*



3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

*En 1ºB porque hay mas mujeres son 20 y en el 1ºA hay solo 18 alumnas y en 1ºB son 30 alumnos en total. Y en 1ºA son 24 alumnos.*

NR  
X

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros



para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.

*Es el tercero porque esta dividido en...*

Numero de lista: 10  
edad: 12 años

**Estudio de investigación.**

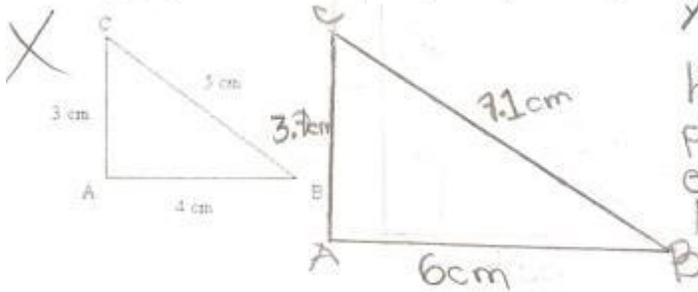
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. *mas fuerte a limon*

*Porque si le echan mas limon y menos azucar va a tener sabor mas fuerte a limon.*

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triangulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triangulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triangulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



*Distancia AC y BC? AC=3.7cm  
y BC=7.1cm*

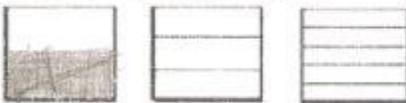
*hize eso porque al principio dije que extendido el lado AB tendra la distancia de 6cm*

3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta. *En 1°B*

*Porque en 1°A hay 18 alumnas y en el 1°B hay 20*

*EA*

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



*NR*

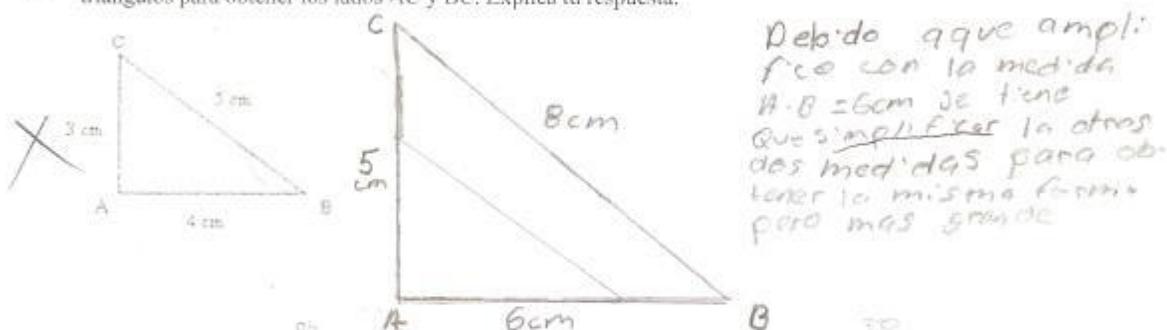
*Escogí este porque arriba dije que 2 litros equivale a 3 Kg y me pide que escoja lo equivalente a 1 Kg de miel*

**Estudio de investigación.**

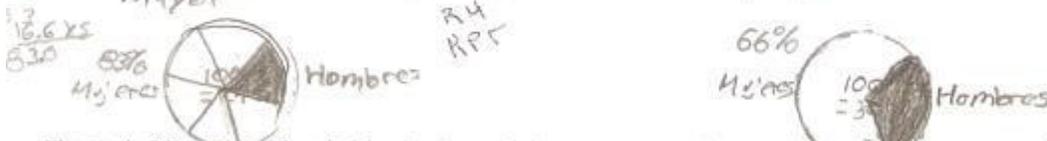
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón, tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. *Porque la mayor cantidad entre el azúcar y el limón, es la que da a dar el sabor, Agrio y dulce como es mas cantidad de limón el sabor es agrio fuerte*
2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta. *En primer grado A porque a continúan con mujeres y hombres la proporción es mayor*



El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.

*En el tercero porque 1kg es igual a 1.5L y ese recipiente se muestra como representar litros y kg los mismos*

Andrea Elias Robles "1E" N.L12 Edad 12 años

### Estudio de investigación.

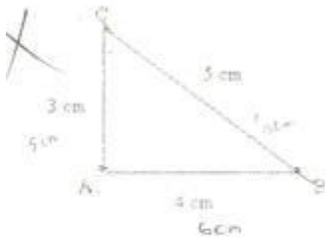
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

mas fuerte a limon porque si no le ponen azucar va a saber a casi la mayor parte a limon.

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triangulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triangulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triangulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



AC la distancia es de 5 cm y BC es de 7 por que se va aumentando

EA

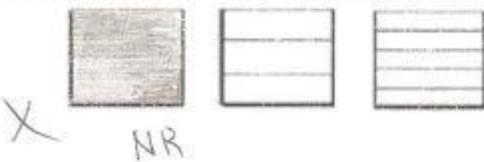
3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

En el "1ºB" porque 20 alumnas es mayor que 18.

X

EA

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



Explica tu respuesta.

yo eliji ese recipiente por que si lo ponemos en fracción es  $\frac{1}{2}$  y al sumarlo sale un entero:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1 = 1 \text{ kg}$$

Nh.13 12 años 1ºE

**Estudio de investigación.**

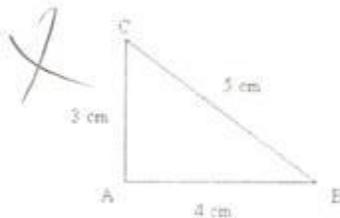
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

✓ Pues yo pienso que sería más a limón porque si le puso menos azúcar y más limón porque obviamente si es más limón va a saber a mucho limón

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



Pues creo que si la base del triángulo mide 6 digo que más o menos del punto A al punto C sería como unos 8 cm y del punto B al punto C más o menos 10 cm.

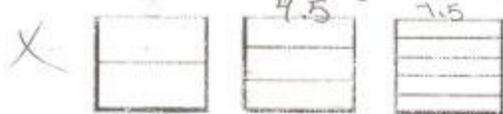
Aprox

3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

2 alumnas más que 1ºA

RA

- ✗ El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



Explica tu respuesta. Pues pienso que es la primera porque si ésta dividida en 2 partes y cada recipiente equivale a 1L pienso que tal vez a la primera le cabrían 3 kg entonces si le caben 3 kg podría caber 1 kg de miel

Num. 14 Edad. 12

**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

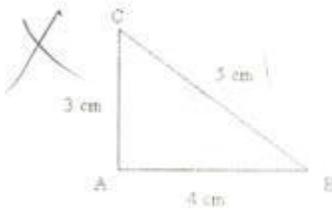
Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

Se supone que la a) porque dice le echo menos azúcar entonces el agua sabe agria porque le echo mas limon.

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

Seria de 9 porque un lado hay 3 y en el otro 5 y como se va reduciendo



3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

18 y en el B 20 en 1ºB porque en 1ºA hay

X

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



1

Explica tu respuesta.

la primera porque 2 litros equivale a 3 kg y en 1 l

Estudio de investigación.

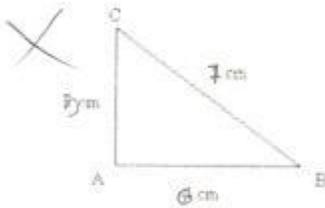
NL=15 13 años 1E

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. **A (más fuerte a limón)**

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



la distancia de AC se le agregan 2 cm y BC se le agregan 2 por lo tanto los cm quedan así: 5AC, 6AB y 7BC

RA

3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cual grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

RA

hay mas alumnas en 1ºB porque en uno son 20AB y 1ºA son 18

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.

EC



si porque en 2 litros son igual a 3 kg y 1 litro es igual a 1 1/2 entonces la fracción es 1 1/2

Noyel Sarahi Guordado 7E DO-16

**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

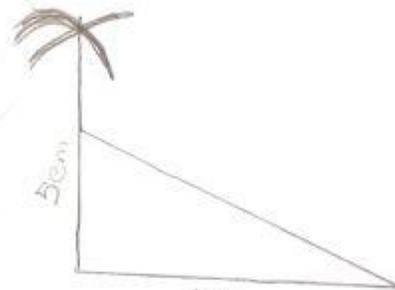
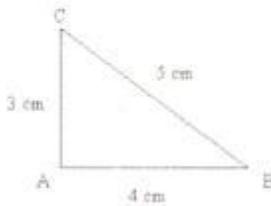
Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

X No digo que el inciso (b) porque si antes le hechaba mas azucar y ahora le hecho menos y ahora les sabra mas rica

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triangulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triangulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

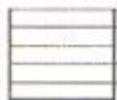
X



3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

X En el grupo de "1B" porque son mas que en "1A"

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros



para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.

N/A

1°E N.L 17 13 años

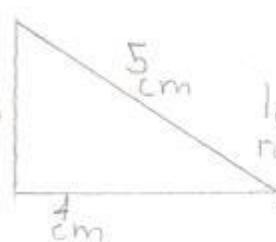
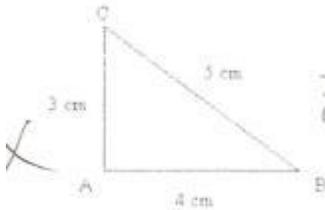
Estudio de investigación.

