

ALGORITMO PARA DESENVOLVIMIENTO DE FASE UNIDIMENSIONAL PARTIENDO DE UN INTERFEROGRAMA CON FRECUENCIA PORTADORA IMPLEMENTADO EN LABVIEW

Juan Carlos Cardona Valdez, Miguel Eduardo Pinedo Vega, José Guadalupe Arceo, Tonatiuh Saucedo Anaya, José Ismael de la Rosa Vargas, Carlos Alberto Olvera Olvera.

Universidad Autónoma de Zacatecas, Unidad Académica de Ingeniería Eléctrica, Maestría en Ciencias de la Ingeniería, Carretera a la Bufa #1, Col. Centro, C.P. 98000, Zacatecas, Zac., México.

karmo.ona45@gmail.com

RESUMEN

En el análisis de interferogramas, el desenvolvimiento de fase es una tarea primordial ya que al calcular la fase, ésta resulta estar envuelta en un mapa con un rango entre $-\pi$ a π o bien, de 0 a 2π . Al contar con un mapa de fase envuelto no se tiene la certeza de la información que se observa en el sistema óptico, entonces es preciso desenvolver la fase. Este trabajo presenta la implementación en LabVIEW de un algoritmo de desenvolvimiento de fase unidimensional basado en el método de Takeda partiendo de un interferograma con frecuencia portadora obtenido del montaje de un interferómetro Mach-Zehnder. El método presenta las ventajas de ser más ágil en comparación con Matlab, y su implementación es muy sencilla.

Palabras clave: Interferograma, frecuencia portadora, Interferómetro Mach-Zehnder, desenvolvimiento de fase.

ABSTRACT

Into the interferogram analysis, the phase unwrapping is an overriding task because calculating wrapped phase results with a rank between $-\pi$ to π or 0 to 2π . Having a wrapped phase map, the information that is in the optic system is actually uncertain, so it is definite unwrap the phase. This paper presents an easy and quick method to unidimensional phase unwrapping based on Takeda's method starting off with a carrier interferogram which was obtained using an amplitude division interferometer.

Keywords: Interferogram, carrier frequency, Mach-Zehnder Interferometer, phase unwrapping.

1. INTRODUCCIÓN

En interferometría es muy común el análisis de interferogramas, estos son imágenes obtenidas tras el montaje de un sistema óptico (interferómetro) y colocar un objeto en un brazo del interferómetro. Los interferogramas pueden ser tomados con frecuencia portadora o sin ella, para este trabajo en particular, los interferogramas son capturados con frecuencia portadora con el objetivo de facilitar el análisis.

Para obtener el mapa de fase envuelto se utiliza un método muy útil propuesto por Takeda [1], el cual consiste en calcular la fase de un objeto, modulándola en una frecuencia portadora, calcular su transformada de Fourier, filtrar el lóbulo de interés, calcular la transformada inversa de Fourier

[2], y calcular su fase. En algunas ocasiones es necesario hacer un filtrado adicional para visualizar el mapa de fase envuelto.

En este trabajo se presenta un método para el desenvolvimiento de fase unidimensional que ofrece la ventaja de ser más rápido que los métodos convencionales y además una interface diseñada en LabVIEW para visualizar las diferentes etapas de procesamiento.

2. CONCEPTOS TEÓRICOS

La interferometría es una técnica basada en la interferencia de haces de luz, utilizada como herramienta de medición. Es una técnica que en sí, la conforma un sistema óptico llamado interferómetro. Este sistema óptico, consta a su vez de múltiples dispositivos ópticos como: espejos, lentes, divisores de haz, expansores, etc., pero sin duda el elemento más importante en estos sistemas es sin duda la luz.

La propagación de la luz da lugar a diversos fenómenos que explican su comportamiento al interactuar con algunas superficies. Cuando la luz incide sobre una superficie se presenta el fenómeno de reflexión el cual se expresa matemáticamente con la siguiente ecuación [4]:

$$\theta_i = \theta_r, \quad (1)$$

donde θ_i es el ángulo de incidencia y θ_r el ángulo de reflexión.

