

CONTROL ADAPTABLE DE VELOCIDAD PARA SERVOMOTORES USANDO LA REGLA MIT

A. Beltrán Telles,¹ M. E. González Elías,
I. de la Rosa Vargas, C. Reyes Rivas y
M. Reta Hernández

*Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica
Universidad Autónoma de Zacatecas
Av. López Velarde 801, Zacatecas, Zac. México, 98000
atellesz@yahoo.com.mx*

Resumen: En este trabajo se presentan los resultados obtenidos de la implementación del control adaptable por modelo de referencia, para regular la velocidad de servomotores. Los controladores se desarrollaron a partir de la propuesta de Whitaker conocida como regla MIT (Massachusetts Institute of Technology) la cual se ha modificado agregándole parámetros de ajuste, adaptación y un compensador de fricción para mejorar el desempeño del controlador.

En la realización del control se utilizó el PDS TMS320LF2407 de Texas Instruments y el programa VisSim 5.0 ECD (Embedded Controller Developer).

Los resultados obtenidos indican que el controlador permite que el servomotor responda siguiendo la respuesta dada por el modelo de referencia. Copyright ©2006 IFAC.

Palabras Clave: Control adaptable, modelo de referencia, factor de adaptación, compensador de fricción, modelo matemático.

1. INTRODUCCIÓN

Para la implementación de los algoritmos de control, por lo general se requiere contar con los valores de los parámetros del modelo matemático de la planta que se va a controlar, ya que el cálculo de los parámetros del controlador dependen de éstos.

El implementar un controlador que no dependa de estos parámetros y que pueda responder a los requerimientos deseados, es la parte central del desarrollo de los controladores adaptables. Es decir si los parámetros de la planta cambian con

el tiempo, el controlador sea capaz de adaptarse a las nuevas circunstancias.

En este trabajo se utiliza el control adaptable por modelo de referencia propuesto por Whitaker (Åström *et al.*, 1995), el cual se aplicó para la regulación de velocidad en el servomotor DMES8G. Los parámetros del servomotor son desconocidos y el sistema de control debe identificarlos para que éste responda igual que el modelo de referencia, Lo cual se logra utilizando la regla MIT.

Algunos trabajos realizados de control de velocidad de servomotores, usando la familia de procesadores de señales TMS320 de Texas Instruments (Spectrum Digital, Inc., 2000) muestran buenos resultados (Llas *et al.*, 1996). Sin embargo, en este trabajo se utiliza el programa VisSim (Visual Si-

¹ Con apoyo parcial de Texas Instruments

mulación) ECD 5.0 (Desarrollo de Controladores Incrustados), (Spectrum Digital, Inc., 2003) lo que facilita la programación e implementación de los controladores adaptables.

Además, se modificó la propuesta original del controlador, agregando un segundo parámetro de ajuste que mejora la adaptación. Y se agrega un compensador de fricción SRNF (Smooth Robust Nonlinear Feedback)(Cai and Song, 1993) cuyos coeficientes se obtienen a partir de la propuesta (Kelly and Llamas, 1999), mejorando notablemente el desempeño de ambos controladores.

2. DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE LOS CONTROLADORES

El objetivo del desarrollo del controlador es obtener respuestas de primero y segundo orden del servomotor. Para lograrlo se proponen dos estructuras de control adaptable.

2.1 Controlador adaptable de primer orden

Para la implementación del controlador se partió de la propuesta original de controlador adaptable por modelo de referencia, mostrada en la Fig. 1.

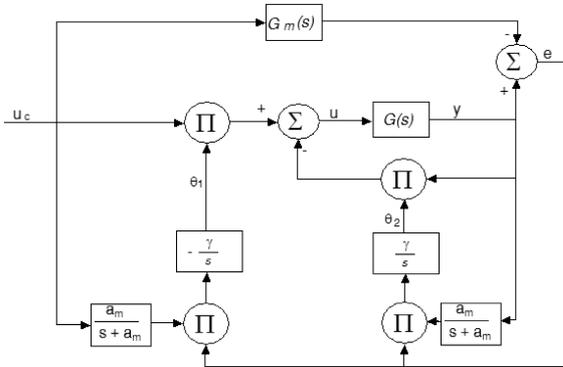


Fig. 1. Controlador adaptable por modelo de referencia.

