

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS**  
"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"

---



**UNIDAD ACADÉMICA DE  
MATEMÁTICAS**



**RELACIÓN ENTRE LAS CREENCIAS DE LOS  
FORMADORES DE PROFESORES DE  
MATEMÁTICAS SOBRE LAS MATEMÁTICAS, SU  
ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE CON SU  
ACTUACIÓN EN EL AULA**

Tesis que para obtener el grado de  
**Maestra en Matemática Educativa**  
con Orientación en el Nivel Secundaria

Presenta:

**Wendy Jhoana Jiménez Ávila**

Directora de tesis:

**Dra. Leticia Sosa Guerrero**

## **A QUIEN CORRESPONDA:**

Por medio de la presente se hace constar que el trabajo de grado que lleva por nombre “Relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula” y que fue realizado bajo mi asesoría por la Lic. Wendy Jhoana Jiménez Ávila, egresada de la Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria, cumple con los requisitos de calidad académica **para ser sometido a su revisión**. Lo anterior en los términos de la legislación vigente, correspondiente a la Universidad Autónoma de Zacatecas y aquélla establecida en la Maestría.

Atentamente,

---

**Dra. Leticia Sosa Guerrero**  
**Docente investigadora de la UAM-UAZ.**

Zacatecas, Zac., a 22 de mayo del 2023

## A QUIEN CORRESPONDA:

Por medio de la presente se hace constar que el trabajo de grado que lleva por nombre “Relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula” y que fue realizado bajo mi asesoría por la Lic. Wendy Jhoana Jiménez Ávila de la Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria; ha atendido las sugerencias y recomendaciones establecidas en el proceso de revisión por parte del comité evaluador, **por lo que se encuentra listo para su presentación y defensa**. Lo anterior en los términos de la legislación vigente, correspondiente a la Universidad Autónoma de Zacatecas y aquella establecida en la Maestría.

Atentamente,

---

**Dra. Leticia Sosa Guerrero**  
**Docente investigadora de la UAM-UAZ.**

## **CARTA DE RESPONSABILIDAD Y CESIÓN DE DERECHOS**

En la ciudad de Zacatecas, Zacatecas, el día 02 de junio del año 2023, la que suscribe Wendy Jhoana Jiménez Ávila, alumna del Programa de Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria con número de matrícula 42106979; manifiesta que es la autora intelectual del trabajo de grado intitulado “Relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula” bajo la dirección de la Dra. Leticia Sosa Guerrero.

Por tal motivo asume la responsabilidad sobre su contenido y el debido uso de referencias, acreditando la originalidad del mismo. Asimismo, cede los derechos del trabajo anteriormente mencionado a la Universidad Autónoma de Zacatecas para su difusión con fines académicos y de investigación.

---

**Lic. Wendy Jhoana Jiménez Ávila.**

Agradezco al  
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología  
por el apoyo económico brindado para la  
realización de mis estudios de Maestría.

**Beca con número de registro de CVU 1151452.**

## DEDICATORIA

*A Dios, porque sin ÉL no soy nada, a mis padres y hermanos por el apoyo brindado, a mis amigas María Angélica, Dariana y Andrea por acompañarme en tan maravillosa aventura.*

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco sobremanera a la Dra. Leticia Sosa Guerrero por su asesoramiento y acompañamiento en la realización de la investigación, gracias por ser un ejemplo de disciplina, constancia y tenacidad.

A los participantes del estudio, por la riqueza en la información brindada, por su diligente apoyo en la obtención de información. A los revisores de tesis, la Dra. María Isabel Pascual Martín y la Mtra. Gloria Teresa González por sus comentarios y observaciones en pro de mejorar la investigación. A la Dra. Margaret Marshman y al Dr. Luis Carlos Contreras por sus observaciones en las estancias de investigación realizadas.

A la Maestría en Matemática Educativa de la Unidad Académica de Matemáticas, de la Universidad Autónoma de Zacatecas, por darme la oportunidad de seguir creciendo en mi desarrollo profesional y personal. Gracias a la planta docente de la maestría por todo el aprendizaje brindado, por su apoyo a nivel personal y profesional.

Gracias a todas esas personas que de una u otra manera hicieron posible la realización de esta investigación.

## RESUMEN

La investigación respecto a las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, se encuentra en una etapa incipiente, además, se ha reconocido que las creencias de los formadores se relacionan con su práctica, y con su actuar en el aula. Así mismo, diversos investigadores han señalado la importancia de indagar en torno a los formadores de profesores como eje analítico, puesto que su escasa producción académica, sobre todo en el contexto latinoamericano, puede resultar problemática en la formación inicial docente; además, se ha reportado una desconexión entre las creencias del formador y su comportamiento en el aula. De esta forma, investigaciones al respecto pueden aportar al campo del desarrollo profesional de formadores de profesores.

Ante este panorama nuestro estudio tiene como objetivo describir la relación entre las creencias de quien se encarga de la formación de los profesores de matemáticas, sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, con su actuación en el aula. Para el logro de dicho objetivo, nuestro estudio se enmarca dentro de un marco teórico y se emplearán diferentes herramientas metodológicas.

En relación con lo anterior, como marco teórico se emplea el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) ya que nos brinda la posibilidad de analizar distintas prácticas del formador de profesores de matemáticas que se relacionan con sus creencias. En cuanto al marco metodológico, el estudio es cualitativo de corte interpretativo, el método a utilizar es el estudio de casos, para la recolección de información se utilizará la encuesta, la entrevista y la observación no participante. Con este estudio se pretende aportar al estado del arte del desarrollo profesional y de las creencias del formador de profesores de matemáticas.

**Palabras clave:** Relación, creencias, formador de profesores de matemáticas, actuación en aula, desarrollo profesional.



## ABSTRACT

Research on the beliefs of mathematics teacher educators is in an incipient stage; moreover, it has been recognized that the beliefs of the educators are related to their practice and their actions in the classroom. Likewise, several researchers have pointed out the importance of investigating teacher educators as an analytical axis, since their scarce academic production, especially in the Latin American context, can be problematic in initial teacher education; in addition, a disconnection has been reported between the educator's beliefs and his or her behavior in the classroom. Thus, research in this regard can contribute to the field of professional development of teacher educators.

Against this background, our study aims to describe the relationship between the beliefs of mathematics teacher educators about mathematics, its teaching and learning, and their performance in the classroom. In order to achieve this objective, our study is framed within a theoretical framework and different methodological tools will be used.

In relation to the above, as a theoretical framework, the Mathematics Teacher Specialized Knowledge (MTSK) model is used since it gives us the possibility of analyzing different practices of the mathematics teacher educator that are related to their beliefs. Regarding the methodological framework, the study is qualitative of interpretative cut, the method to be used is the case study, for the collection of information the survey, the interview and the non-participant observation will be used. The purpose of this study is to contribute to the state of the art of professional development and beliefs of mathematics teacher educators.

**Key words:** Relationship, beliefs, mathematics teacher educator, classroom performance, professional development.

# ÍNDICE

RESUMEN .....	viii
ABSTRACT .....	ix
INTRODUCCIÓN.....	xv
<b>CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Motivación del estudio.....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Antecedentes .....</b>	<b>2</b>
1.2.2 Desarrollo profesional del formador de profesores de matemáticas .....	4
1.2.3 ¿Cómo va la investigación sobre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas?.....	8
<b>1.3 Reflexión.....</b>	<b>12</b>
<b>1.4 Planteamiento del problema de investigación .....</b>	<b>13</b>
1.4.1 Problemática.....	13
1.4.2 Problema .....	16
1.4.3 Preguntas de investigación.....	16
1.4.1 Hipótesis .....	16
1.4.2 Objetivo general .....	16
1.4.3 Objetivos particulares .....	16
1.4.4 Justificación.....	16
<b>CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>18</b>
<b>2.1 Mathematics Teacher’s Specialized Knowledge (MTSK) .....</b>	<b>18</b>
2.1.1 Conocimiento Matemático (MK).....	19
2.1.1.1 Conocimiento de los Temas (KoT).....	19
2.1.1.2 Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM).....	20
2.1.1.3 Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM).....	21
2.1.2 Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK).....	21
2.1.2.1 Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) .....	21
2.1.2.2 Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT) .....	22
2.1.2.3 Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS) .....	22
<b>2.2 Creencias en el MTSK .....</b>	<b>23</b>

2.2.1	Creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje.....	25
<b>CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA .....</b>		<b>33</b>
3.1	Tipo de investigación .....	33
3.2	Método.....	33
3.2.1	Características del caso.....	36
3.2.1.1	El caso del formador Fernando .....	36
3.2.1.2	El caso del formador Miguel .....	36
3.2.2	Teoría Fundamentada.....	37
3.3	Técnicas e instrumentos de recogida de datos.....	38
3.3.1	Concepciones sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas (CEAM) 39	
3.3.2	Adaptación de instrumentos para la recolección de información.....	44
3.3.2.1	Primer acercamiento: Encuesta de Beswick (2005) y Marshman y Goos (2018) 44	
3.3.2.2	Segundo acercamiento: Identificación de los indicadores del Instrumento CEAM de Climent (2002) y su relación con la encuesta creencias de Beswick (2005) 49	
3.3.2.3	Tercer acercamiento: Integración del Instrumento CEAM con la encuesta de Creencias.....	54
3.4	Instrumentos de análisis .....	62
3.4.1	Análisis de las transcripciones de las clases grabadas en vídeo .....	62
3.4.2	Triangulación de las fuentes de datos.....	65
<b>CAPÍTULO 4. ANÁLISIS Y RESULTADOS.....</b>		<b>67</b>
4.1	El caso de Fernando.....	67
4.1.1	Análisis de la encuesta por cuestionario.....	67
4.1.1.1	Primera sección del cuestionario: 26 Ítems.....	67
4.1.1.2	Segunda sección del cuestionario: 7 ítems.....	77
4.1.2	Análisis de la entrevista a Fernando.....	78
4.2	El caso de Miguel.....	82
4.2.1	Análisis de la encuesta por cuestionario.....	82
4.2.1.1	Primera sección del cuestionario: 26 ítems .....	82
4.2.1.2	Segunda sección del cuestionario: 7 ítems.....	89
4.2.2	Análisis de las videgrabaciones de las clases de Miguel.....	89
4.2.2.1	Análisis de la clase 1 de Miguel .....	90
4.2.2.2	Análisis de la clase 2 de Miguel .....	95

4.2.3	Resumen de lo observado en las clases de Miguel .....	96
4.2.4	Análisis de la entrevista a Miguel.....	97
4.3	Resultados y discusiones .....	100
4.3.1	Resultados de la investigación.....	100
4.3.2	Discusión de los resultados .....	107
4.4	Aportaciones del estudio .....	111
4.4.1	Instrumento CEAM para formadores de profesores de matemáticas.....	111
4.4.2	Encuesta sobre creencias de los formadores de profesores de matemáticas .	119
<b>CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES .....</b>		<b>122</b>
5.1.	Relación entre las creencias del formador de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula.....	122
5.2	Aportaciones al modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK).....	123
5.3	Aportaciones a la formación de profesores de matemáticas .....	124
5.4	Aportaciones a la formación de formadores de profesores de matemáticas .....	125
5.5	Aportaciones de método al MTSK.....	126
5.6	Limitaciones y futuras investigaciones .....	128
5.7	Reflexión como profesora de matemáticas .....	129
<b>REFERENCIAS .....</b>		<b>130</b>
<b>ANEXOS .....</b>		<b>138</b>
Anexo 1.	Instrumento CEAM de Climent (2002) .....	138
Anexo 2.	Respuestas de Fernando al cuestionario sobre creencias.....	146
Anexo 3.	Entrevista a Fernando .....	158
Anexo 4.	Respuestas de Miguel al cuestionario sobre creencias.....	173
Anexo 5.	Transcripciones por episodios de las videograbaciones de dos clases de Miguel .....	179
Anexo 6.	Entrevista a Miguel .....	190

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1</b> Relaciones entre creencias según Beswick (2005).....	26
<b>Tabla 2</b> Relaciones entre creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y las tendencias didácticas .....	31
<b>Tabla 3</b> Pruebas para evaluar la calidad y objetividad de un estudio de caso Yin (2009).....	34
<b>Tabla 4</b> Adaptación del Instrumento CEAM por Climent (2002) para el análisis de las concepciones de profesores de primaria sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas .....	41
<b>Tabla 5</b> Encuesta de creencias sobre las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje de Beswick (2005) .....	45
<b>Tabla 6</b> Ítems de la encuesta de creencias de Marshman y Goos (2018) y su vinculación a las tres concepciones de las matemáticas de Ernest (1989) .....	47
<b>Tabla 7</b> Adaptación de los ítems de la encuesta de creencias Beswick (2005) .....	48
<b>Tabla 8</b> Relación de los ítems de la encuesta de creencias (Beswick, 2005) y los indicadores del Instrumento CEAM (Climent, 2002) .....	50
<b>Tabla 9</b> Encuesta de creencias para el formador de profesores de matemáticas .....	55
<b>Tabla 10</b> Encuesta de creencias sobre la naturaleza de las matemáticas .....	61
<b>Tabla 11</b> Análisis a las respuestas al cuestionario de Fernando (primera sección) .....	68
<b>Tabla 12</b> Análisis de las respuestas al cuestionario de Miguel (primera sección) .....	82
<b>Tabla 13</b> Creencias de los dos casos .....	101
<b>Tabla 14</b> Refinamiento de los ítems sobre creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje.....	120

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1</b>	Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) .....	18
<b>Figura 2</b>	Perspectivas de análisis del Bottom-Up y Top-Down asociadas a la investigación .	38
<b>Figura 3</b>	Resumen de los diferentes acercamientos realizados para la adaptación del instrumento de recogida y análisis de datos .....	44
<b>Figura 4</b>	Representación del modelo de Ribeiro (2008) .....	64
<b>Figura 5</b>	Adaptación del modelo de Ribeiro (2008).....	65
<b>Figura 6</b>	Relación entre las creencias del formador con su actuación en el aula.....	107

# INTRODUCCIÓN

Las investigaciones respecto a las creencias de los formadores de profesores de matemáticas y su relación con sus prácticas se encuentra en una etapa temprana según lo señalado por varios investigadores, motivo por el cual, cuando en el estudio se hizo la revisión de antecedentes, se encontraron muy pocos estudios al respecto, eso nos motivó aún más a querer indagar sobre las creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje de quienes en su labor compleja se encargan de formar a los profesores de matemáticas, a partir de lo que estos profesaban verbalmente y las que se reflejaban en su comportamiento en el aula.

De este modo, el objetivo de nuestra investigación es describir la relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula. Para el logro de dicho objetivo, el trabajo se dividió por capítulos, en total fueron cinco capítulos, los cuales se detallan a continuación.

En el capítulo uno, titulado planteamiento del problema de investigación, se muestra la motivación del estudio, los estudios que anteceden a la investigación, este apartado se dividió en tres subapartados formador de profesores de matemáticas, desarrollo profesional de formadores de profesores de matemáticas y ¿cómo va la investigación sobre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas? Posteriormente, se muestra una reflexión de lo encontrado en los antecedentes. Luego, se muestra el planteamiento del problema de la investigación detallando la problemática, el problema, la pregunta de investigación, los objetivos (general y particulares), la hipótesis y la justificación del estudio.

En el segundo capítulo, se muestra el constructo teórico en el que se enmarca la investigación. Se detalla el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), sus dominios, subdominios y categorías que lo componen; se muestra, además, como son concebidas desde dicho modelo las creencias, y las creencias sobre las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje.

En el tercer capítulo, se señala la metodología a seguir para el logro de nuestros objetivos, en este capítulo se muestra el tipo de investigación, el método, los casos analizados, las técnicas e instrumentos de recogida de información y de análisis.

En el cuarto capítulo, se muestran los análisis y resultados obtenidos en la investigación, se hace un análisis detallado de la información recogida en la aplicación de los instrumentos de recogida de información a cada caso. Luego se extraen los resultados obtenidos, posteriormente se discuten los resultados obtenidos con los estudios que nos anteceden, y se muestra el refinamiento de algunos de los instrumentos de recogida de información a manera de aportación a la literatura sobre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas.

En el quinto y último capítulo, se muestran las conclusiones de la investigación, las aportaciones realizadas, las limitaciones y futuras investigaciones, y una reflexión final como

profesora de matemáticas. Por último, se muestran las referencias consultadas para la realización de la investigación, y los anexos, en ellos se encuentran las evidencias de las aplicaciones de los instrumentos de recogida de información.



# CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo se presenta la motivación inicial del estudio, la revisión de literatura realizada de estudios que anteceden a la presente investigación, y la reflexión en torno a lo encontrado en la revisión realizada. Posteriormente, se muestra el planteamiento formal del problema que se pretende abordar.

## 1.1 Motivación del estudio

Considero que las creencias que como seres humanos tenemos de cierta forma rigen nuestro actuar; las prácticas profesionales y la investigación que desarrollé durante mi pregrado en Colombia (Jiménez et al., 2020); cuyo objetivo era analizar el aporte de los actores del proceso de prácticas pedagógicas de profesores de matemáticas en formación inicial en modalidad virtual y presencial a las competencias específicas del futuro profesor; me permitió acercarme a los docentes de la Institución Educativa encargados de supervisar mi práctica y conocer sus creencias acerca de cómo aprendían sus estudiantes, las cuales compartían conmigo para ayudarme durante el proceso. Uno de ellos creía que entre más ejercicios los estudiantes desarrollen en clases y en casa más rápido iban a aprender, por tal motivo sus clases se basaban en la resolución de ejercicios continuamente.

Caso contrario ocurría con lo que nos compartía el docente encargado de coordinar las prácticas desde la Universidad, puesto que su posicionamiento al respecto se basaba en las teorías de aprendizaje de las cuales tenía conocimiento, de su experiencia como formador de profesores de matemáticas y la que obtuvo antes de ser profesor universitario; él mencionaba la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau, no cometer el efecto topaze durante nuestra enseñanza, ser innovadores, reflexionar en nuestra práctica puesto que tenía la concepción de que cuando se hace una reflexión profunda a conciencia de lo que se hizo bien o mal en el aula durante el acto educativo mayores beneficios tendría sobre la práctica; también insistía en la formación continua para incrementar nuestros conocimientos y desarrollo profesional, razón por la cual él contaba con doctorado y era profesor investigador, además tenía pensado continuar con su formación.

Por otro lado, el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y la literatura que he revisado entorno a la importante labor del formador de profesores de matemáticas, me ha hecho querer profundizar en las creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje cuya distinción se encuentra presente en el modelo antes mencionado, el cual considera que dichas creencias del formador pueden influenciar sus prácticas y sus acciones en el aula (Escudero-Ávila et al., 2021; Contreras, 2021).

Lo mencionado hasta aquí y el hecho de que a futuro me proyecto como formadora de profesores, es lo que me motiva a hacer un estudio sobre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas y las relaciones que estas pueden tener con su actuación en el aula;

teniendo en cuenta el grado de importancia de quien asume el rol de formador de un futuro profesor de matemáticas y la labor que desempeña de “enseñar a enseñar”.

## **1.2 Antecedentes**

En este apartado se presenta la revisión de literatura realizada en torno a estudios que anteceden a la presente investigación sobre el formador de profesores de matemáticas y su desarrollo profesional; además, se muestra lo encontrado respecto a lo que se ha avanzado en el campo de la investigación de las creencias del formador de profesores de matemáticas. La búsqueda de información se hizo a través de bases de datos como Springer y buscadores académicos como Semantic Scholar y Google Académico; las palabras utilizadas para realizar la búsqueda fueron: formadores de profesores, beliefs of mathematics teacher educators, professional development of mathematics teacher educators, desarrollo profesional de formadores de profesores de matemáticas.

### **1.2.1 Formadores de profesores de matemáticas**

El término formador de profesores muestra diversidad de expresiones lingüísticas, el más utilizado es formador de profesores/docentes/maestros seguido de formador. La denominación de formador se enmarca dentro de la educación superior; sin embargo, la especificidad del formador de profesores de “enseñar a enseñar”, labor que no comparte con el resto de formadores, configura un subgrupo dentro del grupo de formadores universitarios (González-Vallejos, 2018).

Krainer et al. (2021) afirman que el término “formadores de docentes” por lo general se refiere a quienes educan a los futuros profesores y a los profesores en ejercicio, es decir, los formadores de profesores son quienes inician, guían y apoyan el aprendizaje de los profesores a lo largo de su carrera profesional. A su vez, la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (Unesco, 2021) señala que los formadores de profesores tienen gran incidencia en la práctica y en la profesionalización de los futuros profesores, y en la calidad educativa.

Según lo planteado por González-Vallejos (2018) y Castillo-Vega et al. (2022) los formadores de profesores son un grupo profesional heterogéneo, con una gran variedad de trayectorias y distintos perfiles profesionales. La formación de dichos formadores es un aspecto importante en la formación inicial docente, debido a que estos actores son uno de los principales responsables del diseño y la implementación de los programas de formación docente. Dicha formación puede provenir de diversos contextos tales como universidades, universidades pedagógicas, institutos pedagógicos superiores y escuelas normales. Por lo que existen notables diferencias en la cualificación profesional de los formadores de profesores especialmente en el contexto latinoamericano.

En relación con lo mencionado anteriormente, en el contexto latinoamericano según la Unesco (2021) la formación de los formadores de profesores en países como México, Brasil, Colombia, Chile, Perú y Guatemala, es heterogénea. Por ejemplo, en Colombia, Brasil y Perú el

90% de los formadores que participaron en su estudio contaban con maestría o doctorado; mientras que en México y Guatemala el 72% y el 69% respectivamente contaban con estudios de posgrado.

El hecho de que en México el porcentaje de formadores con posgrado sea considerablemente menor al de países como Colombia coincide con el hecho de que la mayoría de los formadores de México que fueron encuestados (81%) obtuvieron su título de profesor en las escuelas normales, debido a la prevalencia de dichas escuelas en ese país. Caso contrario ocurre en cuanto a la experiencia en educación de los formadores en estos dos países, en el contexto mexicano el 52% de los formadores encuestados tiene 25 o más años de experiencia, mientras que en Colombia el porcentaje de formadores con 21 o más años de experiencia es inferior al 50% (Unesco, 2021).

Por otra parte, el trabajo de los formadores de profesores es extremadamente complejo puesto que cumplen un doble rol: docente e investigador. Otro elemento que tensiona la labor del formador de profesores tiene que ver con las creencias con la que los futuros profesores ingresan a los programas de formación docente. Puesto que al observar la labor docente siendo estudiantes se consolidó en ellos ciertas creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de forma superficial, debido a que solo observaban una parte de la labor docente, sin percatarse de todo el trabajo detrás de ello. Por lo que los formadores de profesores deben responsabilizarse de esas creencias y de las propias como una exigencia de la formación de profesores (González-Vallejos, 2018). A sí mismo enfrentan desafíos en cuanto al perfil de los estudiantes de pedagogía, que ingresan a la educación superior sin muchas habilidades para enfrentar este nivel educativo, a una carrera con poco prestigio y escasa proyección profesional (Unesco, 2016).

Por lo que se refiere a los formadores de profesores de matemáticas, Leikin (2020) indica que son responsables de mantener la enseñanza de las matemáticas de alta calidad, preparar a los futuros profesores para el trabajo con los estudiantes, supervisar los cambios en el contenido matemático y las reformas educativas, y apoyar a los maestros en servicio a mantener la excelencia en la enseñanza. Así mismo, señala que la labor del formador de profesores de matemáticas es sumamente compleja debido a las diferentes comunidades de prácticas involucradas en la formación inicial del profesor de matemáticas, las cuales tienen diferentes prácticas, conocimientos, habilidades, actitudes y creencias; y al alarmante avance tecnológico de la era moderna y las nuevas generaciones de estudiantes.

Contreras (2021) afirma que conceptualizar al formador de profesores de matemáticas es complejo, puesto que depende del contexto, de la comunidad de práctica a la que pertenezca. Los formadores de profesores de matemáticas pueden ser: matemáticos, cuyo perfil profesional son investigadores en matemáticas; educadores matemáticos que se dedican a la investigación en educación matemática; graduados en educación dedicados a la investigación en Ciencias de la Educación; matemáticos, ingenieros o graduados en ciencias que ejercen como profesores, entre otros. Jaworski (2008) entiende al formador de profesores de matemáticas como el

“profesional que trabaja con profesores en ejercicio o en formación para desarrollar y mejorar la enseñanza de las matemáticas” (p. 1).

Por otra parte, Jaworski (2001) afirma que un aspecto fundamental en la manera en que tanto los profesores de matemáticas como los formadores de profesores de matemáticas conceptualizan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, es la forma en que miran las matemáticas. Además, se ha reconocido que las prácticas de los formadores de profesores de matemáticas están influenciadas por sus creencias y que éstas pueden variar dependiendo de la comunidad práctica a la que pertenezca (Goos y Marshman, 2018; Marshman, 2021; Goos y Beswick, 2021; Escudero-Ávila et al., 2021).

Por lo mencionado hasta aquí, precisamos que la labor del formador de profesores de “enseñar a enseñar” es compleja y lo distingue del resto de profesores universitarios. Además, según lo señalado por Jaworski (2008) entendemos que el papel del formador de profesores de matemáticas es similar al del profesor en clase de matemáticas, como agente de cambio en el aprendizaje, en este caso, de los futuros profesores; y que dicha labor puede estar influenciada por sus creencias.

Al ser nuestro foco de interés la relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas; las cuales varían dependiendo del nivel (primaria, secundaria, bachillerato, universitario) (Solís, 2015) y dependiendo de la comunidad de práctica a la que pertenezca (Leikin, 2020); con su actuación en el aula, tomaremos como base las potencialidades de los estudios realizados en torno a los profesores de matemáticas y lo que ya se ha hecho en cuanto al desarrollo profesional de los formadores de profesores de matemáticas y sus creencias; lo cual se encuentra en una etapa incipiente (Lovin et al., 2012; Chapman, 2021); para profundizar en este tema.

De este modo, pretendemos aportar al campo de la investigación de formadores de profesores, ya que según lo mencionado por González-Vallejos (2018) la escasa producción de estudios cuyo eje analítico sea el formador de profesores, sobre todo en el contexto latinoamericano, resulta problemático en la formación inicial docente, al no informar sobre lo que ocurre al interior de las aulas y quién es en realidad el formador de profesores y su relevancia en la preparación docente y en las políticas educativas en general.

### **1.2.2 Desarrollo profesional del formador de profesores de matemáticas**

Con el pasar del tiempo se ha ido reconociendo cada vez más que los formadores de docentes solo pueden continuar desempeñando su papel si se involucran en un mayor desarrollo profesional a lo largo de toda su carrera (Van der Klink et al., 2017). Sin embargo, sigue habiendo poca investigación sobre el crecimiento profesional de quien forma a los futuros profesores de matemáticas y ciencias (Krainer et al., 2021).

En un estudio reciente, Ozmantar y Agac (2021) con el objetivo de documentar y examinar las fuentes de conocimiento de los formadores de profesores de matemáticas en las prácticas de formación docente; contactaron por correo electrónico a 522 formadores de profesores de

matemáticas activos de 81 facultades de educación ubicadas en Turquía, de los cuales 281 participaron en el estudio. Para la recopilación de información se elaboró un cuestionario y se les solicitó a los formadores que participaron, un currículum vitae actualizado. Para el análisis de los datos se usaron técnicas de investigación cuantitativas y cualitativas por lo que su estudio fue de tipo mixto. Los resultados de esta investigación determinaron una variedad de fuentes de conocimiento como por ejemplo sus experiencias, lectura de documentos oficiales y de literatura, observaciones, interacciones con académicos y con maestros en servicio/preservicio y modelos a seguir.

Un aspecto importante del estudio Ozmantar y Agac (2021) es que según sus hallazgos el conocimiento de la práctica juega un papel importante en el desarrollo profesional docente; ya que cierra la brecha entre el conocimiento para la práctica y el conocimiento en la práctica. A pesar de ello, de los formadores de profesores de matemáticas que hicieron parte del estudio pocos se refirieron a actividades de investigación en las que hubieran estado involucrados (conocimiento de la práctica). Los formadores se beneficiaban de investigaciones no propias (conocimiento para la práctica) y en cuanto al conocimiento en la práctica, el 52% de los participantes se refirieron a sus experiencias como una categoría de fuentes de conocimiento.

Dichos autores mencionan que un campo fructífero de investigación sería cómo y en qué medida se puede lograr el crecimiento profesional de los formadores de profesores de matemáticas; para producir prácticas de formación docentes significativas a través de las fuentes de conocimiento determinadas, y trabajos enfocados en las **prácticas *in situ*** de los formadores de profesores de matemáticas para comprender mejor este grupo.

Por otro lado, Hanuscin et al. (2021) con la finalidad de interpretar y describir con precisión la gama completa de sus experiencias como formadores de docentes (en la Universidad de Western Washington) que se siguen unos a otros, e identificar temas predominantes relacionados con su aprendizaje y desarrollo profesional; presentan sus relatos sobre su modelo que implica el seguimiento estructurado entre colegas con el objetivo de apoyar el crecimiento profesional de formadores de profesores en matemáticas y ciencias novatos y expertos. Las conclusiones a las que llegaron es que la observación y el seguimiento entre colegas como una forma de desarrollo profesional puede impactar a los profesores novatos de manera poderosa.

De hecho, también se resalta la variedad de formas en que el seguimiento puede satisfacer las necesidades de aprendizaje de los formadores de docentes a lo largo de toda su carrera. Sin embargo, es poco probable que la observación funcione en lugares donde los profesores enseñan una asignatura en particular o no enseñan varias asignaturas. Con el ánimo de invitar a investigaciones futuras, Hanuscin et al. (2021) sugieren indagar sobre cómo el aprendizaje profesional logrado mediante la observación impacta el aprendizaje posterior de futuros maestros, así mismo, consideran que la replicación del modelo de seguimiento en otros contextos podría arrojar más luz sobre los elementos críticos necesarios y las circunstancias bajo las cuales se puede implementar con éxito el seguimiento.

Por lo que se refiere a modelos de desarrollo profesional docente, Clarke y Hollingsworth (2002) con el objetivo de modelar y explicar el crecimiento profesional del docente; proponen un modelo basado en datos empíricos cuya estructura interconectada y no lineal permite la identificación de secuencias de cambio y redes de crecimiento. Además, reconoce la naturaleza idiosincrásica e individual del crecimiento profesional docente. La base empírica del Modelo Interconectado fue proporcionada por tres estudios australianos de los cuales se tomaron los datos utilizados. Dicho modelo sugiere que:

El cambio ocurre a través de los procesos mediadores de "reflexión" y "enacción", en cuatro dominios distintos que abarcan el mundo del maestro: el dominio personal (conocimiento del maestro, creencias y actitudes), el dominio de la práctica (experimentación profesional), el dominio de la consecuencia (resultados destacados) y el dominio externo (fuentes de información, estímulo o apoyo). (Clarke y Hollingsworth, 2002, p. 950)

Un aspecto importante de este modelo es que el término "enacción" se utiliza para distinguir la puesta en acción de una creencia nueva, idea o práctica de simplemente "actuar"; basándose en que actuar ocurre en el dominio de la práctica, y cada acción representa la declaración de lo que un maestro sabe, cree o ha experimentado (Clarke y Hollingsworth, 2002). Se debe agregar que los resultados de este estudio señalan que en el crecimiento profesional de los docentes el contexto juega un papel sustancial. Además, para que el cambio de un dominio conduzca al cambio en otro (secuencia de cambio) se necesita de la participación de los docentes en programas en servicio o por otros medios y que no todas estas secuencias conducen a un crecimiento duradero (red de crecimiento).

Retomando los modelos sobre el desarrollo profesional del formador de profesores de matemáticas, Zaslavsky y Leikin (2004) con el objetivo de caracterizar la naturaleza del complejo crecimiento simbiótico de los profesores de matemáticas y los formadores de profesores de matemáticas e ilustrar cómo su modelo de tres capas se aplica a la práctica; diseñaron un proyecto con una duración de cinco años en el que participaron 120 docentes, con el propósito de mejorar el desarrollo de sus miembros (formadores de docentes) de la mano con el desarrollo de los maestros en servicio que participaron en el programa. Para recolectar la información se hizo uso de grabaciones en vídeo de los talleres, autoinformes, y entrevistas semiestructuradas.

Zaslavsky y Leikin (2004) concluyen que los involucrados en el proyecto como miembros de una comunidad práctica evolucionaron en el contexto de formadores de profesores de matemáticas. Es decir, por medio de las interacciones entre profesores expertos y novatos en un programa de desarrollo profesional, la reflexión sobre su propia práctica y el diseño de actividades matemáticas para los profesores en servicio se logró cierto avance en el desarrollo profesional de quienes participaron en el proyecto.

Por su parte, Goos (2009) sugiere un modelo que se fundamenta en las Zonas de Desarrollo Próximo (ZDP) de Vygotsky (1978) y la teoría de zonas de Valsiner (1997); que abarca el desarrollo continuo del conocimiento y las creencias de los participantes (ZDP), el contexto

profesional (Zona de Libre Circulación, ZFM) y las fuentes de asistencia a los alumnos (Zona de Acción Promovida, ZPA). Goos (2009) afirma que la teoría de zonas es útil porque en una misma discusión reúne la enseñanza, el aprendizaje y el contexto, en su modelo agrupa tres capas interconectadas de aplicación de dicha teoría.

En la primera capa el maestro considerado como maestro, creando ZFM/ ZPA en el aula que estructuran el aprendizaje de los estudiantes; este enfoque es útil para explicar las contradicciones entre los tipos de aprendizaje que los maestros afirman promover y el entorno de aprendizaje que en realidad permiten que experimenten sus estudiantes. En la segunda capa el maestro como estudiante, negocia las ZFM/ZPA que estructuran su propio aprendizaje profesional; la utilidad de este segundo enfoque radica en que permite analizar las alineaciones y tensiones entre el conocimiento y las creencias de los docentes, sus contextos profesionales y las oportunidades de aprendizaje profesional que disponen con el objetivo de comprender por qué podrían aceptar o declinar los enfoques de enseñanza innovadores promovidos por formadores de profesores.

La tercera capa con profesor-educador-como-aprendiz, brinda la posibilidad de investigar cómo los conocimientos y creencias de los formadores de profesores de matemáticas definen un conjunto de posibilidades para su desarrollo continuo (ZPD), cómo sus contextos profesionales limitan sus acciones (ZFM) y cómo experimentan y se benefician de diferentes oportunidades para aprender (ZPA).

Por otra parte, en el estudio realizado por Leikin (2020) se analizó el estado del arte de la investigación respecto a la competencia de los formadores de profesores de matemáticas, en el que se describen tres modelos (Zaslavsky y Leikin, 2004; Leikin et al., 2018; Goos, 2009); que se enfocan en la centralidad del conocimiento del profesor de matemáticas y del formador en la promoción de aprendizajes del primero mediante la creación de ofertas de aprendizaje para las matemáticas que integren componentes matemáticos y didácticos. En dichos modelos, se ejemplifica la jerarquía entre los elementos esenciales para la competencia de los formadores y de los profesores de matemáticas de secundaria.

Leikin (2020) evidenció que los tres modelos descritos plantean una jerarquía en términos de los conocimientos del formador de profesores de matemáticas y de los profesores de matemáticas; en donde los conocimientos del formador deben incluir los conocimientos y habilidades del profesor de matemáticas con un mayor nivel de profundidad. Sin embargo, dicha autora argumenta que también existe una jerarquía en el conocimiento de los formadores de profesores de matemáticas dependiendo de la comunidad práctica a la que pertenezcan (investigadores en educación matemática, matemáticos y profesores de matemáticas expertos en secundaria):

Las prácticas de los formadores de profesores de matemáticas de diferentes comunidades pueden ser tangentes entre sí, es decir, tener solo unas pocas acciones comunes, mientras que cada comunidad de formadores de profesores de matemáticas puede tener conocimientos, habilidades, actitudes y **creencias** especiales (en relación con los demás). (Leikin, 2020, p. 22)

Por lo que sugiere un modelo de conocimiento de los formadores de profesores de matemáticas cuyo elemento principal es el potencial profesional de los profesores de matemáticas y desafíos matemáticos; puesto que según Leikin (2020) el objetivo principal de los formadores de profesores de matemáticas es promover el potencial profesional y el contenido desafiante de los profesores de matemáticas, en base al conocimiento del potencial matemático y el contenido desafiante de sus estudiantes.

Como podemos observar en los apartados anteriores se muestra la diversidad de aspectos que involucra el desarrollo profesional del formador de profesores de matemáticas entre ellos, sus conocimientos, creencias, prácticas y actuación en el aula. Por lo que es de nuestro interés indagar sobre las creencias y la actuación de dicho formador con la finalidad de aportar a la investigación respecto al desarrollo profesional de este importante actor que se encarga del proceso formativo del futuro profesor del profesor de matemáticas.

### **1.2.3 ¿Cómo va la investigación sobre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas?**

En este apartado se muestra lo encontrado en la revisión de literatura respecto a lo que se ha avanzado en el campo de la investigación respecto a las creencias del formador de profesores de matemáticas.

Beswick (2005) examinó la conexión entre las creencias (sobre la disciplina, la enseñanza y el aprendizaje) y las prácticas de aula de profesores de matemáticas de secundaria. Para ello utilizó una encuesta de creencias tipo escala Likert que constaba de 26 ítems la cual fue diseñada sobre la base de dos estudios realizados anteriormente y probada en un estudio piloto para determinar la validez de dicha encuesta. Además, para determinar la percepción de los entornos de aula constructivista de los estudiantes, los 25 docentes ubicados en una región rural del estado australiano de Tasmania que respondieron la encuesta de creencias; aplicaron a sus estudiantes una encuesta denominada CLES (Constructivist Learning Environment Survey, la cual fue diseñada por Taylor et al., 1993) con el fin de establecer las conexiones entre las creencias de los profesores de matemáticas y la percepción de los estudiantes sobre el entorno de sus aulas.

Como resultado se estableció que la conexión entre las creencias y prácticas de los profesores de matemáticas es compleja; ya que las creencias de los profesores interactúan con una serie de variables entre sí que pueden influir en el ambiente del aula tales como el contexto. Beswick (2005) deja la puerta abierta para investigaciones futuras en cuanto a qué creencias específicas subyacen a las prácticas de los docentes, qué prácticas conducen a entornos que los estudiantes perciben como constructivistas; e indagaciones que examinen los elementos del estudio de nivel de maestría que son más efectivos para facilitar cambios en las creencias que aumentan la probabilidad de que los maestros creen ambientes constructivistas en el aula.

En lo que refiere a las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre la disciplina, la enseñanza y el aprendizaje; Marshman y Goos (2018) documentaron dichas



creencias con el objetivo de determinar si hay diferencias entre expertos en la disciplina (matemáticos) y expertos en educación (educadores matemáticos), para lo cual se desarrolló una encuesta tipo escala Likert en dos secciones. En la primera sección se utilizó la encuesta sobre las creencias de los docentes de 26 ítems de Beswick (2005); en la segunda sección, a partir de las tres concepciones de las matemáticas (puntos de vista de resolución de problemas, platónicos e instrumentalistas) de Ernest (1989) se desarrollaron 7 ítems más.

En dicho estudio, 82 de los encuestados respondieron la encuesta, la mayoría de ellos de universidades australianas diferentes (35 universidades), y 5 de universidades internacionales, 3 jubilados y 3 en busca de trabajo, solo 15 de los encuestados no contaba con doctorado. Para el análisis de la información se utilizó estadística descriptiva y ANOVA con pruebas post-hoc de Bonferroni usando SPSS.

Los resultados del estudio realizado por Marshman y Goos (2018) arrojaron que los matemáticos tienen una creencia más platónica de las matemáticas y una visión instrumental de la enseñanza y el aprendizaje; mientras que los educadores matemáticos tienden a tener una creencia sobre el aprendizaje más enfocada a la resolución de problemas. Sin embargo, los autores mencionan que el análisis realizado no permite dar cuenta de la causalidad de las diferencias entre las creencias de los encuestados; aunque, puede ser posible que la exposición a posgrados que implican el estudio a las teorías y perspectivas educativas fundamenten una visión más ligada a la resolución de problemas del aprendizaje, mientras que los posgrados enfocados a la especialización en matemáticas apoyen una visión platónica - instrumental del aprendizaje.

Todavía cabe señalar que, Marshman (2021) analizó la encuesta cuantitativa que realizó en 2017, de las creencias sobre las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje de formadores de profesores de matemáticas y profesores de secundaria en formación en el contexto australiano; y las entrevistas semiestructuradas que posteriormente se hicieron para explorar con mayor profundidad las respuestas dadas en la encuesta. Los resultados de este estudio dan cuenta que los formadores de profesores de matemáticas tendían a tener más creencias de resolución de problemas; sobre todo aquellos que contaban con posgrados relacionados con educación matemática, que los futuros docentes.

En cuanto a las entrevistas, se mostró que los formadores implicados tenían diferentes estilos de enseñanza debido al contexto en que se desenvuelven, la formación que recibieron y sus creencias. En lo que respecta a los futuros docentes, eran conscientes de que la forma tradicional en que sus formadores les enseñaban matemáticas en el pregrado era distinta a la manera en que se les enseñaba a enseñar matemáticas; por lo que se sugiere que en la formación de futuros docentes se promuevan debates sobre las creencias sobre las matemáticas su enseñanza y aprendizaje que tienen sus formadores y que pueden influir en sus propias creencias y en su enseñanza.

Las observaciones hechas por Marshman y Goos (2018) y Marshman (2021) en cuanto a las diferencias entre las creencias de matemáticos y educadores matemáticos que forman

profesores de matemáticas en el contexto australiano, sugiere la colaboración entre ambos para reflexionar sobre sus creencias y prácticas de enseñanza en pro de mejorar la formación de los futuros docentes; a pesar de las dificultades institucionales y culturales que ello implica según lo evidenciado por Goos y Benninson (2018) en un estudio donde se documentó las implicaciones de la colaboración entre matemáticos y educadores matemáticos.

Por otra parte, Solís (2015) hizo una revisión de algunos estudios sobre creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de profesores universitarios. Los resultados de su investigación señalan que las creencias de los docentes universitarios influyen en sus decisiones en cuanto a la organización de las actividades que se llevarán a cabo en el aula y en su práctica; y que, además, éstas se forman de su experiencia como estudiantes tanto en la escuela como en la universidad y de las creencias de quienes los formaron como docentes. Por lo que, si se pretende invertir en capacitaciones a docentes universitarios para mejorar las estrategias de enseñanza y aprendizaje, sin haber incorporado en ellos la creencia de que esos cambios van a rendir frutos y que además son necesarios, no tendría éxito puesto que las creencias basadas en estilos de enseñanza tradicionales se convertirán en un obstáculo para ello.

Otro aspecto importante de este estudio, es que las creencias de los profesores varían entre uno y otro según el nivel ya sea inicial, primaria, secundaria y educación superior, y que en el contexto Latinoamericano sobre todo en profesores universitarios ha sido poco abordado. En particular, a pesar de que las creencias de los profesores han sido investigadas extensamente, las creencias de quienes forman a los profesores de matemáticas no han recibido tanta atención hasta la fecha, siendo que sus creencias influirían en la de los profesores que forman (Marshman y Goos, 2018; Goos y Beswick, 2021). Así mismo, tal como lo mencionan Solís (2015), Escudero-Ávila, Montes y Contreras (2021), las creencias y concepciones de quien enseña a enseñar matemáticas influyen en su práctica, en la determinación del contenido y de la orientación de la educación en general.