Otro fenómeno es el de refracción, el cual se presenta cuando la luz pasa de un medio a otro con diferente índice de refracción y su descripción matemática es la siguiente [4]:

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t, \quad (2)$$

donde n_i y n_t son los índices de refracción incidente y transmitido respectivamente y θ_i y θ_t son los ángulos de incidencia y transmitido respectivamente. La ecuación (2) es también conocida como "*Ley de Snell*" [4].

Estos fenómenos están presentes en un interferómetro cuya configuración depende del acomodo de los dispositivos ópticos usados (lentes, espejos, expansores etc.). Así cuando

la luz viaja a través de dichos dispositivos, se da lugar a un fenómeno conocido como la interferencia de haces, o de intensidades, Su longitud de camino óptico (LCO) cambia debido a los diferentes índices de refracción de cada una de las superficies por las que incide la luz.

Hay dos tipos de interferencia: constructiva, cuando las intensidades de los haces de luz llegan en fase al punto en el cual se observa la muestra. Y destructiva, la cual se presenta cuando las intensidades llegan al punto de observación con una diferencia de fase entre ellas [3].

A esta forma de intensidades de luz se le conoce como patrón de interferencia o interferograma y esta expresado matemáticamente en la siguiente ecuación:

$$I = a + b \cos[2\pi f_0 x + \phi] \eta_m + \eta_a, \quad (3)$$

donde a es la iluminación externa al sistema, b es la amplitud de modulación, ϕ es la fase asociada al índice de refracción, f_0 es la frecuencia portadora y η_m y η_a son los ruidos multiplicativo y aditivo respectivamente [6].

Una de las maneras de obtener un interferograma es con los interferómetros de división de amplitud. La configuración dependerá de las necesidades que se tengan o de lo que se quiera estudiar. Generalmente consta de una fuente de luz coherente (láser), un divisor de haz, que divide la potencia del haz por la mitad y genera una abertura de 90° entre ambos haces (a estos caminos se les llama brazos), uno o dos espejos para direccionar y hacer interferir nuevamente los dos haces de luz, y una pantalla para observar el patrón de interferencia.

Al colocar un objeto en uno de los brazos este modifica el índice de refracción, al modificarse el índice de refracción habrá un cambio en la Diferencia de Camino Óptico (DCO) y este cambio genera un patrón de interferencia diferente para cada objeto a estudiar [5].

El método de Takeda [1] generalmente es usado en perfilometría de Fourier y consiste en proyectar un patrón de franjas sinusoidal sobre algún objeto de estudio. El método aprovecha la distorsión que se presenta en las franjas proyectadas sobre el objeto, lo cual indica que la fase del objeto está modulada en la frecuencia de las franjas proyectadas. Si bien es cierto que en técnicas interferométricas no es posible proyectar un patrón de franjas sobre el objeto estudiado o sobre el propio interferograma, pero si es posible generar un patrón de franjas en el mismo interferograma. Esto se logra modificando la LCO con una leve inclinación en uno de los espejos. Razón por la que es viable la utilización del método de Takeda en técnicas interferométricas.

El método consiste en calcular la transformada de Fourier de la imagen capturada (interferograma), para ello seguiremos las siguientes bases teóricas.

La transformada de Fourier [2, 3] discreta de una función (imagen) $f(x, y)$ de tamaño $M * N$ está dada por la siguiente ecuación:

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}. \quad (4)$$

De forma similar, dada $F(u, v)$ es posible calcular $f(x, y)$ mediante la transformada inversa, dada por la siguiente ecuación:

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{2j(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}. \quad (5)$$

Una vez que se ha calculado la transformada de Fourier, es necesario filtrar uno de los lóbulos de su espectro en frecuencia, para ello se eligió un filtro pasa-bajas Gaussiano y de base circular igual que los espectros de frecuencia que se pretende filtrar [2].