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. *mas fuerte a limón por que le pusieron mas limón que azúcar.*

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triangulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triangulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triangulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



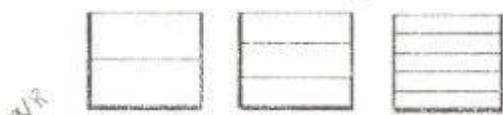
*Por que son las mismas cantidades de la base la altura o da medida de el radio son sus mismos lados de la longitud.*

3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta. *En 1°B por que son mas*

*en primer A*

*EA*

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



*Yo esco el primer recipiente por que esta dividido en y se saca la proporción mas facilmente sin tener que dividirla*

Ana Valeria

1<sup>er</sup> E U.L. 18

11 años

**Estudio de investigación.**

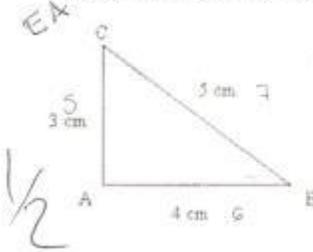
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

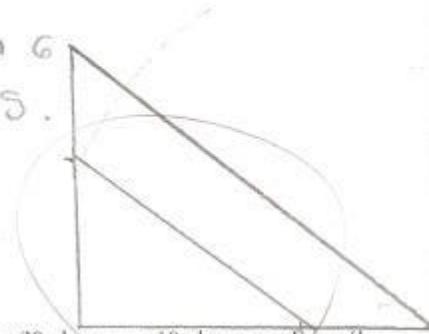
1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

Pues porque cuando haces una agua le limón le tienes que poner mucha azúcar y si le pones menos azúcar y más limón va a saber más fuerte a limón.

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



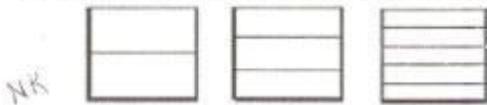
Porque si de 4 subio a 6  
Si 3 subieron a 7 y 5.



3. En el grupo de 1<sup>o</sup>A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1<sup>o</sup>B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

En 1<sup>o</sup>B porque hay 20 mujeres y en 1<sup>o</sup>A solo hay 18.

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



en el primero es más fácil sacarlo.

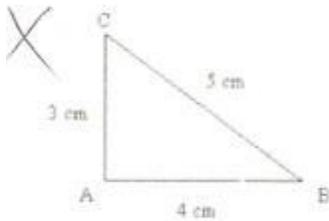
Años 12. PE" N.L. 19

**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

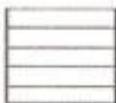
Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. *a) Porque si el agua tiene menos azúcar y más limón va a saber más a limón que más dulcesita.*
2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta. *5.4 me imagino del B.C y AC + 6*



3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta. *en el B porque si en el A ay 18 alumnas y en el B 20 es mayor el B.*  
*RA*

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.

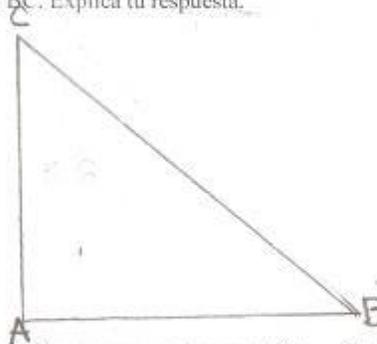
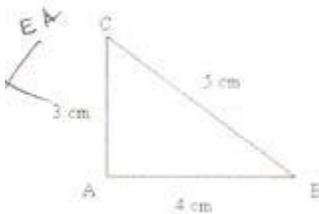
No. 20 1<sup>o</sup>E 15/11/13

**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. **a** por que no hay un porcentaje exacto para compararlos pero hay dice que le puso menos azúcar con mas limón y por eso sabe mas fuerte el limón
2. Nosotros queremos dibujar el mismo triangulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

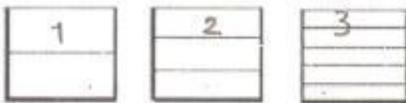


$AC-R = 5 \text{ cm}$   
 $BC-R = 8 \text{ cm}$

3. En el grupo de 1<sup>o</sup>A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1<sup>o</sup>B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

**X** En la de 1<sup>o</sup>B, por que en la de 1<sup>o</sup>A solo hay 18 y en la de 1<sup>o</sup>B hay 20, 20 es mayor que 18.

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



**EL**  $\frac{1}{2}$  por que solo hay que representar 1 kg de miel y hay dice que 2 litros es de 3 kg y si sob fuera  $\frac{1}{2}$  litro seria 1kg y es lo que queremos representar y por eso es el recipiente 2, por que se divide en 3 para sacar en cuantos litros equivale 1kg de miel.

#21 1ºE Edad: 12

**Estudio de investigación.**

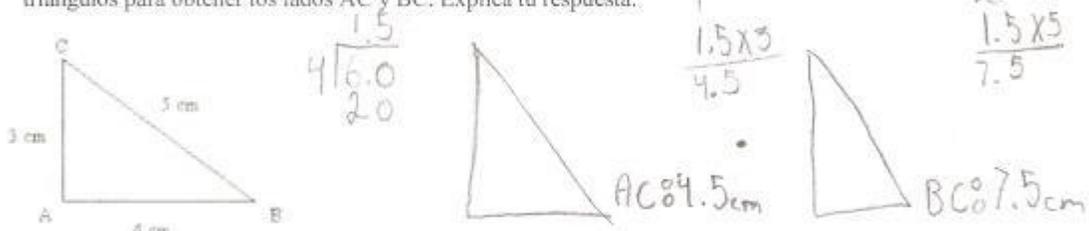
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

la a) porque no le puso mucha azúcar y sí no le pone la adecuada sabe amarga el agua.

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



bueno yo dividí los 6cm entre los 4 cm que antes eran... después me salió 1.5 y eso significa que cada cm vale 1.5.

3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

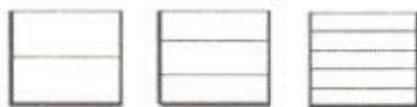
en 1ºA porque

$$30 \rightarrow 100\%$$

$$20 \rightarrow 66\%$$

$$\begin{array}{r} 3.3 \\ 30 \overline{) 100} \\ \underline{90} \\ 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3.3 \times 20 \\ \underline{00} \\ 66 \\ \underline{66} \\ 0 \end{array}$$

- El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



Sería el que está partido en tercios porque hay diez que lo partamos en 3 partes 3.3 contiene cada

$$\begin{array}{r} 0.66 \\ 3 \overline{) 20} \\ \underline{18} \\ 20 \end{array}$$

tercio

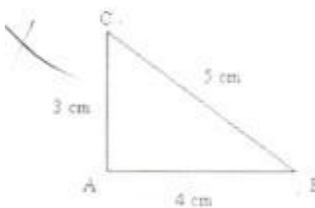
Estudio de investigación.

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. yo pienso que es mas fuerte al limon porque el azucar es dulce y el limon mas amargo y cuando es disuelto y es menos azucar el limon como es amargo y no le da tanto el sabor de la azucar es un poco mas amargo el limon
2. Nosotros queremos dibujar el mismo triangulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triangulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triangulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

RA



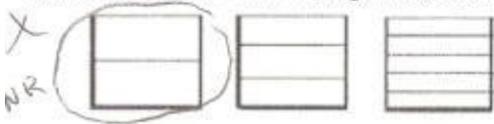
A y C su distancia es 3 y la otra distancia es de BC es 7 por eso que es así porque va aumentando de 2 en 2 y el otro triangulo va de uno en uno

3. En el grupo de 1<sup>o</sup>A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1<sup>o</sup>B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta. en el grupo 1<sup>o</sup>B porque hay mas mujeres 20 y en el grupo 1<sup>o</sup>A hay 18 mujeres o sea que es mas grande la cantidad de 20 a 18

RA

X

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



Explica tu respuesta.

yo digo que es eso porque cada lado representa un medio mas otro medio es igual a un litro

**Estudio de investigación.**

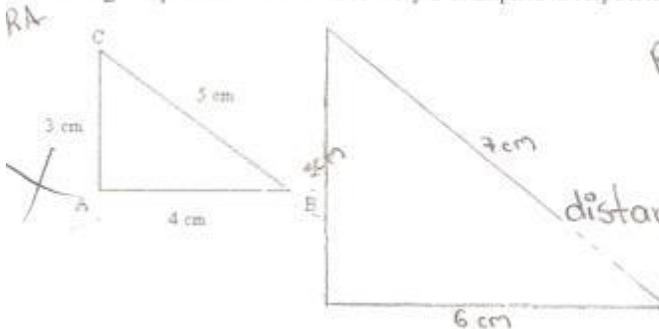
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

R= a), porque tiene que ser el limón y la azúcar equivalentes y como le pongo mucho limón y poca azúcar, sabe más a limón.

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



R= Yo creo que al amplificarlo se le agrega 2 cm a cada lado.

distancia AC = distancia BC = 7 cm

3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

RA R= Yo pienso que 1ºA porque en 1ºB la diferencia entre niños y niñas es de 10 y en 1ºA la diferencia es de 12 entonces yo pienso que la respuesta es 1ºA.

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



Explica tu respuesta.

R= creo que en la tercera en cada cuadrado equivale a 0.5 y pues en 2 es un kg de miel.

Estudio de investigación.

