

ESTRATEGIA DE CONTROL PARA ROBOT MANIPULADOR INDUSTRIAL DE 2GDL PARA GENERACIÓN DE TRAYECTORIA

M I. Claudia Reyes Rivas¹, Dra. María Brox Jiménez²,
Dr. Héctor René Vega Carrillo³, Dr. Francisco Eneldo López Monteagudo⁴ y Dr. Manuel Agustín Ortiz López⁵

Resumen—En este artículo se presenta el diseño de un control PD+ compensación, aplicado a un robot manipulador de dos grados de libertad siendo ambos grados rotacionales. Para aplicar el control es necesario obtener los modelos cinemático y dinámico del robot. Por lo que en este documento se muestra el análisis matemático de ambos modelos, incluyendo también el modelo cinemático inverso. Una vez descritos los modelos y el cálculo del control se presentan los resultados de la simulación del control. Se utilizó el programa VisSim 6.0 con el cual se realizó la programación del algoritmo de control, así como las simulaciones en tiempo real del seguimiento de trayectorias continuas punto a punto, que en la mayoría de los casos tienen aplicaciones industriales.

Palabras clave— Robot, Modelado Dinámico Articular, Control PD+ compensación, Simulación.

Introducción

La automatización de los procesos de producción mediante el uso de manipuladores robóticos parece ser una de las áreas tecnológicas de mayor progreso en la última década, puesto que brinda la posibilidad de manipular herramientas u objetos mediante una configuración versátil y automática de sistemas de manufactura como se menciona en Sciaviacco L. and Siciliano (2000). Los esfuerzos puestos de manifiesto en las áreas de ciencia y tecnología vinculadas con los manipuladores robóticos, es un indicativo de cuán eficiente ha resultado la robótica para el mejoramiento de la calidad y confiabilidad de los productos manufacturados. En su aplicación industrial, los robots manipuladores son comúnmente empleados en tareas repetitivas y de precisión, así como en actividades peligrosas para operadores humanos, Boudy y León (2011). Las principales ventajas argumentadas para el uso de robots manipuladores en la industria son la reducción de costos de producción, el incremento de la calidad, productividad y mayor flexibilidad comparada con máquinas especializadas, Bazerghi y Apkarian (1984). Adicionalmente, existen aplicaciones monopolizadas por los robots manipuladores tales como el trabajo en zonas tóxicas, radioactivas o explosivas. Sin embargo, las principales aplicaciones industriales se encuentran en el ensamblado, colocación de soldadura y pintura, remachado, perforaciones, traslado de un objeto de un punto a otro, corte por rayo laser, etc. El desarrollo de controladores efectivos representa un paso importante en el área de la robótica sobre todo cuando se trata de aplicaciones industriales en donde se requiere de movimientos con mucha precisión como se resalta en Slotine y Li (1987-1988). Esto es posible, ya que el control asegura que cualquier diferencia entre el valor deseado y el error se hace cero rápidamente, como lo mencionan Kelly y Santibañez (2003). El controlador PD+ compensación es sin duda uno de los controladores más sencillos que pueden ser empleados en el control de movimiento de robots manipuladores con una garantía formal para el cumplimiento de este objetivo de control en forma global, esto se resalta en González y Moreno (2013). Los robots manipuladores son sistemas no lineales, para estos casos el control PD+ compensación a demostrado ser una buena opción ya que como su nombre lo indica compensa todas las no linealidades que se presentan en el modelo dinámico del robot, Kelly y Santibañez (2003). Bingul y Karahan (2011) comentan que el diseño e implementación de controladores PD+ compensación es en realidad muy sencillo con la ayuda de una computadora y un simulador como el VisSim. En este trabajo se realizó el análisis completo de un robot de 2gdl, se obtuvo el modelo dinámico articular del sistema, modelo cinemático directo y cinemática inversa, además se realizó el diseño de un control PD+ compensación que permitió controlar los movimientos del robot manipulador para que ejecutara una trayectoria deseada.

