

El rol de nuevas transformaciones de señales n-dimensionales en futuras normas para imágenes fijas y para secuencias de video.

J. I. De la Rosa, J. Villa Hernández, Ma. A. Araiza,
G. Miramontes de León, y E. García Domínguez

Laboratorio de Procesamiento Digital de Señales
Universidad Autónoma de Zacatecas
Zacatecas, Zac., C.P. 98064

E-mail: ismaelrv@ieee.org, jvillah@cantera.reduaz.mx

Resumen — Este trabajo tiene como finalidad presentar un conjunto de nuevas herramientas utilizadas para la compresión de señales. El análisis mediante la Transformada Wavelet (WT - de sus siglas en inglés) ha crecido a grandes pasos gracias a su aplicabilidad en diferentes áreas. Algunas de las áreas excitantes de aplicación son la restauración de señales y la codificación y compresión de señales, y más específicamente es el caso de imágenes. Existe entonces una intersección entre las fronteras de las matemáticas, la ciencia y la tecnología entre otras, que permite un convivio sano el cual conduce a la unificación de diferentes áreas de investigación. Gracias al trabajo arduo de muchas escuelas (Francesas y Norteamericanas principalmente) involucradas en los avances de la teoría de wavelets (ondículas) se han podido plasmar hasta ahora las ventajas y desventajas de su uso para el análisis de un tipo u otro de señal. Uno de los casos que preocupaba bastante era la inconsistencia de la WT para señales bidimensionales, pues la WT no es capaz de mapear adecuadamente discontinuidades a lo largo de una línea o curva en un espacio bidimensional, tal es el caso de los contornos (cerrados o abiertos). Con la finalidad de atacar este problema D. Donoho de la universidad de Stanford y su equipo de trabajo se han dado a la tarea de proponer nuevas transformaciones que recurren al uso mismo de la teoría de Ondículas, estas nuevas herramientas de análisis son conocidas como ridgelets y curvelets.

Abstract — The objective of this paper is to introduce a set of recently developed tools which are used in the signal processing discipline of compression. The Wavelet Transform (WT) analysis has significantly grown in the last years thanks to its large cover of scientific and industrial areas of applications. Among the exciting existent areas, there exist a particular interest in the restoration, coding and compression of signals, such is the case of images. Thus, there is an intersection of the frontiers of mathematics, science and technology which permits a junction of disciplines leading to a union between researchers and their research objectives. According to the great effort made by different Wavelet Schools (French and American mainly) involved in the advances of the wavelet theory, it has been possible to specify the advantages and disadvantages when using wavelets in each particular signal framework. One particular case of preoccupation and study is the inconsistency of the two dimensional WT, such a problem appears when two dimensional signals containing discontinuities are transformed. The discontinuities are in fact lines or curves in the 2-dimensional space, this is for example, an image with contours (opened or closed). With the aim to tackle this problem, D. Donoho and his research team at the Stanford university have proposed two new transforms based on the use of wavelet theory, these recent proposed tools of analysis are known as ridgelets and curvelets.

Palabras clave — *Codificación, compresión, courvelet, restauración, ridgelet, wavelets.*

I. INTRODUCCIÓN

LAS transformadas Ridgelet y Curvelet son dos alternativas recientes utilizadas para las representaciones de sistemas multiescala. Se pueden emplear tanto para filtrado de señales como para la compresión. La transformada ridgelet fué introducida en el trabajo de tesis de E. Candès en 1998 [1] bajo la supervisión de D. Donoho. Dicha transformada fue introducida como una expansión de funciones esparcidas en espacios continuos que son lo suficientemente regulares (e.g. smoothness condition), lo cual permite alejarse de posibles discontinuidades [2], [4], [9]. La transformada ridgelet discreta se obtiene para señales de tamaño finito y tiene un vínculo especial con la transformada de Radón finita (FRAT) [7].

En el caso del procesamiento de imágenes muchas de las tareas aprovechan representaciones esparcidas de los datos en donde se desea empaquetar un máximo de información en un mínimo de muestras. La elección más actual es la utilización de la transformada en ondículas o wavelets. El éxito en la utilización de bases de wavelets se debe a que es posible alcanzar grandes desempeños utilizando funciones regulares por segmentos o átomos, y sobre todo para casos de señales unidimensionales [13]. En el caso bidimensional, existen mayores restricciones debido a la existencia de singularidades (las regiones de regularidad están separadas por contornos) y hay que hacer manipulaciones para poder llevar a cabo la obtención de wavelets bidimensionales o n-dimensionales que permitan estabilidad a la transformación.