Por otra parte, la Unesco y la Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe (OREALC) en 2021 presentó el informe de un estudio realizado entre 2017 y 2018; en donde se muestran datos de caracterización de los formadores docentes de primaria y de las instituciones formadoras. En dicho estudio participaron 740 formadores de docentes de seis países de la región (Colombia, México, Brasil, Perú, Chile y Guatemala), para la recolección de información se hizo uso de cuestionarios y entrevistas semiestructuradas a autoridades de tres instituciones formadoras por cada país.

Los resultados de este estudio, en cuanto a las concepciones de los formadores de docentes sobre lo que deben aprender los futuros docentes, arrojaron que la gran mayoría de los encuestados considera que éstos deben aprender sobre evaluación formativa y sumativa, y sobre la utilización de la información suministrada en las evaluaciones externas estandarizadas, además, en todos los países que participaron del estudio, los formadores optan por una visión más práctica/crítica que teórica/funcional sobre lo que los futuros profesores deben aprender durante su formación inicial.

Otro aspecto importante del estudio realizado por la Unesco (2021), es que se indagó sobre los autores que más han influido en la comprensión que tienen los formadores de docentes sobre la educación y la docencia, los autores más mencionados en los seis países son: Paulo Freire, Lev Vygotsky y Jean Piaget. Siendo Freire el autor más mencionado en todos los países. Otro autor clásico mencionado por los formadores sobre todo en Guatemala y Perú es María Montessori. Los encuestados también señalaron autores nacionales donde se muestran diferencias importantes en cuanto a la relación del campo nacional con su contraparte internacional: “Guatemala tiene el 42%, seguido por Brasil (40%), Perú (38%), México (32%), Colombia (28%) y Chile (26%)” (p. 65).

Según la evidencia recolectada en este estudio sería de utilidad investigaciones referidas al origen e implicaciones en el quehacer y fortalecimiento de la formación inicial docente; de las influencias teóricas e intelectuales predominantes en cada país sin dejar de lado que la formación de un futuro docente descansa firmemente en la práctica que se desarrolla en contextos de colaboración.

Por otra parte, en el estudio de Hernández et al. (2020) tuvo como objetivo identificar creencias matemáticas (creencias de lo que son las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje) de profesores de nivel superior implícitas y profesadas; por medio del estudio de las valoraciones cognitivas de situaciones que desencadenan experiencias emocionales mediante el uso de auto-informes diarios, que son un método de muestreo constante de la experiencia. Para el logro de éste, reportaron un estudio de caso doble de dos profesores universitarios de matemáticas de dos diferentes estados de México ambos con formación doctoral. El primero, especializado en el Campo de la Disciplina el cual impartía el curso de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias I (EDO). El segundo, especializado en el Campo de las Matemáticas y la Matemática Educativa el cual era docente de la materia de Grupos y Anillos (GA).

De los resultados de dicho estudio se destaca que, de las creencias implícitas de los dos profesores se infiere que el grupo de estudiantes de GA tuvo mayor participación en clases; mientras que, los estudiantes de EDO estuvieron dispuestos a resolver problemas. En cuanto a las creencias profesadas, se evidenciaron dos visiones distintas de las matemáticas correspondiente con la formación docente, los estudiantes de EDO estarán expuestos a creencias relacionadas con una visión de resolución de problemas; mientras que, los estudiantes de GA a la creencia de que las matemáticas son una forma de pensar. Aquí, parece oportuno resaltar que según diversos estudios las creencias de los docentes pueden ser transferidas a sus estudiantes (Goos y Beswick, 2021; Marshman y Goos, 2018; Solís, 2015); y que, además, según Ernest (1989) las creencias de los profesores de matemáticas en relación con la naturaleza de la misma, su enseñanza y aprendizaje se reconocen como relevantes para su práctica.

Además, Hernández et al. (2020) hacen una invitación a futuras investigaciones a seguir indagando sobre las creencias de profesores universitarios puesto que dicho campo necesita ser desarrollado; partiendo del supuesto de que las creencias de dichos profesores podrían

impactar con mayor énfasis las creencias de quienes se están profesionalizando; y a indagar en el papel de las creencias matemáticas y de los tipos de creencias en las decisiones y el comportamiento o actuar en la clase de los profesores durante el desarrollo de su práctica.

Aquí parece importante aclarar que, si bien distintos autores afirman que en efecto existe una relación entre las creencias y la práctica de los profesores, no se hace una especificación a qué práctica se refieren, entendiendo que dicho término resulta ser muy general. De esta forma, en el presente estudio el foco de interés es el aspecto de la práctica que involucra el comportamiento o actuación, en este caso, del formador de profesores de matemáticas en el aula para enseñar a enseñar matemáticas al futuro docente.

### **1.3 Reflexión**

Con base en los antecedentes consultados en la investigación, podemos señalar que han sido pocas las investigaciones en torno a las creencias de quienes se encargan de preparar a los futuros docentes, sobre todo en el contexto Latinoamericano (Solís, 2015). La Unesco (2021) también hace mención de la escasa producción académica en torno a los formadores docentes, siendo que si se pretende profundizar en los sistemas de formación inicial docente es necesario indagar a quienes están a cargo de su formación. Así mismo, Krainer et al. (2021) señalan que es de suponer que el éxito de la formación docente depende entre otras cosas de la *práctica*, el conocimiento, las reflexiones y *creencias* de quienes se encargan de su formación.

Por otro lado, Ernest (1989), Marshman y Goos (2018) y Marshman (2021) mencionan la importancia de las creencias de los docentes en su práctica, lo que los docentes creen sobre las matemáticas, la enseñanza de las matemáticas y el aprendizaje de las matemáticas se verá reflejado en su práctica. Otro aspecto importante sobre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, es el que señala Escudero-Ávila et al. (2021) sobre que las creencias de éstos, no sólo influyen en su práctica, sino que además influyen en lo que el formador considera que debe aprender el futuro docente; es decir, en la elección del contenido, y en la orientación de la educación en general.

A pesar de que en el estudio realizado por Marshman y Goos (2018); y Marshman (2021) se pone de relieve las creencias de los formadores de profesores de matemáticas y de profesores en formación inicial en el contexto australiano, no se hace el análisis de las causas de esas creencias ni de las relaciones de esas creencias con la actuación del formador en el aula, puesto que no fue su objeto de estudio. Krainer et al. (2021) reconoce la difícil tarea de investigar el crecimiento profesional de los formadores de docentes, razón por la cual sigue habiendo pocas investigaciones al respecto. Sin embargo, existen estudios que han mostrado distintos modelos (Clarke y Hollingsworth, 2002; Zaslavsky y Leikin, 2004; Hanuscin et al., 2021) por los cuales se puede analizar el crecimiento o desarrollo profesional de los docentes y formadores de docentes. Sowder (2007) señala que “sin un desarrollo profesional, la reforma educativa y la mejora de rendimiento de todos los estudiantes no va a suceder” (p. 157).

De allí la importancia de indagar sobre las creencias que tienen los formadores de docentes, en particular de matemáticas, sobre la disciplina, la enseñanza y su aprendizaje, siendo que sobre sus hombros recae la importante tarea de preparar a quienes se encargan de la educación en matemáticas de los estudiantes de nivel primaria, secundaria y bachillerato; y la relación que éstos pueden llegar a tener en el accionar o comportamiento del formador en el aula.

## **1.4 Planteamiento del problema de investigación**

### **1.4.1 Problemática**

Los diversos focos de atención, las comunidades prácticas involucradas en la formación de profesores de matemáticas, el desarrollo tecnológico, social y científico, han aumentado la complejidad del trabajo del formador de profesores de matemáticas; teniendo en consideración que, a su vez estos requieren de conocimientos, actitudes, habilidades y *creencias* adicionales especiales (Leikin, 2020). Marshman y Goos (2018) mencionan que las creencias de los matemáticos profesionales sobre la enseñanza y su impacto en las creencias y prácticas de sus estudiantes, que bien podrían ser profesores en formación inicial o continua, han sido poco investigadas. Goos y Beswick (2021) extienden ese llamado de atención a la falta de investigaciones sobre creencias de los formadores de profesores de matemáticas en general, sin discriminar sobre una comunidad práctica en particular.

A su vez, Solís (2015) y González-Vallejos (2018) señalan que las investigaciones existentes entorno a los formadores de profesores prefieren acceder al formador por medio de la utilización de entrevistas a través de su discurso, ante poniéndolas a otras técnicas como la observación, lo cual genera escasa evidencia de lo que sucede en el aula. Además, las respuestas del formador podrían estar sujetas a la deseabilidad social respecto a lo que deben responder.

Por otro lado, Goos y Benninson (2018) señalan que, en las estructuras de programas en formación docente inicial de muchos países, el contenido de las matemáticas lo enseñan formadores adscritos al departamento de matemáticas, es decir matemáticos, y la pedagogía de las matemáticas la enseñan educadores de matemáticas, que hacen parte del departamento de educación; lo que dificulta que se entretaja genuinamente el contenido con la pedagogía de manera que se reconozcan los roles de estos formadores en la preparación de profesores.

Así mismo, Leikin (2020) señala marcadas diferencias entre las comunidades de prácticas a cargo de la formación de profesores de matemáticas que se pueden considerar como típicas. Los matemáticos, dirigen su actividad a la formación de nuevos matemáticos, consideran que los profesores de matemáticas deben tener un conocimiento profundo de las matemáticas que enseñan; los investigadores en educación matemática, dirigen sus actividades a la integración de la investigación para el análisis reflexivo de la práctica; mientras que los profesores expertos, se centran en el desarrollo de conocimientos y habilidades útiles para la práctica docente de sus estudiantes.

Al respecto, conviene decir que, los formadores de profesores de matemáticas tienen diferentes concepciones acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Comúnmente,

la formación de profesores de matemáticas está a cargo de profesores expertos en matemáticas y expertos en educación, los cuales, sin intención pueden transmitir diferentes visiones de la disciplina; que más tarde se verán reflejadas en las creencias y en la práctica de los futuros profesores (Marshman y Goss, 2018; Marshman, 2021, Escudero-Ávila et al., 2021). Además, la naturaleza complementaria de las distintas comunidades de prácticas de formadores de profesores de matemáticas, hace pensar que la colaboración entre ellos puede ser fundamental para el desarrollo del potencial profesional de los futuros docentes o profesores en formación continua.

En la investigación de Escudero-Ávila et al. (2021) también se distinguen tres perfiles de formadores de profesores de matemáticas. Los matemáticos profesionales ofrecen un conocimiento profundo del contenido matemático avanzado a los futuros profesores; los investigadores en educación matemática (didácticos), les ofrecen la comprensión y transformación de los contenidos a matemáticas escolares; mientras que los docentes de primaria y secundaria implicados en la formación continua de docentes de matemáticas, ofrecen a sus colegas la oportunidad de reflexionar sobre su propia práctica.

Según Escudero-Ávila et al. (2021), un buen programa de formación docente debe integrar diferentes perfiles de formadores de profesores de matemáticas. Si su compromiso es la formación integral se deben promover actividades en donde los formadores discutan temas matemáticos y pedagógicos para llegar a un acuerdo sobre el perfil de los futuros profesores a su cargo; en donde se complementen los perfiles profesionales de los formadores que conlleve a una formación eficaz.

En los apartados anteriores se puede evidenciar las distintas comunidades de prácticas involucradas en la formación de profesores de matemáticas; y la importancia de que entre esas comunidades haya un consenso sobre hacia donde debe estar dirigida la formación docente con miras a proporcionar una formación que conlleve al desarrollo de habilidades, conocimientos y actitudes necesarios e importantes para la enseñanza de las matemáticas, tanto a los profesores en formación inicial como profesores en formación continua. Zaslavsky y Leikin, (2004), Bleiler (2015) y Leikin (2020) mencionan que la colaboración entre comunidades de prácticas a cargo de la formación docente, puede ser una forma de desarrollo profesional para los formadores y para los profesores a su cargo.

Sin embargo, Krainer et al. (2021) señala que en la actualidad sigue habiendo poca investigación respecto a cómo apoyar el crecimiento profesional de los formadores de profesores de matemáticas y ciencias y las experiencias útiles para ello debido a lo complejo del tema, puesto que no sólo involucra las prácticas como centro del desarrollo, sino que, además, involucra sus creencias y conocimientos.

En relación con la idea anterior, en el caso específico de la investigación sobre el formador de profesores en el contexto de América Latina, González-Vallejos (2018) afirma que:

La escasa producción de investigaciones latinoamericanas cuyo objeto de estudio es el formador resulta problemática en la formación docente. La confusión en cuanto a quiénes son los formadores, la falta de información sobre lo que ocurre en las aulas y la parcial descripción del contexto en que se desenvuelven, podría afectar el reclutamiento, la retención y los procesos de desarrollo profesional de este grupo, lo que dificulta la innovación y la autonomía (p. 50).

Por otro lado, en Escudero-Ávila et al. (2021) se señala el grado de importancia de las creencias de los formadores de profesores en la determinación del contenido de lo que los futuros profesores o profesores en formación continua deben aprender, y en la orientación de la educación en general; la visión personal del formador tiene un impacto inmediato sobre esas determinaciones. Según Solís (2015), las creencias juegan un papel fundamental en las decisiones y el comportamiento en el aula de los profesores, más que los conocimientos que hayan adquirido.

En cuanto a los conocimientos de los formadores de profesores de matemáticas, Leikin (2020) señala que existe una jerarquía en términos de los conocimientos de los formadores de profesores de matemáticas y los profesores de matemáticas; lo que supone que los formadores deben tener conocimientos y habilidades más amplios y con un nivel mayor de profundidad, que el de los profesores que tienen a su cargo, y ese conocimiento incluye no sólo conocer qué, cómo y a quién enseñan, y cómo aprenden; sino que además, incluye comprender la estructura compleja del conocimiento de los futuros profesores a su cargo y gestionar el aprendizaje y el desarrollo profesional de los mismos de una manera atrayente.

Además, según Krainer et al. (2021) los formadores de docentes no sólo deben gestionar el desarrollo profesional de los profesores a su cargo, sino que, además, deben centrarse en su propio crecimiento profesional; ya que sus creencias, conocimientos, acciones, etc, influyen directamente en las creencias, conocimientos, acciones, etc, de los profesores en formación inicial o continua que están formando.

Por otra parte, Thompson (1984) afirma que:

Si los patrones de comportamiento característicos de los profesores son, en efecto, una función de sus puntos de vista, creencias y preferencias sobre la materia y su enseñanza, entonces cualquier intento de mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas debe comenzar con una comprensión de las concepciones que tienen los profesores y cómo éstas se relacionan con su práctica instructiva. Si no se reconoce el papel que las concepciones de los profesores pueden desempeñar en la configuración de su comportamiento, es probable que los esfuerzos por mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas sean erróneos (p. 106).

A su vez, Hernández et al. (2020) señalan que, debido a la autonomía de la que gozan los profesores universitarios en sus cátedras, éstas serían, con más razón, las guías que dirigen su actuar, de este modo, sus creencias pueden ser vistas como indicadores de cómo este actúa en el aula. Sin embargo, Chapman (2021) señala que, en la literatura de autoestudios, se han reportado inconsistencias en las creencias de los formadores de profesores de matemáticas con sus prácticas, su enseñanza y con lo que se defiende en el aula.

#### **1.4.2 Problema**

Desconexión entre las creencias del formador de profesores de matemáticas y su actuación en el aula.

#### **1.4.3 Preguntas de investigación**

¿Cómo las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje se relacionan con su actuación o comportamiento en el aula?

#### **1.4.1 Hipótesis**

Las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje se ven reflejadas en su comportamiento o accionar en el aula, incluso se reflejan creencias que no fueron profesadas inicialmente por el formador, además, se prevé incongruencias entre las creencias manifestadas que no coinciden con su actuación en el aula.

#### **1.4.2 Objetivo general**

Describir la relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula.

#### **1.4.3 Objetivos particulares**

- Identificar las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre la disciplina, su enseñanza y el aprendizaje.
- Evidenciar las creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje que los formadores de profesores de matemáticas manifiestan en su actuación en el aula.
- Analizar la relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su comportamiento en el aula.

#### **1.4.4 Justificación**

A pesar de que las creencias de los profesores han sido investigadas extensamente, las creencias de quienes forman a los profesores de matemáticas no han recibido tanta atención hasta la fecha; siendo que sus creencias influirían en la de los profesores que forman, y que en ocasiones se han considerado como una forma de conocimiento (Marshman y Goos, 2018; Goos y Beswick, 2021).

Lovin et al. (2012) señalan que la investigación en el área del desarrollo y las creencias no ha indagado a profundidad la relación entre las creencias y la práctica del formador de profesores de matemáticas; puesto que la literatura sobre el desarrollo del formador de profesores de matemáticas está en una etapa incipiente, estos mismos autores afirman que:

las investigaciones sobre las creencias de los formadores de docentes de matemáticas son oportunas y probablemente sean beneficiosas para la comunidad de formación docente al informar al campo del impacto de las creencias de los formadores de profesores de matemáticas en la preparación de los profesores y, por lo tanto, también informando la preparación de los formadores de profesores de matemáticas. (p. 52)



Chapman (2021) señala que, en la actualidad estamos en una etapa temprana de la investigación sobre formadores de profesores de matemáticas, en donde se debe prestar atención a la naturaleza de las creencias que tienen los diferentes grupos o comunidades de práctica de formadores; y la relación con su enseñanza y con el aprendizaje de los estudiantes, debido a la importancia de éstas en la enseñanza.

Por otra parte, Hernández et al. (2020) mencionan que las creencias de los profesores universitarios pueden ser transmitidas con mayor facilidad a quienes se están profesionalizando que a estudiantes de otros niveles formativos. Escudero-Ávila, Montes y Contreras (2021), indican que las creencias y concepciones de quien enseña a enseñar matemáticas influyen en su práctica, en la determinación del contenido y de la orientación de la educación en general. Solís (2015) señala que incluso las creencias pueden llegar a tener mayor influencia en las decisiones que los docentes toman en el aula que los conocimientos que han adquirido formalmente durante su formación. Bergsten y Grevholm (2008, como se citó en Goos y Beswick, 2021) consideran que, las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre la enseñanza y el aprendizaje pueden estar influenciadas sobre estudios teóricos e investigaciones. Leikin (2020), menciona que, las concepciones de los formadores pueden variar de acuerdo a la comunidad práctica en que se encuentren inmersos.

En lo que respecta al desarrollo profesional, con el pasar del tiempo se ha ido reconociendo cada vez más que los formadores de docentes solo pueden continuar desempeñando su papel si se involucran en un mayor desarrollo profesional a lo largo de toda su carrera (Van der Klink et al., 2017). Aunque, sigue habiendo poca investigación sobre el crecimiento profesional de quien forma a los futuros profesores de matemáticas y ciencias, por lo complejo del tema, dicha complejidad no debe ser razón suficiente para no ahondar en este tema, por el contrario, debe ser usada como motivación para incrementar esfuerzos que conlleven a una mayor investigación sobre el crecimiento profesional de los formadores (Krainer et al., 2021).

Goos (2009) señala que la investigación sobre el aprendizaje y el desarrollo profesional de los formadores de profesores de matemáticas pueden dar luz sobre cómo ayudar en el aprendizaje profesional continuo de los formadores y apoyar la difícil tarea de facilitar el aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas, o como señala Leikin (2020) la tarea de potenciar el desarrollo profesional de los profesores a su cargo; a la vez que se centra en su propio crecimiento profesional como formador de profesores de matemáticas (Krainer, et al., 2021) que involucra sus creencias, conocimientos, acciones, etc.

Por los motivos anteriormente expuestos en la presente investigación se pretende indagar sobre la relación de las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, la enseñanza y su aprendizaje con su comportamiento en el aula. Además, con este estudio se pretende contribuir a la investigación en el área del desarrollo y las creencias de los formadores de profesores de matemáticas y la relación con su práctica, buscando con ello responder al llamado de atención que se ha hecho en torno a indagar dicha relación.

## CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

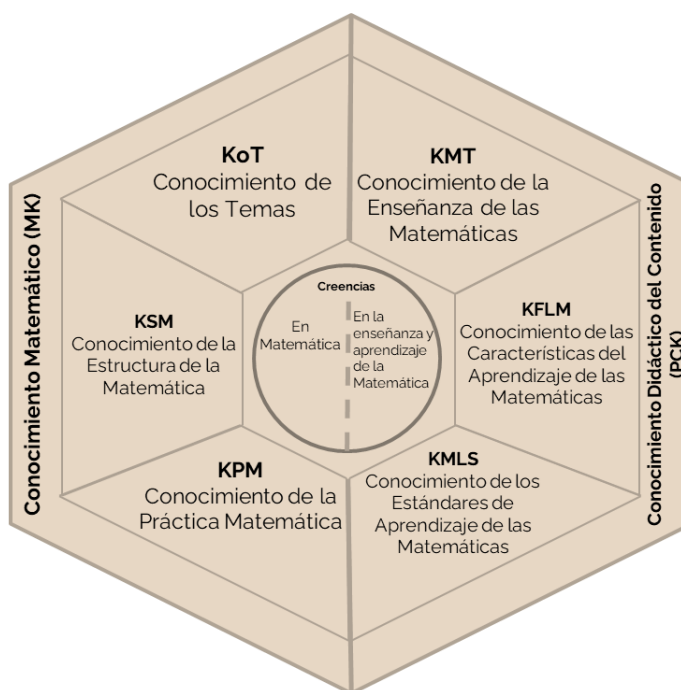
En este capítulo se abordan los constructos teóricos sobre los cuales se fundamenta nuestro estudio.

### 2.1 Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK)

El modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) es un modelo analítico, de tipo descriptivo, que permite el estudio profundo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas; a su vez, es una herramienta metodológica por medio de la cual, se pueden analizar distintas prácticas del profesor de matemáticas a través de sus categorías. Cabe agregar que dicho modelo fue desarrollado por el Grupo de Investigación en Educación Matemática (SIDM) de la Universidad de Huelva en España (Flores et al., 2013; Carrillo-Yañez et al., 2018).

#### Figura 1

Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)



Nota. Adaptado de The mathematics teacher 's specialised knowledge (MTSK) model (p. 6), por Carrillo-Yañez et al., 2018, *Research in Mathematics Education*, 20(3).

El MTSK es un modelo analítico del conocimiento del profesor de matemáticas, no de sus prácticas, sin embargo, en este se reconoce que las prácticas de los profesores de matemáticas en el aula están influenciadas por las *creencias* y *concepciones* sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, por lo que en dicho modelo también se incluyen estas creencias y se considera que permean los dominios de conocimiento del profesor de matemáticas; hay una

reciprocidad entre las creencias y los dominios de conocimiento del modelo (Carrillo-Yañez et al., 2018).

Para el estudio de las creencias sobre las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje, los trabajos cuya fundamentación teórica es el MTSK se han valido de algunos instrumentos para su análisis. En nuestro caso, el foco de la investigación se centra en el análisis de la relación de las creencias del formador con su actuación a partir de la explicación de episodios de aula, no en su conocimiento especializado, sin embargo, esto puede ser utilizado como complemento de aquellas investigaciones que se centran en dicho conocimiento, lo cual permitiría comprender de manera holística al formador y a su práctica educativa (Pascual et al., 2020).

Por otro lado, los dos grandes dominios de conocimiento del MTSK se toman a partir de la separación que hace Shulman (1986); Mathematical Knowledge (MK), y el Pedagogical Content Knowledge (PCK); y se dota a cada dominio de contenido con tres subdominios y categorías internas como estructura fundamental del modelo. Dicho modelo surge como respuesta a las dificultades encontradas en el MKT (Ball, Thames, y Phelps, 2008) en la delimitación de los subdominios de conocimiento y se basa en este y otros modelos de conocimiento del profesor de matemáticas (Flores-Medrano et al., 2014).

A continuación, se procederá a explicar cada uno de los dominios de conocimiento, y los subdominios y categorías internas a estos, puesto que son parte de la estructura fundamental que componen al modelo MTSK, sin embargo, cabe aclarar que el foco de interés de nuestro estudio se ubica en el centro del modelo: las creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje.

### **2.1.1 Conocimiento Matemático (MK)**

El conocimiento de la disciplina que enseña, es un elemento fundamental del conocimiento del profesor de matemáticas; las matemáticas se entienden como redes de conocimiento sistémico estructuradas según sus propias reglas. Que el docente comprenda esta red, sus conexiones, reglas y las características relacionadas con la creación de conocimiento matemático, le permitirá enseñar de manera conectada y validar sus conjeturas matemáticas y la de sus estudiantes. Así, el MK se divide en tres subdominios de conocimiento: el conocimiento profundo de los temas (conocimiento de los temas matemáticos), de su estructura (conocimiento de la estructura de la matemática) y de cómo se procede en matemáticas (conocimiento de la práctica matemática) (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).

#### **2.1.1.1 Conocimiento de los Temas (KoT)**

Implica un conocimiento profundo (mayor al esperado en sus alumnos) de los temas que el profesor de matemáticas enseña y su significado. Se describe el qué y cómo el profesor de matemáticas conoce los temas que enseña. Se entiende por temas los componentes que integran los bloques en que tradicionalmente se dividen los conocimientos matemáticos y se toma como referente las áreas que propone la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000):

números y operaciones, álgebra, geometría, medida, análisis de datos y probabilidad; a su vez, estas áreas se relacionan entre sí y sus componentes pueden variar de acuerdo al currículo de cada país (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).

El KoT se compone de cinco categorías que lo caracterizan:

1. **Fenomenología:** conocimiento del docente de los modelos que pueden atribuirse a un tema (fenómenos para generar conocimiento matemático) y el conocimiento acerca de los usos y aplicaciones de un tema. (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).
2. **Propiedades y sus Fundamentos:** conocimiento de las propiedades que fundamentan un tema o procedimiento en particular. (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).
3. **Registros de representación:** conocimiento de las distintas formas en que se puede representar un tema, y el conocimiento de la notación y vocabulario acorde al tema (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).
4. **Definiciones:** conocimiento de las propiedades que definen un objeto y las formas alternativas que utiliza el docente para definirlo (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).
5. **Procedimientos:** conocimiento de los procedimientos involucrados en un tema. Conocer cómo, cuándo y por qué se hace algo y las características del objeto resultante (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).

#### **2.1.1.2 Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM)**

Este subdominio describe el conocimiento del profesor de matemáticas sobre las conexiones entre elementos matemáticos. Se trata únicamente de conexiones entre temas matemáticos (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014); se compone de cuatro categorías de conexiones matemáticas:

1. **Conexiones de complejización:** relación de contenidos enseñados con contenidos posteriores; proyección de los contenidos enseñados como potenciadores para contenidos futuros (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).
2. **Conexiones de simplificación:** relación de contenidos enseñados con contenidos anteriores; retrospcción de los contenidos enseñados potenciado por los previos (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).
3. **Conexiones de contenidos transversales:** característica en común de los contenidos más simples o complejos que los relaciona, y los modos de pensamiento que los relaciona (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).
4. **Conexiones auxiliares:** participación de un elemento en procesos más amplios como elemento auxiliar (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).

### **2.1.1.3 Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM)**

Se centra en el funcionamiento de las matemáticas, más que en cómo enseñarlas. Incluye el conocimiento sobre cómo se genera conocimiento matemático, cómo se establecen relaciones, correspondencias y equivalencias, cómo se argumenta, razona y generaliza, papel del convenio, y las características de los elementos con los que se hacen matemáticas (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014). Este subdominio se compone de dos categorías:

1. **Prácticas ligadas a la matemática en general:** conocimiento utilizado en la realización de tareas matemáticas generales, conocimiento sobre cómo se desarrollan las matemáticas sin importar el concepto (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).
2. **Prácticas ligadas a una temática en matemáticas:** conocimientos relativos a la aplicación de estrategias heurísticas a temas matemáticos específicos (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).

### **2.1.2 Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)**

Este dominio de conocimiento no incluye conocimientos pedagógicos en contextos de actividades matemáticas, sólo aquellos conocimientos donde el contenido condiciona la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Se trata de un tipo específico de conocimiento de la pedagogía que proviene específicamente de las matemáticas. En este dominio la literatura sobre educación matemática y didáctica de las matemáticas tienen un rol importante como fuentes de conocimiento para el profesor. El PCK se divide en tres subdominios: Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT), Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) y el Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS) (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).

#### **2.1.2.1 Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM)**

Se interesa por el conocimiento relacionado con las características del aprendizaje cuando se interactúa con contenido matemático y no en las características del estudiante como tal. En este subdominio las principales fuentes de conocimientos del profesor de matemáticas pudieran ser su experiencia y los resultados de investigación en Educación Matemática (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014). Se compone de cuatro categorías:

1. **Formas de aprendizaje:** conocimiento de posibles modos de aprehensión relacionados con la naturaleza misma del contenido matemático, conocimiento sobre la forma de razonar y proceder de los alumnos en matemáticas (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).
2. **Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje:** conocimiento de dificultades, obstáculos y errores asociados a la matemática en general y a temas concretos. Conocer las fortalezas y debilidades de los estudiantes en general o en un contenido específico (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).

3. **Formas de interacción de los alumnos con un contenido matemático:** conocimiento de los procesos y estrategias típicos y no habituales de los estudiantes y el conocimiento sobre el lenguaje usado por los estudiantes en determinado contenido matemático (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).
4. **Concepciones de los estudiantes sobre matemáticas:** conocimiento de las motivaciones, expectativas e intereses de los estudiantes sobre las matemáticas (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).

### **2.1.2.2 Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT)**

No se incluyen aspectos del conocimiento pedagógico en general. Se incluyen sólo aquellos conocimientos en donde el contenido condiciona la enseñanza de las matemáticas; se refiere al conocimiento intrínsecamente ligado al contenido (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014). Este subdominio se compone de dos categorías:

1. **Formas de enseñanza:** conocimiento teórico específico de la enseñanza de las matemáticas, del potencial de ciertas actividades, estrategias, limitaciones y obstáculos que pueden surgir durante la enseñanza de contenidos matemáticos en particular (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).
2. **Recursos y Materiales:** conocimiento de los recursos y materiales y las bondades o dificultades de su uso como apoyo para la enseñanza de un contenido matemático. No se considera el reconocimiento del recurso o material como herramienta pedagógica (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).

### **2.1.2.3 Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS)**

En el MTSK por estándar se entiende cualquier instrumento diseñado con la finalidad de medir la habilidad, comprensión, construcción y uso de las matemáticas por parte de los estudiantes, que se puede aplicar en cualquier etapa específica de la escolaridad. Este subdominio considera el conocimiento sobre el contenido matemático a enseñar en cualquier nivel escolar, que proviene principalmente del currículo y literatura de investigación sobre estadios de conocimiento matemático (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014). Tres categorías lo componen:

1. **Contenidos matemáticos que se requieren enseñar:** conocimiento de los contenidos matemáticos a enseñar en cualquier nivel educativo. Conocimiento del profesor para la elección de los temas que promuevan el desarrollo de habilidades en los estudiantes de acuerdo al currículo (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).
2. **Conocimiento del nivel de desarrollo procedimental y procedimental esperado:** conocimiento del nivel de abstracción, complejización, etc, de los temas en determinado momento escolar (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).
3. **Secuenciación de diversos temas:** conocimiento de lo que el estudiante debe y puede alcanzar en determinado nivel escolar, es el conocimiento de las capacidades

conceptuales, procedimentales y de razonamiento matemático de sus estudiantes (Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores-Medrano et al., 2014).

La elección del modelo MTSK como sustento teórico del presente estudio se basa en las características del caso en cuestión, al ser un modelo en el cual se considera que las prácticas del profesor están influenciadas por sus concepciones o creencias, el grado de importancia que se le da a las concepciones del profesor ubicándolas en el centro del modelo y las investigaciones que se adelantan en torno a los formadores de profesores de matemáticas (Escudero-Ávila et al., 2021) y sus creencias, lo hacen idóneo para el cumplimiento de nuestro objetivo. Cabe aclarar que se utilizarán diferentes instrumentos como soporte para el análisis de nuestro foco de interés: la relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas con su comportamiento en el aula.

## **2.2 Creencias en el MTSK**

Pajares (1992) señala que las creencias de los profesores tienen cierta influencia sobre sus percepciones y toma de decisiones, por lo tanto, afectan su comportamiento en el aula. Este mismo autor define las creencias como "construcciones personales, proposiciones consideradas como ciertas por el individuo... son no-evidentes dado que se basan en el juicio y la evaluación personales" (p. 307). Ponte (1994) considera tanto a las creencias como a las concepciones como parte del conocimiento, y siguiendo a Pajares (1992) define las creencias como ""verdades" personales incontrovertibles que tiene cada uno, derivadas de la experiencia o de la fantasía, que tienen una fuerte componente afectiva y evaluativa" (p. 199); y las concepciones como "los esquemas subyacentes de organización de los conceptos, que tienen esencialmente naturaleza cognitiva" (p.199).

Thompson (1992) hace una distinción entre las concepciones, las creencias y el conocimiento; dicha autora afirma que, las creencias se distinguen de varias maneras del conocimiento. A diferencia del conocimiento las creencias son independientes de su validez y pueden variar en cuanto al grado de convicción, es decir, el creyente a menudo justifica sus creencias con razones que no satisfacen una condición de verdad, que no son evidentes; y considerar más probable un suceso que otro, en palabras de Thompson (1992) las creencias "se caracterizan por la falta de acuerdo sobre cómo deben evaluarse o juzgarse" (p. 130).

Caso contrario ocurre con el conocimiento, el cual se caracteriza por el consenso general para evaluar y juzgar la validez de los procedimientos, de esta forma, el conocimiento debe satisfacer una condición de verdad para que sea validado. Es decir, el conocimiento se asocia a la verdad o a la certeza. En cuanto a las concepciones, según Thompson (1992) éstas engloban estructuras mentales más generales, como las creencias, significados, conceptos, preferencias, imágenes mentales, entre otros.

Por otro lado, Thompson (1992) se refiere a las concepciones de un profesor sobre la naturaleza de las matemáticas como "sus creencias, conceptos, significados, reglas, imágenes mentales y preferencias, conscientes o subconscientes, en relación con la disciplina de las

matemáticas” (p.132), las cuales pueden estar asociadas con su práctica educativa y con los diferentes puntos de vista sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Por otra parte, en el MTSK, el grupo SIDM de la Universidad de Huelva evita hacer una diferenciación explícita entre las creencias y concepciones, puesto que se considera que ambas permean el conocimiento del profesor, de este modo, las creencias son entendidas en concordancia con lo planteado por Ponte (1994) como:

Verdades personales, sostenidas individual y/o colectivamente, derivadas de la experiencia o el propio pensamiento, con cierta componente afectiva y evaluativa, sobre la que se pueden tener diferentes grados de convencimiento, así como pudiendo ser justificadas en base a argumentos que no sigan criterios que puedan responder a cánones de evidencia, es decir, no son falsables (Montes et al., 2014, p. 6).

Además, en el MTSK las creencias son consideradas elemento fundamental de las características del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Carrillo-Yañez et al., 2018). En relación con lo anterior, Pascual et al. (2020) argumentan que la inclusión de las creencias como elemento central del modelo MTSK responde a los primeros trabajos de Carrillo et al. (2014), justificando su presencia como la variable que ayuda a comprender las actuaciones del profesor, y la filosofía detrás de ellas, puesto que, en dicho modelo se considera que las creencias influyen significativamente las prácticas del profesor de matemáticas.

Cabe señalar que desde el modelo MTSK se han venido adelantando esfuerzos por aproximarse a un modelo de conocimiento del formador de profesores de matemáticas, el cual involucra a sus creencias. Contreras (2021) considera que el conocimiento del MTSK es un elemento clave del conocimiento de dicho formador, por su parte Escudero-Ávila et al. (2021) consideran que las creencias y concepciones del formador de profesores de matemáticas hacen parte de su conocimiento y tienen influencias en la orientación de la educación. Según los planteamientos de Carrillo-Yañez et al. (2018), el objetivo del modelo MTSK es poder interpretar la práctica docente a partir de los saberes detrás de dicha práctica.

Por ello, consideramos que el estudio de las creencias del formador de profesores de matemáticas a partir de sus opiniones y acciones, tomando como fundamento teórico el modelo MTSK puede resultar provechoso como complemento de las investigaciones sobre el conocimiento del formador de profesores de matemáticas, en nuestro caso el foco estaría puesto en ayudar a comprender su práctica educativa.

Para concluir, en el estudio no se hará ninguna diferenciación explícita entre el término de creencias y concepciones siguiendo a los creadores del MTSK y la estrecha relación que encuentra Thompson (1992) entre éstas. De esta forma, por creencia o concepción se entiende el conjunto de verdades personales, conscientes o subconscientes, que el investigador interpreta que posee el formador de profesores de matemáticas a partir del análisis de su actuación en el aula y lo expresado por este sobre sus puntos de vista sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje.



### 2.2.1 Creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje

En el modelo MTSK se hace una diferenciación en cuanto a las creencias sobre las matemáticas, y las creencias respecto a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En el modelo, el estudio de las creencias de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, las cuales han sido las más estudiadas, se ha hecho por medio de las categorías del Instrumento CEAM (Carrillo, 1996; Climent, 2002) que incluyen metodología, concepción de la matemática escolar, concepción del aprendizaje, papel del alumno y papel del profesor. Mientras que, para el estudio de las creencias sobre las matemáticas se sigue a Ernest (1989), quien distingue tres puntos de vista sobre la naturaleza de las matemáticas: Instrumentalista, platónica y de resolución de problemas (Pascual et al., 2020).

Ernest (1989) considera que las creencias del profesor de matemáticas impactan poderosamente su práctica de enseñanza. Este mismo autor describe tres componentes claves de las creencias de los profesores de matemáticas, a saber: la visión o concepción de la naturaleza de las matemáticas; el modelo o punto de vista de la naturaleza de su enseñanza; y el modelo o punto de vista del proceso de su aprendizaje. Debido a la importancia de la concepción de esta disciplina en su enseñanza, Ernest (1989) define tres puntos de vista respecto a la naturaleza de las matemáticas:

En primer lugar, existe la *visión instrumentalista* de las matemáticas como una acumulación de hechos, reglas y habilidades que se utilizan en el cumplimiento de algunos fines externos. Por lo tanto, las matemáticas son un conjunto de reglas, y hechos, no relacionados pero útiles. En segundo lugar, existe la *visión platónica* de las matemáticas como un cuerpo estático pero unificado de un conocimiento cierto. Las matemáticas se descubren, no son creadas. En tercer lugar, existe la *visión de las matemáticas como resolución de problemas* que las ve como un campo de la creación y la invención humana, una estructura dinámica, continuamente en expansión, un producto cultural. Las matemáticas son un proceso de investigación y de llegar a conocer, no un producto acabado, sus resultados permanecen abiertos a la revisión. (p. 250)

Según Ernest (1989), las tres filosofías de las matemáticas mencionadas anteriormente, pueden suponerse como sistemas de creencias psicológicas, las cuales forman una jerarquía: en el nivel superior se encuentra la visión de resolución de problemas, que entiende las matemáticas como una estructura organizada de forma dinámica, dispuesta en un contexto social. En el nivel intermedio se encuentra la visión platónica de las matemáticas, en donde se comprende de forma global a las matemáticas como una estructura coherente, conectada y objetiva. La visión instrumentalista se encuentra en el nivel más bajo, desde esta perspectiva el conocimiento de hechos matemáticos, reglas y métodos se miran como entidades separadas.

Así mismo, Ernest (1989) define unas categorías en lo concerniente a la visión del profesor del proceso de aprendizaje de las matemáticas: aprendizaje como recepción activa de los conocimientos vinculado a una visión platónica de las matemáticas; aprendizaje como la construcción activa de los conocimientos asociado a una visión de resolución de problemas de

las matemáticas; y aprendizaje como una recepción pasiva de los conocimientos vinculado a una visión instrumental de las matemáticas.

Por otra parte, Van Zoest, Jones y Thornton (1994), siguiendo a Kush y Ball (1986), definen tres categorías sobre las creencias de la enseñanza de las matemáticas: La visión de la enseñanza centrada en el contenido con énfasis en la comprensión conceptual, la cual se considera punto intermedio de la visión de la enseñanza de las matemáticas centrada en el aprendizaje y con énfasis en las interacciones sociales, y de la visión de la enseñanza de las matemáticas centrada en el contenido y el rendimiento.

Beswick (2005) utilizó las tres categorías sobre las creencias de la naturaleza de las matemáticas de Ernest (1989), las tres categorías sobre las creencias de la enseñanza de Van Zoest et al. (1994), y adaptó las tres categorías sobre las creencias sobre el aprendizaje de Ernest (1989) para analizar las creencias de los profesores de matemática sobre la disciplina, la enseñanza y el aprendizaje y su impacto en la práctica en el aula (Beswick, 2006); puesto que según Beswick (2005) estas categorías son teóricamente coherentes entre sí y se pueden considerar como continuas (Tabla 1). Se utilizaron además de encuestas, observaciones y entrevistas.

**Tabla 1**

*Relaciones entre creencias según Beswick (2005)*

<b>Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas (Ernest, 1989)</b>	<b>Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas (Van Zoest et al., 1994)</b>	<b>Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas (Ernest, 1989)</b>
Instrumentalista	Centrado en el contenido con énfasis en el rendimiento	Dominio de habilidades, recepción pasiva del conocimiento
Platónico	Centrado en el contenido con énfasis en la comprensión conceptual	Construcción activa de la comprensión
Resolución de problemas	Centrado en el alumno con énfasis en las interacciones sociales	Exploración autónoma de intereses propios

*Nota.* Tomado de *The Beliefs/Practice Connection in Broadly Defined Contexts* (p. 49), por K. Beswick, 2005, *Mathematics Education Research Journal*, 17(2).

Por otra parte, en el modelo MTSK, como ya se ha señalado en anteriores oportunidades, se considera que las prácticas del profesor de matemáticas están influenciadas profundamente por sus creencias sobre las matemáticas, cómo estas se enseñan y se aprenden. Según Carrillo-Yañez et al., (2018) el término *práctica* es comúnmente utilizado para referirse a las acciones del profesor que se producen en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Es precisamente, la

actuación, comportamiento o accionar en el aula, del formador de profesores de matemáticas lo que nos interesa para el cumplimiento de nuestro objetivo general: Describir la relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula. Además, concordamos con lo manifestado por Clarke y Hollingsworth (2002) en que actuar ocurre en el dominio de la práctica, y cada acción representa la declaración de lo que un profesor sabe, cree o ha experimentado.

Por otro lado, Porlán (1993) considera que los profesores en su labor toman decisiones sobre qué, y cómo ordenar los contenidos que enseña, qué estrategias metodológicas utilizar, etc., las cuales definen su actuación en el aula, y de forma explícita o implícita determina un modelo de enseñanza o tendencia didáctica. Este mismo autor define cuatro tendencias didácticas que centran su análisis en el qué y cómo enseñar, y en qué y cómo evaluar. Estas tendencias son: **tradicional, tecnológica, espontánea, y de investigación.**

Contreras (1998) quien siguiendo a Porlán (1989), Carrillo (1996), Gimeno (1985) y Rico (1990) hace un resumen detallado de las características que componen a cada una de las tendencias antes mencionadas.