¹ M.I. Claudia Reyes Rivas es estudiante de doctorado de la Universidad de Córdoba, España y Profesora de la Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica en la Universidad Autónoma de Zacatecas, México. clausy_17@yahoo.com (autor corresponsal)

² Dra. María Brox Jiménez es Profesora de Dpto. Arquitectura de Computadores, Electrónica y Tecnología Electrónica de la Universidad de Córdoba, España. mbrox@uco.es

³ Dr. Héctor René Vega Carrillo es Profesor Investigador de la Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica y Unidad Académica de Estudios Nucleares en la Universidad Autónoma de Zacatecas, México. rvega@uaz.edu.mx

⁴ Dr. Francisco Eneldo López Monteagudo es Profesor Investigador de la Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica en la Universidad Autónoma de Zacatecas, México. eneldolm@yahoo.com

⁵ Dr. Manuel Agustín Ortiz López es Profesor de Dpto. Arquitectura de Computadores, Electrónica y Tecnología Electrónica de la Universidad de Córdoba, España. el1orlom@uco.es

Descripción del Método

Modelado de la dinámica del robot manipulador

Se analizó el robot manipulador de dos grados de libertad, como se observa en la figura 1. El robot está conectado a través de dos articulaciones rotacionales. El primer eslabón tiene una longitud constante L_1 y la distancia que tiene al centro de masa m_1 , se nombrará L_{c1} . El segundo eslabón también tiene una longitud constante L_2 , la distancia al centro de masa m_2 será L_{c2} . Ambos eslabones poseen movimientos rotacionales que se denominan q_1 y q_2 respectivamente, el giro de las articulaciones puede ser de hasta 360° . Los parámetros del robot se muestran en las tablas 1 y 2.

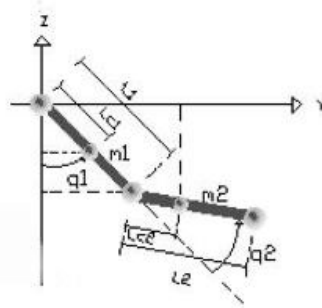


Figura 1. Robot manipulador de dos gdl con eslabones rotacionales.

Parámetro	Símbolo	Valor
Masa 1	m_1	23.9 [Kg]
Longitud articulación 1	L_1	0.45 [m]
Longitud al centro de masa 1	L_{c1}	0.091 [m]
Inercia articulación 1	I_1	1.266 [Kg·m ²]
Fricción viscosa 1	F_{v1}	2.288 [N·m·seg/grado]
Fricción de Coulomb 1	F_{c1}	7.17 [N·m]

Tabla 1. Parámetros del la articulación 1.

Parámetro	Símbolo	Valor
Masa 1	m_2	3.88 [Kg]
Longitud articulación 1	L_2	0.4 [m]
Longitud al centro de masa 1	L_{c2}	0.048 [m]
Inercia articulación 1	I_2	0.093 [Kg·m ²]
Fricción viscosa 1	F_{v2}	0.175 [N·m·seg/grado]
Fricción de Coulomb 1	F_{c2}	1.734 [N·m]

Tabla 2. Parámetros del la articulación 2.

Modelado cinemático directo

El modelo cinemático directo describe la relación entre la posición articular q , y la posición y orientación en el plano de referencia coordenado cartesiano (x, y, z)

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{c1} \text{sen}(q_1) \\ -L_{c1} \text{cos}(q_1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \text{sen}(q_1) + L_{c2} \text{sen}(q_1 + q_2) \\ -L_1 \text{cos}(q_1) - L_{c2} \text{cos}(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

donde q_1 y q_2 son las posiciones angulares en grados de las articulaciones 1 y 2 respectivamente. Se derivan las ecuaciones anteriores encontramos las velocidades angulares v_1 y v_2 :

$$v_1 = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{z}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{c1} \text{cos}(q_1) \dot{q}_1 \\ L_{c1} \text{sen}(q_1) \dot{q}_1 \end{bmatrix}$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} \dot{y}_2 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \cos(q_1) \dot{q}_1 + Lc_2 \cos(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ L_1 \text{sen}(q_1) \dot{q}_1 + Lc_2 \text{sen}(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \end{bmatrix}$$