Una alternativa a la debilidad de las wavelets antes mencionada es la utilización de una representación llamada ridgelets que trata de manera más efectiva las singularidades que se presentan en dos dimensiones (2-D). La idea principal es “mapear” las líneas de singularidades en singularidades puntuales utilizando para ello la transformada de Radón. Enseguida, se aplica la transformada wavelet (unidimensional) la cual si puede manipular de forma eficaz las singularidades puntuales que se encuentran en el dominio de Radón. La propuesta inicial se plasma en forma continua para funciones definidas en $L^2(\mathbb{R})$.

En lo que se refiere a la transformada curvelet [2], [3], [5], [6], [15] y [16], ésta es aún más reciente y también es de gran utilidad en el análisis multiresolución (Análisis multiresolución y análisis geométrico de forma simultánea). La ventaja de ésta sobre la transformada wavelet 2-D, es que se pueden representar de mejor manera los objetos con contornos (discontinuidades bidimensionales). El error de representación cuadrático requiere de al menos $1/N$ wavelets, mientras que sólo son necesarias $1/(N^{1/2})$ curvelets para un mismo error. Esta transformada tiene muchas similitudes con la transformada wavelet, pero también tiene algunas diferencias, entre ellas se encuentra un escalamiento anisotrópico (el de las wavelets es isotrópico). La transformada curvelet se basa en la construcción de marcos estrechos (e.g. tight frames), que obedecen una ley o regla especial de escalamiento, en donde la longitud del soporte de los marcos y el ancho del mismo soporte se relacionan de la siguiente forma: ancho \approx longitud². Su base esta compuesta por diferentes etapas, y en estas interviene el uso de ridgelets (monoescala y multiescala). Otras tendencias recientes son las Brushlets [14], Bandelets [12], Beamlets [10], y otras más.

II. TRANSFORMADAS RIDGELET Y CURVELET DISCRETAS

Para poder llevar a cabo la transformada ridgelet discreta (Discrete ridgelet transform - DRT) [4], [8], [7], primero es necesario definir la transformada de Radón discreta (Discrete Radon transform - DRAT) que bien puede ser aproximada por la transformada de Radón finita (Finite Radon Transform - FRAT) como lo muestra M. Do [7], pues la DRT puede ser construida en base a la transformada discreta de Radón. La transformada de Radón finita, es una versión invertible de la Transformada de Radón en tiempo discreto y bajo la suposición de periodicidad funciona sin ningún problema. Partiendo de la FRAT, se puede entonces construir la transformada ridgelet finita

(FRIT) como se muestra en la Figura 1. Así mismo, se asegura la operación inversa (IFRIT) mediante la proyección finita hacia atrás (finite back projection – FBP o IFRAT) lo cual nos permitirá pasar de dominios discretos pasando por la transformada wavelet discreta (DWT) y su inversa (IDWT).

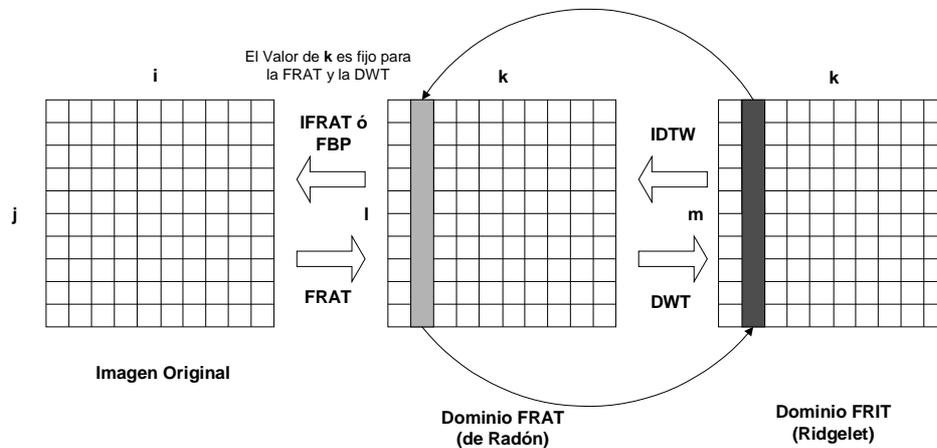


Figura 1. Transformada Ridgelet (Continua y Discreta).