En la cual θ_1 y θ_2 son los parámetros de adaptación, $G_m(s)$ y $G(s)$ representan el modelo de referencia y la planta respectivamente. El factor γ es un parámetro de ajuste del tiempo de adaptación y por último U_c es la señal de entrada aplicada tanto al modelo de referencia como al sistema de control en lazo cerrado.

Para desarrollar la estructura de control anterior, se asume que el controlador tiene únicamente el parámetro ajustable θ , y que $e(t) = y(t) - y_m(t)$, es el error en función del tiempo, $y(t)$ la respuesta dada por el sistema y $y_m(t)$ la respuesta del modelo de referencia. Whitaker sugiere que los parámetros deben ser ajustados de tal manera que

el error se minimice. Y propone la siguiente regla de ajuste:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (1)$$

donde $\partial e/\partial \theta$ es la *derivada de sensibilidad* del sistema, la cual indica como el error cambia con el parámetro θ . Una vez adaptados los parámetros el diagrama de bloques de la Fig. 1, se convierte en el sistema de control en lazo cerrado que se muestra en la Fig. 2, en donde la planta está representada por la Ec.(2), y el modelo de referencia de por la Ec.(3) :

$$G_p(s) = \frac{d}{s+b} \quad (2)$$

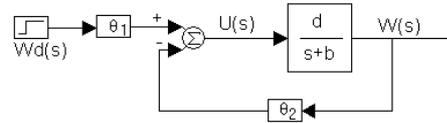


Fig. 2. Diagrama de bloques en lazo cerrado del controlador.

$$G_m(s) = \frac{b_m}{s+b_m} \quad (3)$$

donde los parámetros d y b son desconocidos ya que son los parámetros del motor, mientras que b_m se conoce porque son los parámetros del modelo de referencia propuesto para definir el comportamiento deseado del sistema.

Para aplicar la regla MIT se obtiene la respuesta al escalón del modelo de referencia está dada por:

$$W_m(s) = \frac{b_m}{s+b_m} W_d(s) \quad (4)$$

donde $W_m(s)$ es la respuesta de velocidad dada por el modelo de referencia o la forma de la respuesta que debe dar el motor y $W_d(s)$ es la velocidad deseada.

De la Fig. 2:

$$W(s) = \frac{d\theta_1}{s+b+d\theta_2} W_d(s) = G_{lc}(s) W_d(s) \quad (5)$$

donde $W(s)$ es la velocidad del servomotor y $G_{lc}(s)$ es la función de transferencia del sistema de control en lazo cerrado.

Una vez obtenidas las respuestas del modelo y del sistema en lazo cerrado, se encuentra la diferencia entre ambas para obtener el error del sistema:

$$E(s) = W(s) - W_m(s) \quad (6)$$

donde $E(s)$ es la transformada de Laplace del error en el tiempo $e(t)$.

Sustituyendo las Ec. (4) y (5) en la Ec. (6) se tiene la función de transferencia:

$$E(s) = \frac{d\theta_1}{s+b+d\theta_2} W_d(s) - \frac{b_m}{s+b_m} W_d(s) \quad (7)$$

la regla de adaptación MIT es la derivada parcial del error con respecto a cada uno de los parámetros de ajuste del controlador θ .