Modelo dinámico articular

Las ecuaciones dinámicas de un robot manipulador se pueden obtener a partir de las ecuaciones de movimiento de Newton. La desventaja que se presenta al utilizar este método, es que cuando el número de articulaciones del robot se incrementa el análisis se complica, por tal motivo es conveniente utilizar las ecuaciones de movimiento de Lagrange que se basan en la energía cinética y potencial del mecanismo. Además que relacionan masa, inercia, fricción, longitud y coordenadas articulares para conocer la fuerza requerida en los actuadores. El modelo dinámico articular está formado por la energía cinética, energía potencial, cálculo del Lagrangiano y aplicación de las ecuaciones de movimiento de Lagrange.

Cálculo de Energía Cinética

La energía cinética es la energía que se genera en un cuerpo en movimiento y depende directamente de la velocidad. Por lo tanto, las energías cinéticas para la articulación 1 y 2 son:

$$K_1(q(t), \dot{q}(t)) = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^T \cdot v_1 + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 = \frac{1}{2} m_1 Lc_1^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2$$

$$K_2(q(t), \dot{q}(t)) = \frac{1}{2} m_2 \left[L_1^2 \dot{q}_1^2 + Lc_2^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2L_1 Lc_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \dot{q}_1 \cos(q_2) \right] + \frac{1}{2} I_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2$$

Energía potencial

Es la energía que genera la fuerza gravitacional. Ahora se muestra el resultado de la obtención de la energía potencial en ambas articulaciones.

$$U_1(q(t)) = m_1 \cdot g \cdot Z_{R1} = Lc_1 [1 - \cos(q_1)] m_1 g$$

$$U_2(q(t)) = m_2 \cdot g \cdot Z_{R2} = L_1 m_2 g [1 - \cos(q_1)] + Lc_2 m_2 g [1 - \cos(q_1 + q_2)]$$

donde: m_1 y m_2 son las masas de los eslabones uno y dos, g es la fuerza gravitacional, Z_{R1} y Z_{R2} son las proyecciones de los eslabones 1 y 2 sobre el eje z .

Cálculo del Lagrangiano: Lgn

El Lagrangiano de un robot manipulador es la diferencia entre su energía cinética y su energía potencial, y se define por la siguiente ecuación:

$$Lgn(q(t), \dot{q}(t)) = K_1(q(t), \dot{q}(t)) + K_2(q(t), \dot{q}(t)) - U_1(q(t)) - U_2(q(t))$$

y por lo tanto:

$$Lgn(q(t), \dot{q}(t)) = \frac{1}{2} m_1 Lc_1^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \left[L_1^2 \dot{q}_1^2 + Lc_2^2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + 2L_1 Lc_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \dot{q}_1 \cos(q_2) \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} I_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 - Lc_1 [1 - \cos(q_1)] m_1 g - L_1 m_2 g [1 - \cos(q_1)] + Lc_2 m_2 g [1 - \cos(q_1 + q_2)]$$

Desarrollo de las ecuaciones de Lagrange

A partir del desarrollo de las ecuaciones de Lagrange se obtienen las ecuaciones de movimiento de los pares τ_1 y τ_2 de los actuadores 1 y 2:

$$\tau_1 = \left[m_1 Lc_1^2 + m_2 L_1^2 + m_2 Lc_2^2 + 2m_2 L_1 Lc_2 \cos(q_2) + I_1 + I_2 \right] \ddot{q}_1 + \left[I_2 + m_2 Lc_2^2 + m_2 L_1 Lc_2 \cos(q_2) \right] \ddot{q}_2 -$$

$$- m_2 L_1 Lc_2 \text{sen}(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 - m_2 L_1 Lc_2 \text{sen}(q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \dot{q}_2 + m_1 g Lc_1 \text{sen}(q_1) + m_2 g L_1 \text{sen}(q_1) +$$

$$+ m_2 g Lc_2 \text{sen}(q_1 + q_2) + f_{c1} \tanh(\dot{q}_1) + f_{v1} \dot{q}_1$$

$$\tau_2 = [m_2 Lc_2^2 + m_2 L_1 Lc_2 \cos(q_2) + I_2] \ddot{q}_1 + [m_2 Lc_2^2 + I_2] \ddot{q}_2 + m_2 L_1 Lc_2 \sin(q_2) \dot{q}_1 + m_2 g Lc_2 \sin(q_1 + q_2) + f_{c_2} \tanh(\dot{q}_2) + f_{v_2} \dot{q}_2$$