**LA TENDENCIA TRADICIONAL:** La tendencia tradicional se caracteriza por el uso de la exposición magistral como técnica habitual y uso del libro de texto como único material curricular. El profesor sigue una programación prescrita de antemano, externa a él y rígida, sin plantearse relaciones entre las unidades. La asignatura está orientada básicamente a la adquisición de conceptos, otorgándole una finalidad exclusivamente informativa, es decir, se pone en conocimiento de los alumnos un cierto "panorama matemático" que se espera que aprendan; presupone que dicho aprendizaje se realiza, utilizando la memoria como único recurso, por superposición de unidades de información. El alumno se hace con los conocimientos por el simple hecho de que el profesor se los presente, manteniendo éste como dinamizador ideal del aprendizaje la estructura de la propia asignatura, plasmada en la programación.

Se considera al alumno como el único responsable de los resultados del aprendizaje, en función del grado de sumisión. Hay una sobrevaloración implícita de los apuntes. El alumno se esfuerza, por ello, en recoger en sus papeles todo aquello que el profesor le transmite verbalmente mediante dictado, por su caracterización como especialista en contenidos.

El profesor concibe la evaluación como una actividad que se debe realizar al final de cada una de las partes en las que divide el aprendizaje del alumno, con el único fin de medir su capacidad de retener información a corto plazo. El examen es el instrumento ideal para medir dicho aprendizaje; además, el alumno debe dedicar un tiempo expreso para su preparación, no necesariamente coincidente con el período en el que se han desarrollado los contenidos, para garantizar la fijación y maduración de lo impartido en clase. En cuanto al diagnóstico inicial de los alumnos, suele estar basado exclusivamente en los contenidos que, supuestamente, han sido impartidos con anterioridad.

**LA TENDENCIA TECNOLÓGICA:** En esta tendencia, el profesor no expone los contenidos en su fase final, sino que simula su proceso de construcción, apoyado en estrategias expositivas, y

sigue una programación cerrada, con una secuencia que emana de los aspectos estructurales de la disciplina. Interesan tanto los conceptos como los procesos lógicos que los sustentan, por su eventual reproductibilidad y se otorga a la asignatura, además de una finalidad informativa, un carácter práctico que permita su aplicación en otros ámbitos de la matemática, otras disciplinas o en la técnica. Presupone que el aprendizaje se realiza utilizando la memoria, organizándose internamente según la lógica estructural de la disciplina, por lo que, para aprender, al alumno le basta entender, asimilar el conocimiento que proviene del exterior, siendo el dinamizador ideal del aprendizaje la lógica de construcción de la propia matemática.

Se considera al alumno como el principal responsable de los resultados del aprendizaje, siempre que el contexto elegido por el profesor sea adecuado. Al enfrentarse a cada una de sus tareas educativas, el alumno imita el estilo cognitivo del profesor, pues reproduce el proceso lógico mostrado por éste cuando transmite los contenidos de aprendizaje, por procesos tecnológicos mediante exposición, debido a su caracterización como técnico del contenido y del diseño didáctico.

El profesor cuestiona (para su eventual modificación futura) el proceso de aprendizaje a la luz de los resultados obtenidos al final de cada una de las partes en las que divide el aprendizaje del alumno, dando dichos resultados asimismo una medida del aprendizaje individual, en función del grado de operatividad de los objetivos. El examen es el instrumento ideal para medir dicho aprendizaje; además, el alumno debe dedicar un tiempo expreso para su preparación, no necesariamente coincidente con el período en el que se han desarrollado los contenidos, para garantizar la fijación y maduración de lo impartido en clase. En cuanto al diagnóstico inicial de los alumnos, suele estar basado en la detección de errores conceptuales o procedimentales que deberían ser corregidos antes de comenzar la ejecución del proceso.

**LA TENDENCIA ESPONTANEÍSTA:** La tendencia espontaneísta se caracteriza por una propuesta por parte del profesor de actividades de manipulación de modelos, a través de las cuales se espera que se produzca, eventualmente, un conocimiento no organizado. La programación es un documento vivo que, por basarse en los intereses que, en cada momento, manifiestan los alumnos y en la negociación con ellos, no dispone de una organización inicial. No interesan tanto los conceptos como los procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia el trabajo escolar. La asignatura posee un carácter formativo, con objeto de servir de instrumento para un cambio actitudinal del alumno (con respecto al aprendizaje y la vida), así como para la adquisición de valores racionales que le permitan conformar una actitud lógica ante los problemas cotidianos. El profesor piensa que se aprende cuando el objeto de aprendizaje, que surge aleatoriamente del contexto, posee un significado para el alumno, produciéndose dicho aprendizaje (cuyo dinamizador ideal son los intereses de los alumnos), de manera espontánea, cuando el alumno está inmerso en situaciones que propician el descubrimiento.

Por su marcado carácter humanista y especialista en dinámica de grupos, el profesor induce al alumno a participar en las actividades que promueve, que constituyen la clave de la motivación de éste, y éste pasa de una a otra, participando intensamente en cada una de ellas.

El profesor concibe la evaluación como un sensor permanente del aprendizaje que le permite reconducirlo en cada momento, enfatizando la importancia del contexto dentro del proceso de

aprendizaje, con el único fin de medir el grado de implicación del alumno en el quehacer del aula. El examen tiene connotaciones de índole psicológica que influyen desfavorablemente en la actividad del alumno y en las relaciones personales dentro del aula. No es, por tanto, un buen instrumento para medir la evolución de los alumnos. En cuanto al diagnóstico inicial de los alumnos, éste se cifra sobre el campo de intereses de aquéllos.

**LA ALTERNATIVA: LA TENDENCIA INVESTIGATIVA:** La tendencia investigativa se caracteriza por la organización, por el profesor, del proceso que llevará al alumno a la adquisición de unos conocimientos determinados, a través de su investigación. El profesor dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, pero no está vinculado a un recorrido concreto. Interesan tanto la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia la propia materia y el trabajo escolar en general, siendo éstos (materia y trabajo escolar) los que determinan el peso específico de cada una de las componentes citadas. Existe una trama que vincula y organiza el conocimiento por la que el profesor se mueve dependiendo de los intereses, nivel,..., de los alumnos, siendo la finalidad última de la asignatura dotar al alumno de unos instrumentos que le posibiliten el aprendizaje autónomo. Los objetos de aprendizaje, además de poseer significado, tienen también la capacidad de ser aplicados en contextos diferentes de donde fueron aprendidos, adquiriendo así un carácter móvil a través de una red conceptual. El profesor piensa que el aprendizaje se produce a través de investigaciones que han sido planificadas por él, manteniendo como dinamizador ideal del aprendizaje el equilibrio entre los intereses y estructura mental de los alumnos y los de la Matemática.

Para que se dé aprendizaje es necesario que el alumno otorgue significado a lo que aprende, siendo consciente de su propio proceso de aprendizaje, para lo cual su actividad está organizada (interna o externamente) hacia la búsqueda de respuestas a determinados interrogantes. El profesor, experimentador interactivo del contenido y de los métodos, provoca la curiosidad de aquél conduciendo la investigación hacia la consecución de aprendizajes.

El profesor concibe la evaluación como un sensor permanente del aprendizaje que le permite reconducirlo en cada momento, orientando la enseñanza hacia los aprendizajes previstos a través de contextos más apropiados, con la intención de medir el grado de implicación del alumno y la significatividad de sus aprendizajes. El examen puede ser un instrumento educativo con el cual conseguir una doble finalidad: de aprendizaje, en la medida en que es considerado como una actividad individual inserta en el proceso de creación de conocimiento del alumno, y de control de dicho proceso. En cuanto al diagnóstico inicial, debe poner de relieve todos aquellos aspectos del conocimiento del alumno (conceptos, procedimientos, actitudes, teorías implícitas, concepciones,...) que, de una u otra manera, puedan interferir en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El proceso de aprendizaje permitirá al alumno contrastar su conocimiento ofreciéndole vías para su adecuación y progresión. (pp. 55 - 64).

En las cuatro tendencias didácticas descritas anteriormente, se establecen seis categorías. Estas categorías son: metodología, sentido de la asignatura, concepción del aprendizaje, papel del alumno, papel del profesor, y evaluación (Contreras, 1998). Dichas categorías están compuestas por una serie de indicadores que componen un instrumento que facilitan el

establecimiento de eventuales relaciones entre las concepciones del profesor sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje y su tendencia didáctica (Carrillo y Contreras, 1995).

Es importante aclarar, que estudios como el de Climent (2002) se hicieron adaptaciones pertinentes de las categorías que componen las tendencias didácticas descritas anteriormente, dependiendo de su objeto de estudio. En nuestro caso, estas tendencias didácticas serán utilizadas para establecer relaciones entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas con su actuación en el aula, teniendo en cuenta la conexión que según Carrillo et al. (2013) se establece entre estas tendencias didácticas y los puntos de vista sobre la naturaleza de las matemáticas de Ernest (1989) (Instrumentalista, platónica y de resolución de problemas), de este modo, en nuestro estudio, las relacionamos además con las categorías que Ernest asocia a éstos puntos de vista, sobre creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas, y con las categorías que establece Van Zoest et al. (1994) sobre creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.

Las tendencias tradicional y tecnológica están más relacionadas con puntos de vista sobre la naturaleza de las matemáticas de tipo platónica o instrumentalista; aquí, el profesor es el protagonista del proceso de enseñanza y aprendizaje y el estudiante se dedica a recibir lo transmitido por éste de forma memorística (Carrillo et al., 2013). Mientras que, las tendencias investigativa y espontaneísta se relacionan con puntos de vista de resolución de problemas en donde, el interés del profesor se centra en el alumno, en el logro de aprendizajes y el desarrollo de conceptos (Carrillo et al., 2013).

Sin embargo, Climent (2002) asocia dichas tendencias didácticas a tres niveles de progresión: una tendencia netamente tradicional se encuentra en el nivel más bajo, en donde el énfasis está puesto únicamente en la memorización por parte del alumno, favoreciendo el dominio de habilidades y destrezas algorítmicas entre los estudiantes, sin hacer una conexión entre los contenidos. De este modo la tendencia tradicional la relacionamos con creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje de tipo instrumentalista.

En el nivel intermedio se encuentran las tendencias tecnológicas y Espontaneísta, en donde el énfasis está puesto en la comprensión del contenido por parte del alumno, se interesa, además, por la motivación de este último. De esta forma, relacionamos dichas tendencias con creencias platónicas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Finalmente, la tendencia investigativa se encuentra en el nivel más alto, la cual se relaciona con creencias de resolución de problemas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje.

A continuación, se presenta de forma resumida las relaciones establecidas entre las tendencias didácticas de Contreras (1998) y la relación que había establecido Beswick (2005) (Tabla 1) entre las tres categorías sobre las creencias de la naturaleza de las matemáticas de Ernest (1989), las tres categorías sobre las creencias de la enseñanza de Van Zoest et al. (1994), y las tres categorías sobre las creencias sobre el aprendizaje de Ernest (1989) a partir de los niveles establecidos por Climent (2002) respecto a cada una de dichas tendencias:

**Tabla 2**

Relaciones entre creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y las tendencias didácticas

Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas (Ernest, 1989)	Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas (Van Zoest et al., 1994)	Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas (Ernest, 1989)	Tendencias didácticas (Contreras, 1998)
<i>Instrumentalista</i>	Centrado en el contenido con énfasis en el rendimiento	Dominio de habilidades, recepción pasiva del conocimiento	<i>Tradicional</i>
<i>Platónico</i>	Centrado en el contenido con énfasis en la comprensión conceptual	Construcción activa de la comprensión	<i>Tecnológica-Espontaneísta</i>
<i>Resolución de problemas</i>	Centrado en el alumno con énfasis en las interacciones sociales	Exploración autónoma de intereses propios	<i>Investigativa</i>

Es preciso mencionar que, las tendencias didácticas descritas anteriormente, no pretenden encasillar a los profesores en una tendencia en específico, puesto que, tal y como lo afirman Carrillo y Contreras (1995), no hay un grado de consistencia absoluto entre las distintas tendencias didácticas y los puntos de vista instrumentalista, platónico y de resolución de problemas sobre creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Es decir, un mismo modelo o punto de vista sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, puede contener indicadores de más de una tendencia didáctica. También, en los trabajos de Porlán (1989), Carrillo y Contreras (1995) Contreras (1998), se evidencia el predominio existente de la tendencia tradicional en la práctica de los profesores; de hecho, Porlán (2003), afirma que en la formación de profesores la tendencia didáctica tradicional se manifiesta con mayor claridad.

De esta forma, en este estudio se utilizarán las tendencias didácticas descritas por Contreras (1998) para analizar la relación, que como investigadores interpretamos, entre las creencias del formador de profesores de matemáticas; sobre la naturaleza de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje; con su actuación en el aula.

A modo de cierre, lo mencionado en los apartados anteriores resalta la importancia de las creencias de los profesores sobre la naturaleza de las matemáticas, en su enseñanza y aprendizaje y la relación de éstas con el comportamiento del docente en el aula. La producción académica encontrada en la revisión de literatura en torno a las creencias de los formadores de profesores de matemáticas fue poca en comparación a la de los profesores de matemáticas, sin

embargo, representan un punto de partida para el estudio de las creencias del formador, por lo que se tomarán las potencialidades de esos estudios y los de los profesores de matemáticas para describir las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y la relación que éstas pueden tener con su accionar en el aula; teniendo en cuenta la importancia del contexto en las creencias (Ajzen y Fishbein, 1980) para la adaptación de los instrumentos de recogida de información y de análisis, de ser requerido; teniendo como sustento teórico el modelo MTSK.



## CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

En este capítulo se describe y justifica el tipo de investigación que se realiza, el método utilizado, las técnicas e instrumentos a utilizar para la recolección de información y las características de quienes serán parte del estudio.

### 3.1 Tipo de investigación

En la revisión de literatura respecto a las creencias y su relación con la práctica y el comportamiento de los formadores de profesores de matemáticas en el aula, se ha evidenciado que la investigación en torno a ello se encuentra en una etapa incipiente, han sido poco abordadas (Lovin et al., 2012; Marshman y Goos, 2018; Chapman, 2021; Goos y Beswick, 2021), por lo que el enfoque del presente estudio según los planteamientos de Hernández et al. (2014) y Sandín et al. (2017) es de tipo **cuantitativo**; a su vez, según Hernández et al. (1997) es de corte **exploratorio** y **descriptivo**. El objetivo de nuestra investigación es describir la relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, con su actuación en el aula, para ello se pretende interpretar las acciones del formador de profesores de matemáticas en el aula en términos de identificar las creencias detrás de ello, por lo que según Gil et al. (2017) el **paradigma interpretativo** es el más adecuado para este estudio.

### 3.2 Método

El *estudio de casos* es el estudio de la particularidad y complejidad de un caso en singular, con el objetivo de comprender su actividad en circunstancias importantes; el caso es algo específico, no general, puede ser un niño, un profesor, las escuelas de un estado, etc; el caso es un sistema integrado, específico, algo complejo, en funcionamiento, las personas y los programas constituyen casos evidentes (Stake, 2007). Martínez (2006) señala que un estudio de caso es una herramienta valiosa de investigación que permite medir y registrar la conducta de las personas involucradas en el fenómeno estudiado, lo cual es su mayor fortaleza como método de investigación cualitativa.

Según Yin (2009) el estudio de caso como método de investigación científica es apropiado para temas prácticamente nuevos, puesto que, en su opinión, la investigación empírica la distinguen los siguientes rasgos: “examina o indaga sobre un fenómeno contemporáneo en su entorno real; las fronteras entre el fenómeno y su contexto no son claramente evidentes; se utilizan múltiples fuentes de datos, y puede estudiarse tanto un caso único como múltiples casos” (p. 23).

Por otro lado, Stake (2007) indica que existen tres tipos de estudio de casos:

- **Estudio intrínseco de casos:** el caso viene dado, no hay posibilidad de elección, la atención se centra en el propio caso dejando a un lado el aprendizaje sobre un problema en general, es decir, se tiene un interés intrínseco en el caso.

- **Estudio instrumental de casos:** aquí la finalidad es comprender diversos aspectos a partir del caso, se examina un caso en particular, el estudio de caso pasa a ser un instrumento para comprender un tema.
- **Estudio colectivo de casos:** se realizan varios estudios de caso, se trata de una extensión del estudio instrumental a varios casos, se trata del estudio intensivo de varios casos.

Yin (2009) propone cuatro tipos básicos de casos dependiendo del número de casos y los diferentes niveles de análisis:

- El caso único o unidad de análisis
- El caso único con unidad principal y una o más subunidades
- Los casos múltiples con unidad principal de análisis, y
- Los casos múltiples con unidad principal y una o más subunidades dentro de la principal. (p. 28)

Por otra parte, Martínez (2006) señala que el método de estudio de caso debe aplicarse con rigurosidad científica, lo cual es posible mediante el diseño adecuado de la investigación que demuestre validez y fiabilidad de los resultados obtenidos garantizando con ello la calidad y objetividad de la investigación, dicho autor basándose en Shaw (1999) propone el siguiente diseño de estudio de caso:

- Planteamiento del problema, preguntas de investigación y objetivos.
- Revisión de la literatura y formulación de proposiciones.
- Principio de triangulación en la obtención de los datos: realización de entrevistas y encuestas, entre otras.
- **Transcripción de los datos:** Transcripción de entrevistas y tabulación de encuestas.
- **Análisis global:** Constante comparación de la literatura con los datos obtenidos para la codificación de los mismos.
- **Análisis profundo:** Comparación sustantiva de los resultados con los conceptos de la literatura.
- Conclusiones generales e implicaciones de la investigación.

Así mismo, Yin (2009) indica que la calidad y objetividad de un estudio de caso se puede evaluar mediante cuatro pruebas:

**Tabla 3**

*Pruebas para evaluar la calidad y objetividad de un estudio de caso Yin (2009)*

<b>Prueba</b>	<b>Táctica de estudio de caso</b>	<b>Fase de investigación en que se aplica</b>
<b>Validez de la construcción:</b> establece las variables que deben ser estudiadas y las	• Uso de múltiples fuentes de evidencia (triangulación).	• Obtención de datos.

medidas operacionales correctas para los conceptos que se eligieron para ser estudiados.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establecimiento de la cadena de evidencia.</li> <li>• Revisión del reporte preliminar del estudio de caso por informantes clave.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Obtención de datos.</li> <li>• Composición.</li> </ul>
<b>Validez interna:</b> establece las relaciones causales bajo ciertas condiciones y sus variaciones ante otras condiciones, para distinguir relaciones espurias	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Establecimiento de patrones de comportamiento.</li> <li>• Construcción de la explicación del fenómeno.</li> <li>• Realización del análisis de tiempo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis de datos.</li> <li>• Análisis de datos.</li> <li>• Análisis de datos.</li> </ul>
<b>Validez externa:</b> establece el dominio en el cual los resultados del estudio pueden ser generalizados	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uso de la replicación en los estudios.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diseño de la investigación.</li> </ul>
<b>Fiabilidad:</b> demuestra en que medida las operaciones del estudio, como los procedimientos de obtención de datos pueden ser repetidos con los mismos resultados por parte de otros investigadores.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uso de protocolos de estudio de casos.</li> <li>• Desarrollo de bases de datos de los casos del estudio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Obtención de datos.</li> <li>• Obtención de datos.</li> </ul>

*Nota.* Tomado de *Case Study Research Design and Methods* (p. 40), por Yin, 2009, SAGE.

En lo que se refiere a la presente investigación el estudio de casos será el método por el cual pretendemos dar cumplimiento a nuestro objetivo: Describir la relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula. Ya que coincidimos con Stake (2007) en que, por medio de éste podemos estudiar de manera profunda y detallada un caso en particular. A su vez, el estudio de caso será de tipo instrumental ya que se pretende mayor comprensión sobre la relación entre las creencias del formador y su actuar o comportamiento en el aula, a partir del estudio de un formador de profesores de matemáticas.

Cabe agregar que, la elección de un caso en particular responde a que nuestra intención no es buscar la generalización, puesto que, somos conscientes que el estudio de un formador de profesores de matemáticas no va a determinar por sí solo las características de su población. Lo que en realidad nos interesa es profundizar en la comprensión del tema de las creencias del formador de profesores de matemáticas y su relación con el accionar en el aula de dicho formador durante el proceso de enseñar a enseñar al futuro profesor.

### **3.2.1 Características del caso**

De acuerdo al objetivo de la presente investigación, para su cumplimiento los participantes del estudio deben tener las siguientes características:

- Ser formador de profesores de matemáticas en activo.
- Contar como mínimo con cinco años de experiencia formando a profesores de matemáticas.
- Que el enfoque de la materia que esté impartiendo el formador tenga el componente de “enseñar a enseñar” al futuro profesor.
- Tener la disposición y disponibilidad para aplicar los diferentes instrumentos de recogida de datos.

Puesto que se pretende describir a nivel de detalle la relación entre las creencias de quien enseña a enseñar, es decir, del formador de profesores de matemáticas, con su actuación en el aula; se requiere de la aplicación de diversos instrumentos de recogida de datos y observar a los formadores en el aula mientras enseña a enseñar a los futuros docentes.

#### **3.2.1.1 El caso del formador Fernando**

Fernando, es un formador de profesores de matemáticas residente en México, con más de 20 años de experiencia como profesor, de los cuales, 13 años los dedicó a la formación de profesores de matemáticas. Es profesor de primaria con especialidad en matemáticas de secundaria, y tiene un máster en investigación. Fernando, es reconocido por sus pares (otros formadores de profesores) como un excelente profesor. Al momento de realizar la investigación, Fernando se encontraba jubilado, motivo por el cual no se pudo realizar videgrabaciones de sus clases, sin embargo, fue tomado en cuenta en nuestro estudio debido a su amplia experiencia en la formación de profesores de matemáticas.

#### **3.2.1.2 El caso del formador Miguel**

Miguel, es un formador de profesores de matemáticas residente en Colombia, con 15 años de experiencia como docente, 8 de esos años los ha dedicado a la formación de profesores de matemáticas. Es Licenciado en Matemáticas y Maestro en Educación Matemática. Miguel es reconocido por sus ex alumnos como un profesor que en sus clases se dedica a enseñarles a enseñar matemáticas. Al momento de realizar la investigación, Miguel se encontraba impartiendo dos asignaturas, Didáctica de la Estadística e Historia de la Probabilidad, en una reconocida Universidad pública de Colombia ubicada en la ciudad de Cali. El objetivo de sus

asignaturas es formar a los futuros profesores de matemáticas en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos, el horario en que se impartían los seminarios eran los lunes de 4:00 PM – 7:00 PM (Didáctica de la Estadística), y los miércoles de 6:00 PM – 9:00 PM (Historia de la Probabilidad).

### **3.2.2 Teoría Fundamentada**

La teoría fundamentada o *Grounded theory*, es un método de investigación cuyo principal interés es la generación de teoría partiendo directamente de los datos. Dicha teoría fue presentada por Glaser y Strauss (1967); hacer uso de la teoría fundamentada, como investigador cualitativo, implica la responsabilidad de interpretar lo que se observa, escucha o lee (Rodríguez et al., 1996). Strauss y Corbin (1994) señalan que:

La teoría fundamentada es una metodología general para desarrollar teoría que está fundamentada en una recogida y análisis sistemáticos de los datos. La teoría se desarrolla durante la investigación, y esto se realiza a través de una continua interpelación entre el análisis y la recogida de datos (p. 273).

Según Páramo (2015) la teoría fundamentada demanda la identificación de categorías teóricas derivadas de los datos a través de la comparación constante de los datos como método, lo cual le exige al investigador comparar la información recogida ya sea de entrevistas o de observaciones realizadas con los conceptos teóricos que vayan surgiendo del trabajo de identificar los temas fundamentales, apelando a la sensibilidad teórica del investigador.

En el estudio se hará uso de dicha teoría para el análisis de la información recolectada. Cabe aclarar que, de dicha teoría se tomará únicamente las estrategias de procesamiento Bottom-Up (de abajo hacia arriba) y Top-Down (de arriba hacia abajo). El Bottom-Up se interesa en la organización de un conjunto de observaciones e interpretaciones específicas del fenómeno que se relacionan de forma coherente. No se impone una teoría sobre los datos, sino que la teoría emerge de ellos a partir de un análisis concreto (Niss, 2007). Según Merriam (1988) el Bottom-Up busca que los datos sean aceptados ampliamente a través de adiciones conceptuales a estos.

Por su parte el Top-Down se da cuando el marco teórico surge desde antes y por fuera de la investigación que se está desarrollando, lo cual implica que los objetos, fenómenos o conceptos sean visibles únicamente desde el marco teórico (Niss, 2007). A pesar de ello, el Top-Down permanece abierto a la posibilidad de que los conceptos teóricos pueden cambiar al momento de la observación de los datos (Merriam, 1988).

A continuación, se muestra el esquema que se asocia a la investigación desde la perspectiva del Bottom-Up y Top-Down.

**Figura 2**

*Perspectivas de análisis del Bottom-Up y Top-Down asociadas a la investigación*



Cabe aclarar que, la utilización de las perspectivas de análisis del Bottom-Up y Top-Down son consideradas para la creación de indicadores respecto a las creencias del formador de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y su relación con la actuación o comportamiento del formador en el aula, teniendo en cuenta el rol de dicho formador de enseñar a enseñar matemáticas al futuro profesor.

### 3.3 Técnicas e instrumentos de recogida de datos

Yin (2009) recomienda la utilización de múltiples fuentes de información y la triangulación en los estudios de caso para garantizar la validez interna de la investigación. Lo cual permitirá inspeccionar si los datos recogidos de las distintas fuentes de información se relacionan entre sí (principio de triangulación). Así mismo, Martínez (2006) señala que se requiere la aplicación de diferentes instrumentos de recogida de datos como: “entrevista personal no estructurada, entrevista personal estructurada, encuestas por cuestionarios, observación directa estructurada, observación directa no estructurada, revisión de documentos y de datos estadísticos relacionados con el fenómeno estudiado, entre otros” (p. 185). Además, se recomienda grabar las entrevistas u observaciones realizadas para su posterior análisis.

Campos y Lule (2013) indican que la técnica de observación es la forma más sistematizada y lógica para el registro visual y comprobable de lo que se pretende conocer; es decir, es percibir objetivamente, lo que ocurre en el mundo real, ya sea para describirlo, analizarlo o explicarlo desde una perspectiva científica. Martínez (2007) señala que la observación y los registros escritos de lo observado mediante diarios de campo, se constituyen en la técnica y el

instrumento básico para la producción de descripciones detalladas de calidad. De este modo, en el estudio las videograbaciones de las observaciones del comportamiento del formador de profesores de matemáticas en el aula, nos permitirán la descripción detallada de lo que como investigadores interpretemos en términos de la relación entre las creencias del formador y su actuación en el aula, además, nos permitirá dar cumplimiento al segundo objetivo particular. Cabe agregar que, junto con la encuesta, la observación es considerada fuente primaria de obtención de información.

### **3.3.1 Concepciones sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas (CEAM)**

El instrumento CEAM fue elaborado sobre la base del instrumento de análisis de las concepciones del profesor sobre la enseñanza de la matemática (Carrillo, 1998) por Climent (2002). El CEAM tiene potencial en el análisis de las concepciones o creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, el cual ha sido implementado en profesores de primaria, secundaria y en estudiantes universitarios de diferentes perfiles académicos (Contreras, 1998; Climent, 2002; Aguilar- González et al. 2018; Aguilar-González et al., 2019).

El instrumento en mención respeta la distinción de las tendencias didácticas, Tradicional (TR), Tecnológica (TE), Espontaneísta (E) e Investigativa (I) que sirven como indicadores generales y las agrupa en las siguientes categorías: metodología, la concepción de la matemática escolar, la concepción del aprendizaje, el papel del alumno y el papel del maestro. Estas categorías están enumeradas de forma correlativa para una mayor operatividad de los descriptores que la componen (Aguilar- González et al. 2018; Aguilar-González et al., 2019). Las tendencias didácticas TR, TE, E e I, incluyen las categorías anteriormente mencionadas. Climent (2002) hace un resumen detallado de los descriptores característicos de cada tendencia:

**Tradicional:** la metodología es una ejercitación repetitiva; el maestro da las pautas; interesan los conceptos y reglas; proceso de aprendizaje deductivo (regla-aplicación); el aprendizaje es un proceso individual.

**Tecnológica:** la metodología es ejercitación reproductiva; el maestro da las pautas poniendo énfasis en que los alumnos comprendan; interesan los conceptos y reglas, procedimientos locales y lógica de la asignatura; procesos de aprendizaje inductivos simulado (por el maestro) y deductivos; el aprendizaje es un proceso individual.

**Espontaneísta:** la metodología: "activismo"; el maestro propone las actividades, promoviendo la participación de los alumnos; interesan actitudes y procedimientos generales; proceso de aprendizaje inductivo; el aprendizaje es un proceso social.

**Investigativa:** la metodología es la resolución de situaciones problemáticas; el maestro propone investigaciones y apoya la reflexión y el trabajo autónomo del alumno; interesan conceptos, procedimientos y actitudes; proceso de aprendizaje inductivo -deductivo; el aprendizaje es un proceso social e individual. (p. 51)

Así pues, Climent (2002) presenta de forma resumida<sup>1</sup> (Tabla 4) la adaptación realizada al instrumento de Carrillo (1998) para el análisis del CEAM de profesores de primaria, suprimiendo la categoría concerniente a evaluación y sustituyendo la categoría de sentido de la asignatura por la de concepción de la matemática escolar.

Por otro lado, Climent (2002) afirma que en la **mejora profesional** del profesor resulta indispensable la **toma de conciencia de sus concepciones, su práctica**, sus conocimientos y necesidades, por lo que el desarrollo profesional se asocia a la consideración progresiva de la complejización de dicha práctica y su análisis, del aprendizaje de los estudiantes y las adaptaciones que se realizan a la práctica teniendo en cuenta el aprendizaje concreto de sus educandos; e ir enriqueciéndola cada vez más con nuevos elementos, es decir, “es un proceso de aprendizaje continuo como profesional reflexivo y crítico de su práctica” (p. 102).

Cabe mencionar que, el instrumento CEAM por su potencial en el análisis de las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, se acoge a lo que como investigadores pretendemos lograr. Al ser un instrumento de análisis que ha sido utilizado y validado en diversos contextos, nos brinda la posibilidad de analizar la relación entre las creencias del formador de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula a partir de sus indicadores, además de ser tenido en cuenta en la adaptación de los instrumentos de recogida de datos.

---

<sup>1</sup> La adaptación completa del Instrumento CEAM realizada por Climent (2002) se encuentra en el Anexo 1 del estudio.



**Tabla 4**

*Adaptación del Instrumento CEAM por Climent (2002) para el análisis de las concepciones de profesores de primaria sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*

CATEGORÍAS/TENDENCIAS DIDÁCTICAS		TRADICIONAL	TECNOLÓGICA	ESPONTANEÍSTA	INVESTIGATIVA
METODOLOGÍA	1 <sup>2</sup>	Ejercitación repetitiva (ejercicios tipo)	Ejercitación reproductiva (procedimientos lógicos)	Experimentación (énfasis en el método)	Resolución de situaciones problemáticas
Praxis		Exposición magistral (libro de texto)	Exposición "inductiva"	Descubrimiento aleatorio, manipulación de modelos	Investigación planificada
Fuentes de información	2	Maestros y libros de texto (únicos referentes)	Maestro y material "especializado" (referentes básicos)	Diversas	Diversas
Diferenciación individual	2	No se realiza	No se realiza	Atención implícita	Atención explícita
Uso mat. Manipulativo	2	No se usa	Puntual. Para reforzar teoría	Asiduo. Para fomentar motivación y comunicación de alumnos	Como apoyo a y detonante de investigación del alumno
Objetivos	3	Conceptuales de carácter terminal	Terminales operativos (procedimentales)	Flexibles y orientativos	Flexibles y revisables
Programación	4	Oficial, perspectiva, rígidas (unidades aisladas)	Secuencial, estructurada y cerrada	Aleatoria, contenidos negociados	Redes conceptuales organizadas
<b>CONCEPCIÓN DE LA MAT. ESCOLAR</b>					
Orientación	5	Énfasis conceptual	Énfasis conceptual y procedimental local	Énfasis procedimental y actitudinal	Procedimientos, conceptos y actitudes
<i>¿Cuál es su orientación?</i>	6	Aritmética. Énfasis operatorio	Aritmética. Énfasis operatorio	Matemática que emana de la problemática real del entorno	Síntesis de Matemática formal y Matemática cotidiana. Importancia de la RP como contenido
<i>¿Cómo es?</i>	6	Exacta y acabada	Exacta y acabada	Inexacta y en construcción	Doble perspectiva exacta/inexacta en función del contexto. En construcción

<sup>2</sup> Los números a la derecha de la primera columna corresponden a los veinticuatro indicadores de la adaptación del Instrumento CEAM de Climent (2002).

*Relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula*

Finalidad	7	Informativa, utilitaria e instrumental ("conceptual")	Informativa, utilitaria e instrumental (razonamiento)	Formativa (valores racionales y actitudes)	Formativa (aprender a aprender)
<b>CONCEPCIÓN APRENDIZAJE</b> <i>(Aprendizaje...)</i>  Tipo y forma <i>(Procesos...)</i>  Importancia argumentación al.  Interacción maestro-als-mat.  Tipo de agrupamiento  Dinamizador  Aptitud  Actitud	8	Memorístico acumulativo	Memorístico secuencial	Significativo aleatorio	Significativo relevante (redes semánticas)
	9	Deductivos	Inductivos simulados y deductivos	Inductivos	Inducción-deducción
	10	Por apropiación	Por asimilación	Por construcción espontánea	Por construcción dirigida. Institucionalización del aprendizaje
	10'	No se enfatiza	Importancia explicitación de comprensión del contenido	Importancia comunicación ideas	Importancia argumentación conclusiones (medio y fin)
	10''	Maestro Mat. $\Rightarrow$ Alumno	Maestro Mat. $\Rightarrow$ Alumno	(mat) Maestros $\longleftrightarrow$ Alumnos $\curvearrowright$	Matemática $\longleftrightarrow$ Alumno $\curvearrowright$ Maestro
	11	Trabajo individual	Trabajo individual	Trabajo en grupo y debates	Diversidad de agrupamientos y puestas en común
	12	Estructura de la asignatura (programación)	Lógica de la disciplina inferida de la materia escolar	Intereses del grupo de alumnos	Intereses de los alumnos y de la disciplina
	13	Predeterminada	Predeterminada	Transformable	Transformable
14	Predeterminada	Parcialmente transformable	Transformable	Transformable	
<b>PAPEL DEL ALUMNO</b>					
Participación en diseño didáctico	15	No participa	No participa	Indirectamente a través de sus reacciones	Participación directa o indirectamente
Clave de transferencia E-A	16	Único responsable. Sumisión	Responsable principal (motivación por el contexto)	Motivación por la acción	El proceso (motivación por los significados)
¿Qué hace?	17	Escucha y repite	Reproduce e imita	Actúa	Investiga
	18	Atiende	Atiende	Juega	Reflexiona

	19	Acepta	Cree	Dialoga	Cuestiona
<b>PAPEL DEL MAESTRO</b>					
¿Qué hace?	20	Transmite verbalmente	Transmite por procesos tecnológicos	Induce	Provoca
¿Cómo hace?	20 -21	“Explica”	Expone	Promueve	Conduce
¿Qué hace?	22	Reproduce	Organiza	Analiza reacciones y respuestas a sus propuestas	Investiga en y sobre la acción
Actúa como	23	Especialista en el contenido	Técnico del contenido y del diseño didáctico	Humanista, especialista en grupos	Experimentador interactivo del contenido y los métodos
Validación de información	24	Valida al maestro aportando información explícitamente	Valida al maestro aportando información implícitamente	Valida el grupo-clase, el alumno sin que se potencie toma de conciencia	Se potencia el desarrollo de elementos de autoevaluación

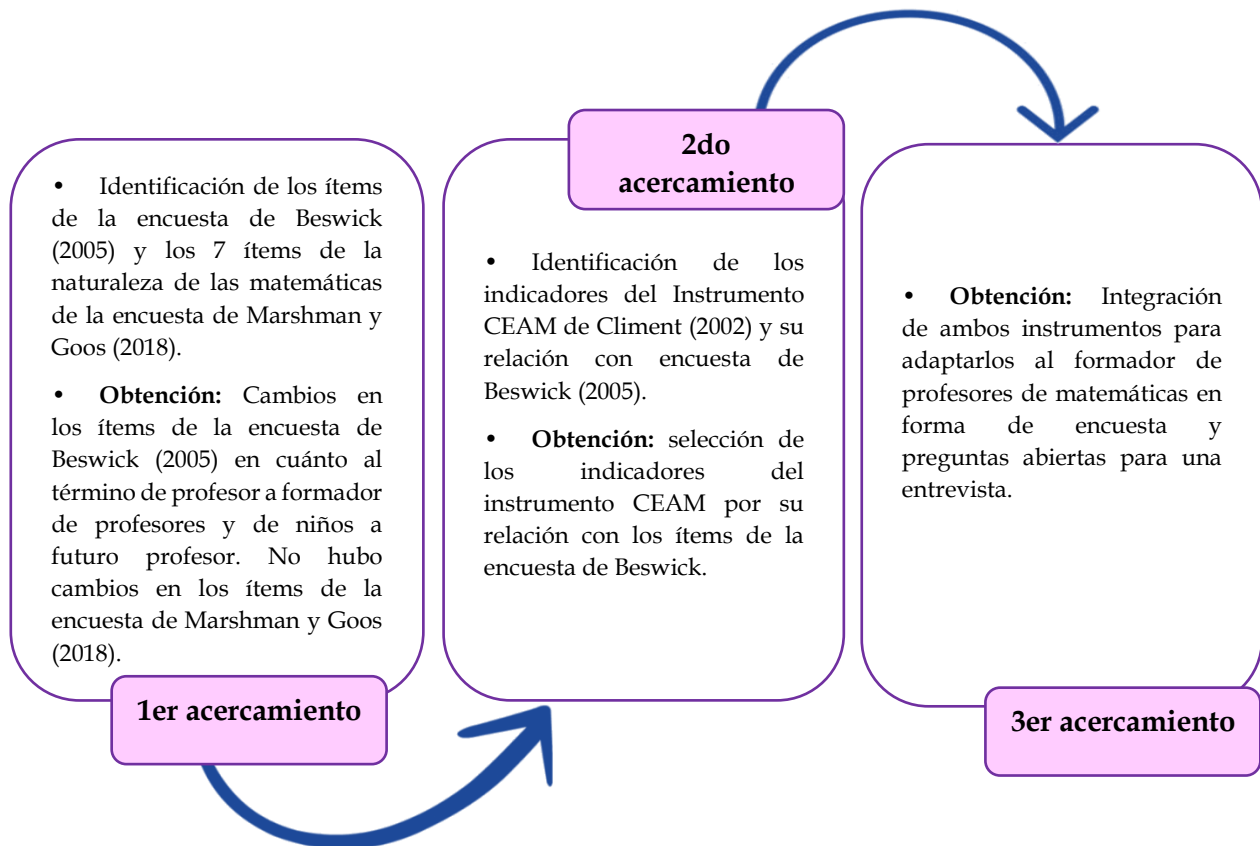
*Nota.* Tomado de *El desarrollo profesional del maestro de primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso* (pp. 49-50), por Climent, 2002, Universidad de Huelva Publicaciones.

### 3.3.2 Adaptación de instrumentos para la recolección de información

Los estudios encontrados en la revisión de literatura cuyo eje analítico sea el formador de profesores de matemáticas y sus creencias han sido pocos, por lo que tomamos sus potencialidades y la de los estudios realizados con profesores de matemáticas como punto de partida. Proponemos la adaptación de instrumentos para la recolección y análisis de la información que ya han sido validados y los procesos metodológicos utilizados en investigaciones previas en cuanto a los profesores de matemáticas para el estudio de las creencias de los formadores de profesores de matemáticas. A continuación, presentamos un esquema (Figura 3) donde se muestran de manera resumida, cada uno de los acercamientos realizados para la adaptación de los instrumentos.

#### Figura 3

*Resumen de los diferentes acercamientos realizados para la adaptación del instrumento de recogida y análisis de datos*



#### 3.3.2.1 Primer acercamiento: Encuesta de Beswick (2005) y Marshman y Goos (2018)

La encuesta como técnica es ampliamente utilizada para la obtención de información a través de la formulación de preguntas, por medio del cuestionario como instrumento de recogida de información, permite la comparación de resultados y la obtención de información significativa (Cea, 2004; Bisquerra, 2009). De esta forma, en este estudio se hace uso de la

encuesta como técnica y del cuestionario como instrumento para identificar las creencias, que interpretemos, poseen los formadores de profesores de matemáticas a través de sus respuestas y con ello dar cumplimiento al primer objetivo particular.

La encuesta de creencias de Beswick (2005) (Tabla 4) fue diseñada para examinar la relación entre las creencias de los profesores de matemáticas australianos, sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, con su práctica. Dicha encuesta consta de 26 ítems (Tabla 5), su diseño es de tipo escala Likert, que iba desde totalmente de acuerdo hasta totalmente en desacuerdo, de esos 26 ítems 24 fueron tomados de una encuesta diseñada por Van Zoest et al. (1994) y sólo 2, relacionados con la naturaleza de las matemáticas, fueron de la encuesta de Howard et al. (1997) que se relacionaban con los puntos de vista sobre la naturaleza de las matemáticas de Ernest (1989).

Cabe señalar que Beswick (2005) realizó una agrupación de los ítems de su encuesta, en cuanto a la concordancia de éstos con los puntos de vista de la naturaleza de las matemáticas y las creencias del aprendizaje de Ernest (1989), y las creencias sobre la enseñanza de las matemáticas de Van Zoest et al. (1994). Los ítems del 1 al 8 a excepción del ítem 4 concuerdan con una visión de resolución de problemas de las matemáticas de Ernest (1989) y puntos de vista sobre la enseñanza y el aprendizaje centrados en el estudiante en concordancia con Van Zoest et al. (1994); el ítem 4 sugiere afinidad a inclinaciones platónicas de las matemáticas (Ernest, 1989). Los ítems 9 y 20 son específicos a la naturaleza de las matemáticas.

Los ítems del 9 al 15 se relacionan con creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje centradas en el estudiante (Van Zoest et al., 1994), y son consistentes con puntos de resolución de problemas de las matemáticas (Ernest, 1989). A diferencia de los primeros ocho ítems, éstos se asocian a estrategias pedagógicas específicas, excepto el ítem 14. Los ítems del 16 al 21 son consistentes con los puntos de vista platónico o instrumentalista de las matemáticas y los puntos de vista correspondientes a la enseñanza y el aprendizaje (Tabla 1). Los ítems del 22 al 26 describen métodos de enseñanza tradicionales y se relacionan con puntos de vista platónico o instrumentalista de la enseñanza y el aprendizaje.

