

Técnicas de filtrado direccional implementadas para el análisis de patrones de franjas.

N. Escalante, J. Villa e I. De la Rosa
Laboratorio de Procesamiento Digital de Señales,
Unidad de Ingeniería Eléctrica, Universidad Autónoma de Zacatecas,
Av. Ramón López Velarde #801, C.P. 98000, Zacatecas, México.

8 de septiembre de 2011

1. Resumen

Este documento se orienta en la evaluación y descripción de algunas técnicas utilizadas en filtrado direccional de patrones de franjas, el ruido es un problema propio de la naturaleza y esta asociado a cualquier toma de datos de la realidad, desafortunadamente la eliminación de ruido en las imágenes no es siempre una tarea fácil, una observación importante en la utilización de filtros ordinarios (filtros de convolución, filtros en el espacio de Fourier, etc.) es que modifican de manera uniforme el valor de cada pixel de la imagen y esto provoca que se elimine información importante que es de interés; una alternativa a esto es la implementación de filtros direccionales [1]. Las técnicas que son consideradas para esta evaluación son: Filtros de regularización (RQCF), Filtrado espacial con máscaras orientables (OSFM), Ecuaciones parciales de segundo orden orientables (SOPDE) y Filtros direccionales (DF). Uno de los objetivos de este documento es realizar una comparación y evaluar el desempeño de estas técnicas para diferentes tipos y niveles de ruido utilizando imágenes de franjas sintéticas.

2. Introducción

El procesamiento digital de imágenes para patrones de franjas es un procedimiento esencial para la extracción de la fase en mediciones ópticas. Durante la formación y adquisición del patron de franjas, varios tipos de ruido pueden aparecer afectando la imagen y es una de las mayores dificultades al momento de tratar de eliminar el alto nivel de ruido y conservar la información contenida en la fase. Es importante realizar un filtrado adecuado sobre la imagen para obtener la fase de manera fácil, exacta, robusta y precisa [2].

Dentro del marco del procesado digital de patrones de franjas, es usual describir la irradiancia de un patrón de franjas utilizando funciones armónicas $i(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\Phi(x, y))$, donde $a(x, y)$ es la iluminación de fondo del patrón de franjas, $b(x, y)$ la modulación de las franjas y $\Phi(x, y)$ la fase de las mismas. Las técnicas de detección espacial de la fase [3], permiten determinar el valor de la fase $\Phi(x, y)$, que es la magnitud que interesa determinar a partir de los valores de irradiancia $i(x, y)$, que es la magnitud que puede ser medida directamente.

Una observación importante en la utilización de filtros ordinarios (filtros de convolución, filtros en el espacio de Fourier, etc.) es que modifican de manera uniforme el valor de cada pixel de la imagen y esto provoca que se elimine información importante que es de interés. Recientemente, varias metodologías han sido propuestas para la eliminación de ruido en patrones de franjas [1, 4, 5, 6]. La propuesta en este reporte es desarrollar una comparativa y determinar cual de estas técnicas proporciona una mejor representación de la imagen además de evaluar su desempeño computacional. Las técnicas que son consideradas para este trabajo son: Filtros de regularización (Regularized Quadratic Function Cost) [4], Filtros espaciales con máscaras orientables (Oriented Spatial Filter Masks) [6], Ecuaciones parciales de segundo orden orientadas (Second-order Oriented Partial-Differential Equations) [5], y Filtros direccionales (Directional Filters) [1]. Para evaluar el desempeño de éstas técnicas, analizaremos su desempeño para diferentes tipos y niveles de ruido utilizando imágenes de patrones de franjas sintéticas.

3. Fundamentos teóricos

En esta sección se mencionara de manera breve las metodologías propuestas en este trabajo.