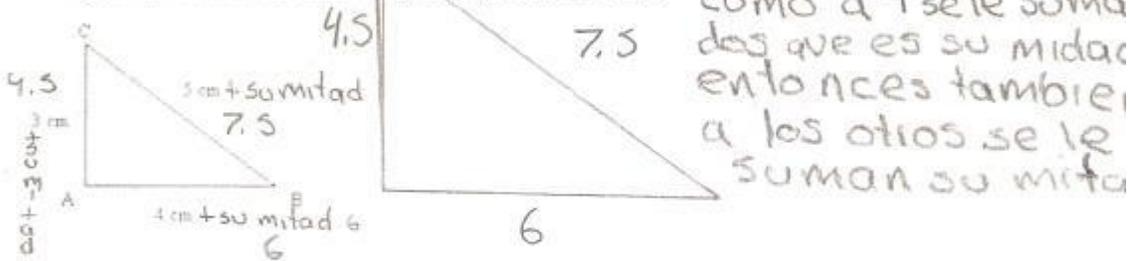
N.L 24 ed; 12 "1°E"

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. *(d) ya que no dice como le quedo ayer el agua. y no dice que cantidad hizo ayer.*

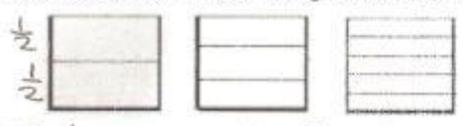
2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta. *en los dos grupos ya que el porcentaje es el doble en los dos ya que en el 1°A  $6 \times 2 = 12$  y en el 1°B  $10 \times 2 = 20$ .*

RM

4. El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



*es te es más facil ya que el entero solamente se divide en dos y es más facil ubicarla ya que nadamás es com partido o dividido en 2*

N.L. 25 1°E 13 años

**Estudio de investigación.**

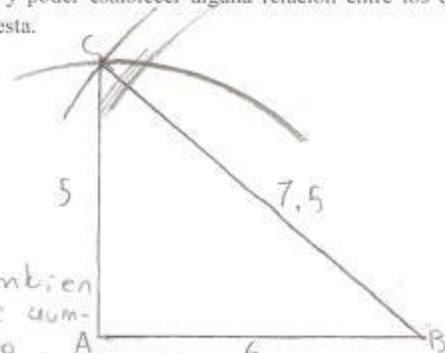
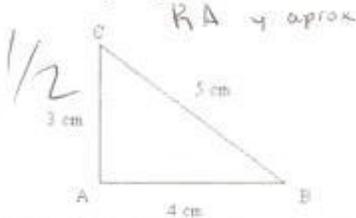
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

✓ a) más fuerte a limón.  
Porque al haber más limón que es ácido y menos azúcar que es dulce, el agua sabrá un poco más ácido.

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

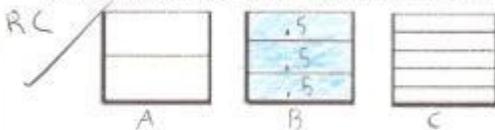


solo le aumento 2 cm a 3 y 4 5 tambien  
2 pero como b: que no era asi le aumento todavia .5 y asi dio el resultado

3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta. 1°A

✓ Porque en el A faltan el triple de hombres y en el B solo el doble

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta. el B porque como 1.5



es la mitad de 3 y si dividimos 1.5 entre tres nos da .5 y el B tiene tres espacios exactamente los que se necesitan

www.333

uu

K00K

"1°E" Num. de lista: 26 Edad: 13

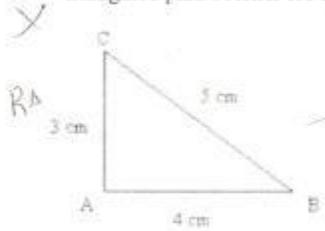
**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. *d) no hay suficiente información para contestar la pregunta porque no sabemos que cantidad de limón y azúcar le puso el día anterior*

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



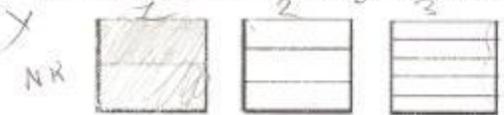
*Se mide la distancia de un vertice a otro para poder saber las distancias*  
 $AC = 5\text{ cm}$   
 $BC = 8\text{ cm}$

3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

*En el 1°B porque hay mas mujeres y en el 1°A no*

RA

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



*Yo elegi el 1 porque en los otros dos no se podrian encontrar o representar los litros*

Temis Alejandro Montoya Martinez 1ºE No. 28 13 años

**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. *tendra mas sabor a limón porque si le pones menos azúcar y mas limón va a quedar mas agria.*

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triangulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triangulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

RA

AC = 5  
BC = 7  
AB = 6

*si la base mide 6 entonces el lado CB medirá 7 y el AC mide 5. porque el lado CB mide mas que la AB.*

3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta. *en el 1ºA porque hay mas mujeres que hombres y en el 1ºB hay 1 tercio de niños que son 10 y las niñas 20*

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.

*3 1/3*

*2/10 = 1 kg = 1/2 litro*

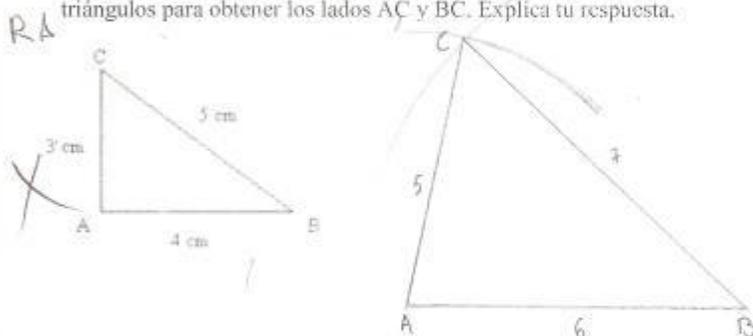
**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. *a) más fuerte a limón, porque mezcló menos azúcar con más limón. Y si mezcla más azúcar y menos limón es la b) más suave a limón*

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

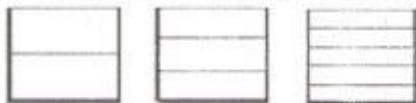


3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

*En el grupo de 1ºB porque hay 10 y en 1ºA nada más 18 alumnas*

RA X

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



*X el segundo porque son 3 kg y queda exactamente sin tener que repartir*

**Estudio de investigación.**

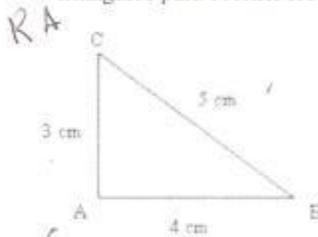
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

✓ *almas fuerte el limon ¿Porque?  
Porque el limon es mas fuerte que el azúcar*

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triangulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



*Yo creo que el lado AC van reduciendo ya que la base es mas larga y tienes que formar el mismo triangulo y pienso que reduce a 2 cm cada lado  
quedaría 3 cm y 1 cm*

3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

✓ *en el 1B  
Pues porque en el A hay 18 y en el B 20 y 20 es mayor que 18*

RA

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



Explica tu respuesta.

✓ *el segundo porque son 3 kg y los puedo meter exactas las porciones y no divididos*

Grupo 1ºE" 13 años N.L. 31

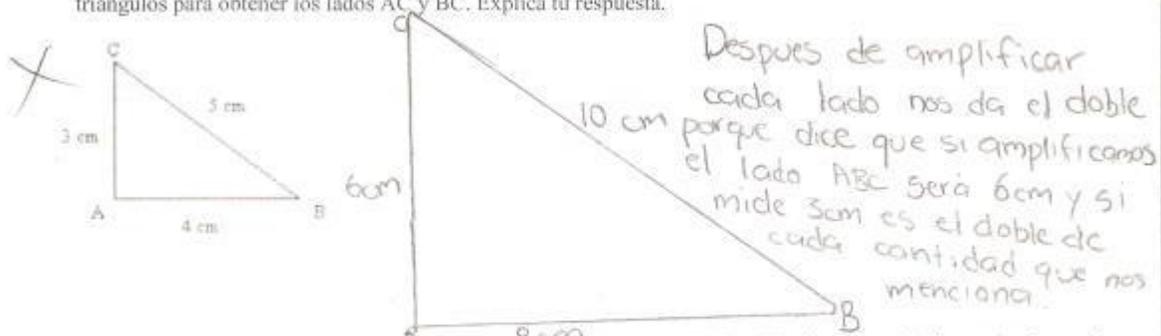
**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. Yo pienso que el sabor de el agua sera más fuerte a limón por que utiliza más limón que azúcar.

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta. En el "B" porque en el "A" hay 18 mujeres y en el "B" son 20 mujeres y 20 es más que 18. RA X

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



Yo opino que si solo tomamos una parte de el tercer recipiente es el equivalente a 1kg. Por que el recipiente 2 si lo partimos a la mitad seria el doble y solo queremos 1 litro. X

**Estudio de investigación.**

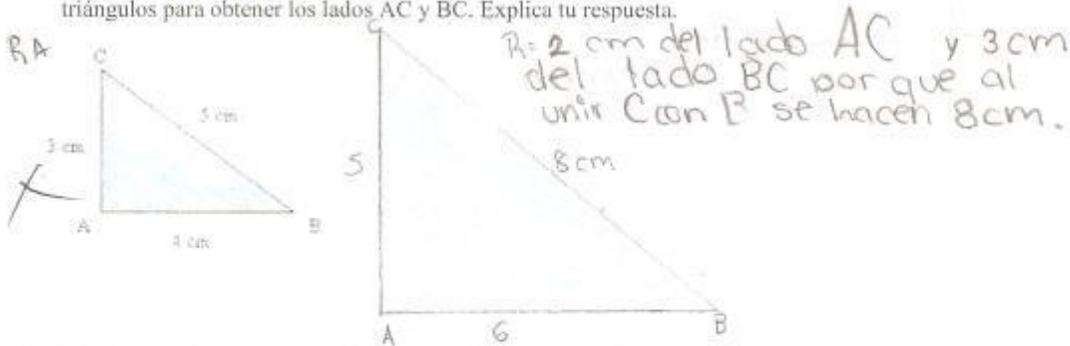
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

más fuerte a limón por que el limón tiene un sabor muy fuerte y si no se le pone mucha azúcar tiene un sabor muy fuerte

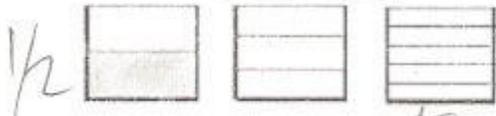
2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

$1-A = \frac{18 \times 6}{102} = \frac{108}{102} = 1.2\%$   
 $1-B = \frac{20 \times 10}{200} = \frac{200}{200} = 2\%$   
 R = grupo 1ºB  
 yo multiplique las alumnas por los alumnos y el resultado lo divide entre 100

- El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



$2 \text{ litros} = 3 \text{ kg}$   
 $1 \text{ litro es la capacidad}$   
 y como solo se pide un kilogramo yo puse que es la mitad de el recipiente

**Estudio de investigación.**

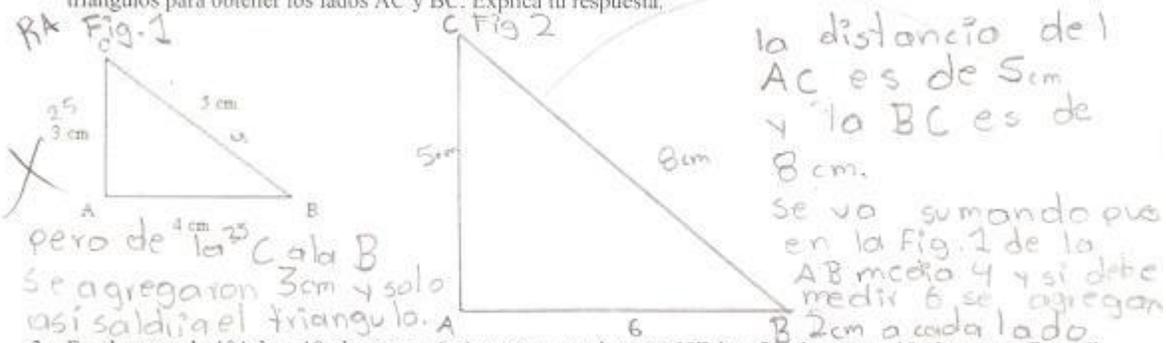
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

A) Más fuerte a limón pues con menos azúcar sabe a limón más.