### **Tabla 5**

*Encuesta de creencias sobre las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje de Beswick (2005)*

<b>Creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje: ítems</b>
1. Una tarea vital para el maestro es motivar a los niños a resolver sus propios problemas matemáticos.
2. Ignorar las ideas matemáticas que los niños generan por sí mismos puede limitar seriamente su aprendizaje.
3. Es importante que los niños tengan la oportunidad de reflexionar y evaluar su propia comprensión matemática.
4. Es importante que los maestros entiendan la manera estructurada en que los conceptos y las habilidades matemáticas se relacionan entre sí.
5. Los profesores de matemáticas eficaces disfrutaban aprendiendo y 'haciendo' matemáticas ellos mismos.

6. Saber cómo resolver un problema matemático es tan importante como obtener la solución correcta.
7. Los profesores de matemáticas deberían estar fascinados con la forma en que piensan los niños e intrigados por las ideas alternativas.
8. Proporcionar a los niños problemas interesantes para que los investiguen en grupos pequeños es una forma eficaz de enseñar matemáticas.
9. Las matemáticas son un esfuerzo humano hermoso, creativo y útil que es tanto una forma de saber como una forma de pensar.
10. Permitir que un niño luche con un problema matemático, incluso un poco de tensión, puede ser necesario para que ocurra el aprendizaje.
11. Los niños siempre se benefician al discutir sus soluciones a problemas matemáticos entre ellos.
12. Las preguntas persistentes tienen un efecto significativo en el aprendizaje matemático de los niños.
13. Justificar las afirmaciones matemáticas que hace una persona es una parte extremadamente importante de las matemáticas.
14. Como resultado de mi experiencia en las clases de matemáticas, he desarrollado una actitud de indagación.
15. Los maestros pueden crear, para todos los niños, un entorno no amenazante para el aprendizaje de las matemáticas.
16. Es responsabilidad del docente proporcionar a los niños métodos claros y concisos de solución de problemas matemáticos.
17. Hay una cantidad establecida de contenido matemático que debe cubrirse en cada nivel de grado.
18. Es importante que el contenido matemático se presente a los niños en la secuencia correcta.
19. El material matemático se presenta mejor en un estilo expositivo: demostrando, explicando y describiendo conceptos y habilidades.
20. Las matemáticas son computación.
21. Decir la respuesta a los niños es una forma eficaz de facilitar su aprendizaje de las matemáticas.
22. Me sentiría incómodo si un niño sugiriera una solución a un problema matemático en el que no había pensado previamente.
23. No es necesario que los maestros entiendan la fuente de los errores de los niños; la instrucción de seguimiento corregirá sus dificultades.
24. Escuchar atentamente al profesor que explica una lección de matemáticas es la forma más eficaz de aprender matemáticas.
25. Es importante cubrir todos los temas del currículo de matemáticas en la secuencia del libro de texto.
26. Si la explicación de un niño sobre una solución matemática no tiene sentido para el maestro, es mejor ignorarla.

---

*Nota.* Tomado de *The Beliefs/Practice Connection in Broadly Defined Contexts* (p. 49), por K. Beswick, 2005, *Mathematics Education Research Journal*, 17(2).

Por otro lado, Marshman y Goos (2018) y Marshman (2021) utilizaron la encuesta sobre las creencias de las matemáticas su enseñanza y aprendizaje del estudio de Beswick (2005) y siete

ítems más (Tabla 6) diseñados a partir de los tres puntos de vista de la naturaleza de las matemáticas de Ernest (1989), para analizar dichas creencias en los formadores de profesores de matemáticas, la cual fue aplicada vía correo electrónico a los participantes del estudio (formadores de profesores de matemáticas y profesores en formación inicial). Marshman (2021) además de aplicar la encuesta a formadores y profesores de matemáticas en formación inicial aplicó entrevistas semiestructuradas para ahondar más en las respuestas dadas en la encuesta.

**Tabla 6**

*Ítems de la encuesta de creencias de Marshman y Goos (2018) y su vinculación a las tres concepciones de las matemáticas de Ernest (1989)*

<b>Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas</b>	
1. Las matemáticas son un campo de investigación humana en continua expansión.	<b>Resolución de problemas</b>
2. Las matemáticas no son un producto terminado y sus resultados permanecen abiertos a revisión.	
3. Las matemáticas son un cuerpo de conocimiento estático pero unificado, que consiste en estructuras y verdades interconectadas.	<b>Platónico</b>
4. Las matemáticas se descubren, no se crean.	
5. Las matemáticas son una colección útil pero no relacionada de hechos, reglas y habilidades.	<b>Visión instrumental</b>
6. Las matemáticas son totalmente distintas de otras disciplinas.	
7. Las matemáticas y otras áreas del conocimiento están interrelacionadas o parcialmente integradas, compartiendo conceptos y métodos de investigación.	<b>Resolución de problemas</b>

*Nota.* Tomado de *The Beliefs about Mathematics, its Teaching and Learning of those Involved in Secondary Mathematics Pre-Service Teacher Education* (p. 521), por M. Marshman y M. Goos, 2018, MERGA.

Aquí parece oportuno señalar que, Ajzen y Fishbein (1980) recalcaron la importancia del contexto en las creencias en su teoría de la acción razonada, ya que éstas son específicas de los cuatro aspectos del contexto conocidos: lugar, acción, tiempo y sujeto. De esta forma, cada posible variación de por lo menos una de estas variables tiene el potencial de originar creencias bastantes diferentes, por lo que, para predecir el comportamiento, las creencias deben precisarse en relación con cada uno de los aspectos antes mencionados, es decir, diferentes contextos provocarán diferentes creencias (Beswick, 2005).

A pesar de que en el estudio de Marshman y Goos (2018) se aplicó la encuesta de creencias de Beswick (2005) para conocer las creencias de formadores de profesores de matemáticas de dos comunidades de práctica distintas (matemáticos y educadores matemáticos); consideramos pertinente la adaptación de los ítems utilizados teniendo en cuenta la importancia del contexto en las creencias (Ajzen y Fishbein, 1980; Beswick, 2005). Puesto que, originalmente fue diseñada para ser aplicada a profesores de matemáticas, precisamos hacer una revisión de los ítems que la conforman para adaptarlos a los protagonistas de nuestro estudio, es decir, al formador de profesores de matemáticas.

Los indicadores de la encuesta de Beswick (2005) (Tabla 5) usan el término de maestros y niños, teniendo en cuenta que su diseño fue pensado para ser aplicado a profesores de matemáticas de secundaria. De esta forma, consideramos oportuno un primer acercamiento, cambiando el término de maestro a formador de profesores y el de niño a futuro profesor<sup>3</sup>, tal como se muestra en la Tabla 7, para acercarnos más al escenario del foco de interés de nuestro estudio, las creencias de los formadores de profesores de matemáticas.

**Tabla 7**

*Adaptación de los ítems de la encuesta de creencias Beswick (2005)*

---

<b>Creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje: ítems</b>
1. Una tarea vital para el <i>formador de profesores</i> es motivar a los <i>futuros profesores</i> a resolver sus propios problemas matemáticos.
2. Ignorar las ideas matemáticas que los <i>futuros profesores</i> generan por sí mismos puede limitar seriamente su aprendizaje.
3. Es importante que los <i>futuros profesores</i> tengan la oportunidad de reflexionar y evaluar su propia comprensión matemática.
4. Es importante que los <i>formadores de profesores</i> entiendan la manera estructurada en que los conceptos y las habilidades matemáticas se relacionan entre sí.
5. Los <i>formadores de profesores</i> eficaces disfrutaban aprendiendo y 'haciendo' matemáticas ellos mismos.
6. Saber cómo resolver un problema matemático es tan importante como obtener la solución correcta.
7. Los <i>formadores de profesores</i> deberían estar fascinados con la forma en que piensan los <i>futuros profesores</i> e intrigados por las ideas alternativas.
8. Proporcionar a los <i>futuros profesores</i> problemas interesantes para que los investiguen en grupos pequeños es una forma eficaz de enseñar ( <i>a enseñar</i> ) matemáticas.
9. Las matemáticas son un esfuerzo humano hermoso, creativo y útil que es tanto una forma de saber como una forma de pensar.
10. Permitir que un <i>futuro profesor</i> luche con un problema matemático, incluso un poco de tensión, puede ser necesario para que ocurra el aprendizaje.
11. Los <i>futuros profesores</i> siempre se benefician al discutir sus soluciones a problemas matemáticos entre ellos.

---

<sup>3</sup> Destacamos en cursiva los aspectos que fueron cambiados de la encuesta de creencias original de Beswick (2005).



12. Las preguntas persistentes tienen un efecto significativo en el aprendizaje matemático de los *futuros profesores*.
  13. Justificar las afirmaciones matemáticas que hace una persona es una parte extremadamente importante de las matemáticas.
  14. Como resultado de mi experiencia en las clases de *formación de profesores de matemáticas*, he desarrollado una actitud de indagación.
  15. Los *formadores de profesores* pueden crear, para todos los *futuros profesores*, un entorno no amenazante para el aprendizaje de las matemáticas.
  16. Es responsabilidad del *formador de profesores* proporcionar a los *futuros profesores* métodos claros y concisos de solución de problemas matemáticos.
  17. Hay una cantidad establecida de contenido matemático que debe cubrirse en cada nivel de grado.
  18. Es importante que el contenido matemático se presente a los *futuros profesores* en la secuencia correcta.
  19. El material matemático se presenta mejor en un estilo expositivo: demostrando, explicando y describiendo conceptos y habilidades.
  20. Las matemáticas son computación.
  21. Decir la respuesta a los *futuros profesores* es una forma eficaz de facilitar su aprendizaje de las matemáticas.
  22. Me sentiría incómodo si un *futuro profesor* sugiriera una solución a un problema matemático en el que no había pensado previamente.
  23. No es necesario que los *formadores de profesores* entiendan la fuente de los errores de los *futuros profesores*; la instrucción de seguimiento corregirá sus dificultades.
  24. Escuchar atentamente al *formador de profesores* que explica una lección de matemáticas es la forma más eficaz de aprender matemáticas.
  25. Es importante cubrir todos los temas del currículo de matemáticas en la secuencia del *programa de la asignatura*.
  26. Si la explicación de un *futuro profesor* sobre una solución matemática no tiene sentido para el *formador de profesores*, es mejor ignorarla.
- 

Por otro lado, en cuanto a los siete indicadores de la encuesta de creencias sobre las matemáticas (Tabla 3) diseñada por Marshman y Goos (2018) luego de su revisión, se optó por no hacerle ninguna modificación a sus ítems; ya que su diseño fue pensado desde un inicio para ser aplicada a formadores de profesores de matemáticas, nos parece oportuna para recolectar información sobre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre la naturaleza de las matemáticas, en concordancia con los tres puntos de vista de Ernest (1989): resolución de problemas, platónica e instrumentalista.

### **3.3.2.2 Segundo acercamiento: Identificación de los indicadores del Instrumento CEAM de Climent (2002) y su relación con la encuesta creencias de Beswick (2005)**

Considerando la potencialidad del Instrumento CEAM para el estudio de las creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Climent, 2002) nos parece oportuno la identificación de relaciones entre los ítems de la encuesta de creencias de Beswick (2005) y los indicadores del instrumento CEAM, con la finalidad de favorecer la adaptación realizada a la encuesta de Beswick en el apartado anterior.

Para la identificación de posibles relaciones entre los instrumentos mencionados, se hizo una revisión profunda de cada indicador del Instrumento CEAM y de cada ítem de la encuesta de creencias; teniendo en cuenta las relaciones entre creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y las tendencias didácticas de Carrillo (1998) (Tabla 2); se procedió a relacionar cada ítem de la encuesta de Beswick (2005) con los indicadores del Instrumento CEAM que más se asemejaban a éstos, para ello, fueron necesarios varios acercamientos para establecer la concordancia de los ítems de la encuesta de creencias con los indicadores del Instrumento CEAM.

Como no pretendemos forzar la integración de los dos instrumentos en mención, en algunos casos los ítems de la encuesta de Beswick (2005) se relacionaban con los indicadores del Instrumento CEAM en más de una tendencia didáctica, es decir, no hay un grado de consistencia absoluta entre las distintas tendencias didácticas y los puntos de vista instrumentalista, platónico y de resolución de problemas sobre creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, en concordancia con lo señalado por Carrillo y Contreras (1995). A continuación, se muestran los resultados obtenidos del segundo acercamiento.

**Tabla 8**

*Relación de los ítems de la encuesta de creencias (Beswick, 2005) y los indicadores del Instrumento CEAM (Climent, 2002)*

<b>Ítems (Beswick, 2005)</b>	<b>Indicadores del CEAM (Climent, 2002)</b>
1. Una tarea vital para el maestro es motivar a los niños a resolver sus propios problemas matemáticos.	<i>Concepción del aprendizaje</i> I12 El dinamizador ideal del aprendizaje es el equilibrio entre los intereses y estructura mental de los alumnos y los de la matemática.
2. Ignorar las ideas matemáticas que los niños generan por sí mismos puede limitar seriamente su aprendizaje.	<i>Concepción del aprendizaje</i> I10' La expresión de lo que aprende por parte del alumno es una parte importante del propio proceso de aprendizaje. Es importante, además, que el alumno argumente sus conclusiones.
3. Es importante que los niños tengan la oportunidad de reflexionar y evaluar su propia comprensión matemática.	<i>Papel del maestro</i> I24' La información que se moviliza en el aula es validada por el grupo, por el maestro o por el propio alumno. En cualquier caso, se potencia la reflexión de los alumnos y el desarrollo de estrategias para su autocorrección, propiciándose que los estudiantes asuman responsabilidad a la hora de juzgar la adecuación de sus ideas.

---

4. Es importante que los maestros entiendan la manera estructurada en que los conceptos y las habilidades matemáticas se relacionan entre sí.	<i>Concepción del aprendizaje</i> TE12 El dinamizador ideal del aprendizaje es la lógica subyacente a los contenidos matemáticos escolares.
5. Los profesores de matemáticas eficaces disfrutan aprendiendo y 'haciendo' matemáticas ellos mismos.	<i>Metodología</i> I1 Los alumnos se enfrentan habitualmente a situaciones para las que no poseen procesos de resolución dados (situaciones problemáticas, ya sean problemas o investigaciones, frecuentemente contextualizadas en problemáticas reales).
6. Saber cómo resolver un problema matemático es tan importante como obtener la solución correcta.	<i>Metodología</i> I5 Interesan tanto la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia la propia materia, el trabajo escolar en general y como ciudadano, siendo la materia y el trabajo escolar los que determinan el peso específico de cada una de las componentes citadas.
7. Los profesores de matemáticas deberían estar fascinados con la forma en que piensan los niños e intrigados por las ideas alternativas.	<i>Papel del alumno</i> I19 El alumno mantiene una actitud crítica ante las informaciones que se movilizan en el aula.
8. Proporcionar a los niños problemas interesantes para que los investiguen en grupos pequeños es una forma eficaz de enseñar matemáticas.	<i>Concepción del aprendizaje</i> I10 El aprendizaje se produce a través de investigaciones que han sido planificadas por el maestro. Además, para que se produzca aprendizaje éste debe institucionalizarse.
9. Las matemáticas son un esfuerzo humano hermoso, creativo y útil que es tanto una forma de saber como una forma de pensar.	<i>Concepción de la matemática escolar</i> I7 La finalidad última de la asignatura es favorecer el desarrollo de una forma de pensamiento (matemático) que permita al alumno organizar, interpretar y comprender la realidad que le rodea, dotándolo de unos instrumentos que le posibiliten el aprendizaje autónomo.
10. Permitir que un niño luche con un problema matemático, incluso un poco de tensión, puede ser necesario para que ocurra el aprendizaje.	<i>Concepción del aprendizaje</i> E13/I13 La capacitación del alumno puede ser modificada.

---

<p><b>11.</b> Los niños siempre se benefician al discutir sus soluciones a problemas matemáticos entre ellos.</p>	<p><i>Concepción del aprendizaje</i></p> <p>E11 La forma ideal de agrupamiento que propicia el aprendizaje es el trabajo en grupo, con sus correspondientes debates.</p> <p>I11 La forma de agrupamiento aconsejable para la producción de aprendizaje depende de la actividad a desarrollar.</p>
<p><b>12.</b> Las preguntas persistentes tienen un efecto significativo en el aprendizaje matemático de los niños.</p>	<p><i>Papel del alumno</i></p> <p>I17 La actividad del alumno está organizada (interna o externamente) hacia la búsqueda de respuestas a determinados interrogantes.</p>
<p><b>13.</b> Justificar las afirmaciones matemáticas que hace una persona es una parte extremadamente importante de las matemáticas.</p>	<p><i>Concepción del aprendizaje</i></p> <p>I9 El aprendizaje comienza, normalmente, por la observación de regularidades que permiten aflorar una conjetura; pero a ésta ha de seguir una comprobación razonable y, en la medida de lo posible, una generalización adecuada (adecuadas tanto la generalización como la comprobación al nivel de los alumnos).</p>
<p><b>14.</b> Como resultado de mi experiencia en las clases de matemáticas, he desarrollado una actitud de indagación.</p>	<p><i>Papel del maestro</i></p> <p>I20-23 El maestro provoca la curiosidad del alumno conduciendo su investigación hacia la consecución de aprendizajes. Su carácter de experimentador interactivo del contenido y de los métodos le obliga a analizar los procesos en el contexto del aula (investigación - acción).</p>
<p><b>15.</b> Los maestros pueden crear, para todos los niños, un entorno no amenazante para el aprendizaje de las matemáticas.</p>	<p><i>Papel del alumno</i></p> <p>E19 El ambiente dinámico que se propicia en la clase, permite que el alumno comunique sus experiencias y sentimientos con el maestro y los demás compañeros.</p>
<p><b>16.</b> Es responsabilidad del docente proporcionar a los niños métodos claros y concisos de solución de problemas matemáticos.</p>	<p><i>Metodología</i></p> <p>TE3 Se persiguen objetivos terminales y funcionales, poniéndose más énfasis en objetivos procedimentales locales.</p> <p><i>Concepción de la matemática escolar</i></p> <p>TR5 La asignatura está orientada, exclusivamente, hacia la adquisición de conceptos y reglas.</p>

<p>17. Hay una cantidad establecida de contenido matemático que debe cubrirse en cada nivel de grado.</p>	<p><b>Metodología</b> TR4 El maestro sigue una programación prescrita de antemano, externa a él y rígida, sin plantearse relaciones entre las unidades.</p>
<p>18. Es importante que el contenido matemático se presente a los niños en la secuencia correcta.</p>	<p><b>Metodología</b> TR2 Explicación del maestro, a menudo siguiendo la presentación del libro de texto, como técnica habitual.</p>
<p>19. El material matemático se presenta mejor en un estilo expositivo: demostrando, explicando y describiendo conceptos y habilidades.</p>	<p><b>Papel del maestro</b> TE20-23 El maestro organiza los contenidos de aprendizaje, los cuales transmite mediante exposición, utilizando estrategias organizativas expositivas que procuran ser atractivas. Actúa como un técnico del contenido y del diseño didáctico.</p>
<p>20. Las matemáticas son computación.</p>	<p><b>Concepción de la matemática escolar</b> TR/TE6' La matemática escolar es exacta y se concibe acabada. TE7 La asignatura ha de tener un carácter práctico que permita su aplicación utilitaria en la vida cotidiana y como instrumento para el estudio tanto de otras disciplinas como el estudio futuro de la propia matemática (tanto por los conocimientos que aporta como por contribuir al desarrollo del razonamiento en el alumno).</p>
<p>21. Decir la respuesta a los niños es una forma eficaz de facilitar su aprendizaje de las matemáticas.</p>	<p><b>Concepción del aprendizaje</b> TR10 El alumno se hace con los conocimientos por el simple hecho de que el maestro se los presente.</p>
<p>22. Me sentiría incómodo si un niño sugiriera una solución a un problema matemático en el que no había pensado previamente.</p>	<p><b>Papel del maestro</b> TR24' El maestro (y/o el libro de texto) es el que valida las ideas que se movilizan en el aula, corrigiendo a los alumnos en caso de errores y aportando él mismo la información correcta.</p>
<p>23. No es necesario que los maestros entiendan la fuente de los errores de los niños; la instrucción de seguimiento corregirá sus dificultades.</p>	<p><b>Papel del alumno</b> TE17 El alumno, al enfrentarse a cada una de sus tareas educativas, reproduce el proceso lógico mostrado por el maestro, imitando así su estilo cognitivo.</p>

<b>24.</b> Escuchar atentamente al profesor que explica una lección de matemáticas es la forma más eficaz de aprender matemáticas.	<b>Papel del alumno</b> TR18/TE18 Al ser el maestro el que proporciona la clave para la repetición/reproducción posterior, es fundamental la atención a éste (fuente de información fundamental).
<b>25.</b> Es importante cubrir todos los temas del currículo de matemáticas en la secuencia del libro de texto.	<b>Papel del maestro</b> TR20-23 El maestro transmite verbalmente los contenidos de aprendizaje, mediante explicación de lo reflejado en el libro de texto, realizando una reproducción literal de éste. Actúa como un especialista en el contenido.
<b>26.</b> Si la explicación de un niño sobre una solución matemática no tiene sentido para el maestro, es mejor ignorarla.	<b>Papel del alumno</b> TR19 El alumno no se plantea procesar la información que proviene del maestro, ni en forma ni en fondo.

### **3.3.2.3 Tercer acercamiento: Integración del Instrumento CEAM con la encuesta de Creencias**

Una vez realizada la selección de los indicadores del Instrumento CEAM (Climent, 2002) por su relación con los ítems de la encuesta de creencias de Beswick (2005), se procedió a rediseñar los ítems de la encuesta de creencias de Beswick; teniendo en cuenta la relación encontrada con los indicadores del Instrumento CEAM, haciendo una integración entre ambos instrumentos para adaptarlos al formador de profesores de matemáticas. De dicha integración, se obtuvo una encuesta de 26 indicadores sobre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje; respetando la agrupación que realizó Beswick (2005) de los ítems de la encuesta de creencias, en cuanto a la concordancia de éstos con los puntos de vista sobre la naturaleza de las matemáticas y las creencias sobre su enseñanza y aprendizaje y la relación evidenciada entre dichos puntos de vista y las tendencias didácticas de Contreras (1998) (Tabla 2).

Siendo así, los primeros 8 ítems del cuestionario responden a puntos de vista de resolución de problemas sobre creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje y se asocian a una tendencia didáctica investigativa; lo mismo sucede con los otros 7 ítems siguientes (9-15), sin embargo, los ítems 10, 11 y 15 se asocian a una tendencia didáctica espontaneísta. Los ítems del 16 al 21 son consistentes con los puntos de vista platónico o instrumentalista de las matemáticas y los puntos de vista correspondientes a la enseñanza y el aprendizaje (Tabla 1) y con tendencias didácticas tradicionales y tecnológicas. Los ítems del 22 al 26 describen métodos de enseñanza tradicionales y se relacionan con puntos de vista platónico o instrumentalista de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y se asocian a tendencias didácticas técnicas y tradicionales.

Se debe agregar que para el rediseño de la encuesta se tuvo en cuenta, además de lo mencionado anteriormente, el rol de los formadores de profesores en cuanto a “enseñar a enseñar” y su importancia en el mejoramiento de la calidad educativa. También, lo señalado por Beswick (2005) en que no es razonable esperar coherencia entre las creencias y las prácticas de un profesor, si no se tiene en cuenta su vinculación estrecha con el contexto a la hora de definir las. Además, para el diseño de la encuesta se tuvo en cuenta la población objeto de estudio cuidando los términos utilizados, y la estructura gramatical.

Hecha esta salvedad, en la Tabla 9 se muestran los resultados obtenidos de la integración de los instrumentos antes mencionados, refinado así la adaptación que se hizo en el primer acercamiento. Con esta adaptación, se espera conocer el punto de vista de los formadores de profesores de matemáticas que participen en el estudio respecto a cada uno de los ítems que se muestran en la encuesta, es decir, si está de acuerdo o no respecto a cada una de las afirmaciones y por qué, cuál es su opinión o postura al respecto, dándoles la oportunidad de expresarse al responder con sus propias palabras y saber su verdadera opinión. Para ello se hará uso de la técnica de encuesta, utilizando el cuestionario como instrumento de recogida de información.

**Tabla 9**

*Encuesta de creencias para el formador de profesores de matemáticas*

ítems	Objetivo	¿Cuál es su punto de vista respecto a cada una de las siguientes afirmaciones?
1. Una tarea vital para el formador de profesores es potenciar la motivación docente del futuro profesor como elemento importante del mejoramiento de la calidad educativa.	Que el formador de profesores ponga de relieve creencias sobre cómo enseñar a enseñar en términos de creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.	
2. Ignorar las creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje puede afectar seriamente sus prácticas de enseñanza.	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre aprender a enseñar en términos de creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.	
3. Es importante que el futuro profesor tenga oportunidad de	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre aprender a	

reflexionar sobre la relación entre la teoría y la práctica; y evaluar su propia comprensión matemática.	enseñar en términos de creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
4. Es importante que los formadores de profesores entiendan la estructura de las creencias del futuro profesor como componente esencial del proceso de formación.	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre aprender a enseñar en términos de creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
5. Los formadores de profesores de matemáticas eficaces disfrutan aprender y enseñar cómo 'hacer' matemáticas a los futuros profesores.	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre la enseñanza de las matemáticas a futuros profesores.
6. Saber qué procedimientos utilizar para resolver un problema matemático es tan importante como obtener la solución correcta, así como la adquisición de conceptos.	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas.
7. Promover una actitud crítica ante las informaciones que se movilizan en el aula por parte del futuro profesor debería ser una tarea fascinante para el formador de profesores.	Que el formador de profesores ponga de relieve creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a futuros profesores.
8. Proporcionar a los futuros profesores tareas matemáticas y didácticas para que las investiguen y analicen es una forma	Que el formador de profesores ponga de relieve creencias sobre cómo enseñar a enseñar matemáticas, en términos de creencias sobre la



eficaz de enseñar a enseñar matemáticas.	enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
<b>9.</b> Las matemáticas son un esfuerzo humano hermoso, creativo y útil que es tanto una forma de saber como una forma de pensar.	Que el formador de profesores manifieste su punto de vista sobre la naturaleza de las matemáticas.
<b>10.</b> Permitir que el futuro profesor luche con un problema matemático, incluso un poco de tensión, puede ser necesario para que ocurra el aprendizaje.	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a futuros profesores.
<b>11.</b> Los futuros profesores siempre se benefician de discutir sus propuestas a tareas matemáticas y didácticas <sup>4</sup> entre ellos.	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a futuros profesores.
<b>12.</b> La actividad del futuro profesor está orientada a la búsqueda de determinados interrogantes que son persistentes y provocan un efecto significativo en el aprendizaje matemático y didáctico.	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas a futuros profesores.
<b>13.</b> La justificación de las afirmaciones matemáticas y didácticas de los futuros profesores en una parte importante del proceso de formación docente.	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a futuros profesores, incluyendo el

<sup>4</sup> Respecto a las tareas matemáticas nos referimos a aquellas tareas que promueven el conocimiento matemático de los futuros profesores de matemáticas, en cuanto a las tareas didácticas se refiere a aquellas tareas que gestionan el conocimiento didáctico del contenido matemático de los futuros profesores para la enseñanza de las matemáticas, puesto que compartimos lo señalado por Escudero-Ávila et al. (2021) en que los “futuros profesores no sólo aprenden matemáticas sino que también reestructuran y reorganizan su saber, transformándolo en un saber especializado para la enseñanza y el aprendizaje, al mismo tiempo que se equipan en términos pedagógicos” (p.26).

	componente didáctico de la formación docente de matemáticas.
<b>14.</b> Como resultado de mi experiencia como formador de profesores, he desarrollado una actitud de indagación frente al proceso de enseñar a enseñar a futuros profesores de matemáticas.	Que el formador manifieste creencias sobre su rol en la formación docente, en términos de creencias sobre la enseñanza de las matemáticas del futuro profesor.
<b>15.</b> Los formadores de profesores de matemáticas pueden crear ambientes dinámicos en el que los futuros profesores puedan participar activamente en su aprendizaje (aprender a enseñar matemáticas).	Que el formador manifieste creencias sobre su rol en la formación docente, en términos de creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas del futuro profesor.
<b>16.</b> Es responsabilidad del formador de profesores proporcionar al futuro profesor métodos de enseñanza centrados en el docente para el logro del mejoramiento de la calidad educativa.	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre cómo enseñar a enseñar matemáticas, en términos de creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.
<b>17.</b> Hay una cantidad establecida de contenido matemático que debe cubrirse en cada asignatura disciplinar que curse el futuro profesor.	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre la enseñanza de las matemáticas a futuros profesores.
<b>18.</b> Es importante que los contenidos matemáticos que se establecen en los programas de las asignaturas se presenten a	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre la enseñanza de las matemáticas a futuros profesores.

<p>los futuros profesores en la secuencia correcta.</p>	
<p><b>19.</b> El contenido matemático se presenta mejor, al futuro profesor, en un estilo expositivo: demostrando, explicando y describiendo conceptos y habilidades. Siendo el formador un técnico del contenido y del diseño didáctico.</p>	<p>Que el formador de profesores manifieste creencias sobre la enseñanza de las matemáticas a futuros profesores.</p>
<p><b>20.</b> Las matemáticas son computación. Útiles en la vida cotidiana, que sirven como instrumento para el descubrimiento de la propia matemática y el estudio de otras ciencias.</p>	<p>Que el formador de profesores ponga de relieve sus puntos de vista sobre la naturaleza de las matemáticas.</p>
<p><b>21.</b> Decir la respuesta de una tarea matemática a los futuros profesores de matemáticas es una forma eficaz de facilitar su aprendizaje de las matemáticas y de institucionalizar el conocimiento.</p>	<p>Que el formador de profesores manifieste creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.</p>
<p><b>22.</b> Me sentiría incómodo si un futuro profesor sugiriera una solución a un problema matemático en el que no había pensado antes.</p>	<p>Que el formador de profesores manifieste creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.</p>
<p><b>23.</b> No es necesario que los formadores de profesores entiendan la fuente de los errores de los futuros profesores; el seguimiento de instrucción a las tareas</p>	<p>Que el formador de profesores manifieste creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.</p>

matemáticas corregirá sus dificultades.	
<b>24.</b> Al ser el formador de profesores la fuente fundamental de información, es importante que los futuros profesores presten la debida atención a éste, para aprender a enseñar matemáticas eficazmente.	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.
<b>25.</b> Es importante que el formador de profesores, como especialista del contenido, cubra todo el contenido matemático en la secuencia que establece el programa de la asignatura.	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.
<b>26.</b> Si la explicación de un futuro profesor sobre la solución a determinada tarea matemática no tiene sentido para el formador de profesores, es mejor ignorarla.	Que el formador de profesores manifieste creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.

Posteriormente, para ahondar un poco más sobre el punto de vista sobre la naturaleza de las matemáticas de los formadores de profesores de matemáticas se hará uso de la encuesta de siete ítems diseñada por Marshman y Goos (2018), haciendo una adaptación de la encuesta en formato de cuestionario de preguntas abiertas. Dicha adaptación se aplicará en una segunda sección después de haber aplicado la primera encuesta (Tabla 9). Cabe recordar que según Marshman y Goos los ítems 1, 2 y 7 son concordantes con puntos de vista de resolución de problemas, los ítems 3 y 4 con puntos de vista platónicos y los ítems 5 y 6 con puntos de vista instrumentalistas de la naturaleza de las matemáticas. Al igual que en la primera sección se espera conocer su postura respecto de cada afirmación.

**Tabla 10**

*Encuesta de creencias sobre la naturaleza de las matemáticas*

Ítems	¿Cuál es su punto de vista respecto a cada una de las siguientes afirmaciones?
1. Las matemáticas son un campo de investigación humana en continua expansión.	
2. Las matemáticas no son un producto terminado y sus resultados permanecen abiertos a revisión.	
3. Las matemáticas son un cuerpo de conocimiento estático pero unificado, que consiste en estructuras y verdades interconectadas.	
4. Las matemáticas se descubren, no se crean.	
5. Las matemáticas son una colección útil pero no relacionada de hechos, reglas y habilidades.	
6. Las matemáticas son totalmente distintas de otras disciplinas.	
7. Las matemáticas y otras áreas del conocimiento están interrelacionadas o parcialmente integradas, compartiendo conceptos y métodos de investigación.	

Nota: Adaptado de *The Beliefs about Mathematics, its Teaching and Learning of those Involved in Secondary Mathematics Pre-Service Teacher Education* (p. 521), por M. Marshman y M. Goos, 2018, MERGA.

### **3.3.3 Entrevista semiestructurada a formadores de profesores de matemáticas**

Según Bisquerra (2009) la entrevista es una técnica cuyo propósito es obtener información de forma oral y personalizada sobre eventos vividos, así como aspectos subjetivos a las personas, como las creencias, actitudes, opiniones, valores, en relación con la situación que se esté estudiando. En su modalidad semiestructurada permite entrelazar temas e ir construyendo un conocimiento holístico y comprensivo de la realidad. Así pues, se hará uso de la entrevista con el objetivo de obtener información más personalizada de las creencias del formador de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Lo que se pretende, es poder contrastar lo manifestado en la entrevista con lo evidenciado en la observación realizada a la actuación del formador en el aula, con las respuestas de la encuesta. Buscando con ello la triangulación de instrumentos. Aquí se muestran las preguntas diseñadas para la entrevista.

#### **Preguntas de la entrevista**

1. ¿Podría describir algunas diferencias, si las hay, entre la forma de enseñar matemáticas en la escuela, y la forma de enseñar a enseñar matemáticas a un futuro profesor?
2. ¿Qué papel cree usted que desempeña en la formación inicial docente como formador de profesores de matemáticas?
3. ¿Para usted, qué significa enseñar matemáticas y enseñar a enseñar matemáticas?
4. ¿Para usted, qué implica aprender matemáticas y aprender a enseñar matemáticas?
5. ¿Para usted, cuál es la naturaleza de las matemáticas?

Con la primera pregunta se espera conocer cómo enseña a enseñar matemáticas el formador de profesores a los futuros profesores, estableciendo diferencias entre estas, y que a partir de ello el formador ponga de relieve sus creencias sobre la enseñanza de las matemáticas. Con la segunda pregunta, se espera que el formador manifieste cuál es su función como formador de profesores de matemáticas, cómo se ve a sí mismo dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, para con ello, contrastarlo con lo observado en el aula. En cuanto al objetivo de las tres últimas preguntas, con estas se pretende conocer con las propias palabras del formador su punto de vista respecto a la enseñanza, el aprendizaje y las matemáticas respectivamente, y lo que para el formador significa “enseñar a enseñar” y “aprender a enseñar”.

### **3.4 Instrumentos de análisis**

#### **3.4.1 Análisis de las transcripciones de las clases grabadas en vídeo**

Para el análisis de las transcripciones de las clases grabadas en vídeo y audio, las cuales se consideran fuente primaria de recogida de información, se utilizará como instrumento el

modelo propuesto por Ribeiro (2008) con adaptaciones para modelar las creencias del formador de profesores de matemáticas y su influencia en la actuación del formador en el aula. La fuente secundaria para la recolección de información es la entrevista.

Ribeiro (2008) propone un modelo inspirado en Schoenfeld (1998a, b; 1999) para el análisis de la práctica del profesor de matemáticas. Su modelo se centra en las cogniciones del docente (creencias, metas y conocimientos), sus acciones y el tipo de comunicación que utiliza y cómo se relacionan, ya que según Ribeiro de la amplia gama de variables que influyen en la práctica éstas son las que más influyen en la práctica docente. En dicho modelo las clases se desglosan por episodios que conforman el todo, regidos por un objetivo. En ellos se identifica el evento desencadenante y el evento de término de ese objetivo, en el decurso de dichos eventos el profesor interactúa con sus estudiantes utilizando un tipo de comunicación y diversos recursos para alcanzar su objetivo. Precisamente en sus interacciones es donde se identifican los indicadores de creencias, los cuales fueron tomados de Climent (2002) sobre la metodología, matemáticas, aprendizaje; y los roles del alumno profesor y los conocimientos matemáticos para la enseñanza de Ball, Thames y Phelps (2008).

Gráficamente el modelo propuesto por Ribeiro (2008) (Figura 3) se estructura de la siguiente manera: Del lado izquierdo [i,j] representa la clase (i) y el episodio (j) al que corresponde la situación específica. Luego se responde a la pregunta sobre si el episodio formaba parte o no de la imagen de la lección, entendiendo que según Schoenfeld (1999) la imagen de la lección de un profesor incluye todas las consideraciones del profesor respecto a lo que pudiera suceder en la clase, secuencia de la clase, interacción con los estudiantes, etc. Posteriormente, se especifica el evento de inicio o desencadenante, los indicadores de creencias, objetivos y conocimientos puestos en juego por el profesor, y el tipo de episodio, por último, se señala el evento final o de término. A la derecha se especifican las acciones del profesor en cada situación con su actuación en clases durante la construcción de conocimientos con los estudiantes.

#### **Figura 4**

Representación del modelo de Ribeiro (2008)

<p>[i.j] Designación del episodio (Tipo de episodio, tipo de comunicación, forma de trabajo de los alumnos, recurso(s)) (línea de inicio - línea de fin).</p> <p><b>¿Forma parte de la imagen de la lección?</b> Sí o no (se hace o no parte de la imagen de la lección).</p> <p><b>Evento desencadenante:</b> Evento que funciona como desencadenante de la secuencia de acciones.</p> <p><b>Indicadores de Creencias:</b></p> <p>Identificación del indicador, o conjunto de indicadores de creencias, subyacente(s) a esta secuencia de acciones.</p> <p><b>Objetivos:</b> Identificación del objetivo subyacente a esta secuencia de acciones.</p> <p><b>Conocimientos:</b></p> <p>Identificación de los conocimientos del profesor para que implemente esta secuencia de acciones - Conocimiento Común del Contenido (CCK), Conocimiento Especializado del Contenido (SCK), Conocimiento del Contenido y de los Alumnos (CCA), Conocimiento del contenido y de la Enseñanza (CCE), Conocimiento Propedéutico (HK).</p> <p><b>Tipo de episodio:</b> Rutina, Script, Guión de acción, Improvisación de contenido o Improvisación de gestión.</p> <p><b>Evento de término:</b> Evento que funciona como causa de término de la secuencia de acciones.</p>	<p>[i.j.k] Acción inicial del profesor, recurso(s) utilizado(s), tipo de comunicación, acción del profesor, contenido específico (línea de inicio - línea de fin).</p> <p>Tipos de diálogos (línea de inicio - línea de fin).</p> <p>Objetivo específico: Objetivo específico asociado a esta acción.</p>
	<p>[i.j.k+1] Acción inicial del profesor, recurso(s) utilizado(s), tipo de comunicación, acción del profesor, contenido específico (línea de inicio - línea de fin).</p> <p>Tipos de diálogos (línea de inicio - línea de fin)</p> <p>Objetivo específico: Objetivo específico asociado a esta acción.</p>

Como lo que se pretende es la descripción de la relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y el aprendizaje con su actuación en el aula, se hizo una adaptación del modelo de Ribeiro (2008), teniendo en cuenta que las creencias es uno de los componentes centrales de dicho modelo, para el análisis de las transcripciones de la observación de la actuación en el aula del formador, buscando con ello, ordenar la información recolectada en las videograbaciones. De tal forma, el modelo que se



usará queda representado de la siguiente manera en la Figura 4 teniendo en cuenta episodios y subepisodios de la clase.

### Figura 5

*Adaptación del modelo de Ribeiro (2008)*

[i.j] Descripción del episodio (línea de inicio – línea de fin).

**Objetivo general:** Identificación del objetivo subyacente a esta secuencia de acciones.

**Evento desencadenante:** [A, i.j] Evento que funciona como desencadenante de la secuencia de acciones.

#### **Creencias**

Identificación de las creencias del formador de profesores de matemáticas durante este episodio.

Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas.

Subdescriptores

Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.

Subdescriptores

Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas.

Subdescriptores

**Evento de término:** Evento que funciona como causa de término de la secuencia de acciones.

[i.j.k] Descripción del subepisodio (línea de inicio – línea de fin).

**Objetivo particular:** Identificación del objetivo subyacente a esta secuencia de acciones.

**Evento desencadenante:** [A, i.j.k] Evento que funciona como desencadenante del subepisodio.

#### **Creencias**

Identificación de las creencias del formador de profesores de matemáticas durante este subepisodio.

Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas.

Subdescriptores

Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.

Subdescriptores

Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas.

Subdescriptores

**Evento de término:** Evento que funciona como causa de término del subepisodio.

### 3.4.2 Triangulación de las fuentes de datos

La triangulación de las fuentes de datos es entendida en este estudio como el “esfuerzo por ver si aquello que observamos y de lo que informamos contiene el mismo significado cuando lo encontramos en otras circunstancias” (Stake, 2007, p. 98), dicha triangulación, “consiste en la verificación y comparación de la información obtenida en diferentes momentos mediante los

diferentes métodos” (Okuda y Gómez-Restrepo, 2005, p. 121). Concordamos en particular, con lo señalado por Okuda y Gómez-Restrepo (2005) en que la triangulación sirve para validar la información, y como medio para ampliar y profundizar en la comprensión de la información recogida.

La triangulación de las fuentes de datos se realizará inmediatamente después de haber finalizado el análisis de la observación, de la encuesta y la entrevista, buscando con ello verificar la coherencia o inconsistencia de las fuentes de datos, una vez se haya organizado la información recolectada a partir de su análisis. Lo que se pretende a través de la triangulación de los datos es buscar aspectos relevantes para el cumplimiento de nuestro objetivo general: Describir la relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula.

La triangulación de las fuentes de datos a partir de la comparación constante de lo recolectado en los distintos instrumentos utilizados y la identificación de posibles relaciones con los Indicadores del CEAM, siendo conscientes de la adaptación necesaria al rol del formador de profesores de matemáticas de sus indicadores, nos permitirán dar cumplimiento al tercer objetivo particular: Analizar la relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su comportamiento en el aula; y validar las afirmaciones o indicadores que se realizaron en torno a las creencias del formador de profesores de matemáticas.

## CAPÍTULO 4. ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este capítulo se muestran los análisis y resultados obtenidos a partir de la aplicación de los distintos instrumentos de recogida de información (encuesta, observación no participante, entrevista) y de análisis.

### 4.1 El caso de Fernando

Fernando, es un formador de profesor de matemáticas con amplia experiencia, cabe recordar que Fernando es un profesor jubilado, por lo que sólo se pudo aplicar la encuesta por cuestionario y la entrevista, sin embargo, esto no es impedimento para analizar la relación entre sus creencias y su práctica docente debido a la amplia información brindada por el formador en los dos instrumentos aplicados, además, concordamos con Solís (2015) y Hernández et al. (2020) en que las creencias determinan el comportamiento en el aula de los profesores. A continuación, se muestran los análisis de cada instrumento.

#### 4.1.1 Análisis de la encuesta por cuestionario

La aplicación del cuestionario se realizó vía correo electrónico, una vez Fernando concluyó con este, nos fue devuelto por el mismo medio. El análisis de dicho cuestionario da cuenta de rasgos de creencias o puntos de vista sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje de resolución de problemas. En cuanto a las tendencias didácticas, Fernando muestra fuertes rasgos de una tendencia didáctica investigativa.