3.1. Filtros de regularización (Regularized Filters (RQFC))

Esta técnica es una mejora en la tarea de eliminación de ruido basada en el filtrado direccional y la eliminación de ruido isotrópico propuestos por J. Villa *et. al* [4, 7] y la función de costo generalizada esta dada por:

$$U(x_r) = \sum_{r \in L} \Phi(H(x_r) - y_r) + \mu_a \sum_C V_C(x_r) + \mu_i \sum_C W_C(x_r), \quad (1)$$

donde la solución regularizada es expresada por:

$$\hat{x} = \underset{x}{\operatorname{argmín}}[U(x_r)]. \quad (2)$$

Para el filtrado direccional utilizamos la función de potencial;

$$V_C(x_r) = [(x_r - x_h) \cos \theta_r + (x_r - x_v) \sin \theta_r]^2, \quad (3)$$

donde h Y v representan los primeros vecinos de m a lo largo de la dirección horizontal y vertical, respectivamente. Para la eliminación de ruido isotrópico la función de potencial es:

$$W_C(x_r) = [x_r - x_l]^2. \quad (4)$$

Este termino representa un filtro isotrópico que suaviza la imagen original en todas las direcciones. Nosotros desarrollamos una expresión que busca representar la combinación de filtrado anisotrópico e isotrópico:

$$U(x_r) = \sum_{r \in L} [(x_r - y_r)]^2 + \mu_a \sum_{r \in L} [(x_r - x_l) \cos \theta_r + (x_r - x_h) \sin \theta_r]^2 + \mu_i \sum_{r \in L} [x_r - x_s]^2. \quad (5)$$

Introduciendo coordenadas a la imagen $r = (i, j)$ podemos reescribir la ecuación (5) como:

$$\begin{aligned} U(x_{i,j}) = & \sum_{(i,j) \in L} [x_{i,j} - x_{(x,y)}]^2 + \mu_a \left\{ \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \rho} \right)_{x,y}^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \rho} \right)_{x+1,y}^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \rho} \right)_{x,y+1}^2 \right] \right\} + \\ & \mu_i ([x_{i,j} - x_{i-1,j}] + [x_{i,j} - x_{i+1,j}])^2 + ([x_{i,j} - x_{i,j-1}] + [x_{i,j} - x_{i,j+1}])^2 + \\ & ([x_{i,j} - x_{i-1,j-1}] + [x_{i,j} - x_{i+1,j+1}])^2 + ([x_{i,j} - x_{i+1,j-1}] + [x_{i,j} - x_{i-1,j+1}])^2, \end{aligned} \quad (6)$$

donde

$$\left(\frac{\partial x}{\partial \rho} \right)_{x,y}^2 = (f_{x,y} - f_{x-1,y})c_{x,y} + (f_{x,y} - f_{x,y-1})s_{x,y},$$

$c_{x,y} = \cos \theta_{x,y}$ and $s_{x,y} = \sin \theta_{x,y}$. Para minimizar la función de costo (6) se tiene que resolver el siguiente sistema lineal que es obtenido mediante el ajuste la derivada parcial de $U(x)$ con respecto a $x_{i,j}$ e igualando a 0,

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x_{i,j}} = & 2[x_{i,j} - y_{i,j}] + 2\mu_a [(x_{i,j} - x_{i-1,j})c_{i,j} + (x_{i,j} - x_{i,j-1})s_{i,j}](c_{i,j} + s_{i,j}) - \\ & 2\mu_a [(x_{i+1,j} - x_{i,j})c_{i+1,j} + (x_{i+1,j} - x_{i+1,j+1})s_{i+1,j}]c_{i+1,j} - \\ & 2\mu_a [(x_{i,j+1} - x_{i-1,j+1})c_{i,j+1} + (x_{i,j+1} - x_{i,j})s_{i,j+1}]s_{i,j+1} - \\ & 2\mu_i [x_{i-1,j} - 2x_{i,j} + x_{i+1,j}] - 2\mu_i [x_{i,j-1} - 2x_{i,j} + x_{i,j+1}] - \\ & 2\mu_i [x_{i-1,j-1} - 2x_{i,j} + x_{i+1,j+1}] - 2\mu_i [x_{i+1,j-1} - 2x_{i,j} + x_{i-1,j+1}] = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Una vez que el campo de orientación θ_m es previamente estimado, el término x_{ij} puede ser calculado utilizando un procedimiento iterativo:

$$x^{k+1} = x^k - \lambda \frac{\partial U^k}{\partial x}, \quad (8)$$

donde λ es una constante positiva.