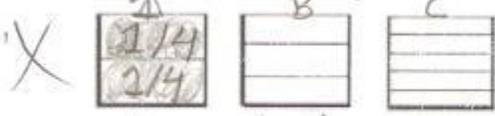
2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

1/2 en 1ºA pues son más poquitos que en 1ºB pero en 1ºB hay de diferencia 10 niños que niñas y en 2ºA hay de diferencia 12.

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



yo elijo el 1 pues si 2 litros de miel pesa 3kg. y solo quieren poner 1kg, sería .5 medio litro y el recipiente 1 está dividido en 2 así se podría llenar solo la mitad o en cada lado 1/4

**Estudio de investigación.**

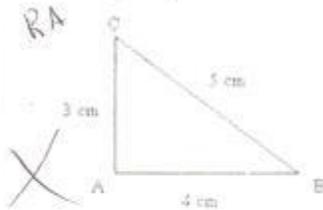
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

- Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

a) Porque el agua necesita la azúcar para que no este agrio pero por eso como dice le puso menos azúcar y más limón entonces esa lo ase más fuerte a limón.

- Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



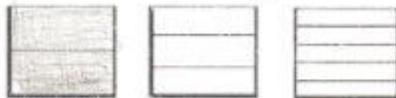
Pues en AC me dio 5cm y en BC me dio 8cm  
Pues en la otra figura en CB le sumo uno al 4 y en CA le quito uno al 4

- En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

En (1ºB) porque hay mas cantidad de alumnas y en 1ºA No

RA

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



Pues yo pienso que es ese

X

Dora Elisa Rocha Maldonado 1ºE Edad: 12 U.L: 34

1<sup>o</sup> C = No. 35 edad = 12 años

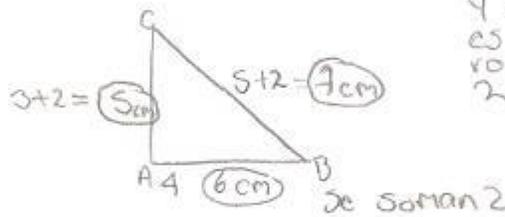
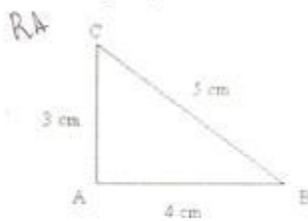
**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. *mas fuerte por que si le hecho menos azucar ba a tener mas sabor a limon.*

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triangulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triangulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

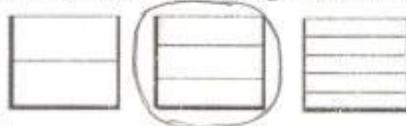


*Si el lado AB mide 4 y despues mide 6 es porque se suma con 2 y se le suma 2 al 5 y al tres.*

3. En el grupo de 1<sup>o</sup>A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1<sup>o</sup>B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

*en 1<sup>o</sup>A Porque las alumnas es el triple que los alumnos y en el B solo el doble.*

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



$\frac{1}{2}$

Explica tu respuesta.  
*Porque si son tres kilos se divide en*

1ºE N.L.36 Edad: 12 años

**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

*a) porque, tiene más cantidad de limón que de azúcar*

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

RA

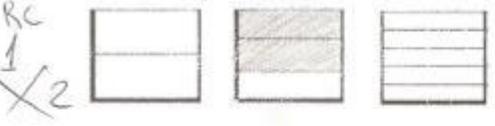
Explicación →

| Lado | Medida antes | Medida después | Relación         |
|------|--------------|----------------|------------------|
| AB   | 4cm          | 6cm            | $4 \div 2 = 2$   |
| AC   | 3cm          | 5cm            | $3 \div 2 = 1.5$ |
| BC   | 5cm          | 7cm            | $5 \div 2 = 2.5$ |

3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

*1ºB por la cantidad de alumnas es de 20 y alumnos es el término adicional para estudiantes mujeres y el de alumnos para los hombres; en 1ºA hay 18 mujeres y en 1ºB 20 esca 20/18*

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



*Un litro es igual a 1.5 kg de miel así que el segundo recipiente explica que es solo esa cantidad la que equivale a 1 litro.*

1<sup>o</sup>E #37 12 años

**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

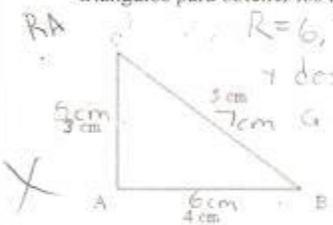
Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

R= a), porque tiene menos azúcar y más limón y tendría un sabor más fuerte a limón

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

RA R= 6,7,5cm, porque en la distancia AB tenía 4cm y después 6 entonces note que se sumó 2cm a cada lado



3. En el grupo de 1<sup>o</sup>A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1<sup>o</sup>B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

R= en el grupo de 1<sup>o</sup>A, si multiplicamos  $6 \times 3 = 18$  y si multiplicamos  $10 \times 2 = 20$ , entonces como se multiplica por 3 el 1<sup>o</sup>A y el 1<sup>o</sup>B por 2, entonces el grupo "A" tiene la mayor proporción de mujeres

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



R=

Estudio de investigación. #L 38 1E 12 años

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

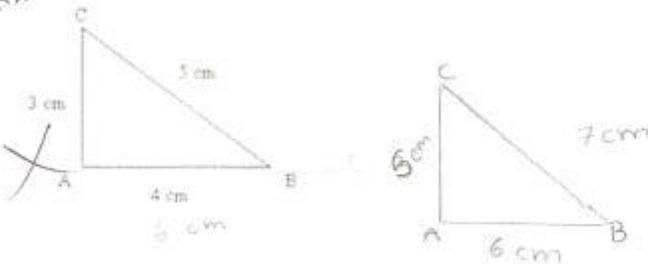
Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

Ya que una limonada para que quede bien tiene que tener misma cantidad de azúcar y de limón.

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

RA



Al + le aumentaron 2cm así que a los de mas se le suma 2cm y el lado C en un número mayor al B y el A en número menor al B.

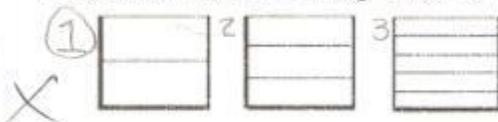
3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

X En el 1°B ya que 20 es mayor que 18.

RA

- 5 /

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



Explica tu respuesta.

El 1 kg es 1/2 litro así que un  $\square$  equivale a un litro así que el recipiente correcto es el 1.

1E" 39# 12 años

**Estudio de investigación.**

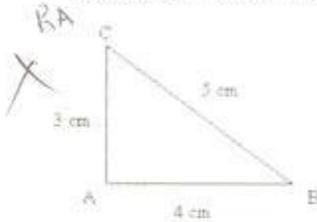
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

Es más fuerte a limón, porque dice que menos azúcar y más limón, entonces si tiene más limón, va a saber más a limón

- \*2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta. AC=5 BC=7



Porque en el lado AB al principio mide 4cm, y luego el problema dice que ya amplificado, ese lado va a medir 6cm, entonces aumentó 2cm cada lado.

3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

En el grupo A, porque hay 18 alumnas y 18 es 3 veces mayor que 6, y 20 es sólo 1 vez mayor que 10, por eso yo creo que es el grupo A

- El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



Explica tu respuesta.

X

0.4

5 | 20

20

0

Yo pienso que el 2 se tiene que dividir entre 5 para que el 3 pueda caber en el 2, 3, 2.5, 2, 1.5, 1.

Edad - 13  
No. - 40

Grupo 1ºE

### Estudio de investigación.

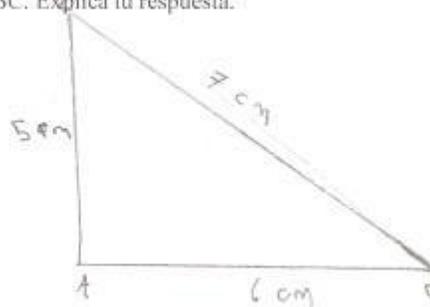
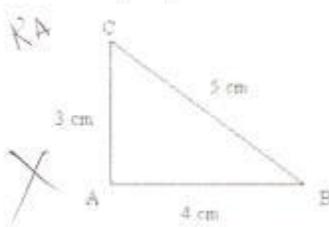
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

a) Por que el limon es mas fuerte que el azucar ) Sabra mas a limon.