Representación matricial del modelo dinámico

Para introducir el modelo matemático obtenido anteriormente en el programa de simulación VisSim, es necesario que se represente en forma matricial.

Matriz de inercias

La matriz de inercias está integrada por todos los elementos multiplicados por la aceleración.

$$M(q(t)) = \begin{bmatrix} m_1 Lc_1^2 + m_2 L_1^2 + m_2 Lc_2^2 + 2m_2 L_1 Lc_2 \cos(q_2) + I_1 + I_2 & I_2 + m_2 Lc_2^2 + m_2 L_1 Lc_2 \cos(q_2) \\ m_2 Lc_2^2 + m_2 L_1 Lc_2 \cos(q_2) + I_2 & m_2 Lc_2^2 + I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix}$$

Matriz Centrífuga o de Coriolis

Esta matriz la forman todos los elementos multiplicados por la velocidad.

$$C(q(t), \dot{q}(t)) = \begin{bmatrix} -m_2 L_1 Lc_2 \sin(q_2) \dot{q}_2 & -m_2 L_1 Lc_2 \sin(q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ m_2 L_1 Lc_2 \sin(q_2) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

Vector de fuerzas gravitacionales

Esta matriz la conforman los elementos multiplicados por la aceleración gravitacional.

$$g(q(t)) = \begin{bmatrix} m_1 g Lc_1 \sin(q_1) + m_2 g L_1 \sin(q_1) + m_2 g Lc_2 \sin(q_1 + q_2) \\ m_2 g Lc_2 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

Vector de fuerzas de fricción

Esta matriz la conforman los elementos de fricción de Coulomb y viscosa del actuador.

$$f(\dot{q}(t)) = \begin{bmatrix} f_{c_1} \tanh(\dot{q}_1) + f_{v_1} \dot{q}_1 \\ f_{c_2} \tanh(\dot{q}_2) + f_{v_2} \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

Cinemática inversa

Para complementar el análisis se obtuvo el modelo cinemático inverso que consiste justamente en la relación inversa del modelo cinemático directo.

$$q_{1d} = -\arctan\left(\frac{L_2 \sin(q_2)}{L_1 + L_2 \cos(q_2)}\right)$$

$$q_{2d} = -\arccos\left(\frac{y^2 + z^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1 L_2}\right)$$

Diseño del control PD+ compensación

De las ecuaciones que se obtuvieron en la sección anterior se observó que el modelo dinámico del robot contiene no linealidades que se deben principalmente a las fuerzas de fricción, gravedad y fuerzas centrífugas, por tal motivo no es posible aplicar directamente las técnicas de control clásico, por lo tanto se aplicó un control PD combinado con compensadores, que contrarresten las no linealidades que aparecen en el modelo dinámico.

Como ya se había mencionado anteriormente, para el diseño de un controlador se requiere tener un conocimiento exacto del modelo del manipulador, adicionalmente es necesario disponer de las trayectorias deseadas. Por lo tanto el siguiente paso es la etapa de diseño del control PD+ compensación, que garantiza el control de los movimientos del robot para que efectúe una trayectoria determinada.

Para el diseño del control PD+ compensación se determinaron las no linealidades existentes en las ecuaciones para los pares de los actuadores, o sea τ_1 y τ_2 las cuales definen los pares de los actuadores 1 y 2 respectivamente. Después se despejó la aceleración de las ecuaciones antes mencionadas y se aplicó la ley de control.