3.2. Modificación al filtrado espacial empleando máscaras orientables (Oriented Spatial Filter Masks (OSFM))

La definición de detalles en la imagen puede darse mediante la diferenciación espacial [8], desafortunadamente no todas las técnicas de filtrado espacial con mascarar toman en cuenta la orientación de las franjas [6]. La forma básica en la cual la derivada orientada es utilizada para la eliminación de ruido es la siguiente:

$$g(x, y) = u(x, y) + \alpha \nabla_{\rho}^2 u(x, y) + \beta F_G(x, y), \quad (9)$$

donde β es una constante positiva, mientras F_G puede ser expresada como:

$$F_G(x, y) = \sum_{s=-2}^2 \sum_{t=-2}^2 M_G(s, t) u(x + s, y + t). \quad (10)$$

En la ecuación (10), M_G es la máscara Gaussiana. Por la combinación de las ecuaciones (9) y (10) podemos obtener:

$$g(x, y) = \sum_{s=-2}^2 \sum_{t=-2}^2 F_{im}(s, t) u(x + s, y + t), \quad (11)$$

donde F_{im} es la modificación y el filtro espacial con máscaras orientable se expresa como:

$$F_{im} = \begin{pmatrix} \frac{\alpha \cos \theta \sin \theta}{72} + \frac{\beta}{52} & -\frac{\alpha \cos \theta \sin \theta}{9} + \frac{\beta}{52} & -\frac{\alpha \cos^2 \theta}{12} + \frac{\beta}{26} & \frac{\alpha \cos \theta \sin \theta}{9} + \frac{\beta}{52} & -\frac{\alpha \cos \theta \sin \theta}{72} + \frac{\beta}{52} \\ -\frac{\alpha \cos \theta \sin \theta}{9} + \frac{\beta}{52} & \frac{8\alpha \cos \theta \sin \theta}{9} + \frac{\beta}{26} & \frac{4\alpha \cos^2 \theta}{3} + \frac{\beta}{13} & -\frac{8\alpha \cos \theta \sin \theta}{9} + \frac{\beta}{26} & \frac{\alpha \cos \theta \sin \theta}{9} + \frac{\beta}{52} \\ -\frac{\alpha \sin^2 \theta}{12} + \frac{\beta}{26} & \frac{4\alpha \sin^2 \theta}{3} + \frac{\beta}{13} & 1 - \frac{5\alpha}{2} + \frac{2\beta}{13} & \frac{4\alpha \sin^2 \theta}{3} + \frac{\beta}{13} & -\frac{\alpha \sin^2 \theta}{12} + \frac{\beta}{26} \\ \frac{\alpha \cos \theta \sin \theta}{9} + \frac{\beta}{52} & -\frac{8\alpha \cos \theta \sin \theta}{9} + \frac{\beta}{26} & \frac{4\alpha \cos^2 \theta}{3} + \frac{\beta}{13} & \frac{8\alpha \cos \theta \sin \theta}{9} + \frac{\beta}{26} & -\frac{\alpha \cos \theta \sin \theta}{9} + \frac{\beta}{52} \\ -\frac{\alpha \cos \theta \sin \theta}{72} + \frac{\beta}{52} & \frac{\alpha \cos \theta \sin \theta}{9} + \frac{\beta}{52} & -\frac{\alpha \cos^2 \theta}{12} + \frac{\beta}{26} & -\frac{\alpha \cos \theta \sin \theta}{9} + \frac{\beta}{52} & \frac{\alpha \cos \theta \sin \theta}{72} + \frac{\beta}{52} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

3.3. Ecuaciones parciales de segundo orden orientadas (Second-order Oriented Partial-Differential Equations (SOPDE))

Los métodos de ecuaciones diferenciales parciales se han implementados como una herramienta muy aplicada para el filtrado de imágenes. Esta técnica [6] esta basada en el método variacional para la eliminación de ruido en patrones de franjas. El termino Laplaciano se descompone en la dirección tangencial y normal de las líneas isotrópicas.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{u_x^2 + u_y^2} (u_y^2 u_{xx} - 2u_x u_{xy} + u_x^2 u_{yy}), \quad (13)$$

y $\partial u / \partial t$ es la derivada de segundo orden de $u(x, y)$ (representa la imagen), con respecto a la dirección tangencial. Reemplazando la dirección tangencial por la orientación de las franjas ρ ,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2}. \quad (14)$$