La primera derivada es $\partial E(s)/\partial\theta_1$:

$$\frac{\partial E(s)}{\partial\theta_1} = \frac{d}{s+b+d\theta_2} W_d(s) \quad (8)$$

y la derivada de $\partial E(s)/\partial\theta_2$ es:

$$\frac{\partial E(s)}{\partial\theta_2} = \frac{d^2\theta_1}{(s+b+d\theta_2)^2} W_d(s) \quad (9)$$

despejando $W_d(s)$ de la Ec. (5) y evaluando en la Ec. (9).

$$\frac{\partial E(s)}{\partial\theta_2} = -\frac{d\theta_1}{s+b+d\theta_2} W(s) \quad (10)$$

Si la adaptación se cumple entonces los parámetros $d\theta_1$ y $b+d\theta_2$ deben ser aproximadamente iguales a los del modelo de referencia b_m . Por lo que las Ec. (8) y (9) se pueden expresar como:

$$\frac{\partial E(s)}{\partial\theta_1} = \frac{b_m}{s+b_m} W_d(s) \quad (11)$$

$$\frac{\partial E(s)}{\partial\theta_2} = -\frac{b_m}{s+b_m} W(s) \quad (12)$$

La derivada parcial del error en el tiempo con respecto a cada uno de los parámetros de ajuste de adaptación, viene siendo:

$$\frac{\partial e(t)}{\partial\theta_1} = x_1(t) \quad (13)$$

$$\frac{\partial e(t)}{\partial\theta_2} = x_2(t) \quad (14)$$

Aplicando la regla de adaptación MIT, e integrando, se obtienen los parámetros de ajuste de adaptación θ_1 y θ_2 como se indica a enseguida.

$$\frac{d\theta_1}{d(t)} = -\gamma e(t) \frac{\partial e(t)}{\partial\theta_1} \quad (15)$$

$$\theta_1 = -\gamma_1 \int_0^t e(t)x_1(t)dt \quad (16)$$

$$\frac{d\theta_2}{d(t)} = -\gamma e(t) \frac{\partial e(t)}{\partial\theta_2} \quad (17)$$

$$\theta_2 = \gamma_2 \int_0^t e(t)x_2(t)dt \quad (18)$$

La estructura del controlador está definida por las Ec. (16) y (18). Las pruebas de simulación mostraron que con dos valores de γ diferentes, en lugar del mismo valor, se mejora notablemente la adaptación. La forma en la que finalmente se implementó se muestra en la Fig. 3.

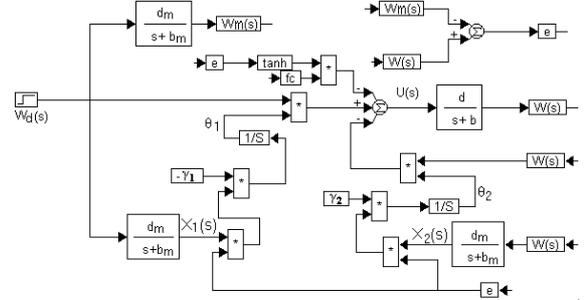


Fig. 3. Diagrama de bloques del controlador de velocidad adaptable MIT de primer orden.

2.2 Análisis de estabilidad

Para el análisis de estabilidad del controlador, se reduce el diagrama de bloques Fig.1 para la condición en que el sistema alcanza la adaptación (error acotado), Ec.(19).

$$\frac{E(s)}{W_d(s)} = \frac{d\theta_1}{s+b+d\theta_2} - \frac{d_m}{s+b_m} \quad (19)$$

Utilizando el criterio de Routh se tiene que para que el sistema sea estable:

$$\theta_2 > \frac{-b}{d} \quad (20)$$

donde los valores de $b > 0$ y $d > 0$.

Para γ_2

$$\theta_2 = -\gamma_2 \int_0^t e(t) \frac{\partial e(t)}{\partial\theta_2} dt \quad (21)$$

$$\theta_2 = -\gamma_2 \left(\frac{b+d\theta_1}{-d} \right) \int_0^t e^{-(b+d\theta_1)\tau} e(t) dt \quad (22)$$

Resolviendo la Ec.(22) se tiene:

$$\theta_2 = \frac{\gamma_2}{d} \quad (23)$$

Resolviendo las Ec.(20) y (23) se obtiene que para que el sistema sea estable:

$$\gamma_2 \Rightarrow -b$$

2.3 Controlador adaptable de segundo orden

En esta sección se presenta la estructura del control adaptable por modelo de referencia de segundo orden que se propone, partiendo de los conceptos que se utilizaron en el control adaptable por modelo de referencia de primer orden. Para esto, se hace el análisis matemático del sistema adaptable por modelo de referencia de segundo orden MIT. Se implementa el sistema de control para el servomotor y se hacen las pruebas para diferentes modelos de referencia.