Adicionalmente, si se respeta la condición para la conformación de marcos (frames) tanto para la transformada discreta de Radón, como para la transformada wavelet, entonces se asegura estabilidad para llevar a cabo la transformada ridgelet discreta y la inversa de ésta última (se puede llevar a cabo la expansión en bases ortonormales: diádicas, symlets, etc.).

La transformada curvelet (TCvC) [3], [5], [15], es una transformada muy reciente y es de gran utilidad en el análisis multiresolución, está inspirada en una evolución de las ideas que dieron base a la transformada ridgelet. La ventaja de la TCvC sobre la transformada wavelet, es que se pueden representar de mejor manera los objetos con contornos curvilíneos. El error cuadrático de representación requiere de al menos $1/N$ wavelets, mientras que sólo se necesitan para un mismo error $1/(N^{1/2})$ curvelets. La transformada curvelet se basa en la construcción de marcos estrechos que obedecen la regla: **ancho** \approx **longitud**². Esta nueva transformada equivale a llevar a cabo al mismo tiempo dos análisis: análisis multiresolución y un análisis geométrico.

Al igual que la DRT, la transformada curvelet discreta (TCvD) [2], [7], [15], [16], también conocida como transformada curvelet digital (Digital Curvelet Transform - DCvT) es complicada de obtener debido a sus condicionantes y a la falta de más trabajo que permita establecer algoritmos contundentes, en este sentido parece aún haber un camino por recorrer dentro de la investigación a cerca de estas nuevas herramientas.

La idea principal de la transformada curvelet es entonces, primero descomponer la imagen en sub-bandas con el propósito de separar el objeto en una serie de escalas disjuntas. Cada escala es analizada de forma local por la transformada ridgelet (ver Figura 2). Entonces, los diferentes niveles de la pirámide ridgelet multiescala se utilizan para representar diferentes sub-bandas de un banco de filtros de salida. El punto clave está en la existencia de una relación muy especial entre la profundidad de la pirámide multiescala y los índices de las sub-bandas diádicas, manteniendo la propiedad fundamental de la transformada curvelet en donde los elementos de longitud de $2^{-j/2}$ sirven para el análisis y la síntesis de la j -ésima sub-banda $[2^j, 2^{j+1}]$.