La derivada parcial de segundo orden de $u(x, y)$ con respecto a ρ se calcula a partir de $\partial u / \partial \rho$,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} = u_{xx} \cos^2 \theta + 2u_{xy} \sin \theta \cos \theta + u_{yy} \sin^2 \theta. \quad (15)$$

Insertando (15) en (14), la ecuación diferencial de segundo orden orientable puede ser obtenida mediante:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} = g(|\nabla u|) (u_{xx} \cos^2 \theta + 2u_{xy} \sin \theta \cos \theta + u_{yy} \sin^2 \theta), \quad (16)$$

donde $g(|\nabla u|) = 1 / (1 + k|\nabla u|^2)$ es utilizada para controlar la cantidad de difusión de cada pixel. El esquema de discretización de la derivada parcial de segundo orden es dado por:

$$\begin{aligned} u_{xx} &= u(x-1, y) - 2u(x, y) + u(x+1, y), \\ u_{xy} &= u(x, y) - u(x, y-1) - u(x-1, y) + u(x-1, y-1), \\ u_{yy} &= u(x, y-1) - 2u(x, y) + u(x, y+1). \end{aligned} \quad (17)$$

La solución numérica de la PDEs obtiene el filtrado de las imágenes con la imagen original como condición inicial. La solución es dada por:

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + \Delta t g_{i,j}^n [(u_{xx})_{i,j}^n \cos^2(\theta_{i,j}) + 2(u_{xy})_{i,j}^n \cos(\theta_{i,j}) \sin(\theta_{i,j}) + (u_{yy})_{i,j}^n \sin^2(\theta_{i,j})], \quad (18)$$

donde $u_{i,j}^n$ es la solución numérica, los subíndices i, j denotan la posición del pixel en la una malla discreta en dos-dimensiones, el superíndice n denota el numero de iteración hen the discrete time $t_n = n\Delta t$; Δt is the time step.

3.4. Filtro direccional (Directional Filters (DF))

Esta técnica de filtrado [1] comienza definiendo una matriz de convolución $W = w(\tilde{x}, \tilde{y})$, where $\tilde{x}=\tilde{y}=-t, -t, +1, \dots, -1, 0, 1, \dots, t-1, t$, y el tamaño de la matriz es definido mediante $N = (2t + 1)$. Para un ángulo de orientación θ con respecto al eje \tilde{x} , una matriz W para un filtro de pasabajas con una orientación ortogonal puede ser modelado:

$$W = \cos^k[\beta \cos(\theta)\tilde{x} - \beta \sin(\theta)\tilde{y}], \quad (19)$$

donde $\beta = \frac{\pi}{(2\sqrt{2}t)}$; $f(x, y)$ es calculada con:

$$g(x, y) = \frac{\sum_{\tilde{x}=-t}^t \sum_{\tilde{y}=-t}^t u(x + \tilde{x}, y + \tilde{y}) \cdot w(\tilde{x}, \tilde{y})}{\sum_{\tilde{x}=-t}^t \sum_{\tilde{y}=-t}^t w(\tilde{x}, \tilde{y})} \quad (20)$$

4. Resultados

En está sección, se comparó el desempeño de las cuatro técnicas para diferentes niveles de ruido, simulamos un patrón de franjas de un tamaño de 400×400 pixeles. Para evaluar cuantitativamente el rendimiento, estimamos el Normalized Mean Squared Error (NMSE), $NMSE = \sum(I_0 - I)^2 / \sum I_0^2$, donde I_0 e I son la imagen estimada y la imagen original respectivamente. Para los experimentos, la imagen fue simulada utilizando la ecuación:

$$g(x, y) = \cos(\Phi(x, y)) + n, \quad (21)$$

donde, $\Phi(x, y)$ es una función que define el perfil del patrón de franjas. La función $\Phi(x, y)$ puede tener una forma sinusoidal, una forma sinusoidal con armónicos más altos, una función cuadrática, una función de Gauss, una forma de Lorentz (por interferencias sobreexpuestas), de forma rectangular (las interferencias con las redes), o una forma trapezoidal (para múltiples interferencias con los grids); y n indica el nivel de ruido. La escala de la imagen varia en el intervalo de -1 y 1 . La Figura 4, muestra un ejemplo del desempeño de las cuatro técnicas para un ruido uniformemente distribuido (2,0).