Para la organización y análisis de la información recolectada en la aplicación de la primera sección de la encuesta se optó por acomodar dicha información en una tabla (Tabla 11), haciendo una adaptación de la Tabla 4 utilizada por Climent (2002) para resumir y analizar las tendencias didácticas de profesores de primaria a partir del Instrumento CEAM. De este modo, a partir de las declaraciones del formador, no sólo identificamos desde nuestra interpretación como investigador las creencias del formador de profesores de matemáticas, sino que, además, interpretamos sus tendencias didácticas, teniendo en cuenta la relación que establecimos entre dichas tendencias y las creencias sobre las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje (Tabla 2).

A continuación, se mostrarán de forma resumida las respuestas de Fernando en cuanto a su punto de vista sobre los ítems que se le presentaban en la primera y segunda sección del cuestionario. El archivo completo podrá encontrarlo en el Anexo 2 de la investigación.

##### 4.1.1.1 Primera sección del cuestionario: 26 Ítems

En los primeros 15 ítems del cuestionario Fernando estuvo de acuerdo, los cuales son concordantes con puntos de vista sobre las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje de resolución de problemas. A partir de los indicadores 16-26 dicho formador se mostró en desacuerdo, los cuales son acordes con puntos de vista platónicos y tradicionales. En la segunda columna de la Tabla 11, se muestran las respuestas de Fernando, a cada ítem. Cabe

mencionar que las respuestas no siguen un orden secuencial establecido, se van extrayendo de acuerdo a los planteamientos de la primera columna de la tabla.

Es decir, se busca en cada uno de los 26 ítems las respuestas que dan cuenta, de la metodología de Fernando, de su concepción de la matemática escolar, del aprendizaje, del papel del alumno, y del papel del formador, y se van ordenando en la segunda columna de la tabla, indicando el número del ítem que corresponde cada respuesta. En la tercera columna se hace el esfuerzo por sintetizar las respuestas de Fernando, extrayendo los aspectos más importantes de cada una de ellas, que nos pueden dar indicios de sus creencias, sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje.

**Tabla 11**

*Análisis a las respuestas al cuestionario de Fernando (primera sección)*

CATEGORÍAS/TENDENCIAS DIDÁCTICAS		Respuestas de Fernando	Síntesis
METODOLOGÍA	1	15 [El formador de profesores] <i>DEBE diseñar ambientes problematizadores sobre las dificultades, obstáculos y errores en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (...).</i>	La actividad de aula involucra la resolución de situaciones problemáticas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
		16 (...) <i>lo que hoy sabemos, con argumentos transdisciplinarios, nos invitan a situar en el centro del proceso a los sujetos de aprendizaje, con su individualidad, pero también con su diversidad; en un proceso particular de comprensión, pero en una construcción social; para resolver cuestionamientos y realizar tareas actuales, presentes e incluso reales (...).</i>	Se favorece la investigación por parte del futuro profesor de matemáticas a través de actividades planificadas por el formador.
Fuentes de información	2	8 (...) <i>es muy favorable que los estudiantes investiguen con sus propios saberes y herramientas y vuelva al aula a compartir, comparar, analizar, discutir con argumentos propios lo investigado (...).</i>  24 (...) <i>Las fuentes de información son variadas y cada cual, en su sentido relevantes (...).</i>	Las fuentes de información que utiliza el formador son diversas.
Diferenciación individual	2	4 (...) <i>es un componente fundamental desde el diagnóstico; reconocer que existen diferentes concepciones y creencias sobre el conocimiento matemático que a la vez influyen en lo que se piensa que es "saber matemáticas" y que ello, definitivamente, determina lo que se considera importante trabajar, de qué manera y qué es lo que se</i>	El formador brinda una atención explícita a los futuros profesores, contemplando su individualidad.


	<p><i>quiere lograr; si “cabezas bien llenas o bien hechas”.</i></p> <p><b>14</b> (...) <i>Me interesa conocer a mis alumnos: lo que saben; lo que hacen con lo que saben; cómo piensan a partir de lo que saben; como se sienten cuando saben, pero también cuando no saben; como aprenden; qué les ayuda a aprender... Y hacer explicito ese proceso y argumentarlo para que, a su vez, los futuros profesores, hagan lo conducente con sus propios alumnos.</i></p>	
<p>Investigación planificada 2...</p>	<p><b>21</b> (...) <i>Cada vez que le damos la respuesta a una tarea o problema que el estudiante ha aceptado, le estamos afectando su derecho a encontrarla por sus propios medios y a su tiempo, por eso afirmamos que en una tarea de resolución de problemas, las preguntas que hace el formador es tan importante como lo que se calla (...).</i></p> <p><b>24</b> (...) <i>Lo fundamental para el aprendizaje de las matemáticas es la tarea o la situación que promueve la “atención” como interés en querer resolverla, como el compromiso en la búsqueda de algún proceso que nos permita resolverla y justificarla (...).</i></p>	<p>La tarea o situación problema planteada se usa como apoyo y detonante de la investigación del futuro profesor de matemáticas/ fomentar la motivación y comunicación del futuro profesor.</p>
<p>Objetivos 3</p>	<p><b>19</b> (...) <i>Lo más importante no es la solución sino los procesos que permiten llegar a ella, de ahí que expresar el resultado debe de ir acompañado de una explicación de cómo se fue acercando a él y por qué se cree que el proceso es adecuado y el resultado correcto (...).</i></p> <p><b>10</b> (...) <i>El aprendizaje surge acompañado de una emoción, la satisfacción de haberlo resuelto, en la independencia o por equipo; se disfruta mucho de las expresiones de triunfo ¡Eureka!!!</i></p> <p><b>16</b> (...) <i>Debe buscarse el punto de equilibrio entre la atención a la naturaleza de un contenido matemático; las características del grupo de estudiantes y las tareas a realizar por quien está a cargo de la enseñanza, considerando todo lo que ahora sabemos sobre enseñar, estudiar y aprender matemáticas y con ello conformar una forma de ser docente flexible pero fundamentada.</i></p>	<p>Los objetivos de la clase son flexibles y revisables de acuerdo con las características de los futuros profesores y del contenido.</p>
<p>Programación 4</p>	<p><b>25</b> (...) <i>Los contenidos matemáticos no pueden estar preestablecidos rígidamente, ni en cantidad ni en orden; el formador, como especialista de la enseñanza sabrá</i></p>	<p>Se tiene una propuesta organizada de los contenidos matemáticos a</p>

*Relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula*

CONCEPCIÓN DE LA MAT. ESCOLAR		Respuestas de Fernando	Síntesis
		organizar su trabajo de acuerdo a las necesidades vivas de sus alumnos en turno; reconociendo que no siempre algún contenido requiere de la misma cantidad de tiempo y que algunos deberán ceder su espacio a un tratamiento más profundo de otros (...).	abordar, pero no forzada a un recorrido concreto.
Orientación	5	<b>19</b> (...) <i>Lo más importante no es la solución sino los procesos que permiten llegar a ella, de ahí que expresar el resultado debe de ir acompañado de una explicación de cómo se fue acercando a él y por qué se cree que el proceso es adecuado y el resultado correcto.</i>	Interesan los procedimientos y actitudes positivas que desarrollan los futuros profesores.
¿Cuál es su orientación?	6	<b>10</b> (...) <i>El aprendizaje surge acompañado de una emoción, la satisfacción de haberlo resuelto, en la independencia o por equipo; se disfruta mucho de las expresiones de triunfo ¡Eureka!!!</i>  <b>19</b> <i>en mi opinión, es más importante dominar los contenidos de manera amplia y a profundidad y sólo saber con qué contenidos superiores se puede relacionar (...) Es como hacer evolucionar procedimientos "caseros" en procesos fundamentados matemáticamente, poniendo acento en la participación de los alumnos en su rol de "hacedores de matemáticas" (...).</i>	Interesa el dominio de los contenidos escolares. Se hace una Síntesis de Matemática formal y la Matemática cotidiana. Se le da importancia a la resolución de problemas como contenido.
¿Cómo es?	6	<b>24</b> (...) <i>Los estudiantes no aprenden matemáticas escuchando, si acaso saben como se llama a determinado concepto o contenido, pero aprender a pensar matemáticamente a hacer matemáticas para tomar decisiones fundamentadas se aprende enfrentándose a la tarea, involucrándose con la dificultad y reacomodando sus estructuras de conocimiento.</i>  <b>20</b> (...) <i>si bien podemos identificar algunas construcciones matemáticas cuya relevancia más generalizada es su utilidad como herramientas para al tratamiento de datos, los cálculos, las interpretaciones de fenómenos en cuanto a sus regularidades, lo mismo que su utilidad como herramienta para el desarrollo de la propia matemática o en otras áreas; considera que las matemáticas son mucho más que una colección de conceptos asociados a principios y a herramientas para aplicar; las matemáticas son un forma de</i>	Se considera que las matemáticas están en constante construcción, y son útiles para la toma de decisiones.

<p>Finalidad</p> <p>7</p>	<p><i>interpretar la realidad, son una forma de pensar y a partir de ello, tomar decisiones.</i></p> <p><b>16</b> (...) <i>estoy de acuerdo en la necesidad de formar profesores para dirigir la enseñanza en su más completo significado y que estos profesores, producto de su proceso formativo, adquieran solvencia en el conocimiento de los contenidos matemáticos, su relación, su historia, el argumento que les da solidez y generalidad y reconocer que, en la historia de la educación se han aplicado una cantidad considerable de propuestas de enseñanza de mayor o menor reconocimiento y fundamentación científica.</i></p> <p><b>13</b> (...) <i>se trata de buscar siempre la argumentación de las decisiones tomadas con base en evidencias o en saberes respaldados por actividades de investigación. Es un proceso lento que le da sentido a un discurso o destreza matemática y que aspira a convertirse en la "expertise" que favorece que sus propios alumnos aprendan a hacer matemáticas.</i></p>	<p>La finalidad de la asignatura es de carácter formativa (aprender a enseñar a hacer matemáticas)</p>	
<p><b>CONCEPCIÓN APRENDIZAJE</b></p>		<p><b>Respuestas de Fernando</b></p>	<p><b>Síntesis</b></p>
<p>Concepción aprendizaje</p> <p>8</p>	<p><b>24</b> (...) <i>Los estudiantes no aprenden matemáticas escuchando, si acaso saben como se llama a determinado concepto o contenido, pero aprender a pensar matemáticamente a hacer matemáticas para tomar decisiones fundamentadas se aprende enfrentándose a la tarea, involucrándose con la dificultad y reacomodando sus estructuras de conocimiento.</i></p>	<p>Se aprende cuando el futuro profesor se involucra en la construcción del mismo. Enfrentándose a los problemas.</p>	
<p>(Aprendizaje...)</p> <p>9</p>	<p><b>19</b> <i>Es como hacer evolucionar procedimientos "caseros" en procesos fundamentados matemáticamente, poniendo acento en la participación de los alumnos en su rol de "hacedores de matemáticas".</i></p>	<p>Se aprende partiendo de lo particular a lo general. De lo rudimentario a lo formal.</p>	
<p>Tipo y forma (Procesos...)</p> <p>10</p>	<p><b>19</b> <i>reconoce como importante cada una de las propuestas y no descalifica; gestiona los errores como elemento fundamental para la comprensión; paulatinamente y siempre con base en lo que los alumnos vayan logrando con su propio trabajo, con sus propias palabras, el formador puede ir formalizando lo que ellos proponen, acercando los "artefactos" construidos en clase a conceptos, principios, incluso fórmulas convenientes.</i></p>	<p>Se favorece la construcción dirigida de aprendizajes. Importa la institucionalización de aprendizajes.</p>	

*Relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula*

Importancia argumentación al.	10'	<p><b>13</b> se trata de buscar siempre la argumentación de las decisiones tomadas con base en evidencias o en saberes respaldados por actividades de investigación. Es un proceso lento que le da sentido a un discurso o destreza matemática y que aspira a convertirse en la "expertise" que favorece que sus propios alumnos aprendan a hacer matemáticas.</p>	<p>Importancia de la argumentación como un medio o como la finalidad del aprendizaje.</p>
Interacción maestro-als-mat.	10''	<p><b>16</b> (...) Debe buscarse el punto de equilibrio entre la atención a la naturaleza de un contenido matemático; las características del grupo de estudiantes y las tareas a realizar por quien está a cargo de la enseñanza, considerando todo lo que ahora sabemos sobre enseñar, estudiar y aprender matemáticas y con ello conformar una forma de ser docente flexible pero fundamentada.</p>	<p>Matemática  Alumno Maestro</p> <p>Interacción entre las matemáticas el futuro profesor, y el formador.</p>
Tipo de agrupamiento	11	<p><b>7</b> como todo proceso de adquisición de conocimiento científico, el cuestionamiento, el escepticismo informado y la duda estratégica potencian el pensamiento crítico y favorecen que, a través de la confrontación y la argumentación, se hagan evidentes rasgos del proceso de comprensión.</p> <p><b>10</b> (...) El aprendizaje surge acompañado de una emoción, la satisfacción de haberlo resuelto, en la independencia o por equipo; se disfruta mucho de las expresiones de triunfo ¡Eureka!!!</p>	<p>Se favorece la diversidad de agrupamientos y puestas en común.</p>
Dinamizador	12	<p><b>18</b> [la organización de los contenidos matemáticos] debe de responder a las necesidades que se vayan presentando a lo largo de la dinámica en el aula, a los intereses de los alumnos y las relaciones naturales que se hacen evidentes al trabajar con tareas matemáticas o resolver problemas; existen algunos que pueden abordarse desde diferentes campos del conocimiento matemático.</p>	<p>El dinamizador de aprendizajes son los intereses de los alumnos y de la propia disciplina.</p>
Aptitud	13	<p><b>23</b> (...) Cada vez que le damos la respuesta a una tarea o problema que el estudiante ha aceptado, le estamos afectando su derecho a encontrarla por sus propios medios y a su tiempo, por eso afirmamos que, en una tarea de resolución de problemas, las preguntas que hace el formador es tan importante como lo que se calla.</p>	<p>Se considera que la aptitud del futuro profesor puede ser transformable.</p>



Actitud	14	<b>9</b> (...) <i>desafortunadamente aún persisten prácticas que priorizan aprendizajes rituales rígidos y con poco sentido de uso para los estudiantes; prácticas que la alejan de su buena imagen y la vuelven tediosa, inútil y mecánica.</i>	Las actitudes de los futuros profesores pueden ser transformables.
PAPEL DEL ALUMNO		Respuestas de Fernando	Síntesis
Participación en diseño didáctico	15	<b>25</b> (...) <i>Los contenidos matemáticos no pueden estar preestablecidos rígidamente, ni en cantidad ni en orden; el formador, como especialista de la enseñanza sabrá organizar su trabajo de acuerdo a las necesidades vivas de sus alumnos en turno; reconociendo que no siempre algún contenido requiere de la misma cantidad de tiempo y que algunos deberán ceder su espacio a un tratamiento más profundo de otros. Un profesional de la enseñanza puede hacer responsablemente adecuaciones curriculares de acuerdo a las situaciones que se presenten (...).</i>	Los futuros profesores participan directamente e indirectamente en el diseño de las actividades.
Clave de transferencia E-A	16	<b>22</b> (...) <i>el ambiente que se instituye en el aula basado en aprender matemáticas a partir de plantear y resolver problemas se desprende de un contrato didáctico en el que todos aprenden, incluso quien tiene la responsabilidad de la enseñanza (...).</i>	La responsabilidad de aprendizajes es compartida, recae en el formador y en los futuros profesores de matemáticas.
¿Qué hace?	17	<b>8</b> (...) <i>es muy favorable que los estudiantes investiguen con sus propios saberes y herramientas y vuelva al aula a compartir, comparar, analizar, discutir con argumentos propios lo investigado (...).</i>	El futuro profesor de matemáticas: Investiga/ Analiza
	18	<b>23</b> (...) <i>En mi caso, en mis cursos, procuraba variadas sesiones de análisis de los errores en el aprendizaje, algunas tareas favorecen que los errores emerjan al trabajar una tarea o resolver el problema, el análisis "en carne viva" es mucho más interesante y prepara a los futuros profesores para atender profesionalmente los errores de sus propios alumnos.</i>	Reflexiona
	19	<b>11</b> (...) <i>si bien es muy favorable permitir que cada estudiante a su ritmo, con su carga de saberes y competencias se enfrente a tareas matemáticas, se potencia la reflexión y el análisis al confrontar sus procesos, argumentar y validar.</i>  <b>7</b> (...) <i>como todo proceso de adquisición de conocimiento científico, el cuestionamiento, el escepticismo informado y la duda estratégica potencian el pensamiento crítico y favorecen que, a</i>	Cuestiona/ Argumenta

*Relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula*

		<i>través de la confrontación y la argumentación, se hagan evidentes rasgos del proceso de comprensión</i>	
<b>PAPEL DEL FORMADOR</b>		<b>Respuestas de Fernando</b>	<b>Síntesis</b>
¿Qué hace?	20	<b>10</b> (...) <i>Un ambiente no punitivo permite aceptar la tensión como un componente estratégico el problema es un reto que invita en sí mismo a trabajar para resolverlo y no a deshacerse de él, ni abandonarlo y olvidarlo (...).</i>	El formador provoca la curiosidad del futuro profesor de matemáticas.
¿Cómo hace?	20 -21	<b>19</b> (...) <i>Más que un “técnico” es un director que sabe “poner en escena” una dinámica de búsqueda de solución, una de las mejores partes es cuando logra que el problema que el seleccionó sea asumido por sus alumnos como “su propio problema” (devolución TSD) les inquiete y enganche en querer darle solución (...).</i>	El formador de profesores conduce al futuro profesor de matemáticas hacia la búsqueda de determinados interrogantes.
¿Qué hace?	22	<b>12</b> (...) <i>en todo proceso de construcción del conocimiento se presentan, de manera natural, obstáculos que es necesario identificar y analizar para ser atendidos a través de nuevas tareas; sin embargo, dichos obstáculos no siempre se muestran en el esplendor de convertirse en preguntas específicas y tampoco lucen su traje de persistentes; de ahí que sea necesaria la intervención estratégica del formador, sin provocar dependencia, como un andamiaje que puede ser enriquecido con los productos de la investigación científica.</i>	El formador de profesores investiga en y sobre la acción
Actúa como	23	<b>19</b> (...) <i>el buen formador no es un “técnico” es un ingeniero que, con base en su conocimiento matemático profundo y amplio (conoce la historia de construcción del contenido matemático que quiere tratar, sabe cómo este se fue perfeccionando a lo largo de la historia y cuál es su relación con otros contenidos matemáticos); (...) El formador debe ser también un resolutor de problemas.</i>  <b>25</b> (...) <i>el formador, como especialista de la enseñanza sabrá organizar su trabajo de acuerdo a las necesidades vivas de sus alumnos en turno (...).</i>  <b>6</b> <i>el formador, en mi opinión, debe ser un buen resolutor de problemas y ello incluye conocer diferentes procedimientos de proceder ante un problema o tarea matemática, además de estar abierto a la posibilidad de que pueda surgir de sus estudiantes un procedimiento que él no</i>	El formador de profesores actúa como: Resolutor de problemas Ingeniero del contenido Especialista de la enseñanza Además, influye en la práctica del futuro profesor

<p>Validación de información</p> <p>24</p>	<p><i>conocía, debe de actuar con disponibilidad al reconocimiento y valoración de la creatividad, incluso cuando se presenten errores. Un trabajo de estas características en el aula de formación facilitará que la práctica de los futuros profesores tenga las mismas características.</i></p> <p><b>11</b> (...) <i>si bien es muy favorable permitir que cada estudiante a su ritmo, con su carga de saberes y competencias se enfrente a tareas matemáticas, se potencia la reflexión y el análisis al confrontar sus procesos, argumentar y validar.</i></p> <p><b>23</b> (...) <i>Los errores no se señalan y se corrigen, mucho menos se sancionan, en un proceso de enseñanza comprensiva, en todo el sentido del término; los errores deben tener un tratamiento no punitivo y la oportunidad de que los estudiantes puedan enmendarlos por sí mismo a través de una secuencia didáctica adecuada.</i></p>	<p>La información que se moviliza en el aula es validada por el formador/los y el futuro profesor. Se potencia la reflexión.</p>
--	--	--

Las declaraciones que hace Fernando muestran rasgos de una **metodología de resolución de problemas con énfasis en la investigación**, puesto que se prioriza la resolución de situaciones problema contextualizados e incluso reales como los obstáculos, errores y dificultades presentes en la enseñanza de las matemáticas; la investigación, argumentación, reflexión y el análisis por parte del futuro profesor durante el proceso formativo. En lo que respecta a las fuentes de información que se movilizan en el aula según lo señalado por Fernando en el ítem 24 éstas son diversas y cada una de ellas importante; por lo manifestado en el ítem 8 e ítem 15 el formador y los futuros profesores son algunas de esas fuentes de información, al igual que las investigaciones que ambos realizan para la argumentación y solución de las tareas o problemas planteados.

En cuanto a la diferenciación que hace Fernando del futuro profesor, de sus declaraciones en los ítems 4, 14, 16 y 21 interpretamos que hace una diferenciación explícita de sus estudiantes, puesto que se refiere a este como protagonista del proceso formativo en su individualidad y diversidad, muestra interés por conocer a los futuros profesores, sus creencias, sus dificultades y fortalezas; además, se enfatiza en dar la oportunidad a los futuros profesores de resolver los problemas que se plantean en el aula según sus posibilidades y a su ritmo.

Por lo manifestado por Fernando en los ítems 10, 19 y 24 la tarea o situación problema planteada se usa como apoyo y detonante de la investigación del futuro profesor de matemáticas e incluso para fomentar la motivación y comunicación del mismo. En cuanto a los objetivos del proceso formativo por lo manifestado por Fernando en el ítem 16 estos son flexibles y revisables puesto que dependen de las necesidades de los estudiantes, de la naturaleza del contenido matemático y de la tarea a realizar; en cuanto a la programación

también se muestra flexibilidad, puesto que, de la respuesta de Fernando en el ítem 25 aún y cuando se organizan los contenidos matemáticos a abordar dicha organización no está forzada a un recorrido concreto, puesto que se debe tener en cuenta que hay contenidos que requieren más tiempo que otro.

**Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas:** por lo mencionado anteriormente interpretamos que Fernando muestra rasgos de creencias sobre la enseñanza de las matemáticas de **resolución de problemas**, al hacer explícita su postura respecto al protagonismo del futuro profesor ubicándolo en el centro del proceso formativo, además, de la importancia que se le otorga a la construcción social del conocimiento, con miras a la autonomía de aprendizajes por parte del futuro profesor. A su vez, el énfasis que Fernando le da a la investigación y la resolución de problemas da muestras de inclinaciones hacia una tendencia didáctica investigativa.

En cuanto a la concepción sobre las matemáticas de Fernando, este hace explícito que las matemáticas no son un producto acabado, están en constante construcción y son útiles para el propio desarrollo de la disciplina (ítem 20), cuya orientación en la enseñanza debe estar dirigida hacia la adquisición de los contenidos y procedimientos (ítems 10 y 19); además, se interesa por despertar el interés y la motivación de los estudiantes por la disciplina (ítem 10), haciendo énfasis en la resolución de problemas para que los futuros profesores aprendan a enseñar a enseñar matemáticas y hacer matemáticas (ítems 16 y 24), es decir su finalidad es formativa.

**Creencias sobre las matemáticas:** a partir de las declaraciones de Fernando interpretamos que dicho formador muestra rasgos de creencias sobre las matemáticas de **resolución de problemas**, pone de relieve, además, la importancia de un manejo sólido por parte del futuro profesor en cuanto al contenido matemático escolar, conociendo sus relaciones con los contenidos más avanzados. A su vez, muestra rasgos de una tendencia didáctica **investigativa**.

Por otro lado, de las declaraciones de Fernando podemos interpretar que para este es de suma importancia que los futuros profesores aprendan involucrándose con la tarea o situación problema, enfrentándose a esta con los conocimientos que poseen para reacomodar sus estructuras. Se busca la autonomía por parte del futuro profesor (ítem 24), por lo que entendemos que tiene cierta inclinación por el aprendizaje significativo en donde el formador guía a los estudiantes a la formalización de los conceptos, además, se da especial énfasis al rol de los futuros profesores como hacedores de matemáticas, resaltando la importancia de la argumentación por parte de este a través de la investigación (ítems 19 y 13).

A su vez, hace mención de la interacción equilibrada que debe haber entre la disciplina, el futuro profesor y el formador para el aprendizaje de las matemáticas (ítem 16). Se habla además del trabajo individual o por equipos en donde se disfrute del trabajo realizado y se confronten las soluciones a la tarea (ítems 10, 17 y 18), se interesa también por las aptitudes y actitudes de

los estudiantes las cuales pueden ser transformables a partir del rol del enseñante, es decir, del formador de profesores (ítems 19 y 23).

**Creencias sobre el aprendizaje:** por lo señalado anteriormente interpretamos que Fernando muestra rasgos de creencias sobre el aprendizaje de **resolución de problemas** en donde se potencia la exploración autónoma del alumno de acuerdo con sus intereses y los de la propia disciplina. A su vez, muestra rasgos de una fuerte inclinación hacia una tendencia investigativa, en donde se planifica la investigación por parte del futuro profesor para adquisición de aprendizajes, manteniendo el equilibrio entre los intereses de los estudiantes, su estructura mental y los intereses de la propia disciplina.

En lo que respecta al **papel de alumno**, encontramos que según lo manifestado por el profesor los alumnos participan directa e indirectamente en el diseño didáctico puesto que se tienen en cuenta sus necesidades y las del contenido para el diseño curricular (ítem 25), a su vez, se considera que tanto el formador como los futuros profesores pueden aprender del proceso formativo, en donde el formador y el futuro profesor investiguen y regresen al aula a compartir sus saberes (ítem 8), por lo que interpretamos que la responsabilidad de aprendizaje recae en el proceso formativo, es decir, en los sujetos que intervienen en este (ítem 22). Además, en las declaraciones de Fernando deja claro que la actividad del alumno debe estar dirigida hacia la investigación, análisis, reflexión, argumentación y confrontación, dándole especial énfasis a su **rol como hacedores de matemáticas** (ítems 18, 23, 11 y 19), por lo que interpretamos que Fernando muestra rasgos de una tendencia didáctica **investigativa**.

En cuanto al **rol del formador de profesores de matemáticas**, Fernando señala que la solución de situaciones problema debe ser un reto para el futuro profesor, provocando su curiosidad por resolverlo a través de la investigación (ítem 10), en donde el formador cumple el rol de director quien conduce a los alumnos hacia la búsqueda de solución a determinados interrogantes (ítem 19). En sus respuestas el formador menciona la Teoría de Situaciones Didácticas (ítem 19), el aula invertida (ítem 8), el papel de las creencias en el trabajo a realizar en el aula (ítem 4), y la investigación científica como fuente de información de las dificultades, obstáculos y errores presentes en la enseñanza de las matemáticas (ítem 12), de este modo, interpretamos que en su actividad como formador involucra la investigación para fortalecer su labor como formador.

De igual forma, deja claro que el formador de profesores debe ser un **resolutor de problemas, un ingeniero del contenido** (ítem 19) y un **especialista de la enseñanza** (ítem 25), reconoce además la influencia que su actuación en el aula puede tener en la práctica del futuro profesor (ítem 11). En lo concerniente a la validación de la información que se movilizan en el aula está a cargo tanto del formador como del/los futuros profesores, se busca potencializar la reflexión por parte de este último (ítems 11 y 23). Por lo mencionado anteriormente, interpretamos que Fernando muestra rasgos de una tendencia didáctica **investigativa**.

#### **4.1.1.2 Segunda sección del cuestionario: 7 ítems**

En la segunda sección del cuestionario, se indaga sobre las creencias sobre las matemáticas del formador de profesores, con mayor énfasis que en la primera sección, Fernando estuvo de acuerdo con los ítems 1, 2 y 7, los cuales son concordantes con creencias de resolución de problemas según los puntos de vista de Ernest (1989), y estuvo en desacuerdo con los ítems 3, 4 (visión platónica de las matemáticas), 5 y 6 (visión instrumentalista de las matemáticas).

En sus declaraciones Fernando deja claro que las matemáticas son creadas por el hombre (ítem 4) *“las matemáticas son resultado de la actividad humana en la búsqueda de interpretar y comprender la realidad”*, no son un producto acabado (ítem 1), *“difícilmente podríamos afirmar que lo que la humanidad ha logrado saber sobre las matemáticas es todo lo que existe”* y que dicha disciplina se relaciona con otras áreas de conocimiento (ítem 7) *“en términos generales, el conocimiento que ha producido la humanidad en su afán de comprender lo que sucede en la realidad y su búsqueda de calidad de vida, no está compartimentado”*. De este modo, interpretamos, y reafirmamos lo dicho en la sección anterior, Fernando muestra rasgos de creencias sobre las matemáticas de **resolución de problemas**.

A su vez, en las declaraciones de Fernando también se muestran algunos aspectos de la enseñanza de las matemáticas, hace especial énfasis en que la enseñanza de las matemáticas debe favorecer el pensamiento flexible por medio del razonamiento matemático (ítem 1), por lo que una concepción adecuada de las matemáticas para la enseñanza, no debe considerarla una colección estática de conocimientos sin dinamismo (ítem 3), por lo que en su enseñanza se debe mostrar la evolución de los conocimientos matemáticos, para acercar a los estudiantes a hacer matemáticas (ítem 2), lo cual reafirma lo encontrado en la sección anterior, respecto a que Fernando muestra rasgos de creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas de resolución de problemas, y de un modelo de enseñanza o tendencia didáctica investigativa.

#### **4.1.2 Análisis de la entrevista a Fernando**

En la investigación, la entrevista semiestructurada es nuestro instrumento de segundo orden de recogida de información, es por ello, que, en el análisis se describen los aspectos más relevantes que complementen lo encontrado en los demás instrumentos. La transcripción completa de la entrevista a Fernando puede encontrarla en el Anexo 3 del presente estudio. De las respuestas de Fernando destacamos los siguientes aspectos:

Para Fernando hubo un antes y un después en su manera de enseñar las matemáticas a partir de la influencia que recibió de otros formadores de profesores de matemáticas.

**Fernando:** Tuve la fortuna de que pude conocer a gente y a la que admiro mucho, muy amigo de Lety Sosa, del doctor Luis Manuel Aguayo que para mí es el pionero más importante en Zacatecas y en México de la didáctica de las Matemáticas (...), él nos dio la fortuna de traer a franceses, porque él se empezó a ir a las escuelas de invierno y de verano a Francia a estudiar, estudió francés conoció a Guy Brousseau, a Chevallard, o sea, plática con ellos, a mencionar, pero luego vino y compartió de una manera muy muy muy padre, y entonces, pues son las cosas que te contagian.

Yo me di cuenta en ese poder comparar lo que yo primero hacía que era prácticamente dominar los procedimientos y ayudarles a mis alumnos a mecanizar porque recuerdo que las masas así me enseñaban (...), y entonces yo así enseñaba, pero luego me di cuenta que no era lo correcto porque eran cosas sin significado, entonces entrarle a eso de una situación que provoca que busques una solución y que eso como eres parte de la creación, prácticamente de la construcción, te deja huellas (...).

Fernando considera que hay puntos en común en la forma de enseñar matemáticas en la escuela, y la forma de enseñar a enseñar matemáticas a un futuro profesor de matemáticas, a la vez que reconoce que hay conocimientos que sólo le competen al enseñante.

**Fernando:** (...) yo digo por ejemplo que un formador o un profesor, más bien un profesor, debe de saber detectar los errores, distinguirlos de los obstáculos o de las dificultades, analizar de dónde viene, vaya, el error, y cómo puede hacer que ese error sin que lo corrija, sin que lo maltrate, cómo puede hacer que ese error evolucione a un proceso adecuado, y eso pues es un conocimiento propio de los enseñantes (...).

(...) Sí definitivamente yo creo que ahí hay una situación de empate, todavía en pañales, pero sí, definitivamente, se puede enseñar a enseñar matemáticas de la misma forma que está planteado, desde la escuela francesa, que yo distingo, en la forma de enseñar matemáticas.

Fernando considera que su rol como formador fue el de sensibilizar a los estudiantes, que entendieran que hay muchas formas en las que se puede enseñar matemáticas, por medio de la vivencia, de la aplicación de situaciones didácticas, a partir del planteamiento de situaciones problema. Menciona, además, que, tuvo cierta influencia en las prácticas de enseñanza de aquellos que fueron sus estudiantes.

**Fernando:** (...) Yo me conformaba con sensibilizar con que entendieran que había otra forma de enseñar (...), intentaba que por lo menos tuvieran una experiencia de resolver situaciones didácticas, (...), sentía que era como muy romántico, el solamente, el comentar bueno así como existe la teoría Apoe, existe la teoría zutana, la trasposición didáctica, pues sí, pero vaya, yo conozco profesores que también solamente hablan de teorías pero a la hora de haber llevamos a cabo una situación didáctica no lo hacen y yo por ejemplo si intentaba tener esa parte de decir también lo puedo hacer prácticamente y esto que vimos o sea en este momento es de lo que habla sobre devolución cuando ustedes se apropian del problema cuando ya se empiezan a inquietar.

(...) yo creo que no hice mucho, yo creo que, si acaso logré sensibilizar, tengo que reconocer que hay por ahí, hay algunos alumnos que siguieron estudiando, que hay algunos que son profesores y que sí, luego me reconocen que han cambiado pues su práctica gracias a algunas cosas que comentamos en clase, que construimos juntos sí.

Para Fernando existe gran similitud entre enseñar matemáticas y enseñar a enseñar matemáticas, el primero consiste en crear ambientes adecuados para el aprendizaje de la

disciplina; mientras que, el segundo, consiste en enseñar al futuro profesor a crear dichos ambientes.

**Fernando:** Uy pues si hay una similitud ahí, yo creo que enseñar matemáticas consiste en conformar un ambiente adecuado de reto, en donde las situaciones que se presenten, las actividades que se lleven, inviten a los alumnos a pensar como decíamos ahorita, a pensar y a construir una forma de abordar una situación, de resolver un problema prácticamente (...), y entonces enseñar a enseñar matemáticas tendría que ver con la creación de esos ambientes, con que, los futuros profesores aprendieran a crear esos ambientes con todo ese agrado por las interacciones que se dan en el aula, cuando un chico o un grupo de chicos y chicas se enfrentan a situaciones, pero cómo te dijera, con ese gusto con esa algarabía de saber que algo bueno va a resultar de ellos (...).

Fernando considera que, para enseñar determinado contenido matemático, se debe ser un experto en las conexiones detrás de ese contenido, de donde surgió, y conocer solamente sus relaciones con contenidos superiores, sin ser un experto en ello, así como conocer de donde provienen los errores, obstáculos y dificultades de los estudiantes. Resalta, además, la importancia de la didáctica para la enseñanza.

**Fernando:** (...) Mencionaste algo que no quiero dejar suelto eso de tener el dominio del contenido sí, es decir voy a enseñar álgebra, yo sé álgebra, sé hacia dónde tira, es decir, hacia dónde puede ir superiormente, pero no me hago experto en eso, tengo unos compañeros, por cierto, alguno fue mi alumno, y él sigue diciendo que para enseñar álgebra debemos ser experto en cálculo, yo digo que no, yo digo que debo de saber que hay una conexión con el cálculo, en donde debo de ser experto es en la aritmética y todo lo que está soportando el conocimiento algebraico y también en su desarrollo (...), entonces tiene uno que saber más bien de dónde vienen determinados procedimientos o los obstáculos, los errores, insisto de dónde se presentan, como para saber cómo gestionarlo de manera adecuada, y eso para mí es decir un conocimiento del álgebra y su profundidad, es para mí mejor que una visión superior del álgebra, para enseñarlo.

(...) tenemos un profesor muy específico aquí en México, que es un profesor que nos permitió ahorrar mucho dinero, que son los profesores de telesecundaria, un profesor que trabaja todas las asignaturas pero en el nivel secundaria, entonces yo trabajé un tiempo formando a esos profesores y le decía al dirigente cuando decía él, el que va a formar español tiene que ser un lingüista, el de matemáticas el matemático, y le digo y el de telesecundaria maestro de todo y sabio de nada, y le dio un coraje, pero digo es que es cierto entonces a ver, ahí se rompe la situación de la disciplina, tiene que ser un experto en la enseñanza, que pueda tomar un contenido gestionarlo para poderlo enseñar y ahí está la parte importante que yo creo de los formadores, la didáctica, que todavía para muchos no adquiere el nivel de ciencia.

Fernando menciona que aprender matemáticas es un derecho, y ello implica poner a prueba los conocimientos matemáticos adquiridos, darles solución a situaciones problema que se puedan presentar, implica hacer matemáticas; mientras que, aprender a enseñar matemáticas,



implica ser un apasionado de la disciplina, sentir gusto por ella y aprender a respetar la capacidad del otro.

**Fernando:** Bueno, de entrada en términos generales aprender matemáticas pues no puede ser exclusivo de quién va a enseñar matemáticas, sino que tendría que ser una situación, dijéramos un derecho para todos, y yo creo que eso implicaría sentirse en la confianza, en la libertad de poner a prueba lo que sabemos, cómo lo sabemos, lo que somos capaces de pensar, de inventar, como para intentar explicarse, darle solución a una situación que se nos presente, yo creo que, o sea, definitivamente quiere decir pues aceptar la tarea y después de eso, pues seguiría Chevallard a Gascón en decir, hacer matemáticas porque todos podemos hacer matemáticas (...).

Y luego lo de la enseñanza en las matemáticas, pues te digo que tiene mucho que ver, porque ahí sí yo digo que una persona que no sepa matemáticas, y no es que no sepa, sino que piense que no sabe, que le tenga cierta aversión, desconfianza, poco gusto a la matemática, difícilmente va a poder enseñar matemáticas, yo creo que una persona que enseña matemáticas definitivamente tiene que ser un apasionado de ellas (...) yo digo que la pasión llega hasta poder reconocer que puedes encontrar una forma muy simple de hacerle entender casi a cualquier persona aquellas circunstancias que estás analizando, o que quiere, o que piensas utilizar como una herramienta matemática (...), yo creo que para enseñar matemáticas tiene que haber también un respeto y un reconocimiento sobre la capacidad del otro (...).

Fernando deja muy claro en sus declaraciones que, para él, las matemáticas se crean, no se descubren, son una forma de pensar y de actuar, y están en todas partes.

**Entrevistadora:** Entonces, de lo que usted menciona, entiendo que, para usted, tanto el formador como el profesor de matemáticas y ese futuro profesor que forma el formador debe ser un buen resolutor de problemas.

**Fernando:** Definitivamente, en todos los ámbitos, no solamente, ahí acepto que la matemática sin hacerlo ridículo, la matemática está presente en todo (...).

(...) para mí las matemáticas son una forma de pensar y de actuar, ciertamente, o sea, hay libros de matemáticas y ahí se ven reflejadas formas de pensar, como formas de conseguir la matemática, algunos principios, algunos procedimientos, pero yo, por ejemplo, lo que sí dejó bien claro en mis alumnos, me conocían, entonces ¿se descubren o se crean? se crean, se crean, o sea, las matemáticas no las encontramos debajo de las piedras (...).

Lo señalado hasta aquí, nos muestra que, las prácticas de enseñanza de Fernando estuvieron influenciadas por ciertos formadores de profesores de matemáticas, este señala, que en principio no fue fácil cambiar su manera “tradicional” de enseñar, le tomó varios años, pasar por varios procesos, y conocer diversos profesores y formadores con distintas maneras de enseñar las matemáticas y de pensar, para forjar su propia metodología. Así mismo, en las declaraciones de Fernando, se muestra la relevancia que dicho formador da a la resolución de problemas, como una manera, no solo de enseñar matemáticas, sino que también, es una

manera de enseñar a enseñar matemáticas al futuro profesor, pues, se mantiene firme en que, tanto el formador como el futuro profesor de matemáticas deben ser buenos resolutores de problemas.

De este modo, reafirmamos lo encontrado en el análisis del cuestionario, Fernando muestra rasgos de creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje de **resolución de problemas**, y de un modelo de enseñanza o tendencia didáctica **investigativa**.

## 4.2 El caso de Miguel

Miguel, es un formador de profesores de matemáticas experimentado, cabe recordar que, al momento de realizar la investigación, dicho formador, se encontraba impartiendo dos asignaturas, las observaciones que se hicieron a sus clases fueron de la clase de Didáctica de la Estadística únicamente.

### 4.2.1 Análisis de la encuesta por cuestionario

A continuación, se muestra el análisis de las dos secciones del cuestionario, siguiendo los mismos parámetros que se utilizaron para el análisis de las respuestas al cuestionario de Fernando, el archivo completo de la entrevista puede encontrarlo en el Anexo 4. Cabe mencionar que Miguel estuvo de acuerdo con los 15 primeros ítems del cuestionario, los cuales son concordantes con puntos de vistas de resolución de problemas, y con los ítems 17, 18 y 20 (platónicos o instrumentalista); y se mostró en desacuerdo con los ítems 16, 19, 21, 22, 23, 24, 25 y 26 (platónicos o instrumentalista).

El análisis de las respuestas al cuestionario de Miguel, señala que dicho formador muestra rasgos de creencias sobre las matemáticas de resolución de problemas y platónicas; sobre la enseñanza de las matemáticas, de resolución de problemas y; sobre el aprendizaje de las matemáticas, platónicas. En cuanto a las tendencias didácticas, Miguel muestra rasgos de distintas tendencias.