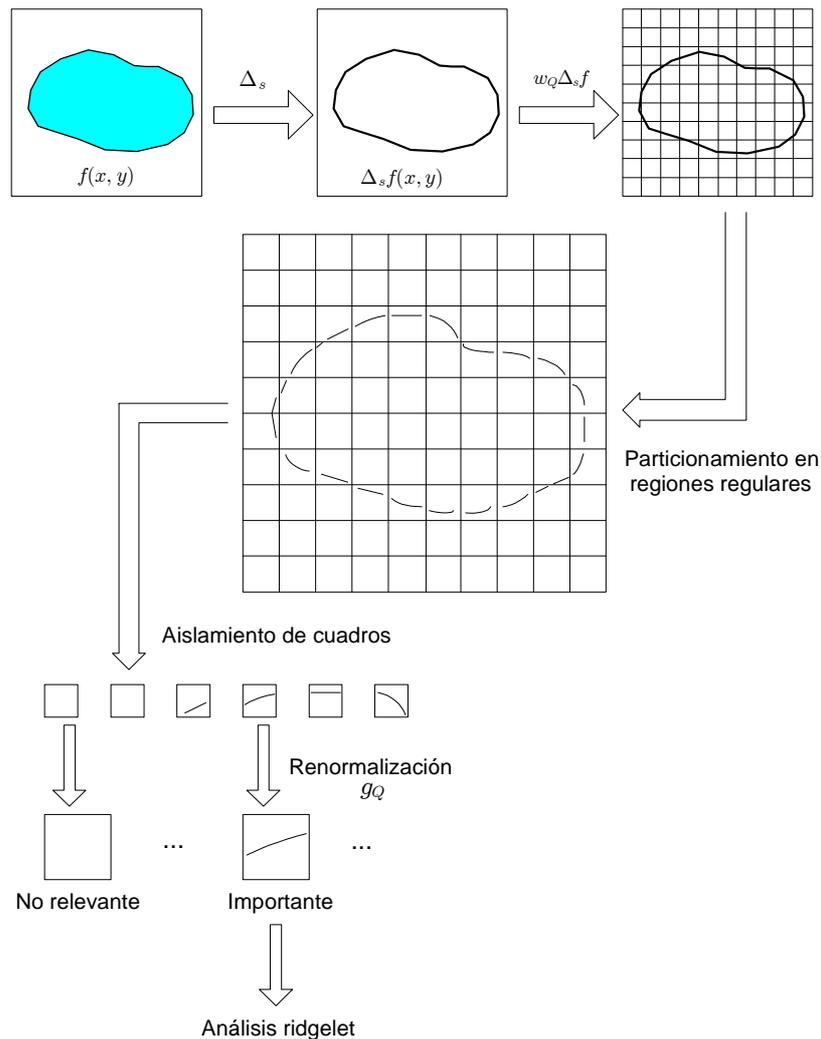


Figura 2. Transformada Curvelet (Continua y Discreta).

III. ESQUEMAS ACTUALES DE LAS NORMAS DE IMÁGENES FIJAS Y DE VIDEO

La norma más reciente establecida por la ISO/ITU-T en lo referente a la compresión de imágenes fijas es la JPEG 2000 (compresión con pérdidas y sin pérdidas), dicha norma supera por mucho en calidad a la norma estándar durante los 90's JPEG [17]. Otros estándares recientemente actualizados son JPEG-LS, MPEG-4 VTC (Visual Texture Coding) y MPEG-4/7/21. Estas últimas utilizan el núcleo utilizado por la norma JPEG (pero para el caso de la transmisión/recepción de video), es decir, la transformada del coseno discreto o DCT de sus siglas en inglés. En el trabajo de D. Santa-Cruz [17] se introducen de manera un poco más detallada los esquemas presentados en las Figuras 3 y 4, en donde además se lleva a cabo una comparación con respecto a otros esquemas importantes, sobre todo en el caso de compresión sin pérdidas. Lo importante del esquema de JPEG es que esta norma inicialmente propuesta en los 80's divide la imagen en bloques de 8 x 8 píxeles y a cada bloque se le aplica la DCT. Los bloques transformados son cuantizados, con un cuantizador escalar uniforme, son barridos en zig-zag y son codificados con un codificador entrópico de Huffman (codificador de símbolos). La cantidad de pasos de cuantización se lleva a cabo para cada uno de los 64 coeficientes DCT y se especifica en tablas las cuales permanecen fijas para todos los

bloques. Los coeficientes DCT de todos los bloques se codifican por separado, utilizando un esquema predictivo.

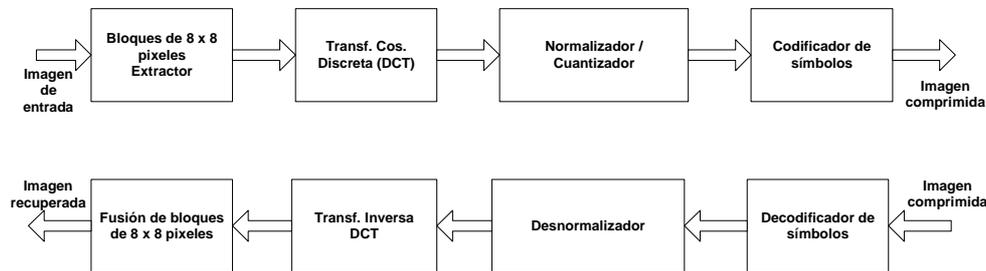


Figura 3. Diagrama para JPEG.