La ecuación que describe a un filtro Gaussiano a 2-D es:

$$H(u, v) = e^{-\frac{D(u,v)}{2\sigma^2}}, \quad (6)$$

donde, $D(u, v)$ es la distancia del origen de la transformada de Fourier, y σ es el ancho de la función Gaussiana.

3. IMPLEMENTACIÓN

Para la obtención de los interferogramas fue necesario el montaje de un interferómetro de división de amplitud en configuración Mach-Zehnder. El funcionamiento de dicho interferómetro se explica a continuación tomando como referencia la Figura 1:

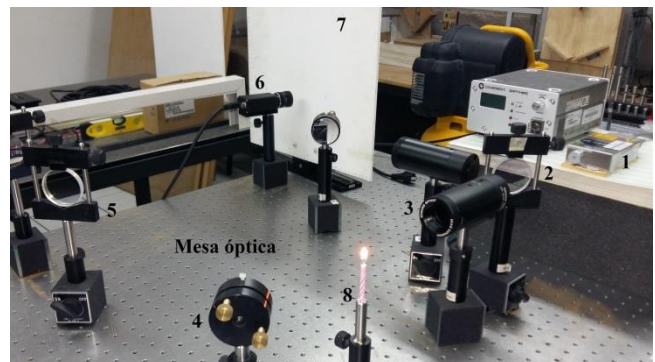
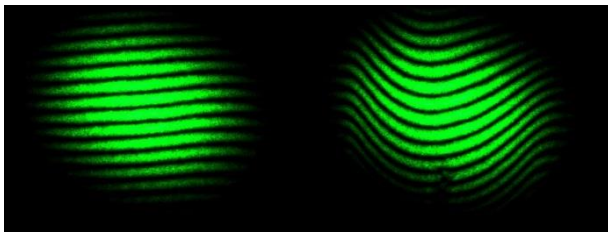


Fig. 1: Implementación del interferómetro Mach-Zehnder.

En el N° 1 tenemos la fuente de luz coherente que es la señal que se manipula para la creación del interferograma, este dispositivo es un láser de estado sólido, la fuente de poder se

encuentra al lado, la potencia es variable de 15 mW a 150 mW, para el proyecto se utilizó a 15 mW (10%). Seguido del láser, se coloca un divisor de haz mostrado en la Figura 1 con el N° 2, este es un divisor 50/50 que teóricamente como su nombre lo dice, divide el haz en un 50%R y 50%T donde R es reflejado y T transmitido. El N° 3 es un expansor con lente colimador el cual expande el haz para lograr mayor área de estudio, este dispositivo tiene la ventaja de que al tiempo que expande el haz, también lo colima, cosa que resulta favorable ya que para los interferómetros de división de amplitud, el haz además de estar expandido, también tiene que estar colimado. El N° 4 es un espejo que refleja ambos haces hacia el N° 5, el cual es exactamente igual al N° 2, pero en este caso se utilizó como recombinador de haces para lograr una interferencia más uniforme. El N° 6 es una cámara CCD usada para capturar el interferograma visto sobre la pantalla (N° 7). Un ejemplo de interferograma con frecuencia portadora se muestra en la Figura 2.



(a) Sin flama (b) Con flama
 Fig. 2: Interferograma con frecuencia portadora.

4. DESENVOLVIMIENTO DE FASE UNIDIMENSIONAL

El sistema se estructuró en 3 etapas y una vez capturados los interferogramas se procede a la 1ª etapa, la cual se describe en la Figura 3:

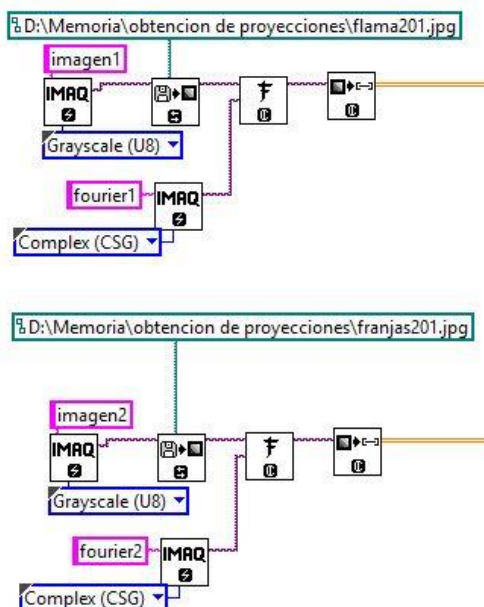


Fig. 3: 1ª etapa de procesamiento al interferograma.

En esta primera etapa sólo se hace lectura de las imágenes y se calcula su transformada de Fourier. En el momento en el que se hace la captura del interferograma, se hacen dos tomas, una con la flama y una sin ella, esto con el propósito de facilitar los cálculos de la fase. Ya que se tiene la transformada de Fourier se aplica una conversión de imagen a arreglo matricial para su manipulación en la segunda etapa, lo cual se explica a continuación con ayuda de la Figura 4:

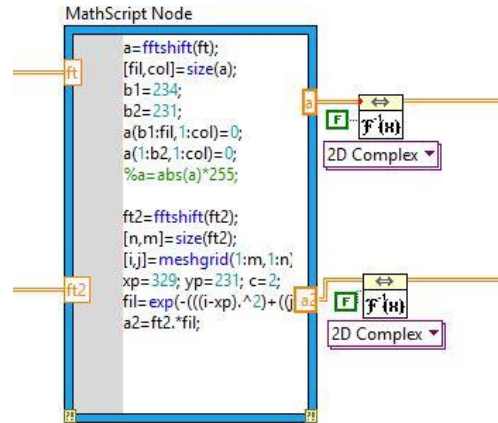


Fig. 4: 2ª etapa de procesamiento al interferograma.

Seguido de la conversión se hace el filtrado de ambas imágenes, es decir, se aplica el método Takeda [1]. Para el caso del interferograma con flama se utiliza un filtro Gaussiano expresado en la ecuación (6) y para el caso del interferograma sin la flama se utiliza un filtro de segmentación cuadrado. Después de hacer el filtrado, se calcula la transformada inversa de Fourier de ambas imágenes y así se llega a la 3ª y última etapa explicada en la Figura 5:

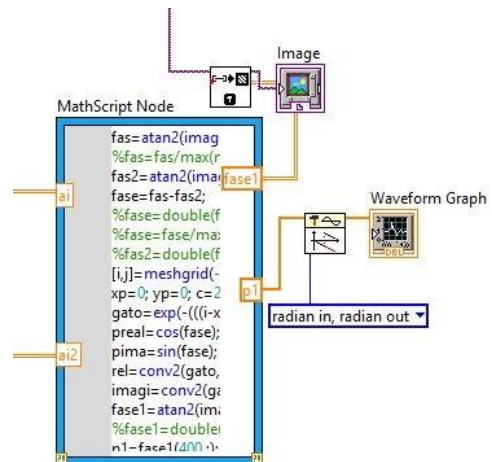
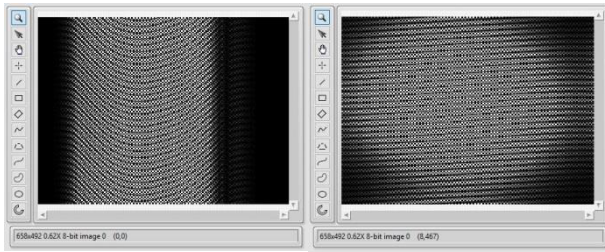


Fig. 5: 3ª etapa de procesamiento al interferograma.

Seguido de la transformada inversa se calcula la fase de ambas imágenes, es aquí donde se justifica la captura de dos imágenes, al calcular la fase del interferograma con la flama, se tiene modulada la información en una frecuencia portadora, la cual también modifica la fase de la imagen, es por eso que se toma una imagen sin la flama, es decir, sólo de la frecuencia portadora. Al realizar una resta de fases se elimina por completo la contribución de la frecuencia portadora, así se obtendrá la fase de la flama. La transformada inversa de ambas imágenes se muestra en la Figura 6.