#### 4.2.1.1 Primera sección del cuestionario: 26 ítems

**Tabla 12**

*Análisis de las respuestas al cuestionario de Miguel (primera sección)*

CATEGORÍAS/TENDENCIAS DIDÁCTICAS		Respuestas de Miguel	Síntesis
METODOLOGÍA  Praxis	1	18 <i>A veces es interesante proponer un problema y que al mismo tiempo se trabajen varios conceptos matemáticos e inclusive de otras ciencias.</i>	Se plantea la resolución de situaciones problema al futuro profesor de matemáticas.
	2	12 <i>También a los nuevos interrogantes y desafíos de la actual sociedad, por ejemplo, el papel del bigdata en la escuela.</i> 19 <i>Es mejor en un estilo aplicado.</i>	Se favorece un estilo aplicado en la presentación o explicación del

Fuentes de información	2	<p><b>22</b> Todos podemos aprender en cada clase. La divergencia de heurísticas es importante al interior de la comunidad educativa.</p> <p><b>8</b> Una actitud activa por parte de los estudiantes los hace reflexionar sobre su quehacer.</p>	<p>formador de los contenidos matemáticos.</p> <p>La información que se moviliza en el aula es proporcionada por el formador y los futuros profesores.</p>
Diferenciación individual	2	<p><b>16</b> También es necesario centrarse en los tipos de estudiantes que podrían tener, además, de los difíciles contextos que hay en Colombia.</p> <p><b>2</b> Se debe partir de esas creencias para ir creando modelos y experiencias que vayan adecuando el saber personal a un saber institucional socialmente aceptado.</p>	<p>Se atiende implícitamente la diferenciación individual.</p>
Investigación planificada	2	<p><b>21</b> Estamos impidiendo que ellos realicen heurísticas para llegar a la solución. Es posible que mientras se esfuerzan para dar con el resultado correcto, puedan descubrir otras soluciones a problemas derivados.</p> <p><b>26</b> Con Argumentos matemáticos, por ejemplo, con el contraejemplo, se pueden llegar a situaciones interesantes para evidenciar en dónde está la falencia del estudiante. Además, estas formas de solución erróneas, pueden contribuir a la investigación educativa matemática en el aula.</p>	<p>Se favorece la heurística y la investigación por parte del futuro profesor de matemáticas.</p>
Objetivos	3	<p><b>7</b> Se necesita una Educación Matemática Crítica en el sentido de Skosvmose y Valero.</p> <p><b>2</b> Se debe partir de esas creencias para ir creando modelos y experiencias que vayan adecuando el saber personal a un saber institucional socialmente aceptado.</p>	<p>Los objetivos de la clase son flexibles y de carácter orientativo.</p>
Programación	4	<p><b>17</b> Obedece a la organización curricular del plan de estudios.</p> <p><b>25</b> Aunque es importante, dentro de las dinámicas del contrato didáctico pueden surgir imprevistos o situaciones de los mismos estudiantes que no necesariamente coincidan con ese tratamiento lineal de los contenidos. La historia de las matemáticas, en muchos de sus objetos, corrobora lo anterior.</p>	<p>Se tiene una propuesta organizada de los contenidos matemáticos a abordar, pero no forzada a un recorrido concreto.</p>
CONCEPCIÓN DE LA MAT. ESCOLAR		Respuestas de Miguel	Síntesis
Orientación	5	<p><b>7</b> Se necesita una Educación Matemática Crítica en el sentido de Skosvmose y Valero.</p>	<p>Interesa favorecer el pensamiento crítico del futuro profesor de matemáticas.</p>

*Relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula*

¿Cuál es su orientación?	6	<b>11</b> Las matemáticas también son diálogos, conjeturas, argumentaciones y crítica.	Orientada hacia la solución de determinados interrogantes.
¿Cómo es?	6	<b>12</b> También a los nuevos interrogantes y desafíos de la actual sociedad, por ejemplo, el papel del bigdata en la escuela.  <b>20</b> Hoy en día son cada vez más evidentes las relaciones entre matemáticas, vida cotidiana y otras ciencias.  <b>9</b> [Las matemáticas son un esfuerzo humano hermoso, creativo y útil que es tanto una forma de saber como una forma de pensar] Cierto. ¡Además del saber hacer!	Las matemáticas fueron creadas por el hombre.
Finalidad	7	<b>2</b> Se debe partir de esas creencias para ir creando modelos y experiencias que vayan adecuando el saber personal a un saber institucional socialmente aceptado.  <b>26</b> Con Argumentos matemáticos, por ejemplo, con el contraejemplo, se pueden llegar a situaciones interesantes para evidenciar en dónde está la falencia del estudiante. Además, estas formas de solución erróneas, pueden contribuir a la investigación educativa matemática en el aula.	La finalidad de la asignatura es formativa.
CONCEPCIÓN APRENDIZAJE		Respuestas de Miguel	Síntesis
Concepción aprendizaje	8	<b>10</b> No todos los problemas planteados deberían tener solución, por ejemplo.  <b>12</b> También, a los nuevos interrogantes y desafíos de la actual sociedad, por ejemplo, el papel del bigdata en la escuela.	Se aprende enfrentándose a problemas diversos, que incluyen los desafíos de la sociedad actual.
(Aprendizaje...)	9	<b>2</b> Se debe partir de esas creencias para ir creando modelos y experiencias que vayan adecuando el saber personal a un saber institucional socialmente aceptado.	Se parte de lo particular a lo general para generar aprendizaje.
Tipo y forma (Procesos...)	10	<b>21</b> Estamos impidiendo que ellos realicen heurísticas para llegar a la solución. Es posible que mientras se esfuerzan para dar con el resultado correcto, puedan descubrir otras soluciones a problemas derivados.	Se favorece el aprendizaje por construcción espontánea.
Importancia argumentación al.	10'	<b>6</b> aunque es aún más importante interpretar la respuesta.  <b>15</b> Las réplicas y preguntas al quehacer son necesarias en el salón de clases.  <b>23</b> El error es un instrumento importante en la validación de los argumentos usados.	Importa la comunicación y confrontación de ideas para validar argumentos.
Interacción maestro-als-mat.	10'	<b>22</b> Todos podemos aprender en cada clase. La divergencia de heurísticas es	(mat) Maestros ↔ Alumnos ↻

		<i>importante al interior de la comunidad educativa.</i>	Interacción entre el formador y el futuro profesor mediada por el contenido matemático.
		<b>18</b> <i>A veces es interesante proponer un problema y que al mismo tiempo se trabajen varios conceptos matemáticos e inclusive de otras ciencias.</i>	
		<b>10</b> <i>No todos los problemas planteados deberían tener solución, por ejemplo.</i>	
Tipo de agrupamiento	11	<b>15</b> <i>Las réplicas y preguntas al quehacer son necesarias en el salón de clases.</i>	Se favorecen los debates dentro del aula de clases.
Dinamizador	12	<b>1</b> <i>Los elementos motivacionales influyen en el desempeño académico de los estudiantes y se espera que así mismo puedan orientar su actuar.</i>	El dinamizador de aprendizajes es la motivación del futuro profesor.
		<b>5</b> <i>eso hace parte de la motivación que debemos darle a los estudiantes.</i>	
Aptitud	13	<b>2</b> <i>Se debe partir de esas creencias para ir creando modelos y experiencias que vayan adecuando el saber personal a un saber institucional socialmente aceptado.</i>	Algunas veces la capacitación del futuro profesor puede ser transformable.
		<b>4</b> <i>Hay creencias difíciles de erradicar, sobre todo en probabilidad ocurren muchos sesgos que aun con una buena instrucción disciplinar perduran.</i>	
Actitud	14	<b>8</b> <i>Una actitud activa por parte de los estudiantes los hace reflexionar sobre su quehacer.</i>	La actitud del futuro profesor puede ser transformable.
PAPEL DEL ALUMNO		Respuestas de Miguel	Síntesis
Participación en diseño didáctico	15	<b>17</b> <i>Obedece a la organización curricular del plan de estudios.</i>	Los futuros profesores participan indirectamente del diseño didáctico a partir de sus reacciones.
		<b>25</b> <i>Aunque es importante, dentro de las dinámicas del contrato didáctico pueden surgir imprevistos o situaciones de los mismos estudiantes que no necesariamente coincidan con ese tratamiento lineal de los contenidos.</i>	
Clave de transferencia E-A	16	<b>1</b> <i>Los elementos motivacionales influyen en el desempeño académico de los estudiantes y se espera que así mismo puedan orientar su actuar.</i>	La motivación por el saber actuar y hacer es importante para obtener buenos resultados.
		<b>5</b> <i>[Los formadores de profesores de matemáticas eficaces disfrutaban aprender y enseñar cómo 'hacer' matemáticas a los futuros profesores] Ciertamente, eso hace parte de la motivación que debemos darle a los estudiantes.</i>	
¿Qué hace?	17	<b>8</b> <i>Una actitud activa por parte de los estudiantes los hace reflexionar sobre su quehacer.</i>	El futuro profesor de matemáticas: Crítica/Reflexiona
	18	<b>21</b> <i>No es una manera eficaz. Estamos impidiendo que ellos realicen heurísticas para llegar a la solución. Es posible que</i>	Descubre

*Relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula*

	19	<i>mientras se esfuerzan para dar con el resultado correcto, puedan descubrir otras soluciones a problemas derivados.</i>	
		<b>22</b> <i>La divergencia de heurísticas es importante al interior de la comunidad educativa.</i>	Cuestiona
<b>PAPEL DEL FORMADOR</b>		<b>Respuestas de Miguel</b>	<b>Síntesis</b>
¿Qué hace?	20	<b>19</b> [El contenido matemático se presenta mejor, al futuro profesor, en un estilo expositivo: demostrando, explicando y describiendo conceptos y habilidades. Siendo el formador un técnico del contenido y del diseño didáctico] <i>Falso. Es mejor en un estilo aplicado.</i>	El formador de profesores induce al futuro profesor a aplicar lo visto en clases.
¿Cómo hace?	20 -21	<b>21</b> <i>No es una manera eficaz. Estamos impidiendo que ellos realicen heurísticas para llegar a la solución. Es posible que mientras se esfuerzan para dar con el resultado correcto, puedan descubrir otras soluciones a problemas derivados.</i>	El formador de profesores promueve que el futuro profesor trabaje en las actividades propuestas.
¿Qué hace?	22	<b>26</b> <i>Con Argumentos matemáticos, por ejemplo, con el contraejemplo, se pueden llegar a situaciones interesantes para evidenciar en dónde está la falencia del estudiante. Además, estas formas de solución erróneas, pueden contribuir a la investigación educativa matemática en el aula.</i>	El formador de profesores analiza las respuestas y reacciones del futuro profesor a sus propuestas. Interesa promover la investigación en matemática educativa.
Actúa como	23	<b>18</b> <i>A veces es interesante proponer un problema y que al mismo tiempo se trabajen varios conceptos matemáticos e inclusive de otras ciencias. No necesariamente en una estricta secuencia, los objetos matemáticos no surgieron de manera estrictamente lineal.</i>	El formador actúa como un técnico del contenido y del diseño didáctico.
Validación de información	24	<b>23</b> <i>El error es un instrumento importante en la validación de los argumentos usados.</i>  <b>26</b> <i>Con Argumentos matemáticos, por ejemplo, con el contraejemplo, se pueden llegar a situaciones interesantes para evidenciar en dónde está la falencia del estudiante. Además, estas formas de solución erróneas, pueden contribuir a la investigación educativa matemática en el aula.</i>	La información es validada por la clase y el formador de profesores.

Las respuestas de Miguel al cuestionario, muestran rasgos de una **metodología** de resolución de situaciones problema, en donde se pretende favorecer, de forma espontánea, la investigación en el área de la Educación Matemática (ítems 18 y 19). En cuanto a las fuentes de información que se movilizan en el aula, por las declaraciones de Miguel, deducimos que tanto él, como formador, como los futuros profesores de matemáticas, son algunos de los actores que proporcionan la información que se moviliza en el aula (ítems 22 y 8).

Por lo que respecta a la diferenciación individual que se hace a los futuros profesores de matemáticas, en el ítem 16, Miguel hace mención a que los futuros profesores de matemáticas deben preocuparse por los tipos de estudiantes que puedan tener en el aula, por lo que nos permitimos interpretar que, de manera implícita, dicho formador, hace una diferenciación individual de los futuros profesores de matemáticas a su cargo. Además, en el ítem 2 reconoce que se debe partir de las creencias de los futuros profesores para transformar su saber.

Por lo mencionado en los ítems 21 y 26, los problemas que se plantean en el aula, pueden servir como detonante para futuras investigaciones. En cuanto a los objetivos de la clase, estos son flexibles y orientativos, se apunta a la criticidad por parte del futuro profesor, teniendo en cuenta sus creencias para orientar el saber de los estudiantes (ítems 7 y 2). Con referencia a la programación, se hace mención a que existen unos lineamientos que hay que seguir (ítem 17), sin embargo, en el aula pueden surgir algunos imprevistos que no permiten un tratamiento lineal de los contenidos (ítem 25), por lo que deducimos que se tiene una programación prescrita de antemano, pero, no forzada a un recorrido concreto.

**Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas:** por lo señalado anteriormente, interpretamos que Miguel, muestra rasgos de creencias sobre la enseñanza de las matemáticas de **resolución de problemas**, puesto que hace mención de la construcción de una educación matemática crítica a partir de prácticas sociales, del diálogo, y de la confrontación. También, el énfasis que Miguel da a la heurística por parte del futuro profesor para resolver situaciones problema, muestra rasgos de una tendencia didáctica **espontaneísta**, en donde se favorece el descubrimiento de las soluciones a situaciones problema, así mismo, se evidencian algunas pinceladas de una tendencia didáctica **investigativa**, al proponer problemáticas que pueden ser reales.

Por otra parte, en cuanto a las creencias sobre las matemáticas, Miguel se encuentra de acuerdo con el hecho de que las matemáticas fueron creadas por el hombre, y son una forma de saber, pensar y saber hacer (ítem 9), cuya orientación en la escuela debe estar dirigida hacia el favorecimiento de la educación matemática crítica (ítem 7), y a la solución de determinados interrogantes y problemas de la actual sociedad (ítem 12), de otras ciencias, y de la vida cotidiana (ítem 20), a través del diálogo, la argumentación y confrontación (ítem 11). En cuanto a la finalidad de la matemática en la formación de profesores, se interesa por adecuar el saber del futuro profesor a un saber institucionalmente aceptado (ítem 2), en donde a partir del error se pueda favorecer la argumentación e investigación (ítem 26), por lo que interpretamos que su finalidad es formativa.

**Creencias sobre las matemáticas:** a partir de lo señalado anteriormente, interpretamos que Miguel muestra rasgos de creencias sobre las matemáticas de **resolución de situaciones problema**, puesto que se reconoce a las matemáticas como creación del hombre, orientada hacia la resolución de situaciones problema reales, a su vez, muestra rasgos de creencias **platónicas** de las matemáticas al estar de acuerdo con que las matemáticas son “computación”

(ítem 20). De este modo, interpretamos que Miguel muestra indicios de tendencias didácticas **investigativas y tecnológicas**.

Por otro lado, Miguel señala que el futuro profesor debe enfrentarse a problemas diversos incluyendo los problemas de la sociedad actual (ítems 10 y 12), por lo que entendemos que para Miguel los problemas que se planteen deben tener un significado real para los estudiantes, en donde se parte de lo que el futuro profesor cree y sabe para convertirlo en un saber más formal (ítem 2). Además, se propicia el descubrimiento por parte del futuro profesor de matemáticas (ítem 21), y se favorece la argumentación y comunicación de ideas a partir de preguntas y réplicas (ítems 6, 15 y 23).

En cuanto a la interacción entre el formador, el futuro profesor y las matemáticas, por las declaraciones de Miguel, interpretamos que la interacción entre él como formador y los futuros profesores de matemáticas esta mediada por las matemáticas (ítems 22, 18, y 10), además, se favorecen los debates dentro del aula (ítem 15), siendo el dinamizador de aprendizajes las actitudes y la motivación del futuro profesor de matemáticas (ítems 1 y 5). En lo que se refiere las aptitudes de los futuros profesores de matemáticas, Miguel considera que, a partir de las creencias, éstas pueden ser transformables (ítem 2), sin embargo, existen ocasiones en las que las creencias del futuro profesor pueden perdurar (ítem 4), además, se considera que la actitud del futuro profesor puede ser transformable (ítem 8).

**Creencias sobre el aprendizaje:** por lo señalado anteriormente, interpretamos que Miguel muestra rasgos de creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas **platónicas**, puesto que se favorece la recepción y construcción activa de la comprensión por parte del futuro profesor de matemáticas. A su vez, muestra rasgos de una tendencia didáctica **espontaneísta**, en donde se interesa por la motivación y actitudes de los futuros profesores de matemáticas.

En lo que respecta al **papel del alumno**, por las declaraciones de Miguel en los ítems 17 y 25 entendemos que los futuros profesores participan indirectamente en el diseño didáctico a través de sus reacciones. En cuanto a la clave de transferencia de la enseñanza y el aprendizaje, según lo señalado por Miguel en los ítems 1 y 5 los buenos resultados de aprendizaje están mediados por la motivación por el saber hacer y el saber actuar, así mismo, se considera que tanto el formador como el futuro profesor pueden aprender del proceso formativo (ítem 22), por lo que interpretamos que, la responsabilidad de aprendizajes puede ser compartida entre ambos.

En cuanto a la labor del futuro profesor de matemáticas, Miguel señala que este debe ser crítico y reflexionar sobre su quehacer (ítem 8), debe de realizar heurísticas para descubrir la solución a situaciones problema (ítem 21) y, cuestionar a partir del debate la información que se moviliza en el aula (ítem 22). Por lo mencionado anteriormente, nos permitimos interpretar que Miguel muestra rasgos de tendencias didácticas **espontaneísta e investigativa**.

Por otro lado, en cuanto al **papel del formador**, por lo señalado por Miguel en el ítem 19, interpretamos que este induce al futuro profesor, procurando que al explicar los contenidos



matemáticos se haga por medio de la aplicación de los mismos, además, se promueve que los futuros profesores de matemáticas participen de las actividades planeadas para analizar sus reacciones (ítem 21), a su vez, se intenta favorecer la investigación en educación matemática (ítem 26). Lo señalado por Miguel en el ítem 18, podemos interpretar que, en aula, este actúa como un técnico del contenido y del diseño didáctico, en cuanto a la validación de la información que se moviliza en el aula, por lo señalado por Miguel en los ítems 23 y 26, el formador de forma implícita valida la información corrigiendo en caso de errores. Dicho lo anterior, interpretamos que Miguel muestra rasgos de tendencias didácticas **técnica y espontaneísta**.

#### **4.2.1.2 Segunda sección del cuestionario: 7 ítems**

En la segunda sección del cuestionario, en donde se indaga sobre las creencias sobre las matemáticas del formador de profesores, Miguel estuvo de acuerdo con los ítems 1, 2 y 7, los cuales son concordantes con creencias de resolución de problemas según los puntos de vista de Ernest (1989), y con el ítem 6; el cual es concordante con una visión instrumentalista de las matemáticas, mientras que, estuvo en desacuerdo con los ítems 3, 4 (visión platónica de las matemáticas), y 5 (visión instrumentalista de las matemáticas).

En las declaraciones que hace Miguel, deja claro que, para él, las matemáticas son creadas por el hombre, *“se crean por necesidad del hombre, de la sociedad”* (ítem 4); están en constante crecimiento, *“las matemáticas no son estáticas”* (ítem 3), e interrelacionadas con otras disciplinas, *“tienen un orden, una estructura formalmente establecida e interconectada con otras disciplinas”* (ítem 5), aunque, son totalmente diferentes a otras disciplinas, *“si, por eso existen las diferentes didácticas. Las matemáticas tratan en sus fundamentos, sobre el rigor y la estructura de los sistemas que la componen y tienen un carácter determinista”*. De este modo, reafirmamos lo evidenciado en la sección anterior, Miguel muestra rasgos de creencias sobre las matemáticas de **resolución de problemas y platónicas**.

#### **4.2.2 Análisis de las videgrabaciones de las clases de Miguel**

Para el análisis de las transcripciones de las grabaciones de dos clases de Miguel, se hizo uso de la adaptación realizada al modelo de Ribeiro (2008) tanto para la organización de la información de las transcripciones, como para la identificación de posibles indicadores de las creencias de Miguel sobre las matemáticas, su enseñanza y el aprendizaje, a partir de lo que como investigadoras interpretamos después de haber observado su actuación en el aula. Cada clase se dividió por episodios, siendo fieles, al momento de transcribir las grabaciones, al orden cronológico en el que se dieron los hechos y como se dieron.

En cada uno de los episodios se identificó el evento que desencadenó la actuación del formador de profesores de matemáticas, el objetivo (declarado o interpretado por las investigadoras) que subyace detrás de la actuación del profesor, además, se describe *grosso modo* lo que sucedió en cada episodio, posteriormente, se muestra de manera general los indicadores de creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, extraídos de cada

episodio, dentro de paréntesis se encuentra la línea de inicio y de fin de la cual se extrae cada indicador a partir de la transcripciones realizadas. La transcripción completa por líneas de cada episodio la puede encontrar en el Anexo 5 de la investigación.

Luego de una revisión detallada de la actuación de Miguel en el aula, se pudieron identificar una serie de indicadores, algunos de ellos ya estaban en el Instrumento CEAM (Climent, 2005), de manera que lo que hicimos fue aterrizarlos al formador de profesores de matemáticas, los cuales están marcados con una viñeta (✓). A su vez, se pudieron identificar nuevos indicadores. A continuación, se muestra el análisis de la clase 1 y 2 de Miguel.

#### **4.2.2.1 Análisis de la clase 1 de Miguel**

##### **[1.1] Introducción al análisis de unidades de estadística y probabilidad de textos escolares (1 - 28).**

**Objetivo general:** Introducir al análisis de unidades de estadística y probabilidad de textos escolares a través de su importancia.

**Evento desencadenante:** Iniciar la clase extendiendo una invitación a asistir a eventos académicos y mostrarles la importancia de analizar textos escolares.

[A, 1.1] Miguel expone la importancia de analizar los textos escolares a través de situaciones que se presentan en el aula, tomando como ejemplo lo sucedido con la educación durante la pandemia por Covid-19.

##### **Creencias**

##### **Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas.**

La asignatura ha de poseer un carácter práctico que permita el desarrollo de competencias para el análisis de textos escolares de matemáticas a los futuros profesores de matemáticas (15 - 17).

##### **Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.**

✓ I2 El formador de profesores de matemáticas organiza los procesos que llevarán al futuro profesor a la adquisición de determinados conocimientos, a partir de su propia investigación (16 - 20).

✓ E2'/ I2' La información que se moviliza en el aula puede provenir del formador de profesores de matemáticas, de los futuros profesores, del libro de texto, entre otros (16 - 25)

##### **Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas.**

El aprendizaje se produce a partir de la participación activa del futuro profesor de matemáticas en las actividades planificadas por el formador de profesores de matemáticas (21 - 24).

El aprendizaje se produce a través de investigaciones que han sido programadas por el formador de profesores de matemáticas (21 - 24).

**Evento de término:** Miguel dio inicio a las exposiciones programadas por los estudiantes.

**[1.2] Argumentación de aspectos relevantes del pensamiento crítico (29 - 31).**

**Objetivo general:** Argumentar aspectos relevantes sobre la exposición de los estudiantes acerca del pensamiento crítico.

**Evento desencadenante:** Exposición de un futuro profesor de matemáticas sobre el pensamiento crítico en las actividades de un libro escolar de grado once.

[A, 1.2] Miguel explica el significado del pensamiento crítico y cómo generar dicho pensamiento en los estudiantes.

**Creencias**

**Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas.**

La asignatura pone de relieve cierto panorama de lo que van a enfrentar como profesores de matemáticas en el aula y se espera dotar a los futuros profesores de matemáticas de ciertas destrezas para enfrentar el trabajo escolar (29 - 31).

**Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.**

El formador de profesores de matemáticas expone los contenidos utilizando estrategias de ejemplificación, planteando interrogantes a los futuros profesores de matemáticas que él mismo resuelve (29 - 31).

**Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas.**

Para que se dé el aprendizaje en el futuro profesor de matemáticas es importante que el formador de profesores de matemáticas ejemplifique cómo generar el pensamiento crítico en los estudiantes (29 - 31).

**Evento de término:** Miguel dio paso para la siguiente exposición de un grupo de futuros profesores de matemáticas.

**[1.3] Argumentación de aspectos relevantes de la exposición del grupo de futuros profesores de matemáticas sobre fenómenos aleatorios y deterministas (32 - 43).**

**Objetivo general:** Argumentar aspectos relevantes sobre la exposición de los futuros profesores de matemáticas sobre fenómenos aleatorios y deterministas.

**Evento desencadenante:** Exposición de un grupo de futuros profesores de matemáticas sobre fenómenos aleatorios y deterministas en las actividades de un libro escolar de sexto grado.

[A, 1.3] Miguel explica el significado de fenómenos aleatorios y deterministas, además, da algunas sugerencias a los futuros profesores sobre cómo trabajar dicho tema con sus futuros estudiantes.

#### **Creencias**

##### **Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas.**

- ✓ E5 Interesa la adquisición de conceptos y significados de los contenidos matemáticos escolares (32 - 33).

##### **Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.**

El formador de profesores de matemáticas capacita a los futuros profesores de matemáticas para enseñar matemáticas (34 - 35).

##### **Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas.**

- ✓ E13/I13 La capacitación del futuro profesor de matemáticas puede ser modificada (34 - 35).

**Evento de término:** Miguel dio paso para la siguiente exposición de un grupo de futuros profesores de matemáticas.

#### **[1.4] Argumentación de aspectos relevantes de la exposición del grupo de futuros profesores de matemáticas sobre probabilidad (44 - 48).**

**Objetivo general:** Argumentar aspectos relevantes sobre la exposición de los futuros profesores de matemáticas sobre probabilidad.

**Evento desencadenante:** Exposición de un grupo de futuros profesores de matemáticas sobre probabilidad en las actividades de un libro escolar de grado once.

[A, 1.4] Miguel habla sobre la complejidad de la probabilidad en el trabajo escolar.

#### **Creencias**

##### **Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas.**

La matemática escolar requiere de un cúmulo de conocimientos que le permita al futuro profesor de matemáticas confrontar el trabajo escolar (44 - 47).

##### **Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.**

El formador de profesores de matemáticas genera cierta inquietud en los futuros profesores de matemáticas sobre los conocimientos que ya poseen y los que les hacen falta para poder afrontar el trabajo escolar (44 - 47).

##### **Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas.**

Para que se dé aprendizaje, es necesario mostrar a los futuros profesores de matemáticas la complejidad de los contenidos matemáticos escolares (44 - 47).

**Evento de término:** Miguel dio paso para la siguiente exposición de un grupo de futuros profesores de matemáticas.

**[1.5] Comentar el análisis de las unidades de estadística de los libros escolares hasta el momento (49 - 52).**

**Objetivo general:** Comentar aspectos positivos y negativos de las unidades de estadística de los textos escolares analizados por los futuros profesores de matemáticas.

**Evento desencadenante:** Exposición de un grupo de futuros profesores de matemáticas sobre probabilidad en las actividades de un libro escolar de séptimo grado.

[A, 1.5] Miguel hace un comentario sobre lo evidenciado en el análisis de las unidades de estadística de los textos escolares en las exposiciones de los futuros profesores de matemáticas.

#### **Creencias**

##### **Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas.**

Interesa generar una actitud crítica frente a la matemática escolar que se muestra en los libros de texto (49 - 50).

##### **Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.**

✓ TR16 La actividad que se genera en el aula permite que los futuros profesores de matemáticas se responsabilicen de su propio aprendizaje (49 - 52).

##### **Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas.**

✓ TE10 Para aprender, al futuro profesor de matemáticas le basta entender, la información o el conocimiento que proviene de sí mismo, de sus compañeros, o del formador de profesores de matemáticas (49 - 52).

**Evento de término:** Miguel dio paso para la siguiente exposición de un grupo de futuros profesores de matemáticas.

**[1.6] Comentar la posibilidad de investigar a partir de lo aprendido en clases (53 - 55).**

**Objetivo general:** Comentar aspectos positivos de lo desarrollado en clases, para ser aprovechado en la realización de futuras investigaciones.

**Evento desencadenante:** Exposición de un grupo de futuros profesores de matemáticas sobre las actividades de un libro escolar de noveno grado.

[A, 1.6] Miguel hace un comentario sobre el aprovechamiento de las clases por parte de los futuros profesores de matemáticas para realizar investigaciones interesantes.

#### **Creencias**

##### **Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas.**

Interesa promover la investigación científica en los futuros profesores de matemáticas (53 - 55).

**Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.**

Las actividades que se realizan en el aula permiten que los futuros profesores de matemáticas utilicen lo aprendido en clases para realizar investigación científica (53 – 55).

**Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas.**

La actitud del alumno frente a realizar investigación científica puede ser modificada (53 – 55).

**Evento de término:** Miguel dio paso para la siguiente exposición de un grupo de futuros profesores de matemáticas.

**[1.7] Recomendaciones a los futuros profesores de matemáticas al trabajar estadística con sus futuros estudiantes (56 – 63).**

**Objetivo general:** Comentar aspectos relevantes a tener en cuenta al impartir clases de estadística. Dar el cierre de la clase.

**Evento desencadenante:** Exposición de un grupo de futuros profesores de matemáticas sobre las actividades de un libro escolar de séptimo grado.

[A, 1.7] Miguel hace algunas recomendaciones a los futuros profesores de matemáticas al trabajar estadística en el aula de clases, a partir de lo que se muestra en el libro de texto escolar.

**Creencias**

**Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas.**

La asignatura debe ser de utilidad al futuro profesor de matemáticas en el trabajo escolar, posibilitando la formación de una actitud crítica y lógica ante la información que se muestra en los libros de texto escolares (56 – 58).

**Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.**

Hay cierta tendencia a poner en juego métodos, recursos, ejemplos que pueden ser potencializados por el futuro profesor de matemáticas en el trabajo escolar (59 – 61).

**Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas.**

El formador de profesores de matemáticas debe promover la curiosidad de los futuros profesores de matemáticas en cuanto a plantear por sí mismos ejercicios o situaciones problema reales a sus futuros estudiantes (61 – 62).

Durante el proceso formativo del futuro profesor de matemáticas resulta importante la adquisición de competencias para el análisis de textos escolares (61 – 62).

**Evento de término:** Terminó la clase.

#### 4.2.2.2 Análisis de la clase 2 de Miguel

##### **[2.1] Aclaración de la diferencia entre aleatoriedad y la probabilidad (1 - 13).**

**Objetivo general:** Aclarar a los estudiantes por medio de la historia la diferencia entre aleatoriedad y probabilidad.

**Evento desencadenante:** Pregunta de un futuro profesor en medio de la exposición de un grupo de futuros profesores de matemáticas sobre la diferencia entre aleatoriedad y azar.

[A, 2.1] Miguel menciona las sutiles diferencias entre aleatoriedad y azar haciendo uso de algunos ejemplos, y lo señalado en artículos de investigación.

##### **Creencias**

##### **Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas.**

Interesa la adquisición de conceptos y significados por medio del ejemplo (1 - 6).

##### **Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.**

Una “buena enseñanza” no permite crear confusiones en los futuros profesores de matemáticas por lo que a determinados interrogantes lo mejor es que el formador de profesores de matemáticas sea quien resuelva los interrogantes de los estudiantes (1 - 6).

##### **Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas.**

Para que se dé aprendizaje en los futuros profesores de matemáticas resulta importante mostrar las diferencias y relaciones entre los contenidos matemáticos que se trabajan en el aula (7 - 13).

**Evento de término:** El grupo de futuros profesores de matemáticas que estaba exponiendo continuó con la exposición.

##### **[2.2] Dar a conocer un poco de la historia detrás del concepto de aleatoriedad (14 - 17).**

**Objetivo general:** Mostrar a los estudiantes un poco de la historia del concepto de la aleatoriedad.

**Evento desencadenante:** Término de la exposición de un grupo de futuros profesores de matemáticas sobre aleatoriedad y azar.

[A, 2.2] Miguel da a conocer *grosso modo* la historia detrás del concepto de la aleatoriedad.

##### **Creencias**

##### **Creencias sobre la naturaleza de las matemáticas.**

La asignatura debe incluir el componente histórico de los diferentes conceptos que se trabajan en el aula para una mayor claridad por parte del futuro profesor de matemáticas (14 - 17).

##### **Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas.**

La explicación del formador de profesores de matemáticas debe incluir aspectos históricos de los contenidos matemáticos que más se le dificulta entender a los futuros profesores de matemáticas (14 - 17).

El formador de profesores de matemáticas expone los contenidos, pero no en su fase final, sino que alienta al futuro profesor de matemáticas a seguir indagando, en aquellos aspectos matemáticos que no se pudieron resolver en clases (18).

**Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas.**

Para que se dé aprendizaje, la información que se moviliza en el aula debe incluir aspectos históricos de los contenidos matemáticos que más se le dificulta aprender a los futuros profesores de matemáticas (14 - 17).

**Evento de término:** Terminó la clase.

#### **4.2.3 Resumen de lo observado en las clases de Miguel**

En las observaciones realizadas a la clase 1 y 2 de Miguel, la actividad realizada por este en el aula, se caracteriza por el protagonismo por parte de los futuros profesores de matemáticas, en donde a partir de las asignaciones que hacia el formador, pasaban según el orden que este les iba indicando, a exponer el análisis realizado a las unidades de estadística de los libros de texto escolar, de forma individual o grupal, luego, Miguel intervenía en medio o al final de la exposición a desarrollar un poco más lo explicado por los estudiantes, haciendo uso de la historia del objeto en cuestión, y de ejemplos o situaciones problema que se pueden encontrar en el aula los futuros profesores y cómo abordar dicho problema.

Es decir, la actividad se caracteriza por la reiteración de actividades propuestas por el formador de profesores de matemáticas; emplea ejemplos de aplicación de situaciones con las que se puede topar el futuro profesor en la cotidianidad del trabajo escolar; se interesa por la adquisición de competencias en los futuros profesores de matemáticas para el análisis de textos escolares; el formador, el futuro profesor y el libro de texto son fuente importante de la información que se moviliza en el aula. Se sigue una programación prescrita de antemano, según los objetivos de la asignatura.

La asignatura está orientada hacia la adquisición de competencias, habilidades, y métodos, interesa el origen y la evolución de los objetos matemáticos estudiados; la estadística se muestra desde una doble perspectiva, determinista y aleatoria; la finalidad de la asignatura es de carácter práctico y formativo, se pretende favorecer el pensamiento crítico de los estudiantes. De acuerdo con las observaciones realizadas, se percibe, un aprendizaje colaborativo, en donde el formador asigna un tema y da ciertas pautas, pero el futuro profesor decide cómo desarrollarlo; el aprendizaje surge de la participación activa del futuro profesor de matemáticas



en procesos inductivos, se interesa por conocer las ideas de los estudiantes a partir de las actividades propuestas.

La interacción del futuro profesor de matemáticas con el formador, está mediada por el contenido de la asignatura, favoreciendo diversas formas de agrupamiento entre los futuros profesores de matemáticas. El dinamizador del aprendizaje, son los intereses de los futuros profesores de matemáticas por el contenido y el trabajo escolar. En cuanto al papel del futuro profesor, este participa en las actividades planeadas por el formador, la responsabilidad de aprendizajes es compartida, en donde el futuro profesor participa activamente en cada actividad, sin ceder espacios para la reflexión sobre la acción del mismo.

En lo que respecta al papel del formador de profesores de matemáticas, Miguel organiza los contenidos y actividades a desarrollar en el aula, mediante la exposición de los mismos, procurando que sea interesante y provechoso para el futuro profesor en su ejercicio posterior como profesores de matemáticas. Ante determinados interrogantes, aunque fueron muy pocos, la información era validada por Miguel aún y cuando los estudiantes exponían el contenido.

#### **4.2.4 Análisis de la entrevista a Miguel**

Las declaraciones de Miguel en la entrevista dan cuenta de la influencia que tuvo de otros formadores de profesores de matemáticas, en cuanto al querer ser profesor de matemáticas y el acercamiento con los estudiantes de educación básica, de bachillerato y de nivel superior fortaleció su amor por la docencia, por la educación, específicamente por la educación estadística.

**Miguel:** (...) Digamos que, mayormente se aceleró ese amor hacia la docencia y hacia la manera de formar, por digamos, un par de docentes también relacionados con la educación estadística, con quienes estuve muy cercano, su manera de ver la educación, su manera de ver, en particular, la educación estadística y, bueno, claro, no puedo dejar de lado mis profesores como tal del área de Educación Matemática, y pues bueno, de ahí en adelante todo lo relacionado con la maestría también, y, sobre todo, ya la docencia en acto te da muchas herramientas en acto como tal, estar en contacto con los estudiantes (...).

Miguel, señala en sus declaraciones que, hay puntos en común en la manera de enseñar matemáticas en la escuela, y la forma de enseñar a enseñar matemáticas a un futuro profesor, sin embargo, también existen diferencias, puesto que, en los colegios se está sujeto a los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional en Colombia, a diferencia de la educación superior, en donde se puede tener un poco más de libertad. En cuanto a la formación de profesores de matemáticas, se intenta reproducir aquellas situaciones a las que se van a enfrentar en el aula, involucrando aspectos de la didáctica, y el contenido matemático debe ser más riguroso que el de la escuela.

**Miguel:** Sí claro, vale, en educación superior y como formador de licenciados en matemáticas, mis estudiantes van a ser profesores de matemáticas, digamos que debo tener cierto

tacto, en el sentido que un objeto matemático está relacionado con una historia, con una didáctica, tal vez, con una tecnología y digamos que la rigurosidad, pues debe aparecer por supuesto con mayor ahínco que en los Colegios, sin embargo, en ambos lados tanto en un colegio como en una universidad, en lo que si hay como intersecciones es en el aspecto de lo útil, de utilizar los contextos, de que la matemática también es un poder político que tenemos nosotros para tomar decisiones, para el conglomerado de la sociedad, eso lo hago en ambos ámbitos (...).

(...) Y en la universidad, pues bueno, es un poquito más amplio el panorama, no hay como tanto encasillamiento y digamos que me enfoco más a ese campo de batalla que van a tener los chicos, y digamos reproduzco situaciones reales con que se van a enfrentar ellos y lo que te decía, reconocer los objetos, esa herencia o esa carga histórica, la importancia que tiene que ver todos los aspectos de la Didáctica de las Matemáticas, no tanto lo de la pedagogía, vamos algo más general, y bueno y la formalización que en los cursos disciplinares, cuando los tengo a cargo pues tiene que aparecer (...).

Miguel, señala en sus declaraciones que, su papel como formador de profesores de matemáticas es el de facilitador y mediador de las situaciones problema, a las que los futuros profesores se van a enfrentar en el aula, y un ejemplo para ellos. Además, señala que, su manera de enseñar fue cambiando, a medida que fue adquiriendo experiencia, a un modelo en donde todos pueden aprender.

**Miguel:** (...) yo lo veo como un orientador, un facilitador y un promotor de situaciones que probablemente mis estudiantes vayan a tener y algunas soluciones que se pueden dar, tampoco es un recetario porque serían infinitos problemas que se pueden presentar, pero, sí categorizarlos con algunos objetos matemáticos (...).

(...) no siempre fue así, mi visión de docente cambió, inicialmente, pues aparentemente era yo quien tenía ese dominio en el aula, como esa superioridad, por decirlo de alguna manera, pero poco a poco la misma educación, el mismo trabajo en acto, me llevó a replantear estos si se puede llamar modelos de enseñanza, en donde aprendemos todos, en donde es una relación un poquito más horizontal que vertical, y digamos se pueden generar también aprendizajes, por supuesto de parte del docente con los estudiantes sobre todo (...).

(...) uno es un , es un molde, es un ejemplo también, el que está allí adelante ha de tener cierta experticia, no ser el más experto, pero sí de tener cierta experticia para poder manifestar al estudiante (...).

Miguel, señala que enseñar a enseñar matemáticas es más complejo que enseñar matemáticas, puesto que, en lo primero intervienen factores humanos, mientras que en el segundo se está más centrado al tecnicismo, a la adquisición de unos conocimientos y competencias, que están mediados por unos lineamientos, sobre todo en el ámbito de los colegios, por lo que no encuentra inconveniente que el enseñar matemáticas a nivel superior esté a cargo de los matemáticos.

**Miguel:** Bueno, toda mi, digamos mi formación más que a enseñar matemáticas, he dedicado mucho más tiempo a enseñar a enseñar matemáticas, digamos que, el enseñar matemáticas, aunque lo hacemos nosotros los que hemos sido formados en Licenciatura de Matemáticas, pero sobre todo se la deberíamos de dejar más al que va a hacer ese uso neto puro de las matemáticas (...).

(...) hoy por hoy digamos y que estoy en los dos medios estoy formando a los chicos de los colegios, hay trato un poquito de enseñarles matemáticas, porque no les puedo enseñar a enseñar matemáticas porque no es un colegio aquí se le llama un colegio normalista, sino que, pues tiene que tener unos conocimientos básicos dados por los lineamientos curriculares en donde se dice que el estudiante no va a ser matemático, ni un estadístico, pero sí debe tener unas competencias básicas (...).

(...) es mucho mayor enseñar a enseñar, que enseñar sobre la disciplina, que en última se vuelven con una fuerte carga hacia las técnicas, el tecnicismo, pero enseñar a enseñar interviene ese factor humano, esa parte emocional, interviene el estar con el otro, la persona, la humanidad, entonces es un poco más denso claro está.

Miguel, considera que aprender matemáticas y aprender a enseñar matemáticas es muy complejo, puesto que intervienen muchos factores y, en algunos casos, factores externos, como las necesidades humanas y fisiológicas de los estudiantes. Además, señala que, para aprender a enseñar matemáticas, se necesita de un equilibrio entre saber matemáticas y saber enseñar matemáticas, tener uno de los dos no es suficiente.

**Miguel:** De todas formas para el futuro docente, para el futuro licenciado se hace necesario, de todas formas ambas tiene que, o sea, digamos que el profesor de matemáticas no solamente debe ser un profesor, lo decía el profesor Vasco en una de sus conferencias, no es suficiente con saber matemáticas para enseñar, pero tampoco es suficiente saber enseñar matemáticas para enseñar matemáticas nada más, digamos, que se necesitan de ambas, es un equilibrio, y el licenciado como tal, el profesor que va a ser profesor de matemáticas debe poder tener ese equilibrio (...).

(...) el aprender matemáticas y el aprender a enseñar matemáticas, son dinámicas o constructos difíciles vaya (...), y el docente aprende no solamente por su paso por la universidad ese es un primer escalafón, porque el real campo de batalla está fuera y está en el salón de clases, de nada te sirve una teoría muy romantizada (...) hay muchas otras cosas cuando al frente tienes un estudiante con hambre, con necesidades, un estudiante que vive sin padres, un estudiante que no ha comido, que está enfermo, que tiene que trabajar, que tiene que pensar en llevar su sustento a la casa, y entonces uno se replantea todo lo que aprendió de todas estas teorías de Vygotsky, Chevallard, Brousseau, en fin, de qué me sirve.

En sus declaraciones, Miguel fue muy claro en su postura respecto a la naturaleza de las matemáticas y de la resolución de problemas en la enseñanza de la misma:

**Miguel:** Yo considero que las matemáticas son un constructo social, las matemáticas han surgido por necesidad del hombre, es una visión no tan platónica en mi caso, y eso motiva a que cada vez se puedan ir necesitando de otros constructos matemáticos y, así mismo,

van avanzando las matemáticas, las matemáticas no son estáticas, no están quietas, y hablo de matemáticas de manera muy general, y como tal el hombre va creando necesidades (...).

(...) las situaciones problemas, la resolución de problemas como tal, vista como un real problema y no como un ejercicio es lo que yo creo que puede posibilitar al estudiante a ir más allá, en el momento en el que los docentes, y me incluyo, dejemos de hacer tantos ejercicios y realmente resignificar lo que es un problema yo creo que la educación se podría cambiar, lo que pasa es que en estos afanes de cumplir con notas, de cumplir con contenidos, de cumplir con un programa, pues es fácil hacer ejercicios y salir al paso, pero un problema en donde no solamente se resuelva con las matemáticas, sino que, se resuelva también con ayuda de otras ciencias eso es un problema, porque así son los problemas de nuestra vida, los problemas de nuestra vida no se resuelven solamente con un único objeto matemático (...).

Lo señalado por Miguel en la entrevista, muestra que, su modelo de enseñanza ha sufrido cambios gracias a la experiencia que ha ido adquiriendo, para dicho formador, en el proceso de enseñanza y aprendizaje todos pueden aprender, y la responsabilidad de aprendizajes es compartida entre el formador y el futuro profesor. Sin embargo, reconoce que existen ciertos factores internos, propios de los estudiantes, y externos, que involucra su contexto, su parte afectiva que dificultan dicho proceso, tanto en la escuela, como en la formación de futuros profesores de matemáticas.