El núcleo de la norma JPEG 2000, es la WT discreta (DWT), en donde también se utiliza la cuantización escalar, un modelado contextual, codificación aritmética y post-compresión. La DWT utiliza wavelets diádicas y cuando se utilizan filtros reversibles se tendrá compresión sin pérdidas, o en el caso de filtros no reversibles se tendrá compresión con pérdidas, pues se pueden alcanzar altas tasas de compresión. La DWT hace una descomposición de la imagen en sub-bandas, y cada sub-banda es dividida en bloques de 64 x 64, luego se utiliza codificación entrópica utilizando simultáneamente un codificador aritmético de planos de bits. Los datos codificados se organizan por niveles (e.g. Layers), los cuales son niveles de calidad. Finalmente se utiliza una post-compresión de acuerdo a una asignación de longitud de palabra prevista, la cual será una palabra código de salida (paquetes de salida).

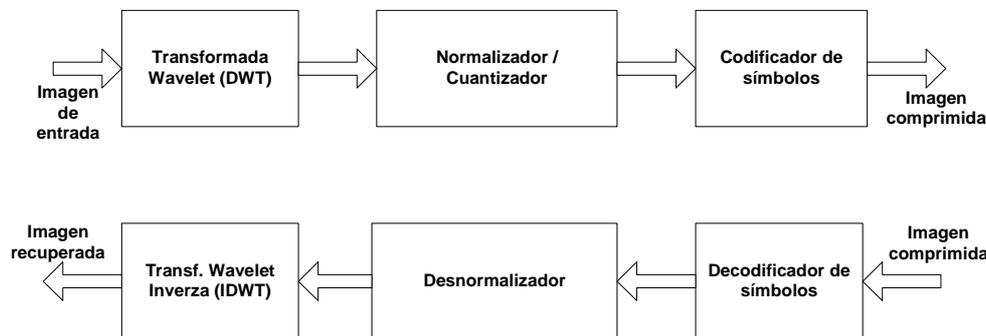


Figura 4. Diagrama para JPEG2000.

Una comparación más amplia de normas basadas en los dos núcleos antes mencionados (DCT y DWT) está dada en la Figura 5, en donde vemos que se llega a una etapa en donde la DWT aún puede proporcionar mejoras en esquemas similares a MPEG [18], es decir para la compresión de video (imágenes en “movimiento”).

IV. FUTURAS NORMAS Y NUEVAS TRANSFORMACIONES

Según lo que se ha presentado en los párrafos anteriores, se puede deducir que las nuevas transformaciones presentadas en este trabajo tales como la transformada ridgelet, curvelet, o más aún los trabajos recientes de pioneros como R. Coifman y S. Mallat, formarán sin duda parte en la evolución de nuevos núcleos, los cuales a su vez serán capaces de pertenecer a nuevas normas que superarán las ya existentes y las que aún están en modificación en nuestros días (como se muestra en la Figura 5).

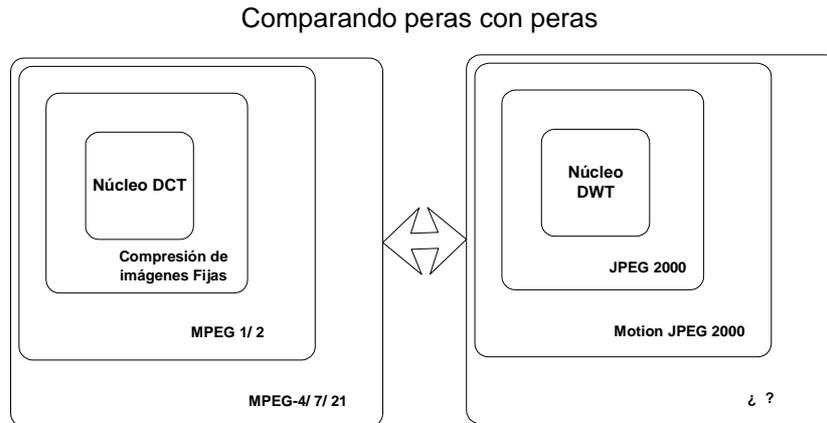


Figura 5. Comparación entre normas existentes y normas futuras inmediatas.

V. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Las nuevas transformaciones, han dado muestra de su eficiencia en términos de reconstrucción y calidad visual de imágenes, y aunque aún falta camino por recorrer en lo que se refiere a la estabilidad de los nuevos algoritmos, ya se ha logrado un gran avance en cuanto a las sugerencias hechas en la sección de conclusiones del trabajo de D. Santa-Cruz [17].