Ecuación general de la ley de control

La ecuación general de la ley de control es

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + f(\dot{q}) + K_p q_d - K_p q + K_v \dot{q}_d - K_v \dot{q}$$

Se agruparon no linealidades de τ_1 y se aplicó la ley de control y se hizo $\ddot{q}_{1d} = 0$ se obtiene:

$$(m_1 L c_1^2 + m_2 L_1^2 + m_2 L c_2^2 + I_1 + I_2)\ddot{q}_1 + f_{v1}\dot{q}_1 + K_{p1}q_1 + K_{v1}\dot{q}_1 = K_{p1}q_{d1}$$

A la ecuación anterior se le aplicó la transformada de Laplace para obtener la siguiente función de transferencia:

$$\frac{Q(s)}{Q_d(s)} = \frac{K_{p1}}{(m_1 L c_1^2 + m_2 L_1^2 + m_2 L c_2^2 + I_1 + I_2)s^2 + (f_{v1} + K_{v1})s + K_{p1}}$$

Se diseñó un control PD con sobrepaso $M_p=2\%$, un coeficiente de amortiguamiento $\zeta = 0.779$ y un tiempo pico $t_p = 1$ seg.

$$\frac{Q(s)}{Q_d(s)} = \frac{1}{a} \left[\frac{K_p}{s^2 + \frac{(f_{v1} + K_{v1})}{a}s + \frac{K_{p1}}{a}} \right]$$

donde: $a = (m_1 L c_1^2 + m_2 L_1^2 + m_2 L c_2^2 + I_1 + I_2)$

Se iguala la ecuación anterior con la ecuación general para sistemas de segundo para obtener los valores de las ganancias correspondientes de K_{p1} y K_{v1} .

$$K_{v1} = (2a\zeta\omega_n) - f_{v1} = 16.06$$

$$K_{p1} = \omega_n^2 (a) = 59.02$$

Para el segundo actuador se realizó el mismo procedimiento para obtener los valores de las ganancias K_{p2} y K_{v2} . Se aplicó la ley de control y se hizo $\ddot{q}_{2d} = 0$ obteniendo:

$$(m_2 L c_2^2 + I_2)\ddot{q}_2 + f_{v2}\dot{q}_2 + K_{p2}q_2 + K_{v2}\dot{q}_2 = K_{p2}q_{d2}$$

A la ecuación anterior se le aplicó la transformada de Laplace para obtener la siguiente función de transferencia:

$$\frac{Q(s)}{Q_d(s)} = \frac{K_{p2}}{(m_2 L c_2^2 + I_2)s^2 + (f_{v2} + K_{v2})s + K_{p2}}$$

Se diseñó un control el PD con las mismas especificaciones que para el primer eslabón, y se obtuvo la siguiente ecuación:

$$\frac{Q(s)}{Q_d(s)} = \frac{1}{b} \left[\frac{K_{p2}}{s^2 + \frac{(f_{v2} + K_{v2})}{b}s + \frac{K_{p2}}{b}} \right]$$

donde $b = (m_2 L c_2^2 + I_2)$

Se iguala la ecuación anterior con la ecuación general para sistemas de segundo para obtener los valores de las ganancias correspondientes de K_{p2} y K_{v2} .

$$K_{v2} = (2b\zeta\omega_n) - f_{v2} = 0.6203$$
$$K_{p2} = \omega_n^2 (b) = 2.558$$

Generación de trayectoria continua punto a punto

La manera más sencilla de especificar el movimiento de un robot es la denominada punto a punto. Esta metodología consiste en determinar una serie de puntos en el espacio de trabajo del manipulador por donde se desea que pase el extremo final del mismo con el fin de satisfacer una cierta aplicación. Una forma más general de especificar el movimiento de un manipulador es llamada trayectoria continua. El problema que enfrenta el control consiste en hacer pasar la herramienta por dicha trayectoria, por lo tanto se programó el robot bajo el ambiente de simulación de VisSim, para que dibuje una figura en forma de delfin en el plano y - z . Inicialmente el robot se situó en la posición de casa (es decir los eslabones del robot están ubicados sobre el eje z negativo o sea $q_1 = 0$ y $q_2 = 0$) y después de terminar el seguimiento de la trayectoria debe regresar a la posición de casa.