En la Fig. 4 se muestra el diagrama de bloques del sistema de control en lazo cerrado MIT de segundo orden propuesto.

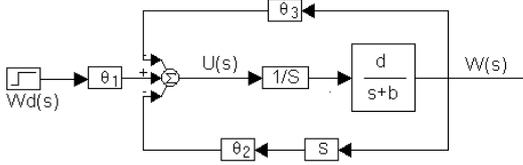


Fig. 4. Sistema en lazo cerrado del control adaptable por modelo de referencia MIT de segundo orden.

Resolviendo el diagrama de bloques se encuentra la función en lazo cerrado del sistema:

$$\frac{W(s)}{W_d(s)} = \frac{\theta_1 d}{s^2 + (b + d\theta_2)s + d\theta_3} \quad (24)$$

en donde:

$$W_d(s) = \frac{(s^2 + (b + d\theta_2)s + d\theta_3)}{\theta_1 d} W(s) \quad (25)$$

La respuesta al valor deseado del modelo de referencia utilizado es:

$$\frac{W_m(s)}{W_d(s)} = \frac{d_m}{s^2 + b_m \cdot s + d_m} \quad (26)$$

el error entre la salida del modelo de referencia y la planta es:

$$E(s) = \frac{\theta_1 d}{s^2 + (b + d\theta_2)s + d\theta_3} W_d(s) - \frac{d_m}{s^2 + b_m \cdot s + d_m} W_d(s) \quad (27)$$

los parámetros de sensibilidad se encuentran derivando el error con respecto a cada uno de los parámetros de ajuste.

$$\frac{\partial E(s)}{\partial \theta_1} = \frac{d}{s^2 + (b + d\theta_2)s + d\theta_3} W_d(s) = X_1(s) \quad (28)$$

$$\frac{\partial E(s)}{\partial \theta_2} = -\frac{s \cdot d}{s^2 + (b + d\theta_2)s + d\theta_3} W(s) = X_2(s) \quad (29)$$

$$\frac{\partial E(s)}{\partial \theta_3} = -\frac{d}{s^2 + (b + d\theta_2)s + d\theta_3} W(s) = X_3(s) \quad (30)$$

La forma en que el controlador adecúa los valores de los parámetros del servomotor con los del modelo de referencia se logra igualando cada uno de los parámetros de sensibilidad; por ejemplo para x_1 :

$$\frac{d}{s^2 + (b + d\theta_2)s + d\theta_3} = \frac{c_m}{s^2 + b_m \cdot s + c_m} \quad (31)$$

se tiene que el parámetro d es igual a:

$$d = c_m \quad (32)$$

y el parámetro b se extrae de la siguiente expresión:

$$b + d \cdot \theta_2 = b_m \quad (33)$$

Por otro lado aplicando la regla de adaptación MIT Ec. (1), se tiene:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta} = -\gamma e x$$

Los parámetros de ajuste θ se obtienen resolviendo la integral para cada uno de ellos.

$$\theta = -\int_0^t \gamma e x dt \quad (34)$$

Finalmente, a partir de los resultados obtenidos en la Ec. (34) para θ_1 , θ_2 y θ_3 se desarrolla la estructura del controlador que se muestra en la Fig. 5.