Lo evidenciado en el análisis de la entrevista de Miguel, es coherente con lo encontrado en el análisis del cuestionario y de la observación del mismo, puesto que, se muestran rasgos de creencias sobre las matemáticas de resolución de problemas, con una cierta pincelada, de indicios platónicos de la misma. En lo concerniente a creencias sobre la enseñanza de las matemáticas, se observa, ciertos rasgos de creencias instrumentalistas y de resolución de problemas, puesto que se le da gran relevancia a la resolución de problemas, sobre todo en la formación de profesores de matemáticas, sin embargo, debido a aspectos curriculares en la escuela se favorece mayormente el tecnicismo, la ejercitación.

En cuanto a creencias sobre el aprendizaje de dicha disciplina, muestra rasgos de creencias platónicas puesto que, en los tres instrumentos analizados, se observó cierto énfasis en la construcción activa de la comprensión de los futuros profesores de matemáticas, en donde estos últimos se convierten en una fuente importante de información en el aula. De este modo, se reafirma lo señalado anteriormente, Miguel muestra rasgos de distintas tendencias didácticas, en su mayoría espontaneísta. Sin embargo, se observan algunas inconsistencias entre lo manifestado por Miguel en el cuestionario y la entrevista con su actuación en el aula.

### **4.3 Resultados y discusiones**

#### **4.3.1 Resultados de la investigación**

En este apartado, se muestran los resultados de la investigación, atendiendo al perfil de los dos formadores de profesores de matemáticas que hicieron parte del estudio. Para explicar lo mejor posible cada caso y dar respuesta a nuestra pregunta de investigación, recurrimos a lo evidenciado en el cuestionario, las grabaciones, y la entrevista, haciendo una triangulación de dichos instrumentos. Para contextualizar al lector, recordemos el perfil de nuestros casos.

Fernando es un formador de profesores de matemáticas experimentado, con más de 20 años de experiencia en la formación de docentes, 13 de ellos dedicados a la formación de profesores de matemáticas, cuya formación, es de docente en primaria con especialidad en secundaria, cuenta con un Máster en Investigación e inició un doctorado el cual no culminó. Miguel es un formador de profesores de matemáticas, es licenciado en matemáticas; cabe aclarar que, en Colombia las licenciaturas son ofertadas por instituciones de educación superior, cuyo enfoque es la formación de profesores; además, es Maestro en Educación Matemática, y tiene 8 años de experiencia como formador de profesores de matemáticas, al momento de realizar la investigación, dicho formador, se encontraba en activo.

Ambos casos se consideran una fuente de información rica, además, siempre estuvieron dispuestos a brindarnos la información requerida, motivo por el cual fueron tenidos en cuenta en el estudio. A continuación, se muestran las creencias extraídas a partir de las declaraciones de los dos casos en el cuestionario y en la entrevista, no se tuvo en cuenta las grabaciones puesto que solo a uno de los formadores nos fue posible observar su clase.

**Tabla 13**

*Creencias de los dos casos*

Creencias	Fernando	Miguel
<b>Creencias sobre las matemáticas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La matemática es una creación humana.</li> <li>• Son una forma de pensar y de actuar.</li> <li>• Tiene sus peculiaridades, pero no es totalmente distinta a las otras ciencias.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Las matemáticas son un constructo social.</li> <li>• Son saber hacer, son diálogos, críticas, conjeturas.</li> <li>• Son totalmente distintas a otras ciencias.</li> </ul>
<b>Creencias sobre la enseñanza de las matemáticas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Enseñar matemáticas es propiciar el reacomodo de estructuras de conocimiento.</li> <li>• Para enseñar matemáticas se deben crear ambientes de reto en el aula, de resolución de situaciones problema sin temor al error, teniendo en cuenta las necesidades de los estudiantes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Enseñar matemáticas es propiciar la adquisición de competencias, habilidades, técnicas, reglas, destrezas.</li> <li>• Para enseñar matemáticas se debe tener en cuenta el contexto de los estudiantes, sus necesidades humanas.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se requiere ser un experto en la enseñanza y en la didáctica, y dominar ampliamente los contenidos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se necesita tener un equilibrio entre saber enseñar matemáticas y saber matemáticas.</li> </ul>
<b>Creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprender matemáticas es un derecho para todos, implica hacer matemáticas, resolver situaciones problema con confianza, de diferentes formas, pensar, reflexionar.</li> <li>• Para aprender matemáticas es necesario enfrentarse a la tarea, a las situaciones problema con sus propios conocimientos para reacomodarlos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aprender matemáticas es un constructo complejo, implica hacer heurísticas, argumentar.</li> <li>• Para aprender matemáticas el estudiante debe poder resolver problemáticas de su ser y de su contexto que dificultan su aprendizaje, se debe estar motivado, y con una actitud activa.</li> </ul>
<b>Papel del formador de profesores de matemáticas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El formador de profesores de matemáticas es un resolutor de situaciones problema, un hacedor de matemáticas, un ingeniero del contenido, y un director del diseño didáctico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El formador de profesores de matemáticas es un orientador, un guía, un facilitador de situaciones problema del contenido, y de la enseñanza a las que muy posiblemente se van a enfrentar los futuros profesores de matemáticas.</li> </ul>
<b>Papel del futuro profesor de matemáticas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El futuro profesor de matemáticas es un ser pensante, con necesidades e intereses, capaz de resolver situaciones problema a su ritmo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El futuro profesor de matemáticas es un ser que toma decisiones, con problemáticas y necesidades. Comparte con el formador la responsabilidad de adquirir aprendizajes.</li> </ul>

En cuanto a las *creencias sobre las matemáticas*, en el caso de Fernando, su visión al respecto es totalmente coherente con una visión de resolución de problemas (Ernest, 1989), en cuanto a Miguel, su visión acerca de las matemáticas era un poco contradictoria y tiene aspectos de resolución de problemas y platónicas/instrumental (Ernest, 1989).

La visión platónica de Miguel acerca de las matemáticas, era coherente con su forma de enseñar en el aula, puesto que se favorecía la construcción activa de los conocimientos por parte del futuro profesor para la adquisición de aprendizajes, con cierto énfasis en la comprensión conceptual. En sus clases, era notoria la responsabilidad de aprendizajes por

parte del futuro profesor, quienes se encargaban de socializar a sus compañeros lo evidenciado en los análisis de los libros de texto escolares.

Por parte de Miguel, no se evidenció el interés por generar inquietudes o debates entre los estudiantes, tampoco se evidenciaron espacios para la reflexión por parte del futuro profesor, ni la resolución de situaciones problema de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. De este modo, a pesar de tener aspectos de una visión de resolución de problemas de las matemáticas, su forma de enseñar no era coherente con esta visión.

Fernando, por su parte, expresó su preferencia por actividades que promuevan el “hacer matemáticas”, en donde lo fundamental para el aprendizaje de la disciplina, es enfrentarse a la tarea o situación problema (actuales, reales), por lo que consideraba que, el proceso formativo, debe estar centrado en el futuro profesor, en consecuencia, buscaba un punto de equilibrio entre el contenido matemático, las necesidades del futuro profesor de matemáticas, y su rol como formador, por lo que aspectos directivos, como la programación u objetivos de la asignatura, no parecían tener influencia en el comportamiento de Fernando en el aula, según lo señalado por este.

Para Fernando, el formador debe poder realizar las adecuaciones curriculares correspondientes, de acuerdo a las necesidades de los futuros profesores de matemáticas, por lo que los contenidos no pueden estar preestablecidos ni en cantidad ni en forma. Miguel, en sus declaraciones, señala la importancia del cumplimiento de lo que se establece en los lineamientos curriculares, en cuanto a cantidad y forma, aunque reconoce que no siempre se puede seguir una estricta secuencia, puesto que pueden surgir imprevistos con el contenido y con los futuros profesores que no permiten ese tratamiento lineal de los contenidos.

En ambos casos, se reconoce la complejidad de enseñar matemáticas y enseñar a enseñar matemáticas a los futuros profesores de matemáticas. Algo que llamó nuestra atención fue la discrepancia entre quienes pueden impartir las clases de matemáticas en la formación de profesores, a Miguel, por ejemplo, no le disgusta e incluso se muestra a favor de que la asignatura de matemáticas a nivel superior sea impartida por los matemáticos, puesto que enseñar sobre la disciplina está más enfocado al tecnicismo, a la adquisición de unas habilidades y competencias, mientras que enseñar a enseñar matemáticas resulta más complejo, puesto que intervienen factores humanos, emocionales, también mencionó que, el futuro profesor de matemáticas debe tener un equilibrio entre saber matemáticas y saber enseñar matemáticas.

Para Fernando, quien se encarga de la enseñanza de las matemáticas, tanto en la escuela como en la formación docente, no necesariamente deber ser un experto de la disciplina, debe ser un experto en la enseñanza, en la didáctica, para este, hay mucha similitud entre la forma de enseñar matemáticas en la escuela y enseñar a enseñar matemáticas al futuro profesor, en ambos casos se apunta a la creación de ambientes problematizadores. Dicha discrepancia, puede explicarse por los diferentes contextos en cuanto a la formación y expertise de los

formadores, así como el grado de importancia que ambos parecen darle a los lineamientos curriculares.

De este modo, las *creencias sobre la enseñanza de las matemáticas*, en las declaraciones de Fernando, se observa coherencia con creencias sobre la enseñanza centradas en el alumno (Van Zoest et al, 1994), puesto que, prioriza el proponer situaciones problema para que los futuros profesores la resuelvan, con la finalidad de adquirir confianza al resolver problemas y al hacer matemáticas, ya sea de forma individual o grupal, lo cual es coherente con su visión de resolución de problemas de las matemáticas. Miguel, por su parte, muestra rasgos de una visión de la enseñanza centrada en el contenido con énfasis en la comprensión conceptual (Van Zoest et al, 1994).

Cabe señalar que, en las declaraciones de Miguel, se muestra una doble perspectiva, por un lado, le interesa el contenido matemático, pero también se interesa por el rendimiento de los futuros profesores, argumentado que hay factores externos de los estudiantes que pueden influir en su rendimiento, lo cual es característico de una de la enseñanza centrada en el contenido, con énfasis en el rendimiento (Van Zoest et al, 1994). En ambos casos, se estuvo de acuerdo que durante el proceso formativo todos pueden aprender, incluso quien tiene la responsabilidad de enseñar.

Por otro lado, en cuanto a las *creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas*, en sus declaraciones, Fernando menciona la importancia de desarrollar la autonomía en los futuros profesores, en donde el proceso formativo debe estar centrado en ellos y en sus intereses, lo cual es coherente con una visión de resolución de problemas sobre el aprendizaje de las matemáticas (Ernest, 1989). Miguel, por su parte, en sus declaraciones y en lo observado en sus clases, se muestra interés en la construcción activa de la comprensión, en donde los futuros profesores tienen ciertas responsabilidades en la adquisición de aprendizajes, participando activamente en las actividades que se plantean en el aula, cuyas actitudes y motivaciones pueden ser un factor clave en el desempeño y en el actuar de los futuros profesores de matemáticas, lo cual es acorde con una visión platónica del aprendizaje (Ernest, 1989).

En ambos casos, se considera que el *rol del formador de profesores* debe ser el de un guía, un orientador, un facilitador de situaciones problema (reales, actuales) del contenido, de la enseñanza y el aprendizaje, lo cual es coherente con una perspectiva de la enseñanza centrada en el futuro profesor de matemáticas (Van Zoest et al, 1994). En lo que se refiere al *rol del futuro profesor de matemáticas*, para Fernando tanto el formador como el futuro profesor de matemáticas deben ser buenos resolutores de problemas, en donde el futuro profesor debe participar activamente en su rol de hacedor de matemáticas. Mientras que, para Miguel, el rol del futuro profesor de matemáticas consiste en la participación activa de la construcción y adquisición de saberes, participando en las actividades programadas.

En lo concerniente a las tendencias didácticas, basándonos únicamente en lo expresado en el cuestionario y en la entrevista realizadas a ambos casos, interpretamos que el modelo de



enseñanza del formador Miguel, muestra rasgos de varias tendencias a la vez (tecnológica y espontaneísta), mientras que Fernando, en sus respuestas, mostró rasgos de una tendencia didáctica netamente investigativa.

Retomando nuestra pregunta de investigación, ¿Cómo las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje se relacionan con su actuación o comportamiento en el aula?, podemos responder que la relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, que participaron en el estudio, sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula es compleja, son varios los factores que influyen en las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, y en definitiva, éstas pueden tener o no coherencia con su comportamiento en el aula, con las decisiones que se toman durante el proceso formativo de futuros profesores de matemáticas.

En el análisis de la entrevista de ambos casos, se evidencia que, las creencias, de lo que se debe hacer en el aula para enseñar y enseñar a enseñar matemáticas a un futuro profesor, están influenciadas por las experiencias que se tuvieron con sus profesores como estudiante en la escuela y a nivel superior, así mismo, se observó que los formadores de profesores matemáticas con mayor experiencia, se guían más por el instinto de lo que necesitan los futuros profesores que por lo que se señala en los lineamientos curriculares, lo cual parece tener cierta influencia en la manera como se gestionan los contenidos y en el diseño didáctico.

Otro aspecto que parece tener influencia en las creencias de los formadores de profesores de matemáticas y en su actuación en el aula, tiene que ver con la afinidad o no con estudios o teorías de la enseñanza y el aprendizaje, puesto que ambos casos, manifestaron que hay teorías romantizadas, que no concuerdan con lo que sucede realmente en el aula, así mismo, hicieron mención a tener cierta afinidad con algunas otras teorías. Por ejemplo, Fernando en sus declaraciones, mostró tener afinidad con la teoría francesa y con estudios acerca de las dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas, por lo que, en sus clases, según lo señalado por este, procuraba que, los futuros profesores de matemáticas pudieran detectar y distinguir los errores, obstáculos y dificultades que pudieran presentar sus futuros estudiantes.

Miguel, por su parte, mostró afinidad con la educación matemática crítica, lo que parece explicar la gran importancia que da al contexto sociopolítico que puede influir en la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina, de los futuros profesores de matemáticas, así como su rol como motivador en las propuestas que se realizan en el aula, y de la participación activa de los futuros profesores en el desarrollo de las actividades.

Otro aspecto que parece tener relevancia en las creencias de los formadores de profesores de matemáticas y su actuación en el aula, tiene que ver con el perfil profesional de estos formadores, con la interacción con otras comunidades de práctica y con los estudiantes. El perfil profesional de Fernando, corresponde al de un profesor de educación básica primaria y secundaria involucrado en la formación inicial y continua de profesores de matemáticas.

En su camino hasta llegar a ser formador de profesores, según sus declaraciones, pudo compartir sus experiencias con otros formadores que le hicieron reflexionar sobre sus prácticas de enseñanza y cambiarlas, mejorarlas; esto y la interacción con estudiantes de educación básica y con los futuros profesores le permitieron tomar una postura sobre lo que es mejor aprender para el futuro profesor y actuar al respecto, poniendo en el centro del proceso formativo a los futuros profesores de matemáticas y sus necesidades de aprendizaje.

Por otro lado, el perfil de Miguel, responde al de un profesor de educación básica y media, con posgrado para la enseñanza en educación matemática a nivel superior, lo cual le ha permitido desempeñarse en el ámbito de la formación de profesores de matemáticas. En sus declaraciones, mostró tener cierta cercanía con otros formadores que tuvieron cierta influencia en la manera como enseña a enseñar matemáticas a los futuros profesores, además, su cercanía con el ámbito escolar y a nivel superior con los futuros profesores de matemáticas han hecho tomar una postura sobre la enseñanza de las matemáticas y enseñar a enseñar matemáticas a partir de lo que se cree que es mejor que los futuros profesores aprendan.

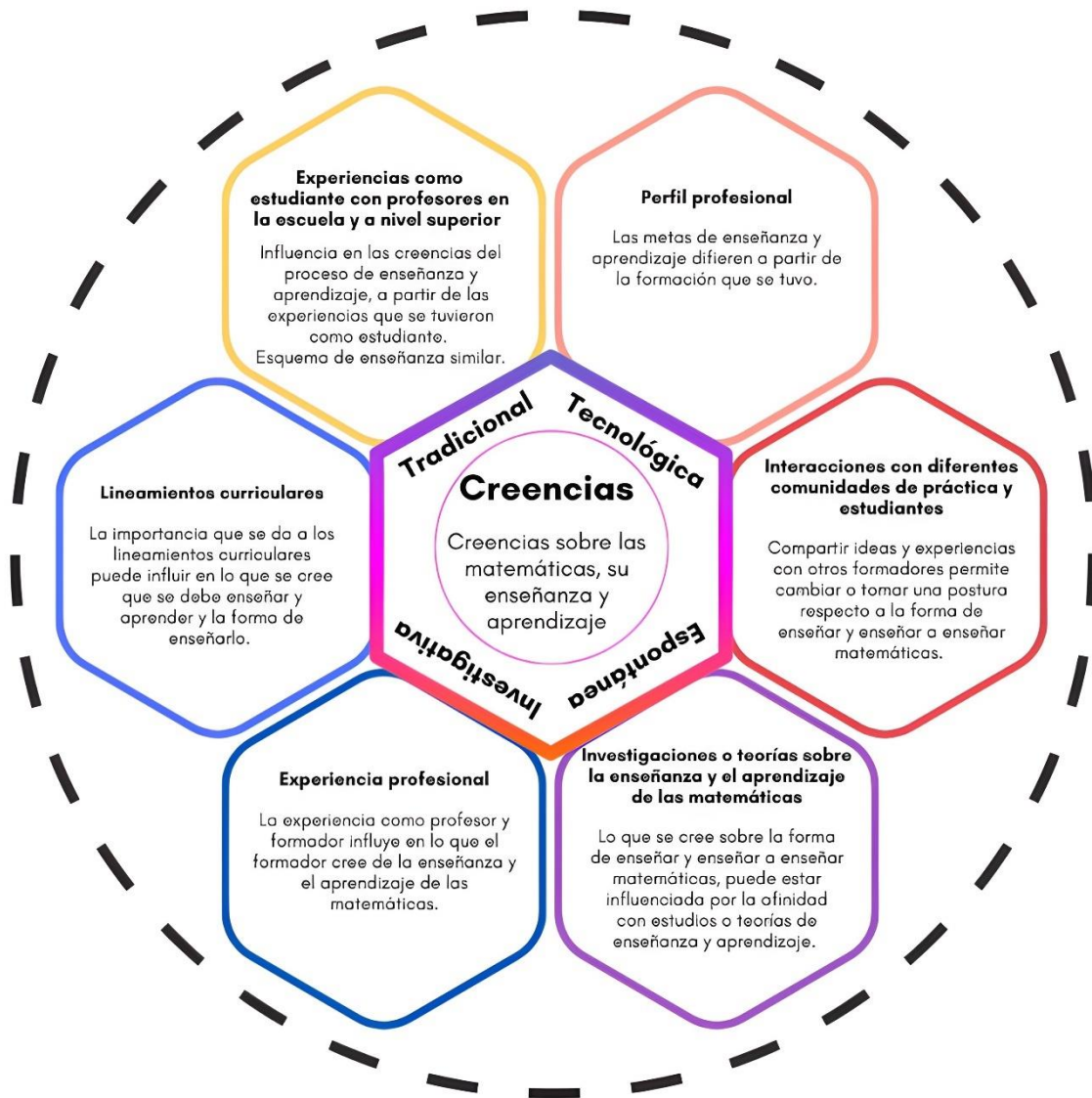
En conclusión, lo señalado hasta aquí da muestras de una relación entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula, en la que intervienen varios factores que hacen que dicha relación pueda ser coherente o no, así mismo, la actuación del formador en el aula determina de una u otra manera un modelo de enseñanza o tendencia didáctica. Cabe señalar, que no se trata de encasillar al formador en una tendencia didáctica en específico, puesto que pueden tener rasgos de varias tendencias a la vez, tampoco se pretende forzar una relación lógica entre las creencias del formador con su actuación en el aula, puesto que tal y como hemos mencionado, parece ser que esta relación es compleja y puede ser coherente o incoherente.

Retomando nuestros antecedentes y nuestro marco teórico, se muestra dicha relación a partir del siguiente esquema (Figura 6). Para ello tomamos en consideración las tendencias didácticas definidas por Porlán (1993): tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa. En el centro del esquema se ubican las creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, y las tendencias didácticas antes mencionadas, las cuales consideramos, tienen relación con las creencias del formador, y con su actuación en el aula.

Es decir, a partir de lo que el formador cree sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, toma decisiones (guiadas por sus creencias) respecto al proceso formativo del futuro profesor de matemáticas, las cuales definen su actuación en el aula, y de forma explícita o implícita determina un modelo de enseñanza o tendencia didáctica. Alrededor de dichas creencias y tendencias se muestran seis aspectos que consideramos tienen influencia en las creencias que forma el formador de profesores de matemáticas, y que, a su vez, influyen en sus decisiones y comportamiento en el aula. El círculo punteado alrededor del esquema, indica la interrelación entre todos los componentes del esquema, además, deja abierta la posibilidad de incluir nuevos factores que influyen en las creencias y en el modelo de enseñanza de los formadores de profesores de matemáticas.

Figura 6

Relación entre las creencias del formador con su actuación en el aula



#### 4.3.2 Discusión de los resultados

En este apartado se muestran las aportaciones que la teoría hace a nuestros datos (Top-Down), se interpretan los resultados a partir de la comparación con estudios previos al tema de investigación.

Solís (2015) señala que las creencias de los profesores universitarios, sobre la enseñanza y el aprendizaje, se forman a partir de las experiencias que se tuvieron con sus profesores en la escuela y en la universidad, lo cual los lleva a repetir esquemas de enseñanza similares y prácticas pedagógicas tradicionales, lo cual concuerda con lo encontrado en el estudio, en donde los dos casos manifestaron que en principio enseñaban de la forma en que a ellos le enseñaron, de forma tradicional y a medida que fueron adquiriendo experiencia y compartiendo con otros formadores pudieron transformar su forma de enseñar y de ver la disciplina.

No es descabellado pensar que, a pesar de lo complejo que es transformar nuestras creencias, la reflexión y confrontación de lo que se cree sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, puede ayudar a los formadores a transformar sus creencias y su actuación en el aula, estudios como el de Zaslavsky y Leikin (2004), Lovin et al. (2012), Dorato (2016), Goos y Benninson (2018) señalan que la colaboración, el diálogo, la reflexión conjunta o individual sobre las creencias y su influencia en sus prácticas y en la de los futuros profesores, entre formadores de profesores de matemáticas, resulta ser beneficioso para el proceso formativo, puesto que contribuye a la transformación de las creencias y prácticas de los formadores.

Es decir, pueda que no siempre las prácticas de los formadores van a ser tradicionales, si se es consciente de las implicaciones de las creencias en sus prácticas de enseñanza, y se involucra en procesos de reflexión profunda en y sobre la práctica se puede lograr transformar esas creencias de enseñanza tradicional a una enfocada a la resolución de problemas, y un mayor crecimiento en su desarrollo profesional.

Por otro lado, en estudios como el de Dávalos et al. (2018), Beswick (2020) y Leikin (2020) se señala que, las diferentes comunidades de formadores de profesores de matemáticas pueden poseer creencias distintivas de su comunidad. Escudero-Ávila et al. (2021), reconocen por lo menos tres comunidades de práctica involucradas en la formación inicial y continua de profesores de matemáticas; matemáticos, didácticos o educadores matemáticos, y profesores de educación básica y media.

Según los planteamientos de Escudero-Ávila et al. (2021), el perfil de Fernando corresponde al de un profesor de educación básica involucrado en la formación inicial y continua de profesores de matemáticas, el cual brinda a sus colegas la oportunidad de reflexionar sobre la práctica, lo cual concuerda con lo manifestado por dicho formador, puesto que fue muy enfático en la importancia de los procesos de reflexión en la formación docente. Leikin (2020) considera que, las creencias de los formadores de profesores que pertenecen a la comunidad de formadores que son profesores en la escuela, se caracterizan por la importancia que se da al conocimiento del contenido escolar, de la didáctica, de los alumnos y al intercambio de experiencias, lo cual es coherente con lo evidenciado en el estudio con el perfil de Fernando.

De igual modo, según Escudero-Ávila et al. (2021), los investigadores en educación matemática (didácticos), ofrecen a los futuros profesores la comprensión y transformación de

los contenidos a matemáticas escolares, para Kilpatrick (1998, p. 5) “el investigador busca interpretar el significado que la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas tienen para los participantes, al vivir dentro del salón de clases, participando o no del proceso de instrucción”. Así pues, el perfil de Miguel, es el de graduado en educación, especialista en educación matemática, que busca orientar, mediar, facilitar a los futuros profesores de matemáticas situaciones del contenido, la enseñanza y el aprendizaje a las que se va a enfrentar en su posterior rol como profesor de matemáticas.

Según Leikin (2020), las creencias de formadores con este perfil profesional se caracterizan por el cambio en los enfoques de instrucción, y en conseguir la comprensión de los alumnos, partiendo del análisis de investigaciones con miras a la reflexión sobre su propia práctica. Sin embargo, en las observaciones realizadas a las clases de Miguel, se mostró cierto énfasis en la comprensión de los futuros profesores, pero no se observó espacios de reflexión sobre la práctica.

Cabe señalar que, según Marshman y Goos (2018) y Marshman (2021), la exposición a diferentes posgrados, que forman el perfil profesional de los formadores de profesores de matemáticas, puede condicionar las creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Dávalos et al. (2018) considera que las creencias son un constructo social, por lo que aquellos formadores que pertenecen a determinada comunidad de práctica, suelen compartir creencias similares entre sí.

Lo cierto es que, cada una de estas comunidades de práctica transmiten diferentes visiones sobre las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje a los futuros profesores de matemáticas, las cuales pueden ser contradictorias, por lo que la interacción y reflexión conjunta de dichas comunidades sobre sus creencias y su práctica resulta beneficioso para el proceso formativo, al tomar una postura conjunta sobre el perfil del futuro profesor, además, ayuda a la transformación de las creencias y por ende de la práctica del formador (Escudero-Ávila et al. 2021, Lovin et al. 2021).

Los dos casos de nuestro estudio, señalaron que la interacción con otros formadores fue un factor clave en la transformación de sus prácticas de enseñanza, centradas en los alumnos, además, hicieron mención a que la cercanía con los estudiantes en el contexto escolar, también tuvo influencia en lo que ellos consideran importante que los futuros profesores de matemáticas aprendan en cuanto al contenido matemático y a cómo enseñarlo. Esto concuerda con lo señalado por Zaslavsky y Leikin, (2004), Bleiler (2015) y Leikin (2020) quienes mencionan que la colaboración entre comunidades de prácticas a cargo de la formación docente, puede ser una forma de desarrollo profesional para los formadores y para los profesores a su cargo.

Otro aspecto importante en las declaraciones de ambos casos, es que se es consciente de la influencia que se tiene en las prácticas de enseñanza de los futuros profesores de matemáticas, a partir del ejemplo, lo cual es coherente con lo manifestado por Krainer et al. (2021), quien considera que los conocimientos, creencias, acciones, etc., de los profesores de matemáticas

están influenciados por los conocimientos, creencias, acciones, etc., de quienes fueron sus formadores.

Por otra parte, Bergsten y Grevholm (2008, como se citó en Goos y Beswick, 2021) consideran que, las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre la enseñanza y el aprendizaje pueden estar influenciadas sobre estudios teóricos e investigaciones, lo cual coincide con lo evidenciado en la investigación, en donde se muestra cierta influencia en las creencias de Fernando, sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, de estudios teóricos e investigaciones, específicamente de la teoría francesa, y estudios sobre los obstáculos, errores y dificultades, se observa además, un rechazo a otras teorías a las cuales llamó “falsas teorías”; en cuanto a las creencias de Miguel, se muestra cierta influencia de la teoría de educación matemática crítica, y considera que algunas teorías son muy romantizadas, y no reflejan lo que realmente sucede en el aula.

Otro de los aspectos que parece tener influencia en las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, está relacionado con la experiencia como profesor en la escuela y como formador de profesores. En investigaciones como la de Solís (2015), Dávalos et al. (2018), se hace mención de la influencia de las experiencias como estudiante en las creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje, Dorato (2016) por su parte, señala que, las experiencias escolares de los formadores de profesores, no solo ayudan a construir ideas sobre la enseñanza y el aprendizaje, sino que, además, influyen en las ideas que se forman respecto a la evaluación, y sobre el trabajo del profesor, sobre cómo enseñar.

Sin embargo, nos parece oportuno tener en consideración la influencia que puede tener en las creencias del formador la expertise adquirida a lo largo del camino, como profesor en el ámbito escolar y como formador de profesores a nivel superior. Bailey-Moreno y Flores-Fahara (2022) señalan que, los profesores universitarios pueden crear un estilo personal de enseñanza, no necesariamente tiene que ser igual al modo en que fueron enseñados, en algunos casos se toman características de enseñanza de sus profesores a partir de experiencias de enseñanza que consideran exitosas o positivas y evitan aquellos métodos que no les gustaban.

Estos mismos autores, mencionan que cuando se enseña, se reflexiona sobre la forma en que se le enseñó, y se toman decisiones sobre incorporar dichos métodos o no en la enseñanza, a partir de la creencia en sus propios resultados de aprendizaje y en lo que se considera adecuado o inadecuado al enseñar. Esto coincide con lo evidenciado en el estudio, en donde los dos casos manifestaron evitar aquellas formas de enseñanza que no les parecían adecuadas, a partir de la experiencia que tuvieron como estudiantes y la que han ido adquiriendo como profesores en la escuela y en la universidad.

Aunado a lo anterior, Dávalos et al. (2018), señala que, los profesores universitarios con mayor experiencia tienden a preocuparse más en relación con los contenidos didácticos y se apegan menos a la programación, mientras que, los profesores universitarios con menor experiencia ponen su atención en la gestión de aula, lo cual es acorde con lo evidenciado en el

estudio, en donde Fernando, quien es un formador de profesores experimentado, en sus declaraciones se muestra a favor de que el diseño didáctico y la programación debe ser algo muy personal, debe responder al estilo propio del formador, sin estar obligado a seguir en cantidad y en forma lo que establecen los lineamientos curriculares.

Miguel, por su parte, es un formador menos experimentado, en sus declaraciones mencionó que, aunque hay aspectos del contenido y de los estudiantes que no permiten un tratamiento lineal de los contenidos, para este resulta importante atender lo que establece el currículo en cuanto a la cantidad de contenido que deben aprender los estudiantes y la forma. Es decir, la importancia que los formadores de profesores de matemáticas dan a los lineamientos curriculares puede influir en lo que se cree que se debe enseñar y en cómo enseñarlo.

Para finalizar, en nuestro estudio consideramos que la relación entre las creencias sobre las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje, del formador de profesores de matemáticas con su comportamiento en el aula es innegable, siempre va a existir, lo que no se puede esperar, es que esa relación sea sencilla o simple, la realidad es que, puede ser ilógica, y pueden determinar o definir varios modelos de enseñanza o tendencias didácticas a la vez, es decir no son unidireccionales.

Como hemos señalado, existen varios aspectos que pueden tener influencias en las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, otro aspecto a tener en consideración, tiene que ver con el contexto, ya que tal y como lo mencionan Ajzen y Fishbein (1980), las creencias deben precisarse en relación al lugar, acción, tiempo y sujeto, por lo que diferentes contextos provocarán diferentes creencias. De este modo, resulta pertinente aclarar que, en la investigación no se pretende hacer comparaciones entre las creencias de los dos casos, puesto que el contexto de los dos informantes del estudio es totalmente distinto.

#### **4.4 Aportaciones del estudio**

A partir de lo evidenciado en el estudio, en los antecedentes, marco teórico, metodología, análisis, resultados y discusiones, consideramos oportuno, refinar los instrumentos utilizados para la recolección y análisis de la información, partiendo de los datos empíricos a la teoría (Bottom-Up).

##### **4.4.1 Instrumento CEAM para formadores de profesores de matemáticas**

Para el refinamiento del Instrumento CEAM, tuvimos en cuenta nuestros antecedentes, la discusión realizada a partir de los resultados, principalmente, los datos empíricos recolectados en el cuestionario, la observación y la entrevista. Los indicadores extraídos a partir de la observación realizada a las clases de uno de los casos (Apartado 4.2.2) fueron incorporados en dicho instrumento, para aterrizarlo al formador de profesores de matemáticas. No se incorporaron más indicadores, se respeta la cantidad de indicadores de Climent (2002). En cursiva se resaltan los aspectos que fueron cambiados del instrumento original (Anexo 1).

#### **Metodología**

**TR1** La actividad del aula se caracteriza por la repetición iterada de ejercicios tipo (*algorítmicos*).

**TE1** La actividad del aula se caracteriza por la repetición de ejercicios o actividades que intentan reproducir los procesos lógicos y, coherentemente, el estudio de los errores por parte de los *futuros alumnos del profesor de matemáticas en formación*.

**E1** Los ejercicios o *tareas propuestas* son sustituidos por una actividad experimental no reflexiva. Hay cierta tendencia a poner en juego métodos, recursos, *ejemplos*, etc. que parecen funcionar en el *contexto escolar*, y pueden ser *potencializados por el futuro profesor de matemáticas en el trabajo escolar*.

**I1** Los *futuros profesores de matemáticas* se enfrentan habitualmente a situaciones para las que no poseen procesos de resolución dados (situaciones problemáticas, ya sean problemas o investigaciones, frecuentemente contextualizadas en problemáticas reales).

**TR2** Explicación del *formador de profesores*, a menudo siguiendo la *programación de la sesión de clase*, como técnica habitual.

**TE2** El *formador de profesores* expone los contenidos, pero no en su fase final, sino simulando su proceso de construcción, apoyado en estrategias expositivas (uso de ejemplos, cuestiones a los *futuros profesores de matemáticas*, uso de material *concreto o tecnológico* para ejemplificar...).

**E2** El formador de profesores propone actividades de *descubrimiento* (propiciando, a menudo, el uso de materiales manipulativos), a través de los cuales se producirá, eventualmente, un conocimiento no organizado. *Alienta al futuro profesor de matemáticas a seguir indagando, en aquellos aspectos que no se pudieron resolver en clases*.

**I2** El *formador de profesores* tiene organizado el proceso que llevará al *futuro profesor de matemáticas* a la adquisición de unos conocimientos determinados, a través de su investigación. *Interesa promover la investigación científica en los futuros profesores de matemáticas*.

**TR2'** La principal fuente de información para el *futuro profesor de matemáticas* la constituyen el *formador de profesores* y el libro de texto.

**TE2'** El libro de texto se ve ampliado por otros materiales donde se encuentra el "conocimiento establecido" (enciclopedias, libros especializados, *artículos de investigación*...). Se mantiene el papel del *formador de profesores* como principal fuente de información.

**E2'/ I2'** La información que se moviliza en el aula puede provenir *del formador de profesores*, de los *futuros profesores de matemáticas*, de *investigadores*, del *libro de texto*, de otras personas que intervengan en el *proceso formativo*, de situaciones cotidianas...

**TR/TE2"** El *formador de profesores* "enseña" para un *futuro profesor de matemáticas* ficticio que identifica con este el "medio" del grupo-clase, homogeneizando el grupo. No se realiza diferenciación individual en el proceso de enseñanza.

**E2"** La actividad que se genera en el aula permite que cada *futuro profesor de matemáticas* la realice según sus posibilidades, contando con la ayuda de sus compañeros. Se atiende implícitamente (no planificado) a la diferenciación individual.



**I2**" Se atiende explícitamente a la diferenciación individual mediante el planteamiento de actividades que permiten el trabajo en distintos niveles y con actividades específicas para cada necesidad.

**TR2**" No se usan materiales manipulativos.

**TE2**" Se usan materiales manipulativos para reforzar, explicar o dar utilidad a la teoría, de manera aislada.

**E2**" Se usan asiduamente materiales variados (*manipulativos y tecnológicos*) sobre todo para motivar a los *futuros profesores de matemáticas* y facilitar su comunicación. Es fundamental que estos los manipulen.

**I2**" Se usan materiales variados como apoyo a y detonante de la investigación matemática y didáctica del futuro profesor de matemáticas, también para apoyar el *reacomodo de sus estructuras de conocimiento*.

**TR3** Los contenidos se identifican con los conceptos, enunciados como objetivos de carácter terminal. El propio tratamiento de contenidos que podrían ser procedimentales los convierte en conceptuales.

**TE3** Se persiguen objetivos terminales y funcionales, poniéndose más énfasis en objetivos procedimentales locales

**E3** Los objetivos sólo definen un marco genérico de actuación (carácter orientativo) y están sujetos a eventuales modificaciones en cuanto al grado de consecución (flexibles).

**I3** Los objetivos marcan claramente las intenciones educativas, pero están sujetos a reformulaciones bien fundamentadas.

**TR4** El *formador de profesores* sigue una programación prescrita de antemano, externa a él y rígida, sin plantearse relaciones entre las unidades.

**TE4** Para el maestro la programación es un documento cerrado, que elabora previamente en función de sus conocimientos (*del contenido matemático, de los futuros profesores de matemáticas, de su experiencia previa en la enseñanza de esos contenidos...*).

**E4** La programación es un documento vivo que, por basarse en los intereses que, en cada momento, manifiestan los *futuros profesores de matemáticas* y en la negociación con ellos, no dispone de una organización inicial.

**I4** El *formador de profesores* dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, pero no está vinculado a un recorrido concreto. Existe una trama que vincula y organiza el conocimiento por la que el *formador de profesores* se mueve dependiendo de los intereses, nivel., de los *futuros profesores de matemáticas*. *Resulta importante mostrar las diferencias y relaciones entre los contenidos matemáticos que se trabajan en el aula.*

### **Concepción de la matemática**

**TR5** La asignatura está orientada, exclusivamente, hacia la adquisición de conceptos y reglas.

**TE5** Interesan tanto los conceptos y reglas como los procesos lógicos que los sustentan.

**E5** *Interesa la adquisición de conceptos y significados de los contenidos matemáticos por medio del ejemplo y el fomento de actitudes positivas (hacia el trabajo escolar y como ciudadano).*

**I5** *Interesan tanto la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia la propia materia, el trabajo escolar en general y como ciudadano, siendo la materia y el trabajo escolar los que determinan el peso específico de cada una de las componentes citadas.*

**TR6/TE6** *La matemática escolar coincide con la que se muestra básicamente en los libros de texto utilizados en la escuela. No se establecen relaciones entre los contenidos.*

**E6** *La matemática inmersa en la problemática real es el único referente de los conocimientos a movilizar en el aula. La matemática escolar requiere de un cúmulo de conocimientos que le permita al futuro profesor de matemáticas confrontar el trabajo escolar.*

**I6** *Se considera que la matemática escolar tiene su punto de partida en la etnomatemática de los futuros profesores de matemáticas y recoge las necesidades socio-políticas, culturales... "Hacer matemáticas" con un carácter formal (con la formalidad que tiene sentido alcanzar durante el proceso formativo) proviene del análisis de lo concreto y lo abstracto. Como contenidos matemáticos escolares se consideran tanto los numéricos, como los geométricos, la medida, el tratamiento de la información y la resolución de problemas, destacando este último.*

**TR/TE6'** *La matemática es exacta y se concibe acabada.*

**E6'** *Se potencia la demostración y aplicación, ligadas a contextos reales, y se concibe en construcción (se construye en el propio contexto de los futuros profesores de matemáticas).*

**I6'** *La matemática muestra su doble perspectiva de exactitud/aproximación dependiendo del contexto y se concibe en construcción. Interesa generar una actitud crítica frente a la matemática escolar que se muestra en los libros de texto.*

**TR7** *La asignatura pone de relieve cierto panorama matemático y didáctico de lo que van a enfrentar como profesores de matemáticas en el aula, se espera dotar a los futuros profesores de matemáticas de ciertas destrezas para enfrentar el trabajo escolar, y para el estudio tanto de otras disciplinas como el estudio futuro de la propia matemática.*

**TE7** *La asignatura ha de tener un carácter práctico que permita su aplicación utilitaria en la vida cotidiana, en el trabajo escolar y como instrumento para el estudio tanto de otras disciplinas como el estudio futuro de la propia matemática y el desarrollo de competencias para el análisis de textos escolares de matemáticas a los futuros profesores de matemáticas.*

**E7** *La asignatura posee un carácter formativo, con objeto de servir de instrumento para un cambio actitudinal del futuro profesor de matemáticas (con respecto a las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje), así como para la adquisición de los valores racionales que le permitan conformar una actitud lógica ante los problemas cotidianos. Para que se dé aprendizaje, es necesario mostrar a los futuros profesores de matemáticas la complejidad de los contenidos matemáticos escolares.*

**I7** *La finalidad última de la asignatura es favorecer el desarrollo de una forma de pensamiento (matemático) que permita al futuro profesor de matemáticas organizar, interpretar y comprender*

la realidad que le rodea, dotándolo de unos instrumentos que le posibiliten el aprendizaje autónomo y *la formación de una actitud crítica y lógica ante la información que se muestra en los libros de texto escolares, e incluir el componente histórico de los diferentes conceptos que se trabajan en el aula.*

### **Concepción del aprendizaje**

**TR8** Se presupone que el aprendizaje se realiza utilizando la memoria como principal recurso, por superposición de unidades de información.

**TE8** El aprendizaje se sigue concibiendo como memorístico, organizándose internamente según la lógica estructural de la materia".

**E8** Se aprende cuando el objeto de aprendizaje, que surge aleatoriamente del contexto, posee un significado para el *futuro profesor de matemáticas*.

**I8** Los objetos de aprendizaje no sólo tienen significado, sino también la capacidad de ser aplicados en contextos diferentes de donde fueron aprendidos, adquiriendo así un carácter móvil a través de una malla conceptual.

**TR9** El único aprendizaje efectivo y correcto es el que proviene de un proceso deductivo (regla general-aplicación a casos particulares).

**TE9** Aunque el aprendizaje pueda comenzar por la observación de un proceso inductivo (de hecho, es así como suele presentar el *formador de profesores* los contenidos en la simulación de su construcción), el verdadero aprendizaje ha de apoyarse en un proceso deductivo.

**E9** El aprendizaje se produce a partir de la participación activa del *futuro profesor de matemáticas* en procesos inductivos.

**I9** El aprendizaje comienza, normalmente, por la observación de regularidades que permiten aflorar una conjetura; pero a esta ha de seguir una comprobación razonable y, en la medida de lo posible, una generalización adecuada (adecuadas tanto la generalización como la comprobación y *demonstración* al nivel de los *futuros profesores de matemáticas*).

**TR10** El *futuro profesor de matemáticas* se hace con los conocimientos por el simple hecho de que el *formador de profesores* se los presente.

**TE10** Para aprender, al *futuro profesor de matemáticas* le basta entender, asimilar el conocimiento que proviene del exterior.

**E10** El aprendizaje se produce, de manera espontánea, cuando el *futuro profesor de matemáticas* está inmerso en situaciones que propician el descubrimiento. *Se propicia la participación activa del futuro profesor de matemáticas en las actividades planificadas por el formador de profesores.*

**I10** El aprendizaje se produce a través de investigaciones que han sido planificadas por el *formador de profesores*. Además, para que se produzca aprendizaje éste debe institucionalizarse.