Resultados

Después de que se obtuvo el modelo del robot, se diseñó y aplicó el control PD+ compensación y además que se le proporcionó una trayectoria continua punto a punto en forma de delfin, se observó que el resultado de la simulación en tiempo real cumple con las expectativas programadas, es decir el robot manipulador ejecuto la trayectoria sin ningún problema y con gran exactitud. En la figura 2 se muestra la simulación de la trayectoria ejecutada por el robot con el control PD+ compensación integrado.

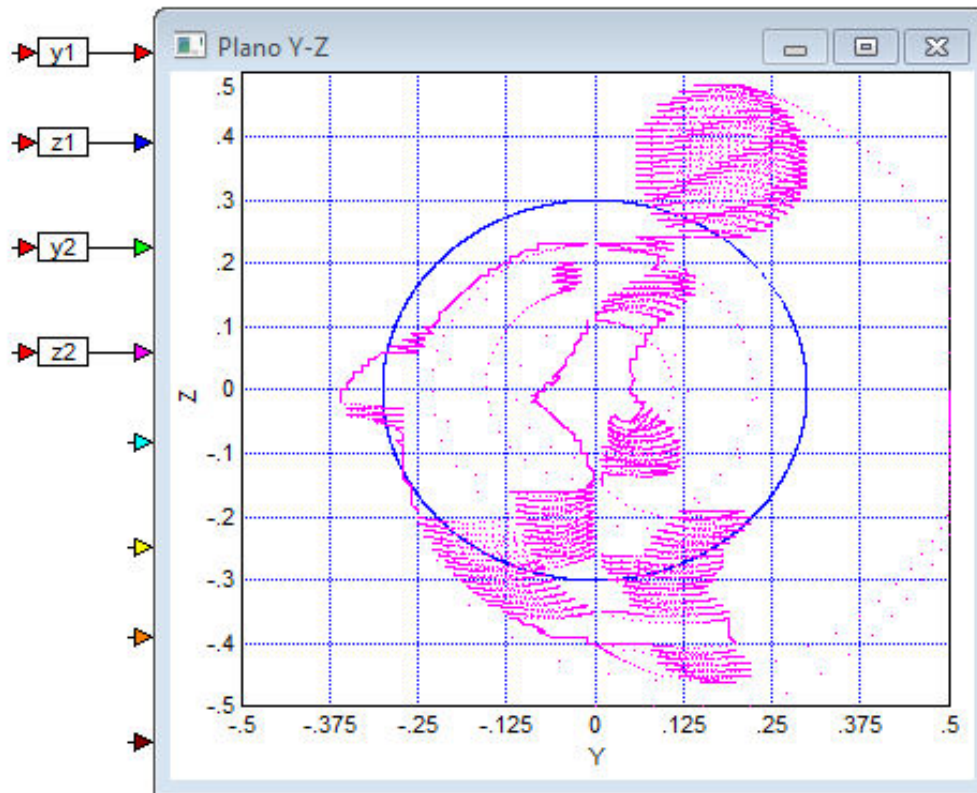


Figura 2. Trayectoria ejecutada por el robot manipulador con el regulador PD+ compensación en el plano y - z .

Se anexa también la figura 3, que pertenece a la gráfica de posiciones deseadas y que ejecuta el robot manipulador de acuerdo con la trayectoria continua punto a punto programada para realizar la figura de un delfin. Es decir, la figura muestra el desplazamiento en grados de los actuadores 1 y 2, que permiten a su vez el movimiento de los dos eslabones de manera conjunta para dibujar la trayectoria.