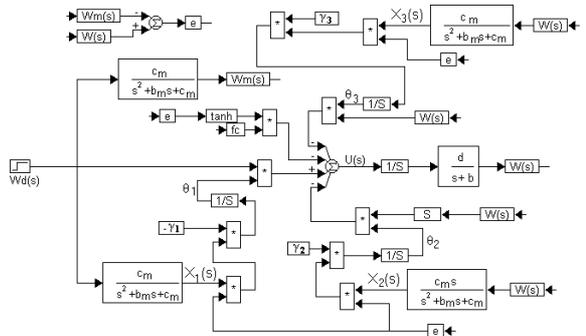


Fig. 5. Diagrama esquemático del control de velocidad adaptable MIT segundo orden.

3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los resultados obtenidos de la aplicación de los controladores adaptables por modelo de referencia en el servomotor DMES8G se muestran en las siguientes secciones.

3.1 Resultados del controlador adaptable de primer orden

En la Fig. 6 se muestran el valor deseado (dado por el modelo de referencia), y la respuesta del servomotor DMES8G, en donde se puede observar como el compensador de fricción hace que el motor inicie su movimiento casi de manera instantánea, sin embargo, los requerimientos de velocidad deseados los alcanza después de 25 *seg.*, es decir hasta que se logra la adaptación.

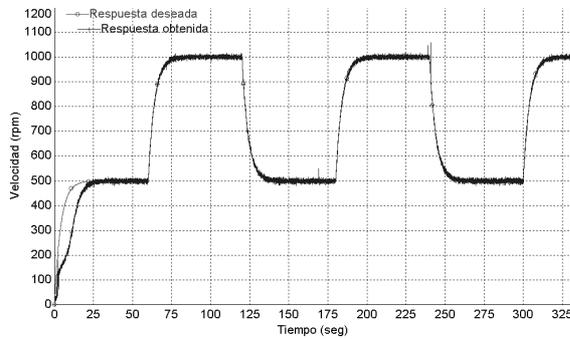


Fig. 6. Respuesta del motor DMES8G a un modelo de primer orden con control adaptable.

Se encontró que el voltaje aplicado por el controlador tiene una forma análoga a la de la respuesta de velocidad del servomotor, como se puede ver en la Fig. 7.

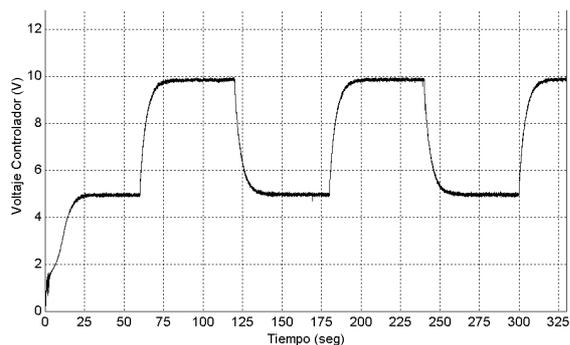


Fig. 7. Voltaje aplicado por el controlador al servomotor DMES8G para obtener la respuesta de un modelo de primer orden.

Los parámetros θ_1 y θ_2 que calcula el controlador para lograr la adaptación de la velocidad del servomotor con la proporcionada por el modelo de referencia, se muestran en la Fig. 8. Los parámetros b y d del servomotor se identificaron experimentalmente y para estabilidad Ec.(23), $-b/d =$

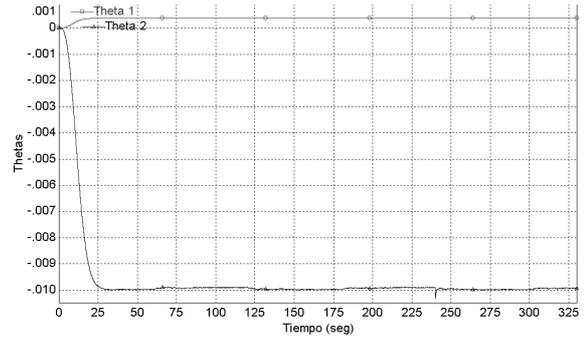


Fig. 8. Valor de los parámetros de adaptación θ_1 y θ_2 .