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triangulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triangulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triangulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

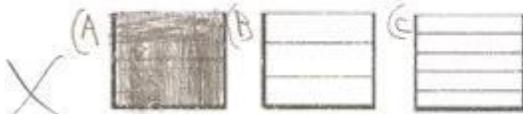


3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

Ra En 1ºB hay mas alumnas de los dos sexos pero en 1ºA hay mas alumnas que alumnos.

1ºB  $\frac{20}{10}$  1ºA  $\frac{18}{6}$  Hay mas alumnas

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel.



Explica tu respuesta. El A por que dice que dos litros de miel es de 3 kg pero si lo almacenamos un litro y la mitad de 3 es  $\frac{1}{2}$

Estudio de investigación.

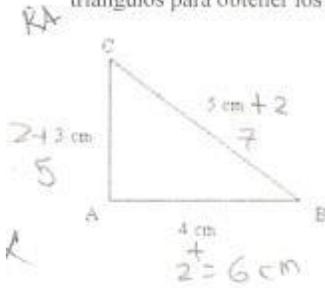
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor; a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

a) Porque le puse más limón que azúcar y sabe más a limón que azúcar

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.



AC=5cm  
BC=6cm

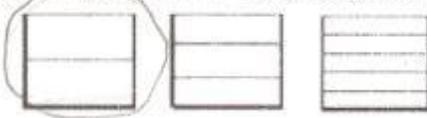
yo le sume al 5+2= y me dieron 7 y fue lo que puse y luego 3+2=5 y luego puse eso y ya me salió

3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

1ºB porque hay 20 alumnas y en 1ºA solo hay 18 alumnas

RA

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



Sería ese porque tiene más campo y así que tiene la capacidad de 1 litro y para mí sería que lo de abajo y arriba y así serían 2 litros

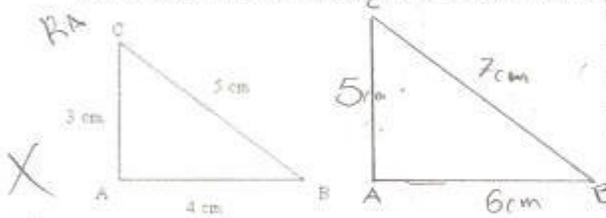
1ºE" #42 Edad: 13

**Estudio de investigación.**

Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucren relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta. *va a saber mas limón porque si hechas mas azucar por supuesto que va a saber muy dulce y si le hechas mas limón va a saber mas agrio como agridulce.*
2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

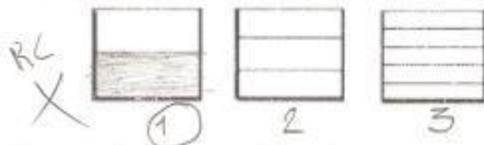


*Por que si podemos aumentarle 2cm mas podra dar la otra cantidad o otra medida como de la A-B son 6cm y eran 4cm pues se le agrego 2cm mas del C-B eran 5cm pues son 7cm y del A-C eran 3cm Por lo son 5cm.*

3. En el grupo de 1ºA hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo, 1ºB hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

*RA En el 1ºB porque la cantidad es mayor que en el 1ºA si la cantidad es mayor pues mas grande la proporción de mujeres*

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



*es la num. 1 porque dise de los 3 la capacidad es de 1 litro y si 2 litros son 3kg pues de 1 litro es 1 1/2 kg y eso es menor que el litro*

**Estudio de investigación.**

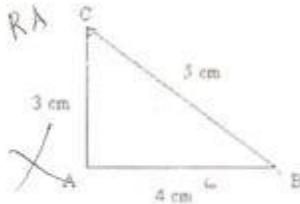
Objetivo detectar las dificultades que tienen los alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica # 27 Zacatecas, Zacatecas respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Responde los siguientes problemas:

1. Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tu respuesta.

a) más fuerte a limón, porque se la está poniendo más cantidad de limón que de azúcar.

2. Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

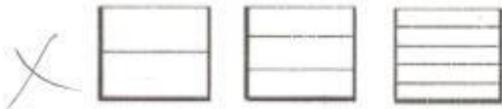


el lado AC sería de 5cm  
el lado BC sería de 7cm.  
Porque se las va sumando  
2cm a cada lado.

3. En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

En 1°B, porque en la pregunta lo dice que tiene más alumnas en 1°B que en 1°A  
NR

El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cual puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.



El segundo recipiente por la forma en la que está dividida sería más fácil, porque está en 3 partes la línea de más arriba sería 1 litro, la del medio 1/2 litro y la última

#### 4. Resultados de la evaluación diagnóstica

Se llevó a cabo una evaluación diagnóstica con 44 alumnos de primer grado de secundaria de la Escuela Técnica No. 27 Zacatecas, Zacatecas donde el objetivo fue detectar las dificultades que tienen los alumnos respecto a la resolución de problemas que involucran relaciones de proporcionalidad directa.

Dentro del análisis diagnóstico se espera que todos los alumnos establezcan alguna relación en función a sus conocimientos previos que les permitiera dar respuesta a las preguntas de los problemas.

El primer problema tiene como finalidad detectar que los alumnos cuentan con un razonamiento cualitativo con el que pueden establecer relaciones de tipo cualitativo entre dos elementos. En este caso el azúcar y limón; de acuerdo a su experiencia se espera que los alumnos determinen de forma intuitiva el sabor al mezclar los dos ingredientes.

- Hoy, mi mamá ha mezclado menos azúcar con más limón que ayer. El agua de limón tendrá un sabor: a) más fuerte a limón, b) más suave a limón, c) exactamente el mismo sabor, d) No hay suficiente información para contestar a la pregunta. Explica tú respuesta.

Al analizar los resultados se encontró que el 90% de los alumnos respondieron correctamente a la pregunta, ya que dieron como respuesta que al mezclar menos azúcar con más limón el sabor del agua sabrá más fuerte a limón. De igual manera, las justificaciones a sus respuestas denotan un razonamiento proporcional cualitativo. Tal cual como se encontró en las investigaciones (Fernández y Llinares, 2010; Fernández y Llinares, 2012; Ruiz, 2006). Pues los estudiantes pueden establecer una relación en función a la cantidad de azúcar y limón suministrada, ya que detectan que a mayor cantidad de azúcar más dulce quedará el agua. Al igual que más cantidad de limón el agua sabrá más asida o más a limón.

El problema número 2 se eligió con el objetivo de contrastar el razonamiento cualitativo con el cuantitativo al establecer relaciones numéricas entre las medidas de dos triángulos que guardan una relación proporcional entre sus medidas. En el problema se

especifica abiertamente que se debe encontrar una relación entre los dos triángulos para conducir a los alumnos a establecer una relación entre los lados de cada uno de los triángulos.

- Nosotros queremos dibujar el mismo triángulo ABC pero amplificado. Después de amplificarlo, el lado AB tendrá una distancia de 6cm. Cuál será la distancia de los lados AC y BC? Nota: Puedes dibujar el triángulo amplificado para representar la información del problema y poder establecer alguna relación entre los dos triángulos para obtener los lados AC y BC. Explica tu respuesta.

Los resultados muestran que al igual que en el problema cualitativo los estudiantes son capaces de abordar el problema estableciendo alguna relación al amplificar las medidas del triángulo. Sin embargo, 42 de los 44 alumnos utilizan estrategias aditivas para encontrar los incrementos de los lados debidos a una amplificación proporcional. Los resultados encontrados nos permitieron; por un lado, corroborar y validar lo encontrado por las investigaciones analizadas, donde se destaca que los alumnos utilizan estrategias aditivas erróneas al tratar de resolver problemas que implican un razonamiento proporcional. Por otro lado, al analizar las producciones (dibujos y argumentos) de los alumnos encontramos que si bien no relacionan de forma adecuada las medidas de los lados de los triángulos, si lo hacen de forma cualitativa, es decir, dibujan y argumentan los triángulos de forma proporcional ya sea sobre poniendo los triángulos o diciendo que “debe de haber un incremento parejo” Sin embargo, ellos no son capaces de visualizar que al relacionar los incrementos de forma aditiva la forma del triángulo se deforma.

El problema número tres tiene como intención incitar al alumno a establecer una relación proporcional en el mejor de los casos. Para ello, se evaluará si el alumno establece una relación parte todo, ya sea dentro del mismo grupo o entre los grupos. En el problema se pide al alumno que explique la respuesta con la finalidad de encontrar argumentos que den cuenta de la noción de proporción.

- En el grupo de 1°A hay 18 alumnas y 6 alumnos y en el grupo 1°B hay 20 alumnas y 10 alumnos. ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Explica tu respuesta.

Los resultados muestran que los alumnos no son capaces de identificar cuál es el grupo con mayor proporción de mujeres. Puesto que el 86% de los alumnos realizan un análisis

aditivo entre las alumnas de cada uno de los grupos, es decir, que los alumnos dieron como respuesta que el 1ºB es el grupo que contiene la mayor proporción de alumnas puesto que en el 1ºA hay 18 y en el 1ºB hay 20. De lo anterior se puede inferir que los alumnos no distinguen entre la pregunta ¿En cuál grupo la proporción de mujeres es mayor? Y ¿En cuál grupo el número de mujeres es mayor? Por otro lado, a pesar de que la mayoría de las respuestas fueron incorrectas se encontró que algunos estudiantes realizan análisis de las diferencias entre alumnos y alumnas del mismo grupo y las contrastan con las diferencias del otro grupo, lo que pone de manifiesto lo expuesto por las investigaciones respecto a que los análisis “within” y “between” son precursores de un razonamiento proporcional. (Son, 2013; Adjage y Pluinage, 2007).

Por último, se eligió un problema para evaluar la capacidad de los alumnos para establecer relaciones entre diferentes magnitudes. Con ello, se pretende analizar si el alumno establece alguna relación entre las cantidades y cómo las utiliza para dar respuesta al problema.