(a) Con flama (b) Sin flama
Fig. 6: Transformada inversa de Fourier.

Tras realizar la resta de la fase de la imagen mostrada en la Figura 6 (a) menos la fase de la imagen mostrada en (b), se obtiene la fase envuelta de la flama y se muestra en la Figura 7:

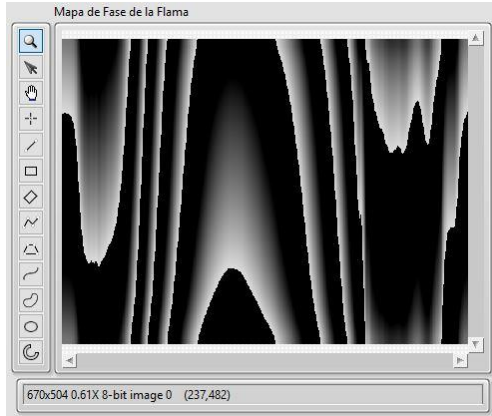


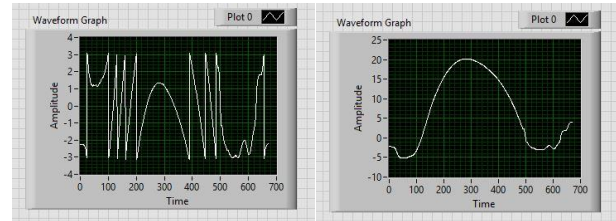
Fig. 7: Fase de la flama.

5. RESULTADOS

Una vez concluidas las etapas mencionadas anteriormente, se obtiene el desenvolvimiento de fase unidimensional partiendo de un interferograma con frecuencia portadora. El algoritmo básico de desenvolvimiento de fase unidimensional inicia con el primer punto de la línea que se compara con el segundo, si hay un salto negativo se suma π al valor del punto y si el salto es positivo es necesario restarle 2π al valor del punto, este proceso se repite hasta terminar la línea. Si no se encuentran diferencias o saltos, continúa comparando hasta encontrar una diferencia y realiza el desenvolvimiento [7].

Entonces el bloque en LabVIEW usado para desenvolver la fase, compara cada punto de la línea y realiza la suma o resta de π o 2π respectivamente, para obtener la fase desenvuelta.

En la Figura 8 se muestra la fase envuelta (a) y desenvuelta (b):



(a) Fase envuelta (b) Fase desenvuelta
Fig. 8: Perfil de la fase.

Este tipo de procesamiento de imagen se hace tradicionalmente en Matlab® y es preciso mencionar que los resultados obtenidos son fieles de acuerdo a los obtenidos en dicha herramienta y las figuras siguientes dan crédito de ello.

La imagen mostrada en la Figura 9 muestra una línea del mapa de fase desenvuelta correspondiente a la misma línea desenvuelta en LabVIEW. El método de desenvolvimiento de fase utilizado en Matlab para obtener este resultado fue aplicando el algoritmo Goldstein [7], al que se le llamó método 1. Podemos ver como los contornos son muy similares tanto en la Figura 9, como en la Figura 8 (b),

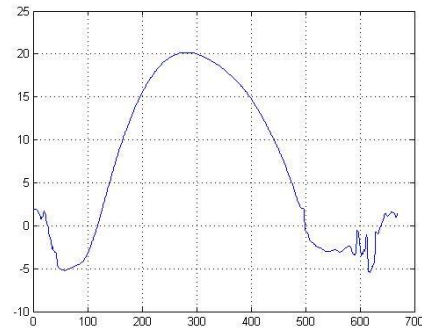


Fig. 9: Fase desenvuelta unidimensional obtenida en Matlab por el método 1.