$-9.2/856 = 0.0175$. En la Fig.8 se observa que θ_2 está dentro del rango permitido.

Finalmente, los valores de γ_1 y γ_2 con los que se obtuvieron los resultados anteriores son: $\gamma_1 = 0.0000000003$, $\gamma_2 = 0.000000022$.

3.2 Resultados del controlador adaptable de segundo orden

El sistema de control adaptable de segundo orden propuesto, muestra que la respuesta del servomotor se adapta más rápidamente en un sistema de segundo orden debido a la respuesta que se desea, es decir el sobrepaso. Los resultados obtenidos se muestran en la Fig. 9.

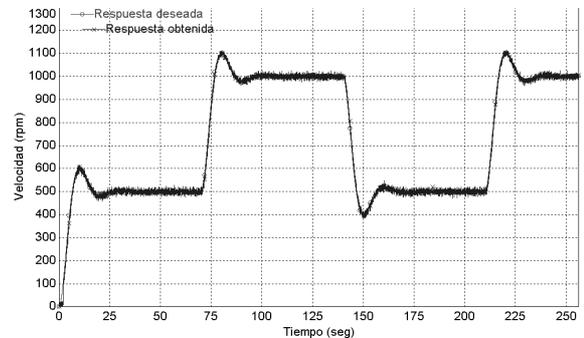


Fig. 9. Respuesta obtenida del control adaptable de segundo orden.

Por otro lado, el voltaje proporcionado por el controlador para que el sistema alcance la respuesta deseada, se muestra en la Fig. 10. en esa figura se puede ver como la curva de voltaje y la de velocidad muestran la misma forma.

El valor de θ_2 es el que tiene la mayor magnitud por lo que indica que es la que más contribuye a la adaptación del sistema. Este valor se muestra en la Fig. 12.

Por último θ_3 se muestra en la Fig. 13.

Los valores de γ_1 y γ_3 son los más difíciles de ajustar ya que ligeros cambios en estos ocasiona fuertes perturbaciones.

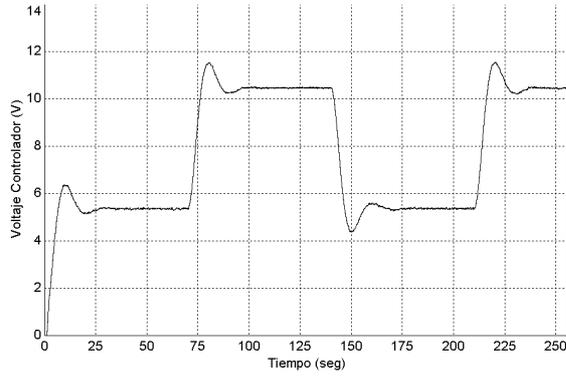


Fig. 10. Voltaje aplicado por el controlador del sistema adaptable de segundo orden.

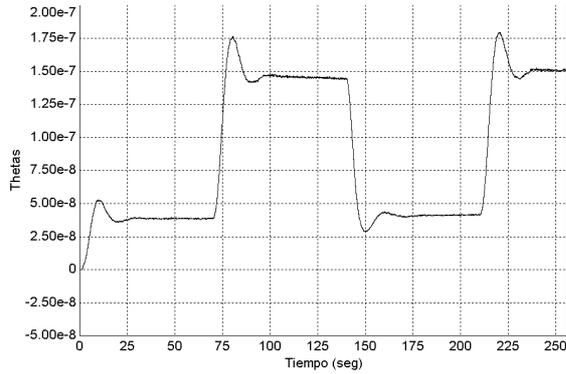


Fig. 11. Valor del parámetro del controlador adaptable de segundo orden θ_1 .