- El peso de 2 litros de miel es de 3 kg. Los tres recipientes que se muestran a continuación tienen una capacidad de almacenamiento de 1 litro. Escoge uno de los recipientes con el cuál puedas representar el equivalente en litros para 1 kg de miel. Nota: debes seleccionar sólo uno de los 3 recipientes y rellenar las secciones del recipiente escogido para representar la fracción de litros que corresponde a 1 kg de miel. Explica tu respuesta.

Se encontró que los alumnos no pueden relacionar de forma adecuada los datos del problema con lo que se les pide. Tal vez por una falta de contextualización del problema. En general, la mayoría de los alumnos no establece una relación proporcional entre los datos del problema. Sin embargo, el 40% de los alumnos utilizaron estrategias constructivas para aproximarse a la respuesta. Por ejemplo, establecieron que si 2 litros equivale a 3 kilogramos entonces 1 litro equivale a 1.5 kilogramos lo que coincide con las investigaciones revisadas respecto a que los estudiantes que están en transición a un razonamiento proporcional utilizan estrategias constructivas (Fernández y Llinares, 2012; Adjage y Pluinage, 2007).

## 5. Ejemplo resultados Actividad 1

Si en un auto-lavado se necesitan 6 kilogramos de jabón para lavar 24 autos, ¿cuántos kilogramos de jabón se necesitarán para lavar 72 autos?

Sección 1 Para encontrar cuántos kilogramos de jabón se necesitan para lavar 72 autos es necesario establecer una relación entre los autos y el jabón. Para ello se puede establecer una relación mediante una razón. =)

| Razón (autos/kg)        |                                                    |
|-------------------------|----------------------------------------------------|
| $\frac{24}{6}$ autos/kg | = $\frac{12}{3}$ autos/kg = $\frac{4}{1}$ autos/kg |
| Razón                   | Razón                                              |

Se lavan 4 autos con un kilogramo de jabón.

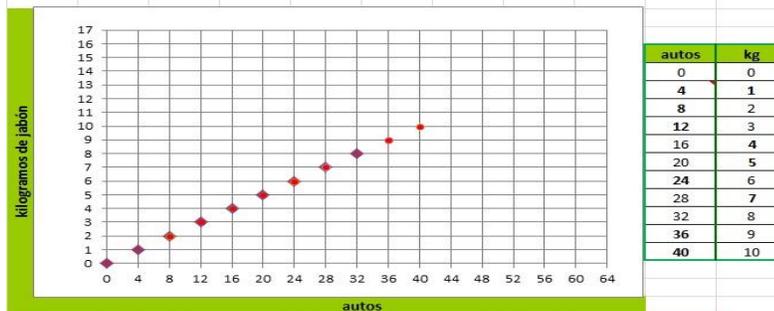
Al conocer el factor unitario podemos calcular el número de autos en función a la cantidad de kilogramos que se necesita por medio de la multiplicación. Encuentra la cantidad de autos que se pueden lavar, utilizando el factor constante. =)

|       |          |    |    |    |    |    |       |
|-------|----------|----|----|----|----|----|-------|
| 4     | autos/kg | X  | 18 | kg | =  | 72 | Autos |
| kg    | 1        | 3  | 7  | 12 | 15 | 18 |       |
| autos | 4        | 12 | 28 | 48 | 60 | 72 |       |

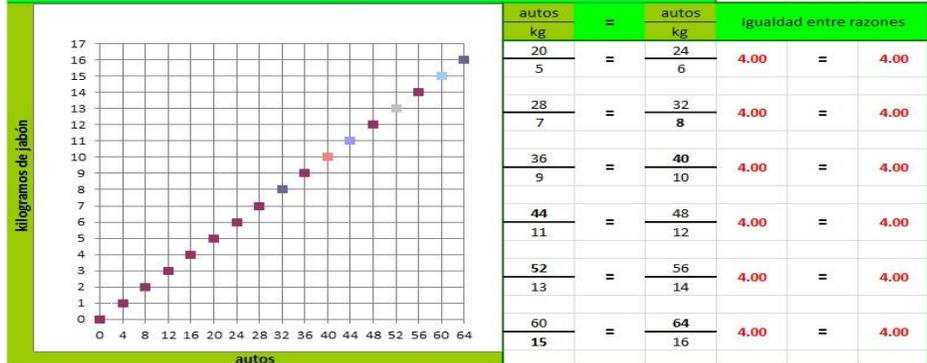
Sección 2 Si sabes cuántos autos se lavan con un kilogramo de jabón, entonces ¿cuántos autos se pueden lavar con 2 kg de jabón? Completa la tabla y observa como se relacionan los datos con la igualdad entre razones. =)

| kg | Autos | Igualdad entre razones  |   |                         |       |
|----|-------|-------------------------|---|-------------------------|-------|
| 0  | 0     |                         |   |                         |       |
| 1  | 4     | $\frac{4}{1}$ autos/kg  | = | $\frac{8}{2}$ autos/kg  | 4 = 4 |
| 2  | 8     | $\frac{16}{4}$ autos/kg | = | $\frac{20}{5}$ autos/kg | 4 = 4 |
| 3  | 12    |                         |   |                         |       |
| 4  | 16    | $\frac{28}{7}$ autos/kg | = | $\frac{32}{8}$ autos/kg | 4 = 4 |
| 5  | 20    |                         |   |                         |       |
| 6  | 24    |                         |   |                         |       |
| 7  | 28    |                         |   |                         |       |
| 8  | 32    |                         |   |                         |       |

Sección 3 Análisis gráfico a partir de la gráfica completa la tabla y observa el comportamiento del factor constante en la gráfica.



A partir de la gráfica y las razones completa la igualdad entre razones y observa el comportamiento de la gráfica.



Sección 4 Establece la igualdad entre razones que te permita resolver el problema de forma alternativa. Nota: Si es correcta la relación entre la cantidad de jabón y el número de autos la celda rosa se quitará. =)

| Igualdad entre razones  |   | Regla de tres            |    |
|-------------------------|---|--------------------------|----|
| $\frac{24}{6}$ autos/kg | = | $\frac{72}{18}$ autos/kg |    |
|                         |   | 24                       | 6  |
|                         |   | 72                       | 18 |

## 6. Ejemplo resultados Ejercicio Final

Si para pintar un muro de 50 metros cuadrados se necesitan 37.5 litros de pintura, ¿cuántos litros de pintura se necesitan para pintar un muro de 20 metros cuadrados?

**Sección 1**

A partir de los datos del problema establece una razón que te permita resolver el problema.

Explica con tus palabras qué representa el número rojo en el contexto del problema

que por un litro de pintura puedo pintar 1.33333 metros cuadrados de cualquier superficie

¿Cómo lo puedes utilizar para obtener la respuesta del problema?

que es el factor que nos ayuda a multiplicar con otro número por medio de una multiplicación

|      |        |   |          |        |
|------|--------|---|----------|--------|
| 50   | m2     | = | 1.333333 | m2     |
| 37.5 | litros |   |          | litros |

**Sección 2**

Contesta lo que se te pide en la tabla.

Explica con tus propias palabras qué es la proporción

la proporción es la cantidad exacta de una operación que te pide un problema

¿Cómo puedes determinar que los datos de la tabla son proporcionales?

si los resultados son iguales como las fracciones de 1.33

| Tabla # 1 |        | Establece la igualdad entre razones a partir de la tabla |        |   |                      |
|-----------|--------|----------------------------------------------------------|--------|---|----------------------|
| litros    | m2     |                                                          |        |   |                      |
| 0         | 0      |                                                          |        |   |                      |
| 1         | 1.333  | $\frac{1.333}{1}$                                        | m2     | = | $\frac{1.33}{1}$ m2  |
| 2         | 2.667  |                                                          | litros |   | litros               |
| 3         | 4.000  |                                                          |        |   | 1.33 = 1.33          |
| 4         | 5.333  | $\frac{2.667}{2}$                                        | m2     | = | $\frac{2.667}{2}$ m2 |
| 5         | 6.667  |                                                          | litros |   | litros               |
| 6         | 8.000  |                                                          |        |   | 1.33 = 1.33          |
| 7         | 9.333  | $\frac{4}{3}$                                            | m2     | = | $\frac{4}{3}$ m2     |
| 8         | 10.667 |                                                          | litros |   | litros               |
|           |        |                                                          |        |   | 1.33 = 1.33          |

**Sección 3**

Análisis gráfico

A partir de la gráfica completa la tabla y observa el comportamiento del factor constante en la gráfica

Con tus palabras explica qué es el factor constante

el factor onstante como tambien se le conoce como factor unitraio

¿Qué relación tiene el comportamiento de la gráfica con el factor constante?

que es e la linea recta y y os ayuda a encontrar el factor constante

| m2   | litros |
|------|--------|
| 0    | 0      |
| 1.33 | 1      |
| 2.67 | 2      |
| 4    | 3      |
| 5.33 | 4      |
| 6.67 | 5      |
| 8    | 6      |
| 9.33 | 7      |
| 10.7 | 8      |
| 11.8 | 9      |
| 12.9 | 10     |

A partir de la gráfica y las razones completa la igualdad entre razones y observa el comportamiento de la gráfica

Explica con tus palabras ¿cómo puedes determinar si los datos de la gráfica son proporcionales? =)

por medio de la igualdad entre razones nos ayuda a saber si la grafica es proporcional entresi

| m2   | litros | = | m2   | litros | Igualdad entre razones |
|------|--------|---|------|--------|------------------------|
| 1.33 | 1      | = | 5.33 | 4      | 1.33 = 1.33            |
| 2.67 | 2      | = | 2.65 | 2.00   | 1.33 = 1.33            |
| 3.98 | 3      | = | 3.98 | 3.00   | 1.33 = 1.33            |
| 5.31 | 4      | = | 5.31 | 4.00   | 1.33 = 1.33            |
| 6.66 | 5      | = | 6.66 | 5.00   | 1.33 = 1.33            |