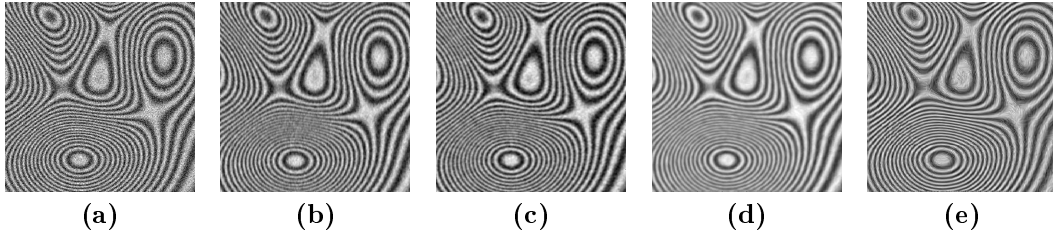


Figura 1: (a) Patrón de franjas sintético con ruido aditivo. (b) Imagen filtrada utilizando la técnica OSFM. (c) Resultados usando la técnica DF (tamaño de ventana 7×7). (d) Resultados obtenidos utilizando RQCF con $\mu_a = 10$ and $\mu_i = 2$. (e) Resultado obtenido con la técnica SOPDE $\Delta t = 0,5$, $k = 0,0001$

5. Conclusiones

En conclusión, la eliminación de ruido en imágenes de patrones de franjas es una tarea importante para un tratamiento posterior. La eliminación de ruido en la imagen de franjas requiere del uso de técnicas especiales debido a que los métodos tradicionales no siempre dan buenos resultados. Las cuatro técnicas estudiadas tienen características diferentes y se basan en metodologías diferentes, pero todos tratan de cumplir el mismo objetivo: llevar a cabo la eliminación de ruido a lo largo de franjas haciendo uso de la información de la orientación de las franjas. La mayoría de las técnicas son simples de implementar y fácil de entender. La implementación de la técnica DF y la técnica OSFM, tienen un comportamiento similar frente al ruido, son las más simples, ya que son similares a un filtro lineal promediador; sin embargo, un inconveniente de la técnica OSFM su ancho de banda no se puede modificar. La técnica de SOPDE, basada en ecuaciones en derivadas parciales, requiere un esfuerzo computacional más elevado, y presenta el más bajo rendimiento contra el ruido. La mejora de la técnica de RQCF, que se basa en la teoría de la regularización, presenta un buen comportamiento frente al ruido con un esfuerzo computacional razonable, esta técnica permite reducir las estructuras causadas por el filtrado anisotrópico.

Referencias

- [1] J. Villa, J.A. Quiroga, and I. de la Rosa, "Directional filters for fringe pattern denoising," SPIE, vol. 7499, no. 74990B-9, 2009.
- [2] Q. Yu, X. Sun, X. Liu, and Z. Qiu, "Spin filtering with curve windows for interferometric fringe patterns," Appl. Opt. 41, pp. 2650-2654, 2002.
- [3] D.W. Robinson, and G. T. Reid, *Interferogram Analysis*, Institute of Physics Publishing, Bristol, 1a. Edition. 1993.
- [4] J. Villa, J.A. Quiroga, and I. De la Rosa, "Regularized quadratic cost function for oriented fringe-pattern filtering," Opt. Lett. , vol. 34, no. 11, pp. 1741 – 1743, 2009.
- [5] Tang, C., Gao, T., Yan, S., Wang, L., and Wu, J., "The oriented spatial filter masks for electronic speckle pattern interferometry phase patterns", Optics Express, vol. 18, no. 9, pp. 8942-8947, 2010.
- [6] C.Tang, L. Han, H. Ren, D. Zhou, Y. Chang ,X. Wang, and X. Cui, "Second-order oriented partial-differential equations for denoising in electronic-speckle. pattern interferometry fringes," Opt. Lett., vol 33, no. 19, pp. 2179 – 2181, 2008.
- [7] J. Villa, R.Vera, J.A. Quiroga, I. De la Rosa, and E. González, "Anisotropic phase-map denoising using a regularized cost-function with complex-valued Markov Random Fields," Optics and Lasers in Engineering, vol. 48, no.6, pp. 650 – 656, 2010.
- [8] Digital Image Processing, R. C. González, R. E. Woods, Addison Wesley.