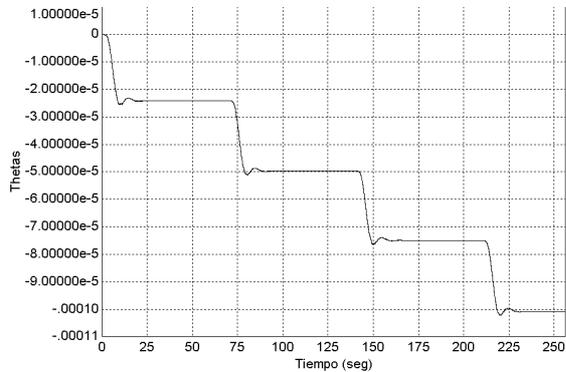


Fig. 12. Valor del parámetro de ajuste del controlador θ_2 .

Los valores de ajuste de adaptación que dieron las respuestas anteriores son: $\gamma_1 = 0.0000000032$, $\gamma_2 = 0.0000000007$ y $\gamma_3 = 0.000000002$. Estos valores son los que pueden ser manipulados por el diseñador del controlador.

En las Fig. 11, 12 y 13, se aprecia como los valores de θ toman la misma forma que la respuesta de velocidad esperada.

4. CONCLUSIONES

La aplicación de estos sistemas de control son adecuados para procesos en los cuales los requerimientos de respuesta del sistema para alcanzar

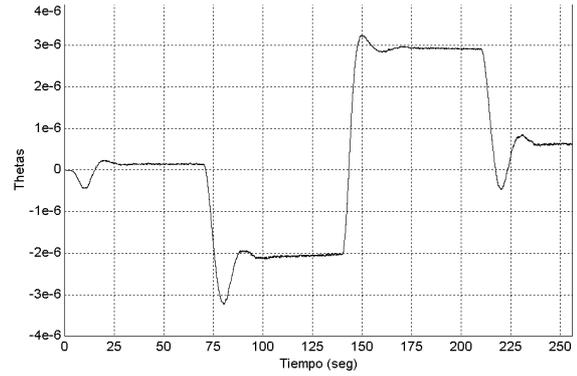


Fig. 13. Valor del parámetro de ajuste del controlador θ_3 .

el valor deseado no son muy demandantes, ya que por ejemplo en el caso de la velocidad del servomotor ésta se encuentra limitada por las propias características de construcción.

El hecho de que con sólo cambiar el modelo de referencia en el controlador se cambie la respuesta deseada. Esto implica que la programación del controlador y los ajustes de sus parámetros hasta lograr la adaptación sea la parte más complicada del proceso. Sin embargo, esto se hace de manera más eficiente conforme se adquiere experiencia en proporcionar los valores iniciales de los parámetros de ajuste en el tiempo de adaptación. Por lo que una vez lograda ésta sólo se cambia el modelo de referencia y el controlador hará la adaptación a los nuevos requerimientos.

REFERENCIAS

- Åström, K.J., Lewis, Frank.L., Dailey R.L., Ljung, L., Davison E.J., Masten, M.K., Franklin, G.F., Shoureshi, R.A., Khalil, H., and Sworde, D.D., (1995). *Modern Control Systems* (Michael K. M., Barbara Coburn, (Ed)) , pp. 348 - 371, IEEE Published, USA.
- Cai, L., and Song, G. (1993). A smooth robust nonlinear controller for robot manipulators with joint stick-slip friction. *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Atlanta, GE, Vol. 3, pp. 449 - 454.
- Kelly, R., and Llamas, J. (1999). Determination of viscous and Coulomb friction by using velocity responses to torque ramp inputs. *Proceedings of the 1999 International Conference on Robotics and Automation*, Detroit, MI, pp. 1740 - 1745.
- Llas, C., Sarca, A., Giuclea, R., and Kreindler, L. (1996). Using TMS320 Family DSPs in Motion Control Systems. *Proceedings ESIEE*.
- Spectrum Digital, Inc. (2000). *ezdsp LF2407: Technical Reference Manual*.
- Spectrum Digital, Inc. (2003). *Visual Solutions Incorporated, VisSim Embedded Controls Developer User Manual*, Ver. 5.0, First Edition.