**Sección 4**

Establece la igualdad entre razones que te permita resolver el problema

Explica en el contexto del problema la importancia de la igualdad entre razones. =)

por medio de la igualdad de razones nos ayuda a la proporsion

|                   |        |   |                   |        |
|-------------------|--------|---|-------------------|--------|
| $\frac{1.333}{1}$ | m2     | = | $\frac{1.333}{1}$ | m2     |
|                   | litros |   |                   | litros |
| $\frac{1.333}{1}$ | m2     | = | $\frac{1.333}{1}$ | m2     |
|                   | litros |   |                   | litros |

## 7. Argumentaciones de la evaluación final

| N.L. | Explica con tus palabras qué representa el número rojo en el contexto del problema                     |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | que con un litro de pintura se puede pintar 1.33333 metros cuadrados                                   |
| 2    | que por un litro de pintura puedo pintar 1.33333 metros cuadrados de cualquier superficie              |
| 4    | que por cada metro cuadrado necesito .75                                                               |
| 5    | representa el número de pintura que se necesita para pintar 20 metros cuadrados.                       |
| 6    | una división                                                                                           |
| 9    | proporción                                                                                             |
| 10   | proporción entre los litros de pintura y los metros                                                    |
| 11   | que por cada litro cuadrado se puede pintar un litro                                                   |
| 12   | es el factor unitario y lo utilizamos para darnos en todo lo relacionado                               |
| 13   | litros y metros cuadrados                                                                              |
| 15   |                                                                                                        |
| 17   | la cantidad que se ocupa para pintar un metro cuadrado                                                 |
| 18   |                                                                                                        |
| 19   | para ver el resultado de la fracción que te ayude a poder contestar todo lo demás que sigue en seguida |
| 20   | multiplicando litros por metros encontrar los datos principales y fracción de múltiplos                |
| 21   | para pintar 1 m <sup>2</sup> yo ocupé 0.75 litros de pintura                                           |
| 22   | que con 1 litro de pintura puedo pintar 0.71429                                                        |

|           |                                                                                 |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------|
| <b>23</b> | que con un litro de pintura puedo pintar 0.75 metros cuadradosde superficie     |
| <b>24</b> |                                                                                 |
| <b>25</b> | el numero divisor es de 50 entre 37.5 ysale 1.33                                |
| <b>26</b> | que es un factor unitario que da el resultado de una fracion                    |
| <b>27</b> | es el numero que da al dividir el 50 entre 37.5                                 |
| <b>28</b> | con un litro de pintura puedo pintar 1.33333                                    |
| <b>29</b> | los metros cuadrados y los litros                                               |
| <b>30</b> | con litro de pintura puedo pintar 1.33333                                       |
| <b>31</b> | es el resultado de la fraccion dibidida                                         |
| <b>32</b> | es la respuesta del problema y la razon del problema                            |
| <b>33</b> | es el factor unitario y utiizamos el factor unitario para aumentar la respuesta |
| <b>35</b> | el resultado corecto por que se dibidio 50 por 37.5                             |

| <b>N.L.</b> | <b>¿Cómo lo puedes utilizar para obtener la respuesta del problema?</b>                                   |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1</b>    | que es el numero que puedes utilizar para multiplicar y encontrar la respuesta                            |
| <b>2</b>    | que es el factor que nos ayuda a multiplicar con otro numero por medio de una multiplicacion              |
| <b>4</b>    | por la razon(divicion o multiplicacion).                                                                  |
| <b>5</b>    | con la operación de multiplicacion.                                                                       |
| <b>6</b>    | factor constante y el número de veces                                                                     |
| <b>9</b>    |                                                                                                           |
| <b>10</b>   | el factor constante se multiplica                                                                         |
| <b>11</b>   | que el problema tenemos que hacer que el factor se multiplica entre los litros                            |
| <b>12</b>   | multiplicando 0.75 por los numeros correspondientes de el problema                                        |
| <b>13</b>   | el 0.75 lo multiplico por el factor                                                                       |
| <b>15</b>   |                                                                                                           |
| <b>17</b>   | multiplicando 1.33 por 15 dando el numero de pintura para pintar la superficie o con la regla de 3 simple |
| <b>18</b>   |                                                                                                           |
| <b>19</b>   | ver si el resultado es el correcto o bien comprobarlo                                                     |
| <b>20</b>   | multiplicando 50 por 37.5 sacar los datos de la tacha y sus tansia de datos                               |
| <b>21</b>   | dividen las cantidades objetos etc....                                                                    |
| <b>22</b>   | dividien la cantidades de los objetos o cosas                                                             |
| <b>23</b>   | para encontrar los metros cuadrados que necesito y asi poder sacar los                                    |

|           |                                                                                                             |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|           | resultados de las demas operaciones                                                                         |
| <b>24</b> | multiplicar el factor constante y asi te sale el resultado de lo te pide ahí y asi te sale lo que te pide.. |
| <b>25</b> | 1.33 entre los numeros que pide                                                                             |
| <b>26</b> | usado la divicion o el factor contante                                                                      |
| <b>27</b> | cuando estas bien son iguales de 1.33                                                                       |
| <b>28</b> | multiplicando el factor constante                                                                           |
| <b>29</b> | multiplicando 133 por 2 de 0 despues ya sale la respuesta 1.33333                                           |
| <b>30</b> | multiplicar el fctor contante                                                                               |
| <b>31</b> | dividiendo metros con litros                                                                                |
| <b>32</b> | sirbe para encontrar los metros cuadrados que necesito pintar                                               |
| <b>33</b> | u sando RAZON O LA DIVicion o el factor constante para resolver el problema                                 |
| <b>35</b> | por las esplicaciones                                                                                       |

| N.L. | Explica con tus propias palabras qué es la proporción                                                                                        |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | es la cantidad de proporción                                                                                                                 |
| 2    | la proporción es la cantidad exacta de una operación que te pide un problema                                                                 |
| 4    | creo un factor unitario                                                                                                                      |
| 5    | la proporción es el factor unitario.                                                                                                         |
| 6    | es un factor constante igual                                                                                                                 |
| 9    | igualdad entre razones                                                                                                                       |
| 10   | es una equivalencia entre fracciones                                                                                                         |
| 11   | es un factor constante la igualdad entre razones                                                                                             |
| 12   | es un factor equivalente                                                                                                                     |
| 13   | es un factor constante                                                                                                                       |
| 15   |                                                                                                                                              |
| 17   | es la proporción entre razones iguales                                                                                                       |
| 18   | igualdad entre razones                                                                                                                       |
| 19   | la proporción es la igualdad entre razones                                                                                                   |
| 20   | es la regla de tres y cada uno de esos resultados                                                                                            |
| 21   | es la igualdad entre razones por que por que viene siendo el mismo resultado y por eso que le llamamos así ....["LA IGUALDAD ENTRE RAZONES"] |
| 22   | la proporción es la igualdad entre razones                                                                                                   |
| 23   | .la igualdad entre los números que dan el mismo resultado                                                                                    |

|           |                                                                              |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------|
|           | y son proporsionados de la misma manera                                      |
| <b>24</b> | es la igualdad constante de la operación .                                   |
| <b>25</b> | la proporción de una parte de una de las fracciones                          |
| <b>26</b> | es una igualdad entre razones                                                |
| <b>27</b> | la proporción es una parte de las fracciones                                 |
| <b>28</b> | es una igualdad de razones del número constante                              |
| <b>29</b> | de litros y metros cuadrados                                                 |
| <b>30</b> | es la igualdad constante                                                     |
| <b>31</b> |                                                                              |
| <b>32</b> | es la multiplicación de tanto por tanto                                      |
| <b>33</b> | es una igualdad entre razones PARA SACAR la proporcionalidad o la proporción |
| <b>35</b> | igualdad entre razones                                                       |

| N.L. | ¿Cómo puedes determinar que los datos de la tabla son proporcionales?                  |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | por medio de la igualdad entre razones                                                 |
| 2    | si los resultados son iguales como las fracciones qe 1.33                              |
| 4    | por la igualdad entre razones                                                          |
| 5    | por que es el resultdo igual.                                                          |
| 6    | porque simpre da lo mismo                                                              |
| 9    | por el faactor unitario                                                                |
| 10   | cuando aumenta la otra aumenta poi ekl factor                                          |
| 11   | por que son por que establece ia igualdad en razones                                   |
| 12   | dividiendo los numeros de de la tablade datos                                          |
| 13   | con el factor unitario                                                                 |
| 15   |                                                                                        |
| 17   | por el factor unitario y la igualdades                                                 |
| 18   | que el resultado sea igual                                                             |
| 19   | porque asi Sali con el resultado para poder sacar proporciones y eso salio en la tabla |
| 20   | multipicando los datos , comparasion de datos y de sistemas                            |
| 21   | por qk eso0 resultado0s son ighuales u.U                                               |
| 22   | por que todos son los mismos resultados                                                |
| 23   | porque todos dan el mismo resultado y                                                  |

|           |                                                                                                                    |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|           |                                                                                                                    |
| <b>24</b> | por que tienen equibalencias entre si .                                                                            |
| <b>25</b> | cuando los numeros de las fracciones son el mismo numero                                                           |
| <b>26</b> | poner un factor corespondiente que nos de una fracion equivalente                                                  |
| <b>27</b> | cuando coinciden los numeros 1.333                                                                                 |
| <b>28</b> | por la igualdad entre razones del numero constante                                                                 |
| <b>29</b> | entre las rasones de la tabla                                                                                      |
| <b>30</b> | por que son equivalentes                                                                                           |
| <b>31</b> | por el resultado de arriba                                                                                         |
| <b>32</b> | que se multiplica el factor unitario por los metros cuadrados                                                      |
| <b>33</b> | poniendo una fracion equivalente a cada una de la razon de division para cuando aumenta salga la respuesta correta |
| <b>35</b> | es el factor constante explica con los constantes correcto                                                         |