La Figura 10 por su parte, muestra el resultado del desenvolvimiento de la línea correspondiente utilizando la función Unwrap de Matlab, este método obtiene el desenvolvimiento unidimensional, y se le llamó método 2.

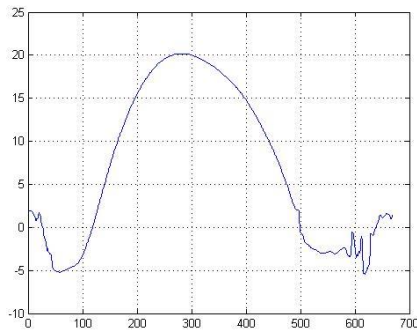


Fig. 10: Fase desenvuelta unidimensional obtenida en Matlab por el método 2.

Las imágenes mostradas en las Figuras 9 y 10 son muestra de que los resultados obtenidos son fieles y el método propuesto para obtenerlos es válido ya que se compara con dos métodos diferentes hechos en Matlab y los resultados son exactamente los mismos.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentaron los resultados de estudiar el campo de temperatura de una flama, para lo cual fue preciso el montaje de un interferómetro de división de amplitud en configuración Mach-Zehnder. Durante el montaje de este interferómetro se pudo notar que hay una sensibilidad muy grande ya que al hablar o caminar el patrón de interferencia cambiaba, por eso los interferogramas captados se hicieron de una manera muy cuidadosa.

El interferograma obtenido se logra gracias que se cumple lo siguiente:

- La interferencia de los dos brazos o caminos que toma la luz dentro del interferómetro,
- la coherencia de la luz, es decir, a que todos los rayos que forman el frente de onda están en fase,
- y el cambio en el índice de refracción dentro de uno de los brazos debido a la colocación de la flama; esta alenta el paso de la luz modificando la longitud de camino óptico.

Para obtener el mapa de fase envuelto es preciso calcular la transformada de Fourier a la imagen estudiada, para este caso, se tomaron dos interferogramas, a los cuales se les aplicó el mismo procesamiento, esto con el fin de obtener sólo el mapa de fase de la flama.

Es importante desenvolver la fase debido a que es posible tanto reconstruir la flama como conocer su temperatura aplicando algoritmos de reconstrucción tomográfica, lo cual queda como trabajo a futuro.

7. REFERENCIAS

- [1] M. Takeda, H. Ina & Kobayashi, "Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-base topography and interferometry", *J. Opt. Soc. Am. A.*, 72(1982) 156-159.
- [2] R. C. Gonzalez, R. E. Woods, *Digital Image Processing*, Prentice Hall, Inc., United States, second edition (2002).
- [3] R. N. Bracewell, *THE FOURIER TRANSFORM AND ITS APPLICATIONS*, McGraw-Hill International Editions, Third Edition (2000).
- [4] E. Hecht, *Optics*, 4th ed. (Addison Wesley, USA, 2002) pp. 86-561.
- [5] S. Verma, Y. M. Joshi, K. Muralidhar, "Optical interferometers and its applications in transport phenomena", to appear in *Interferometry - Principles and Applications*, Edited by Mark E. Russo, Nova Publishers, USA, [60 pages] ISBN: 978-1-61209-347-5 (2011).
- [6] E. Miranda, L. R. Berriel, E. Gonzalez, C. Olvera, T. Saucedo, J. G. Arceo, I. De la Rosa V., "Fast flame temperature estimation using a point diffraction interferometer and non-negative least square method", *OPTIMESS*, 52 (2015).
- [7] A. S. González, "Comparación de algoritmos de desenvolvimiento de fase para la reconstrucción de imágenes 3d, usando patrones estructurados de franjas en el Método de Perfilometría de Fourier", Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Querétaro, Querétaro, Qro., 2014.
- [8] M. Jacqueline I., "Proyección de franjas para medir el perfil tridimensional de objetos", Tesis de Licenciatura, Unidad Académica de Física, Universidad Autónoma de Zacatecas, Zacatecas, México, Abril 2015.