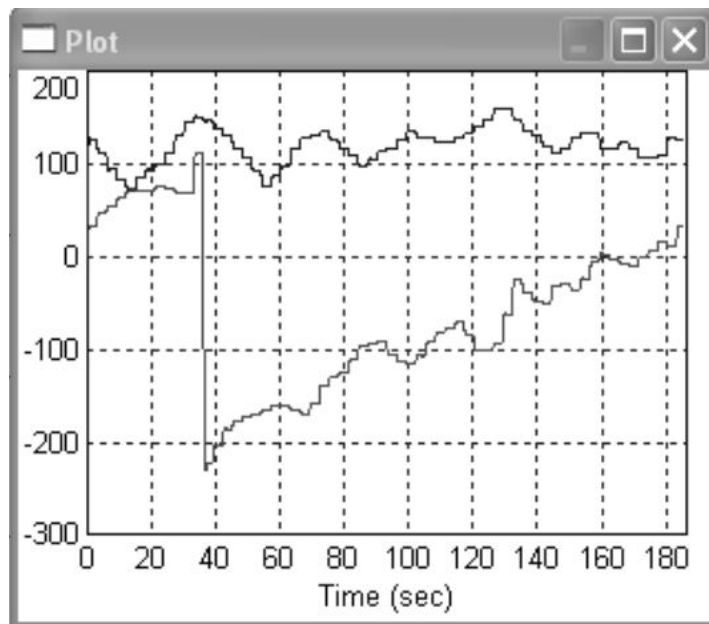


Figura 3. Gráfica de posiciones del robot con respecto al tiempo.

Conclusiones

Con este trabajo se demostró la importancia que tiene el modelado cinemático y dinámico para conocer el comportamiento del robot, una de las ventajas de esto, es que se puede realizar cualquier modificación antes que éste sea construido, lo que se ve reflejado en que se garantiza el buen funcionamiento del mismo, así como en una mejor optimización de los recursos materiales e intelectuales.

Los resultados mostraron que el modelo dinámico que se obtuvo representa correctamente el comportamiento del dinámico del robot y al aplicarle la cinemática inversa y el control PD+ compensación, se logra que el robot ejecute la trayectoria continua programada con gran eficiencia. Una de las ventajas más importantes del control PD+ compensación, es que su diseño es sencillo además de que es fácil de implementar en el programa VisSim, ya que se

realizó por medio de bloques matriciales que contienen la información del modelo del robot y su controlador.

Sin embargo, se debe tomar en consideración que las ganancias del controlador deben ser calculadas para que no sobrepasen los valores máximos permitidos en los torques de los motores de las articulaciones, también se debe considerar que la trayectoria programada no sobrepase el espacio de trabajo del robot.

El uso de VisSim 6.0 para la simulación del comportamiento de robots por sí solo representa un gran avance tanto desde el punto académico como de la investigación para el área de control y automatización, ya que la implementación del modelo del sistema, el control y el ajuste de ganancias se realiza muy fácilmente. La ventaja de la simulación en tiempo real permite al diseñador concentrarse en aspectos de modelado y diseño matemático, en lugar de pensar en detalles de programación.

Referencias bibliográficas

- Bazergbi A. and J. Apkarian, "An Exact Kinematic Model of PUMA 600 Manipulador" University of Toronto, Toronto, Canada, 1984.
- Bingul Z. and Karahan O., "A Fuzzy Logic Controller Tuned with PSO for 2 DOF Robot Trajectory Control" Elsevier Expert Systems with Applications Vol. 38, pp.1017-1031, 2011.
- Boudy G. S. and León M. J., Estrada R. Y. "Sistema para el Control Inteligente de un Robot Manipulador" Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias, Vol. 20, No. 2, 2011
- González V. S. and Moreno V. J. "Timescale Separation of a Class of Robust PD-type Tracking Controllers for Robot Manipulators". ISA Trans Vol. 52, pp. 418-428, 2013.
- Kelly M. R. and Santibañez D. V., " Control movimiento de Robots Manipuladores " Prentice Hall, 2a. edición, 2003.
- Sciaviacco L. and Siciliano B., "Modeling and Control of Robot Manipulators" Springer-Verlag London, 2a. edición, 2000.
- Slotine J.J, Li W, "On the Adaptive Control of Robot Manipulator" The International Journal of Robotics Research, Vol. 6, No. 3, pp.49-59, 1987.
- Slotine J.J, Li W, "Adaptive Manipulator Control: A case Study" IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-33, No. 11, November, pp. 995-103, 1988.