| N.L. | Con tus palabras explica qué es el factor constante                                                                 |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | el factor constante es la cantidad unidades litros y metros cuadrados que tambien se le conoce como factor unitario |
| 2    | el factor onstante como tambien sele conose como factor unitraio                                                    |
| 4    | es un factor urenitario                                                                                             |
| 5    |                                                                                                                     |
| 6    | el valor unitario                                                                                                   |
| 9    | linea recta                                                                                                         |
| 10   | es el que ase que su valor aumente y otra aumenta                                                                   |
| 11   | es el que los multiplica los metros cuadrados                                                                       |
| 12   |                                                                                                                     |
| 13   | es la igualda entre razones                                                                                         |
| 15   |                                                                                                                     |
| 17   | es la cantidad de pintura que se necsecita para pintar un metro cuadrado                                            |
| 18   | linea recta                                                                                                         |
| 19   | el factor constante el a linea recta de la tabla y si cambia un factor si sube el otro tambien sube                 |
| 20   | la iguadad de rasones , aparte seden los detos                                                                      |
| 21   | el factor constante es el resultado0 de cada uno0 de eso0s cuadrito0s .....                                         |
| 22   | se forma una linea recta y los metros aumenten y los litros                                                         |

|           |                                                                                      |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>23</b> | que sea una linea recta y los metros aumentan y los litros tambien                   |
| <b>24</b> | por medio de una linea .                                                             |
| <b>25</b> | que incrementa la grafica lla sea para arriba o para la derecha                      |
| <b>26</b> | es un escrimto enque se ase una linea recta y la linea aumenta y aumenta             |
| <b>27</b> | es el factor unitario                                                                |
| <b>28</b> | es el resultado de la igualdad entre razones                                         |
| <b>29</b> | de metroscuadrados                                                                   |
| <b>30</b> | una linea recta                                                                      |
| <b>31</b> | si no esta derecha estara mal la grafica                                             |
| <b>32</b> | el factor constante es lo que multiplica por los metros cuadrados                    |
| <b>33</b> | veo que hay escrimto constantes que sea una linia constante y las linia que aumentan |
| <b>35</b> | por que la linia tiene que ir correcta mente en linia recta                          |

| N.L. | ¿Qué relación tiene el comportamiento de la gráfica con el factor constante?         |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | que es linea recta y nos ayuda a encontrar una igualdad entre razones                |
| 2    | que es e la linea recta y y os ayuda a encontrar el factor constante                 |
| 4    | cuando amuenta una la otra aumenta                                                   |
| 5    |                                                                                      |
| 6    | para contestar                                                                       |
| 9    | litros y metros cuadrados                                                            |
| 10   | que la linea recta aumenta por el factor                                             |
| 11   |                                                                                      |
| 12   | en el contexto los litros y la pintua                                                |
| 13   | el comportamiento                                                                    |
| 15   |                                                                                      |
| 17   | cuando aumenta una aumenta la otra acomodandose en el lugar marcado                  |
| 18   | que la linea recta se acomoda en la grafica                                          |
| 19   | que el factor constante tiene que ver con la linea recta de la tabla                 |
| 20   | dolor constante en los datos de las sifas suben la popision de datos de la constante |
| 21   | es qquando0o0 cuando aumenta una aumenta la otra                                     |
| 22   | que es la misma cantidad de las unidades :litros y metros cuadrados                  |

|           |                                                                                                     |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>23</b> | que cuando vas poniendo la proporción va aumentando                                                 |
| <b>24</b> | que son así iguales.                                                                                |
| <b>25</b> | una línea recta que incrementa                                                                      |
| <b>26</b> | que tiene que ser una línea recta                                                                   |
| <b>27</b> | que por cada litro de pintura pintan 1.333                                                          |
| <b>28</b> | el factor constante son iguales                                                                     |
| <b>29</b> | de sus ideas de números de factores de litros y m <sup>2</sup>                                      |
| <b>30</b> | que son iguales                                                                                     |
| <b>31</b> | tiene que estar derecha la gráfica                                                                  |
| <b>32</b> | que con la gráfica también puedes ayudarte a comprender el problema                                 |
| <b>33</b> | en el contexto y que tiene que ser una línea recta                                                  |
| <b>35</b> | por la proporción es en línea recta y puede sacar los resultados correctos si la línea está derecha |

| N.L. | Explica con tus palabras ¿cómo puedes determinar si los datos de la gráfica son proporcionales?                                                                                                                                                                        |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | por medio de la igualdad de entre razones y que nos ayuda a encontrar si nuestros resultados son bien                                                                                                                                                                  |
| 2    | por medio de la igualda entre razones nos ayuda a sabes si la grafica es proporcional entresi                                                                                                                                                                          |
| 4    | por que es ua proporcion =3                                                                                                                                                                                                                                            |
| 5    |                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 6    | unidades litros y metros cuadrados para calcular el resultado y cuantos litros de pintura bamos a utilizar en los metros cuadrados.                                                                                                                                    |
| 9    | igualdad entre razones                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 10   | por unidades litros y metros cuadrados por que las grafica proporcional sea recta por que ban haciendo que su valor sea diferente el valor unitario sea cambie y tambien el constante y tambien sea la igualdad de razones y tambien cuando aumenta otro ba aumentando |
| 11   |                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 12   | que la igualdad de la grafica la voy a encontrar y la voy a conservar es la unidad de mi grafica                                                                                                                                                                       |
| 13   | es cuando va aumentando una ala otra tambien entre las razones de la proporcion                                                                                                                                                                                        |
| 15   | es una division o rason de division conrtante                                                                                                                                                                                                                          |
| 17   | porquee todos os datos deben de estar en linea recta y no fuera de lugar                                                                                                                                                                                               |
| 18   | cuando el resultado es igual                                                                                                                                                                                                                                           |
| 19   | porque en los datos e la grafica tiene preoporciones y lo que tenems que sacar comumente son las proporciones de la tabla                                                                                                                                              |
| 20   | la gafica nos permita el dalor de constante sude la pinter sube los metas cuadrosos                                                                                                                                                                                    |
| 21   | los datos de la grafica son proporcionales por qk se hicieron con la razon qk es ighual ala divicioo0n                                                                                                                                                                 |
| 22   | por medio de la igualda entre razones nos da el resultado y con eso                                                                                                                                                                                                    |

|           |                                                                                                                                                                                                                |
|-----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|           | obtenemos el resultado                                                                                                                                                                                         |
| <b>23</b> | con la igualdad de proporciones, asiendo la operación te daras cuenta que al hacer la operación dara el mismo resultado                                                                                        |
| <b>24</b> | por medio de la igualdad entre razones por que son igual ocasi iguales.                                                                                                                                        |
| <b>25</b> | si porque ba incrementando su posicion lla sea para cualquier lado                                                                                                                                             |
| <b>26</b> | por medio de igualdad entre razones y que la linea se valla recta                                                                                                                                              |
| <b>27</b> | que es una linea recta y que son iguales                                                                                                                                                                       |
| <b>28</b> | si siempre da 1.333                                                                                                                                                                                            |
| <b>29</b> | de los numeros de metros cuadrados                                                                                                                                                                             |
| <b>30</b> | enla igualda de razones y equivalentes                                                                                                                                                                         |
| <b>31</b> |                                                                                                                                                                                                                |
| <b>32</b> |                                                                                                                                                                                                                |
| <b>33</b> | que la igualdad de la grafica las boy a en contrar 1.35 se conserva para uno de mis graficas s conserva es la unidad de mi grafica para conservar las canidades de cada una de la cantidad del factor unitario |
| <b>35</b> |                                                                                                                                                                                                                |

| N.L. | Explica en el contexto del problema la importancia de la igualdad entre razones.                                                                                      |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1    | por medio de la igualdad de razones nos ayuda a buscar el resultado                                                                                                   |
| 2    | por medio de la igualdad de razones nos ayuda a la proporsion                                                                                                         |
| 4    |                                                                                                                                                                       |
| 5    |                                                                                                                                                                       |
| 6    | regla de tres                                                                                                                                                         |
| 9    | por la razon y dibicion                                                                                                                                               |
| 10   | hace que en contremos la respuesta haciendo divicion                                                                                                                  |
| 11   |                                                                                                                                                                       |
| 12   | es el factor constante en la igualdad de razones y va aumentando al mismo tiempo                                                                                      |
| 13   | la iguakldad entrwe los resultados                                                                                                                                    |
| 15   |                                                                                                                                                                       |
| 17   | por que los dos datos me tiene que dar 1.33 y es facil de comprobar se divide el numero de arriba por el numero de abajo                                              |
| 18   | para sacar los mismos resultados sin tener que cambiar los datos                                                                                                      |
| 19   | la igualdad entre razones son muy iportantes ya que la igualdad entre razones te ayuda mucho en contestar varios problemas de matematicas asi que son muy importantes |
| 20   | datos de toporsion y detos de equiba lensia sude los de tos de popirsion                                                                                              |
| 21   | la imoortancia de la igualdad enre razones es qk eso0 nos da el resultado0oo fij0o0 y hace qk sea el resultado0o0 muy bien                                            |

|           |                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>22</b> | que es un resultado fijo entre las razones                                                                                                                                                                      |
| <b>23</b> | es una igualdad entre razones y nos ayuda a resolver el problema directo                                                                                                                                        |
| <b>24</b> | una igualdad entre razones.                                                                                                                                                                                     |
| <b>25</b> | que la igualdad o el número sea igual al resultado                                                                                                                                                              |
| <b>26</b> |                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>27</b> | es lo mismo                                                                                                                                                                                                     |
| <b>28</b> | en igualdad entre razones se busca el valor y los números constantes y se tiene el resultado                                                                                                                    |
| <b>29</b> | de problemas de litros                                                                                                                                                                                          |
| <b>30</b> |                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>31</b> |                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>32</b> | es importante por que sin ellas no podemos sacar el resultado                                                                                                                                                   |
| <b>33</b> | la igualdad entre razones es la igualdad entre razones para el factor constante en la igualdad de razones y también aumenta la proporción como de 1.5 cuando va aumentando el número de los dos al mismo tiempo |
| <b>35</b> |                                                                                                                                                                                                                 |