RECONOCIMIENTOS

Mis más sinceros agradecimientos al Programa de Mejoramiento al Profesorado (PROMEP) de la Secretaria de Educación Pública (SEP) de México, este trabajo fué parcialmente apoyado por PROMEP-SEP bajo registro UAZAC PTC 24-103.5/03/1127.

REFERENCIAS

- [1] E. J. Candès, *Ridgelets: Theory and Applications*, Ph.D. Thesis, Department of Statistics, Stanford University, 1998.
- [2] E. J. Candès, y F. Guo, "New multiscale transforms, minimum total variation synthesis: Applications to edge-preserving image reconstruction", *Journal of Signal Processing*, Vol. 82, pp. 1519 - 1543, Jan. 2002.
- [3] E. J. Candès, y D. L. Donoho, "Curvelets: A surprisingly effective nonadaptive representation of objects with edges", in *Curves and Surfaces Fitting*, L. L. Schumaker, A. Cohen, and C. Rabut, Eds. Vandervilt University Press, Nashville, TN, pp. 105 - 120, 2000.
- [4] E. J. Candès, D. L. y Donoho, "Ridgelets: A key to higher-dimensional intermittency?", *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, Vol. A 357, pp. 2495 - 2509, 1999.
- [5] E. J. Candès, y D. L. Donoho, "Curvelets and Curvilinear Integrals", *Journal of Approx. Theory*, Vol. 113, pp. 59 - 90, 2000.
- [6] E. J. Candès, y D. L. Donoho, "New Thigt Frames of Curvelets and Optimal Representations of Objects with Smooth C^2 Singularities", *Technical Report*, Stanford University, Submitted, 2002.
- [7] M. N. Do, y M. Vetterli, "The Finite Ridgelet Transform for Image Representation," *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol. 12, pp. 16 - 28, Jan. 2003.
- [8] D. L. Donoho, y M. R. Duncan, "Digital Curvelet Transform: Strategy, Implementation and Experiments", in *Proc. Aerosense 2000, Wavelet Applications VII*, SPIE, Vol. 4056, pp. 12 - 29, 2000.
- [9] D. L. Donoho, y A. G.Flesia, "Digital Ridgelet Transform based on true Ridge Functions," *Technical Report*, Stanford University, 2001.
- [10] D. L. Donoho, y X. Huo, "Beamlets and Multiscale Image Analysis," *Multiscale and Multiresolution Methods*, Springer Lecture Notes in Computational Science and Engineering (Editors T.J. Barth, T. Chan, and R. Haimes), Vol. 20, pp. 149 - 196, 2002.
- [11] A. G. Flesia, H. Hel-Or, A. Averbuch, E. J. Candès, R. R. Coifman, y D. L. Donoho, "Digital Implementation of Ridgelet Packets," *Technical Report*, Stanford University, 2002.
- [12] E. Le Pennec, y S. Mallat, "Sparse Geometric image representations with Bandelets," *IEEE Trans. On Image Processing*, Vol. 14, No. 4, pp. 423 - 438, April 2005.
- [13] S. Mallat, *A Wavelet Tour of Signal Processing*, Academic Press, Second Edition, 1999.
- [14] F. G. Meyer, y R. R. Coifman, "Directional image compression with Brushlets," *Proc. of the Int. Symp. On Time-frequency and Time-scale Analysis*, Paris, June 18 - 21 1996.

- [15] J.-L. Starck, E. J. Candès, y D. L. Donoho, "The Curvelet Transform for Image Denoising," *IEEE Trans. on Image Processing*, Vol. 11, pp. 670 - 684, Jun. 2002.
- [16] J.-L. Starck, E. J. Candès, y D. L. Donoho, "Very High Quality Image Restoration by Combining Wavelets and Curvelets," *Wavelet Applications in Signal and Image Processing IX*, A. Aldroubi, A. F. Laine, M. A. Unser eds., Proc. SPIE Vol. 4478, 2001.
- [17] D. Santa-Cruz, y T. Ebrahimi, "A study of JPEG 2000 still image coding versus other standards," *Proc. of the X European Signal Processing Conference*, Vol. 2, pp. 673 – 676, Tampere, Finland, Sept. 5 – 8, 2000.
- [18] JPEG 2000 vs. MPEG, Fact and Fiction, DSPworx, Inc., March 2002 (www.dspworx.com).