**TR10'** El *formador de profesores* desea que el *futuro profesor de matemáticas* explicita lo aprendido con la expresión usada por él. No le interesa la idea sino la mecánica. De ahí que no conceda especial importancia a que el *futuro profesor de matemáticas* argumente sus conclusiones.

**TE10'** Es importante que el *futuro profesor de matemáticas* explicita la comprensión de los contenidos (se trata de una verbalización para comprobar que se está produciendo el aprendizaje deseado). La expresión de lo aprendido, con las palabras del *futuro profesor de matemáticas*, muestra el resultado del aprendizaje.

**E10'** Es importante que el *futuro profesor de matemáticas* comunique (más que argumente de un modo más o menos justificado) sus conclusiones.

**I10'** La expresión de lo que aprende por parte del *futuro profesor de matemáticas* es una parte importante del propio proceso de aprendizaje. Es importante, además, que el *futuro profesor de matemáticas* argumente sus conclusiones.

**TR/TE10"** El *futuro profesor de matemáticas* interactúa con la materia y el *formador de profesores*, siendo el último el intermediario entre esta y el alumno. La interacción que se produce entre el *formador* y el *futuro profesor* no es equilibrada, siendo más fuerte el flujo en la dirección *formador-futuro profesor* que la inversa.

**E10"** El *futuro profesor de matemáticas* interactúa con la materia, el maestro y sus compañeros, pero el énfasis se coloca en la interacción con los compañeros y el *formador de profesores*.

**I10"** Los principales elementos del entorno de aprendizaje interactúan entre sí (el *futuro profesor de matemáticas* interactúa con la materia, el *formador de profesores* y sus compañeros) de manera equilibrada.

**TR11/TE11** La única forma de agrupamiento que permite un verdadero aprendizaje es el trabajo individual.

**E11** La forma ideal de agrupamiento que propicia el aprendizaje es el trabajo en grupo, con sus correspondientes debates.

**I11** La forma de agrupamiento aconsejable para la producción de aprendizaje depende de la actividad a desarrollar.

**TR12** La estructura de la propia asignatura, plasmada en la programación, es el dinamizador ideal del aprendizaje.

**TE12** El dinamizador ideal del aprendizaje es la lógica subyacente a los contenidos matemáticos.

**E12** El motor del aprendizaje son los intereses de los *futuros profesores de matemáticas*.

**I12** El dinamizador ideal del aprendizaje es el equilibrio entre los intereses y estructura mental de los *futuros profesores de matemáticas* y los de la matemática.

**TR13/TE13** La capacitación del *futuro profesor de matemáticas* es inalterable y justifica en gran medida los resultados del aprendizaje

**E13/I13** La capacitación del *futuro profesor de matemáticas* puede ser modificada

**TR14** La actitud del futuro profesor de matemáticas hacia la *enseñanza*, el aprendizaje *de las matemáticas* y la *investigación* es raramente transformable.

**TE14** En la actitud del *futuro profesor de matemáticas* hacia la enseñanza, el aprendizaje de las matemáticas, y la investigación hay aspectos que pueden sufrir cambios.

**E14/I14** La actitud del *futuro profesor de matemáticas* hacia la enseñanza, el aprendizaje de las matemáticas, y la investigación puede ser modificada.

#### **Papel del futuro profesor de matemáticas**

**TR15/TE15** El *futuro profesor de matemáticas* no condiciona ni directa ni indirectamente el diseño de las actividades, programación, etc.

**E15** El *futuro profesor de matemáticas* condiciona indirectamente la selección y/o secuenciación de contenidos y objetivos (a través de la negociación de intereses), y en el diseño didáctico (a través de sus intervenciones en el quehacer del aula).

**I15** El *futuro profesor de matemáticas* condiciona directa e indirectamente el diseño didáctico.

**TR16** En los casos en que exista una "buena enseñanza", la responsabilidad de los resultados del aprendizaje (que dependen del grado de sumisión) es exclusiva del *futuro profesor de matemáticas*. La actividad que se genera en el aula permite que los futuros profesores de matemáticas se responsabilicen de su propio aprendizaje.

**TE16** Cuando los procesos de enseñanza se realizan en un contexto adecuado, la responsabilidad del aprendizaje recae en el *futuro profesor de matemáticas*.

**E16** La motivación proveniente de la propia acción es la clave de los buenos resultados del aprendizaje.

**I16** Para que se dé aprendizaje es necesario que el *futuro profesor de matemáticas* otorgue significado a lo que aprende, siendo consciente de su propio proceso de aprendizaje. La responsabilidad del aprendizaje recae en la marcha del proceso completo (con todos los elementos y factores que intervienen en éste).

**TR17** El *futuro profesor de matemáticas* escucha la explicación del *formador de profesores* para poder repetir posteriormente el proceso explicado.

**TE17** El *futuro profesor de matemáticas*, al enfrentarse a cada una de sus tareas educativas, reproduce el proceso lógico mostrado por el formador de profesores, imitando así su estilo cognitivo.

**E17** El *futuro profesor de matemáticas* pasa de actividad en actividad, participando intensamente en cada una de ellas.

**I17** La actividad del *futuro profesor de matemáticas* está organizada (interna o externamente) hacia la búsqueda de respuestas a determinados interrogantes, con miras a la realización de investigación científica y a la generación del pensamiento crítico en los futuros profesores de matemáticas.

**TR18/TE18** Al ser el *formador de profesores* el que proporciona la clave para la repetición/reproducción posterior, es fundamental la atención a este (fuente de información fundamental).

**E18** La actividad del *futuro profesor de matemáticas* no incluye un tiempo para la reflexión sobre su propia acción.

**I18** El *futuro profesor de matemáticas* toma conciencia de qué hace y para qué lo hace.

**TR19** El *futuro profesor de matemáticas* no se plantea procesar la información que proviene del *formador de profesores*, ni en forma ni en fondo.

**TE19** La confianza del *futuro profesor de matemáticas* en lo expuesto por el *formador de profesores*, inducida por la técnica empleada, le impide cuestionarse sobre el fondo del contenido.

**E19** El ambiente dinámico que se propicia en la clase, permite que el *futuro profesor de matemáticas* comunique sus experiencias y sentimientos con el *formador de profesores* y los demás compañeros.

**I19** El *futuro profesor de matemáticas* mantiene una actitud crítica ante las informaciones que se movilizan en el aula.

### **Papel del formador de profesores de matemáticas**

**TR20-23** El *formador de profesores* transmite verbalmente los contenidos de aprendizaje, mediante explicación de lo reflejado en el libro de texto, realizando una reproducción literal de este. Actúa como un especialista en el contenido, *capacita a los futuros profesores de matemáticas para enseñar matemáticas*.

**TE20-23** El *formador de profesores* organiza los contenidos de aprendizaje, los cuales transmite mediante exposición, utilizando estrategias organizativas, de ejemplificación, expositivas que procuran ser atractivas. Actúa como un técnico del contenido y del diseño didáctico. *Plantea interrogantes a los futuros profesores de matemáticas que él mismo resuelve para evitar confusiones*.

**E20-23** Por su marcado carácter humanista y especialista en dinámica de grupos, induce al *futuro profesor de matemáticas* a participar en las actividades que promueve, analizando las reacciones y respuestas a sus propuestas.

**I20-23** El *formador de profesores* provoca la curiosidad del *futuro profesor de matemáticas* en cuanto a *plantear por sí mismos ejercicios o situaciones problema reales a sus futuros estudiantes* conduciendo su investigación hacia la consecución de aprendizajes. Su carácter de experimentador interactivo del contenido y de los métodos le obliga a analizar los procesos en el contexto del aula (investigación - acción). *Genera inquietud en los futuros profesores de matemáticas sobre los conocimientos que ya poseen y los que les hacen falta para poder afrontar el trabajo escolar*.

**TR24'** El *formador de profesores* (y/o el libro de texto) es el que valida las ideas que se movilizan en el aula, corrigiendo a los *futuros profesores de matemáticas* en caso de errores y aportando él mismo la información correcta.

**TE24'** El *formador de profesores* es el que valida las ideas que se movilizan en el aula, planteando interrogantes a los *futuros profesores de matemáticas* cuyas respuestas llevan a la "auto corrección" (en verdad es una corrección enmascarada del *formador*).

**E24'** La información que se moviliza en el aula es validada por el grupo (grupo-clase o pequeños grupos de trabajo). En ocasiones se sustituye el papel de la corrección que en TR/TE juega el formador de profesores por los compañeros, pero no se potencia que los *futuros profesores de matemáticas* "se paren a reflexionar" sobre sus ideas ni que desarrollen estrategias de autovalidación de las mismas.

**I24'** La información que se moviliza en el aula es validada por el grupo, por *el formador de profesores* o por el propio *futuro profesor de matemáticas*. En cualquier caso, se potencia la reflexión de los *futuros profesores de matemáticas* y el desarrollo de estrategias para su autocorrección, propiciándose que los *futuros profesores de matemáticas* asuman responsabilidad a la hora de juzgar la adecuación de sus ideas.

#### **4.4.2 Encuesta sobre creencias de los formadores de profesores de matemáticas**

A partir de los datos empíricos obtenidos en el estudio, consideramos pertinente refinar los ítems propuestos en la encuesta para la identificación de creencias de los formadores de profesores de matemáticas, en su formulación (en algunos casos) y orden. En la Tabla 9, los primeros 8 ítems del cuestionario responden a puntos de vista de resolución de problemas sobre creencias sobre las matemáticas, y puntos de vista centrados en el estudiante sobre la enseñanza y el aprendizaje, asociados a una tendencia didáctica investigativa, lo mismo sucede con los ítems del 9 al 15.

En la Tabla 14 a excepción de los ítems 3 y 8; que son coherentes con visiones sobre las matemáticas y su enseñanza platónicas o instrumentalista; los ítems 1, 2, 4, 5, 6 y 7 son consistentes con una visión de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas centrada en el alumno, y con una visión de las matemáticas de resolución de problemas, asociado a una tendencia didáctica investigativa. Mientras que, de los ítems del 9 al 15, solo los ítems 9, 13 y 14, son consistentes con estos puntos de vista y tendencias didácticas, el resto de ítems (10, 11, 12, y 15) es coherente con creencias sobre la enseñanza centradas en el contenido asociados a tendencias didácticas técnicas y tradicionales.

En la Tabla 9, los ítems del 16 al 21 son consistentes con los puntos de vista platónico o instrumentalista de las matemáticas y los puntos de vista correspondientes a la enseñanza y el aprendizaje (Tabla 1) y con tendencias didácticas tradicionales y tecnológicas. Los ítems del 22 al 26 describen métodos de enseñanza tradicionales y se relacionan con puntos de vista platónico o instrumentalista de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y se asocian a tendencias didácticas técnicas y tradicionales.

En la Tabla 14, de los ítems del 16 al 26, los ítems 16, 17, 20, 23 y 25 son los que describen métodos de enseñanza tradicionales y se relacionan con puntos de vista platónico o instrumentalista de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas asociados a tendencias didácticas técnicas y tradicionales. El resto de indicadores (18, 19, 21, 22, 24 y 26), es coherente con una visión de resolución de problemas de las matemáticas y los correspondientes puntos de vista sobre la enseñanza, y el aprendizaje, asociados a una tendencia didáctica investigativa.

Las modificaciones realizadas responden a una autocrítica a partir de los datos obtenidos y a las observaciones realizadas por expertos en el tema, que dieron su opinión respecto a la formulación de los ítems, los cuales, vale la pena recordar, surgieron a partir de la integración del Instrumento CEAM de Climent (2002) y los ítems de la encuesta de Beswick (2005).

**Tabla 14**

*Refinamiento de los ítems sobre creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*

<b>Ítems de encuesta sobre creencias de formadores de profesores de matemáticas</b>
1. Ignorar las creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje puede afectar gravemente sus prácticas de enseñanza.
2. Saber qué procedimientos utilizar para resolver un problema matemático es tan importante como comprender los conceptos.
3. Las matemáticas son útiles en la vida cotidiana, sirven de herramienta para el descubrimiento de las propias matemáticas y el estudio de otras ciencias.
4. Una tarea vital para el formador de profesores es aumentar la motivación por la enseñanza de los futuros profesores.
5. Los formadores de profesores de matemáticas eficaces disfrutaban de aprender y enseñar a "hacer" matemáticas a los futuros profesores.
6. Los formadores de profesores de matemáticas deben crear entornos dinámicos en los que los futuros profesores puedan participar activamente en su aprendizaje (aprender a enseñar matemáticas o aprender matemáticas).
7. Los formadores de profesores de matemáticas deben enseñar a los futuros profesores a diagnosticar lo que piensan los alumnos.
8. Dado que el formador de profesores es fuente fundamental de información, es importante que los futuros profesores presten la debida atención para aprender a enseñar matemáticas con eficacia.
9. La actividad del futuro profesor se orienta hacia la búsqueda de determinados interrogantes (sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje) que son persistentes y tienen un efecto significativo en el aprendizaje matemático y didáctico.
10. Me sentiría incómodo si un futuro profesor me sugiriera una solución a un problema matemático que no se me hubiera ocurrido antes.
11. Si la explicación de un futuro profesor sobre la solución de una determinada tarea matemática no tiene sentido para el formador de profesores, es mejor formular la pregunta a otro futuro profesor.
12. Es importante que el formador de profesores, como especialista en contenidos, cubra todos los contenidos matemáticos en la secuencia establecida en el programa de la asignatura.
13. Proporcionar a los futuros profesores tareas matemáticas y didácticas para investigar y analizar es una forma eficaz de enseñar a enseñar matemáticas.
14. Resulta importante que el formador de profesores se haga constantes interrogantes sobre el proceso formativo de profesores de matemáticas.
15. No es necesario que los formadores de profesores entiendan el origen de los errores de los futuros profesores; el seguimiento instructivo de las tareas matemáticas corregirá sus dificultades.



- 
16. Decir la respuesta a una tarea matemática a los futuros profesores de matemáticas es una forma eficaz de institucionalizar el conocimiento.
  17. Es responsabilidad del formador de profesores proporcionar al futuro profesor métodos de enseñanza centrados en el profesor.
  18. Las matemáticas son un constructo social, son una forma de conocer, pensar y actuar.
  19. Es importante que el futuro profesor tenga la oportunidad de reflexionar sobre la relación entre teoría y práctica, y de evaluar su propia comprensión matemática de cómo encajan la teoría y la práctica de la enseñanza.
  20. Hay una cantidad determinada de contenidos matemáticos que deben cubrirse en cada asignatura disciplinar que curse el futuro profesor.
  21. Es importante que los formadores de profesores comprendan cómo se forman las creencias del futuro profesor como un componente esencial del proceso de enseñanza y aprendizaje.
  22. Permitir que el futuro profesor luche al resolver situaciones problema, incluso un poco de tensión, puede ser necesario para que ocurra el aprendizaje.
  23. El contenido matemático se presenta mejor al futuro profesor en un estilo expositivo: demostrando, explicando y describiendo conceptos y destrezas. El formador es un técnico del contenido y del diseño didáctico.
  24. Los futuros profesores siempre se benefician de debatir entre sí sus enfoques de las tareas matemáticas y didácticas.
  25. Es importante que los contenidos matemáticos establecidos en los programas de las asignaturas se presenten a los futuros profesores en la secuencia correcta.
  26. La justificación de las afirmaciones matemáticas y didácticas de los futuros profesores es una parte importante del proceso formativo.
- 

Para concluir, parece oportuno mencionar que, si se desea aplicar la encuesta se puede realizar de forma abierta, o de tipo escala Likert. Para ser aplicada de forma abierta, convendría preguntar el ¿por qué?, ¿para qué?, ¿cómo?, es decir, forzar a el/los informantes a dar ejemplos de cómo lo haría, por qué lo haría y para qué, con ello se podría acercarse aún más a las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. En ambos casos, convendría reforzar este instrumento realizando entrevistas, observaciones a las clases de los formadores, etc., que permitan una interpretación más precisa de dichas creencias.

## CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones a las que hemos llegado en el estudio. Para ello se retoma la pregunta de investigación y los objetivos. Este capítulo se presentará por apartados. A continuación, se detallan cada uno de los siete apartados.

### **5.1. Relación entre las creencias del formador de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje con su actuación en el aula**

Retomando nuestra pregunta de investigación ¿Cómo las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje se relacionan con su actuación o comportamiento en el aula? A partir de los resultados de la investigación, concluimos que las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje siempre van a estar relacionadas con la actuación o comportamiento en el aula de dicho formador, concordamos con lo señalado por Hernández et al. (2020) que, debido a la autonomía de la que gozan los profesores universitarios en sus cátedras, las creencias serían, con más razón, las guías que dirigen su actuar en el aula.

Sin embargo, esta relación no es simple, por el contrario, es compleja, y puede ser coherente o incoherente. Como hemos mencionado anteriormente, son diversos los factores que influyen en las creencias que forman los formadores de profesores de matemáticas, tales como sus experiencias con profesores como estudiante en la escuela y en la universidad, su perfil profesional, que a su vez determina la comunidad de práctica a la que pertenece, sus interacciones o no con diferentes comunidades de práctica (posgrado, cursos, talleres, congresos, oportunidades de desarrollo profesional, etc.) y estudiantes, la afinidad o no con investigaciones o teorías sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, su experiencia laboral como profesor de escuela o como formador de profesores, y la importancia otorgada a los lineamientos curriculares.

Otro factor determinante que influye en las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, tiene que ver con el contexto, ya que tal y como lo mencionan Ajzen y Fishbein (1980), las creencias son específicas respecto a cada uno de los cuatro aspectos del contexto, lugar, acción o comportamiento, tiempo y sujeto, por lo que diferentes contextos provocarán diferentes creencias. Por otro lado, las decisiones o el comportamiento en el aula del formador, de forma implícita o explícita determinan un modelo de enseñanza o tendencia didáctica que puede ser tradicional, espontánea, tecnológica o investigativa (Porlán, 1993).

Para finalizar, vale la pena aclarar que, la relación existente entre las creencias del formador, su comportamiento en el aula, y su tendencia didáctica no es unidireccional, es decir, no hay una relación directa entre lo que el formador cree sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, y su tendencia didáctica, lo más probable es que a partir de la interpretación que hagamos sobre las creencias del formador, desde su comportamiento en el aula, o en sus declaraciones encontremos rasgos de varias tendencias didácticas a la vez (Vasco, 2015).

Es decir, la desconexión reportada entre las creencias del formador y las prácticas de enseñanza de los formadores de profesores de matemáticas (Chapman, 2021), puede explicarse por la relación no lineal de las creencias del formador y su comportamiento en el aula, y la falta de conciencia de las creencias que se profesan y sus contradicciones con las prácticas de enseñanza. Concordamos con lo señalado por Lovin et al. (2012), en que la mejora de la práctica del formador de profesores de matemáticas debe partir de la identificación del grado de influencia de sus creencias (explícitas o implícitas) en la práctica y sus aparentes contradicciones.

## **5.2 Aportaciones al modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)**

El estudio pretende aportar a las aproximaciones que se han hecho del Conocimiento del Formador de Profesores de Matemáticas (MTEK) (Chick y Beswick, 2018; Escudero-Ávila et al., 2021; Contreras, 2021), partiendo de sus creencias sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, puesto que la investigación respecto a las creencias de dichos formadores y su relación con las prácticas de enseñanza se encuentra en una etapa temprana, no han sido lo suficientemente investigadas (Lovin et al., 2021; Chapman, 2021).

Consideramos que el estudio de las creencias del formador de profesores de matemáticas a partir de sus opiniones y acciones, tomando como fundamento teórico el modelo MTSK puede resultar provechoso como complemento a las investigaciones sobre el conocimiento especializado del formador de profesores de matemáticas, en nuestro caso el foco estaría puesto en ayudar a comprender su práctica educativa.

Los resultados de la investigación, nos permitieron identificar, aspectos relevantes a tener en consideración a la hora de indagar sobre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. El primero de ellos tiene que ver con el contexto, la adaptación de los diferentes instrumentos a utilizar teniendo en cuenta el sujeto, el lugar, el tiempo, y la labor del formador resulta importante a la hora de establecer relaciones entre las creencias del formador y su comportamiento en el aula; lo mismo sucede con los profesores de matemáticas; Beswick (2005) afirmó que, el contexto resulta relevante para el desarrollo y promulgación de las creencias de los profesores.

Beswick (2006) señala que, las contradicciones entre creencias simultáneas de los profesores pueden deberse a que fueron desarrolladas en diferentes contextos. Lo mismo sucede con los formadores, las creencias a partir de sus experiencias con los profesores en el aprendizaje de las matemáticas, las formadas durante la formación inicial y continua, y otras que se han desarrollado fruto de la experiencia en el aula con estudiantes en la escuela y los futuros profesores de matemáticas pueden contener elementos contradictorios de los que el formador de profesores no es consciente. De este modo, las creencias influyen en las prácticas de enseñanza de los formadores, pero, también, las prácticas de enseñanza influyen en las creencias de dichos formadores.

El segundo aspecto, está relacionado con las diferencias características entre las creencias de los formadores de profesores involucrados en la formación de profesores de matemáticas. La formación recibida, ya sea como matemático, didáctico, profesor de educación básica y media, entre otros perfiles, puede permear lo que el formador cree respecto a la naturaleza de las matemáticas, cómo aprenden los futuros profesores los contenidos matemáticos, didácticos, pedagógicos, etc., que estos deben aprender para la enseñanza de las matemáticas, la profundidad de dichos contenidos y la forma de enseñar a enseñar los contenidos matemáticos escolares. A su vez, la afinidad o no con diferentes teorías de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y la interacción con otras comunidades de práctica resulta ser importante en las creencias que forman los formadores de profesores de matemáticas.

El tercer aspecto, tiene que ver con el conocimiento de los lineamientos curriculares para la enseñanza de las matemáticas escolares, y los programas que rigen las asignaturas en la formación docente, los cuales son distintos dependiendo del país, e incluso dependiendo de la universidad. El conocimiento de dichos lineamientos y programas, y la importancia otorgada a su cumplimiento o no, puede tener influencia en lo que el formador cree que debe hacer y lo que cree que hace en el aula; lo cual, puede ser contradictorio a lo que realmente hace en el aula para enseñar a enseñar al futuro profesor de matemáticas, tal y como se evidenció en el estudio. Además, consideramos que estas creencias pueden variar dependiendo del nivel educativo y la asignatura que se esté impartiendo, las cuales pueden ser coherentes o incoherentes entre sí.

### **5.3 Aportaciones a la formación de profesores de matemáticas**

Como hemos venido señalando, los estudios respecto a la relación entre las creencias del formador de profesores de matemáticas y sus prácticas de enseñanza se encuentran en una etapa incipiente. Los informantes del estudio, señalaron ser conscientes de la influencia que tienen sus prácticas en las prácticas de enseñanza de los futuros profesores de matemáticas. En estudios como el de Krainer et al. (2021), se señala que, además de las prácticas, los formadores tienen influencia en las creencias y conocimientos de los futuros profesores de matemáticas.

Es decir, la falta de investigaciones respecto a la relación entre las creencias del formador con sus prácticas de enseñanza, y la influencia que sus creencias, conocimientos, prácticas etc.,

tienen en los futuros profesores de matemáticas, resulta inconveniente al no informar de lo que sucede en el aula de formación del profesorado de matemáticas, y el impacto que las creencias y acciones del formador tiene en los futuros profesores.

Otro aspecto que resulta importante en la formación de profesores de matemáticas, tiene que ver con las interacciones entre los formadores que intervienen en la formación de profesores de matemáticas. De los resultados de la investigación, se hipotetiza que, a mayor interacción entre formadores de profesores de matemáticas de distintas comunidades de práctica, mayor probabilidad existe de que se formen creencias de resolución de problemas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, y su modelo de enseñanza sea de corte investigativo. A su vez, estas interacciones tienen un impacto directo en el desarrollo profesional de dichos formadores.

Por otro lado, en estudios como el de Porlán (2003), se afirma que en la formación de profesores la tendencia didáctica tradicional se manifiesta con mayor claridad, Bailey-Moreno y Flores-Fahara (2022), reportan una ruptura entre los profesores universitarios con los modelos de enseñanza tradicional debido a la influencia de la modernidad, en las aulas universitarias, del contexto sociocultural de la enseñanza. En el estudio, se evidenció un distanciamiento de los formadores de profesores de matemáticas con una tendencia didáctica tradicional, al ser más conscientes del papel protagónico del futuro profesor en el proceso formativo, y las repercusiones que su formación va a tener en la formación de ciudadanos matemáticamente competentes.

Generar cambios en las prácticas tradicionales de los formadores de profesores de matemáticas, debe partir de una toma de consciencia del formador de las implicaciones que sus creencias tienen en sus prácticas, de la identificación de sus creencias explícitas e implícitas y cuáles de ellas guían con mayor fuerza su actuación en el aula. Concordamos con lo señalado por Bailey-Moreno y Flores-Fahara (2022), en que, resulta importante que las universidades y formadores incorporen en los procesos de formación docente la revisión de creencias por medio de la reflexión, colaboración y diálogo entre distintas comunidades de práctica, de modo que, a partir de experiencias compartidas y su dispersión para generar conocimiento, posibilitar generar conciencia y valorar la complejidad de las prácticas de enseñanza de los formadores de profesores de matemáticas. Lo cual, sin duda, resultaría beneficioso no solo para las prácticas de los formadores, sino que, además, va a traer consigo mejoras en las prácticas de los futuros profesores de matemáticas.

#### **5.4 Aportaciones a la formación de formadores de profesores de matemáticas**

En estudios como el de Contreras (2021) se reportan varios perfiles que intervienen en la formación de profesores de matemáticas, estos pueden ser: matemáticos, cuyo perfil profesional son investigadores en matemáticas; educadores matemáticos que se dedican a la investigación en educación matemática; graduados en educación dedicados a la investigación en Ciencias de la Educación; matemáticos, ingenieros o graduados en ciencias que ejercen como

profesores, entre otros. Escudero-Ávila et al. (2021) menciona que los profesores de educación media también se involucran en la formación de profesores de matemáticas, por lo que también hacen parte de la comunidad práctica de formadores de profesores de matemáticas.

Es decir, son diversos los perfiles involucrados en la formación inicial y continua de formadores de profesores de matemáticas. Leikin (2020) considera que cada comunidad de práctica involucrada en el proceso formativo de profesores de matemáticas tiene conocimientos, habilidades, creencias, etc., que los caracterizan, por lo que sus prácticas pueden ser comunes o tangentes entre sí, de este modo, las actividades propuestas por los formadores pueden tener diferentes objetivos dependiendo de su comunidad de práctica.

Marshman y Goos (2018) consideran que una de las posibles causas de las diferencias entre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, se debe a la exposición de posgrados con diferentes enfoques, estas investigadoras, consideran que, los formadores de profesores de matemáticas, cuyo posgrado estuvo enfocado a la especialización en matemáticas apoyen creencias platónicas/instrumentalistas de las matemáticas, mientras que, aquellos cuyo posgrado se centra en el estudio de teorías y perspectivas educativas, sus creencias se inclinan hacia la resolución de problemas del aprendizaje de las matemáticas.

En el estudio, el perfil de Fernando era el de investigador en educación matemática, experto en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en educación media, mientras que, el perfil de Miguel era de educador matemático, ambos casos estuvieron expuestos a posgrados cuyo enfoque era el estudio de la matemática educativa, sin embargo, hubo diferencias y acuerdos en cuanto a sus creencias respecto a las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Esto, quizás se deba a la diferencia en cuanto a la expertise de los dos formadores, en el ámbito escolar y en cuanto a la formación de profesores de matemáticas.

En definitiva, cada una de las diferentes comunidades de prácticas tienen algo que aportar a la formación inicial y continua de profesores de matemáticas, por lo que resulta importante que haya un acuerdo entre todos ellos respecto al objetivo de la formación de dichos profesores, para que las actividades propuestas no entren en contradicción, por el contrario, todas ellas aporten a enseñar a enseñar matemáticas en la escuela con un enfoque de resolución de problemas.

Es por ello que, resulta importante el componente didáctico en los formadores de profesores de matemáticas, por lo que se recomienda fortalecer dicho componente mediante posgrados, congresos, la consulta de investigaciones respecto a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, lo cual no sólo va a repercutir en la mejora de la formación de profesores de matemáticas, sino que, además, va a permitir un mayor crecimiento en el desarrollo profesional de los formadores de profesores de matemáticas.

## **5.5 Aportaciones de método al MTSK**

En el MTSK las creencias son consideradas elemento fundamental de las características del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Carrillo-Yañez et al., 2018). En relación con lo anterior, Pascual et al. (2020) argumentan que la inclusión de las creencias como elemento central del modelo MTSK responde a los primeros trabajos de Carrillo et al. (2014), justificando su presencia como la variable que ayuda a comprender las actuaciones del profesor, y la filosofía detrás de ellas, puesto que, en dicho modelo se considera que las creencias influyen significativamente las prácticas del profesor de matemáticas.

En dicho modelo, el estudio de las creencias de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, las cuales han sido las más estudiadas, se ha hecho por medio de las categorías del Instrumento CEAM (Carrillo, 1996; Climent, 2002) que incluyen metodología, concepción de la matemática escolar, concepción del aprendizaje, papel del alumno y papel del profesor. Mientras que, para el estudio de las creencias sobre las matemáticas se sigue a Ernest (1989), quien distingue tres puntos de vista sobre la naturaleza de las matemáticas: Instrumentalista, platónica y de resolución de problemas (Pascual et al., 2020).

Los resultados del estudio, han permitido realizar un refinamiento del Instrumento CEAM esta vez, para el estudio de las creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas de formadores de profesores de matemáticas, así como también, se ha propuesto un cuestionario para la indagación de creencias de dichos formadores sobre las matemáticas, su enseñanza y el aprendizaje el cual toma como base las potencialidades de estudios respecto a las creencias de los profesores de matemáticas y los encontrados en cuanto al formador, en ellos se toma en consideración el estudio de Climent (2002), los puntos de vista sobre las matemáticas de Ernest (1989), las categorías sobre creencias sobre la enseñanza de Van Zoest et al. (1994), las categorías sobre el aprendizaje de Ernest (1989), las tendencias didácticas descritas por Contreras (1998).

Otro de los aportes realizados al método, fue la adaptación realizada al modelo de Ribeiro (2008) para la identificación del indicador, o indicadores de creencias, que subyacen de las acciones del formador de profesores de matemáticas en el aula. Dicha adaptación permite la organización de las videograbaciones de clases y el análisis de las creencias del formador a partir de indicadores.

Por otro lado, en el estudio de Solís (2015) se recomienda la utilización de escalas tipo Likert para la obtención de datos de manera masiva respecto a las creencias de profesores universitarios y de otras variables. Hernández et al. (2020) considera que la escala Likert no brinda información detallada de las creencias puesto que, no se puede expresar con sus propias palabras sus ideas o experiencias particulares.

En el estudio, se considera que, las creencias por su componente afectivo y cognitivo son un tema bastante complejo, por lo que, para su estudio se deben considerar varias técnicas e instrumentos para la recolección y análisis de la información, ya sean entrevistas, encuestas cualitativas o cuantitativas dependiendo del tipo de estudio, grupos focales, etc., lo que si

consideramos valioso es tener en consideración la observación de la práctica en el aula del formador, observar su comportamiento en el aula, puede brindar mayor información sobre las creencias que realmente guían su actuar en el aula y sobre lo que sucede en el aula de formación de profesores de matemáticas.

Por otra parte, en cuanto a la utilización del Bottom-Up y Top-Down el MTSK ha utilizado estas perspectivas metodológicas por su capacidad para el análisis de los datos desde dos enfoques (León, 2020). Por lo que no es extraño encontrar estudios de investigadores asociados al grupo SIDM de la Universidad de Huelva; recordemos que los integrantes de dicho grupo son los creadores del modelo MTSK; que hacen uso de dichas perspectivas metodológicas para el tratamiento de los datos, respecto al conocimiento especializado del formador y del profesor de matemáticas, por ejemplo, Pascual et al. (2019), Escudero-Ávila y Carrillo (2020) respectivamente.

En el estudio, las perspectivas metodológicas del Bottom-Up y Top-Down fueron utilizados para el tratamiento de los datos respecto a las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, lo cual resultó útil a la hora de realizar nuevas aportaciones al campo del estudio de las creencias de los formadores de profesores de matemáticas y su relación con su actuación o comportamiento en el aula.

## **5.6 Limitaciones y futuras investigaciones**

Investigaciones como esta aportan al campo aún no muy explorado de las creencias del formador de profesores y las implicaciones que estas tienen en el comportamiento de este en el aula. Sin embargo, somos conscientes que al tratarse de un estudio de casos no podemos generalizar, por lo que se recomienda seguir indagando al respecto, a pesar de lo complejo del tema. Una de las limitaciones que se presentó en el estudio, fue la renuencia de los formadores de profesores de matemáticas a que se realizarán grabaciones a sus clases, argumentando sentirse incómodos, por ello, aunque queríamos agregar más participantes al estudio, no nos fue posible, puesto que nuestro mayor interés era analizar lo que sucedía en el aula y a partir de ello interpretar las creencias del formador.

Otra limitante del estudio, fue la dificultad para realizar las videograbaciones de las clases de Miguel, debido a factores externos a él y a nosotras, fueron varias las sesiones que no pudieron realizar las videograbaciones o que se cancelaron las clases, motivo por el cual sólo se pudieron grabar dos clases. Hubiéramos querido grabar más sesiones, sin embargo, las circunstancias no lo permitieron.

En cuanto a futuras investigaciones, consideramos que aún falta mucho camino por recorrer en el estudio de las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, estudios posteriores a este pueden seguir indagando al respecto en diferentes contextos, y sobre el grado del impacto de las creencias del formador sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje en la actuación de este en el aula, en las creencias y las prácticas de los futuros profesores de matemáticas. Futuras investigaciones también pueden indagar sobre la causalidad de las creencias de los formadores de profesores de matemáticas, si se pueden generar cambios en



sus creencias y cómo, en pro de mejorar sus prácticas y por ende la formación de los profesores de matemáticas.

### **5.7 Reflexión como profesora de matemáticas**

Antes de adentrarme en la investigación sobre las creencias de los formadores de profesores de matemáticas no tenía idea de lo importante que es este componente afectivo y cognitivo en la práctica del formador y del profesor de matemáticas. A medida que iba avanzando en la investigación la curiosidad por querer saber más sobre las implicaciones de las creencias en el comportamiento del formador iba aumentando, y consigo el aprendizaje adquirido.

Algo que quisiera resaltar, es precisamente, la riqueza de aprendizajes adquiridos a partir de la realización de esta investigación. Aprendí que a partir de nuestras experiencias de aprendizaje positivas y negativas con los profesores en la escuela y en la universidad se forman creencias sobre cómo se deben enseñar las matemáticas y cómo estas se aprenden, esto me hizo dar cuenta de que, de manera inconsciente pude estar repitiendo esquemas de enseñanza tradicional como me enseñaron a mí.

Ahora que soy consciente de ello, he reflexionado sobre mis prácticas, sobre mis creencias y conocimientos, sobre mi rol como encargada de formar matemáticamente competente a mis estudiantes y sobre el rol de los alumnos en la sociedad, sobre la importancia de la resolución de problemas reales y actuales de la sociedad en el aula de matemáticas para la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina. Actualmente sé que no poseo un conocimiento especializado para la enseñanza de las matemáticas, sin embargo, estoy trabajando para poco a poco convertirme en un especialista en la enseñanza de las matemáticas, a partir de la reestructuración de mis conocimientos y creencias.

A portas de finalizar la maestría, siento que ha habido un crecimiento en mi desarrollo profesional, la meta que deseo alcanzar es ser una buena profesora de matemáticas y formadora de profesores de matemáticas, sé que aún falta camino por recorrer para ello, pero me siento orgullosa del camino que he recorrido hasta ahora, por lo que me he propuesto continuar enriqueciendo mi formación, mis conocimientos, en pro de seguir creciendo profesionalmente, de mejorar mis prácticas, y alcanzar la meta que me he fijado y mucho más.

Por último, quiero exaltar la labor compleja que realizan los formadores de profesores de matemáticas, sobre sus hombros recae la formación de aquellos que se encargan de la educación en matemáticas en las escuelas, muchos de estos futuros profesores llegan al proceso formativo con malas experiencias de sus profesores, con creencias arraigadas sobre el papel del profesor que son difíciles de cambiar, con problemas, sin motivación, etc., lo cual dificulta la labor del formador.

Por esta razón, extendiendo una invitación a seguir indagando sobre las creencias, conocimientos, prácticas, etc., del formador de profesores de matemáticas y con ello poder aportar al desarrollo profesional de estos formadores y a la formación inicial y continua de profesores de matemáticas.

## REFERENCIAS

- Aguilar-González, Á., Barbé, J., Espinoza, L., Muñoz-Rodríguez, L., y Rodríguez-Muñoz, L. (2019). Concepciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en estudiantes universitarios. En J. Carrillo, M. Codes, y L. Contreras (Eds.), *IV Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 189-198). Universidad de Huelva Publicaciones. <http://www.uhu.es/publicaciones/?q=libros&code=1215>
- Aguilar-González, Á., Muñoz-Catalán, C., Carrillo-Yáñez, J., y Rodríguez-Muñoz, L. (2018). ¿Cómo establecer relaciones entre conocimiento especializado y concepciones del profesorado de matemáticas? *PNA*, 13(1), 41-61. <https://doi.org/10.30827/pna.v13i1.7944>
- Ajzen, I., y Fishbein, M. (1980). *Understanding attitudes and predicting social behavior*. Prentice-Hall.
- Bailey-Moreno, J., y Flores-Fahara, M. (2022). ¿Cómo aprenden a enseñar los profesores universitarios? Un acercamiento a la construcción de creencias acerca de la enseñanza. *Revista Complutense de Educación*, 33(1), 81-91. <https://doi.org/10.5209/rced.73717>
- Ball, D., Thames, M., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Beswick, K. (2005). The Beliefs/Practice Connection in Broadly Defined Contexts. *Mathematics Education Research Journal*, 17(2), 39-68. <https://doi.org/10.1007/BF03217415>
- Beswick, K. (2006). The importance of mathematics teachers' beliefs. *AMT*, 62(4), 17-22. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ765836.pdf>
- Beswick, K. (2020). Mathematics Teacher Educators as Developing Professionals. En K. Beswick y O. Chapman (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 4* (pp. 1-11). Brill.
- Bisquerra, R. (2009). *Metodología de la investigación educativa* (2ª ed.). La Muralla.
- Bleiler, S. (2015). Increasing awareness of practice through interaction across communities: the lived experiences of a mathematician and mathematics teacher educator. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18, 231-252. <https://doi.org/10.1007/s10857-014-9275-6>
- Campos, G., y Lule, N. (2013). La observación, un método para el estudio de la realidad. *Xihmai*, 7(13), 45-60. <https://doi.org/10.37646/xihmai.v7i13.202>
- Carrillo, J. (1996). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones* [Tesis de doctorado no publicada]. Universidad de Sevilla.

- Carrillo, J. (1998). Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza. Universidad de Huelva Publicaciones.
- Carrillo, J., y Contreras, L. (1995). Un modelo de categorías e indicadores para el análisis de las concepciones del profesor sobre la matemática y su enseñanza. *Educación Matemática*, 7(3), 79-92. <https://doi.org/10.24844/EM0703.05>
- Carrillo, J., Contreras, L., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Flores-Medrano, E., y Montes, M. (2014). Un Marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Universidad de Huelva Publicaciones. <https://doi.org/10.13140/2.1.3107.4246>
- Carrillo, J., Flores, E., Climent, N., Contreras, L., Escudero, D., y Montes, M. (2013). Investigación sobre el profesor de matemáticas en la Universidad de Huelva (España). En C. Dolores, M. García, J. Hernández, y L. Sosa (Eds.), *Matemática Educativa: La formación de profesores* (pp. 97-116). Ediciones Díaz de Santos, S. A.
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., y Muñoz-Catalán, C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model\*. *Research in Mathematics Education*, 1-18. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Castillo-Vega, J., Donaire, C., Manso, J., y Lagunes-Dominguez. (2022). Formación docente inicial desde una perspectiva comparada entre España, Chile y Paraguay. *Revista Caribeña de Investigación Educativa*, 6(2), 1-14. <https://doi.org/10.32541/recie.2022.v6i2.pp1-14>
- Cea, M. (2004). *Métodos de Encuesta. Teoría y práctica, errores y mejora*. Síntesis S.A.
- Chapman, O. (2021). Mathematics Teacher Educator Knowledge for Teaching Teachers. En M. Goos, y K. Beswick (Eds.), *The Learning and Development of Mathematics Teacher Educators*, *Research in Mathematics Education* (pp. 403-416). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-62408-8\\_21](https://doi.org/10.1007/978-3-030-62408-8_21)
- Chick, H., y Beswick, K. (2018). Teaching teachers to teach Boris: a framework for mathematics teacher educator pedagogical content knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21, 475-499. <https://doi.org/10.1007/s10857-016-9362-y>
- Clarke, D., y Hollingsworth, H. (2002). Elaborating a model of teacher professional growth. *Teaching and Teacher Education*, 18(8), 947-967. [https://doi.org/10.1016/S0742-051X\(02\)00053-7](https://doi.org/10.1016/S0742-051X(02)00053-7)
- Climent, N. (2002). *El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso* [Tesis de doctorado, Universidad de Huelva]. <http://hdl.handle.net/10272/2742>
- Climent, N. (2005). *The professional development of the Primary teacher regarding the teaching of mathematics. A case study* [Tesis de doctorado, Michigan University]. Proquest Michigan University.

- Contreras, L. (1998). *Resolución de problemas: un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula* [Tesis de doctorado, Universidad de Huelva]. <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/2953>
- Contreras, L. (2021). Una aproximación a un modelo de conocimiento del formador de profesores de matemáticas. *REVIEM*, 1-25. <https://doi.org/10.54541/reviem.v1i1.12>
- Dávalos, M., Vital, A., y Farfán, M. (2018). Creencias, propósitos y acciones sobre la enseñanza en docentes de la Universidad Autónoma de Zacatecas (UAZ). *PSICUMEX*, 8(1), 22-39. <https://doi.org/10.36793/psicumex.v8i1.268>
- Dorato, A. (2016). El rol de las creencias de los profesores formadores en el proceso de formación de los futuros docentes. *Diagonal al Este* (4), 31-40. <http://dspace.biblio.ude.edu.ar:8080/xmlui/handle/123456789/159>
- Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. En P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: The state of the art* (pp. 249-253). Falmer.
- Escudero-Ávila, D., y Carrillo, J. (2020). El Conocimiento Didáctico del Contenido: Bases teóricas y metodológicas para su caracterización como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. *Educación matemática*, 32(2), 8-38. <https://doi.org/10.24844/EM3202.01>
- Escudero-Ávila, D., Montes, M., y Contreras, L. (2021). What Do Mathematics Teacher Educators Need to Know? Reflections Emerging from the Content of Mathematics Teacher Education. En M. Goos, y K. Beswick (Eds.), *The Learning and Development of Mathematics Teacher Educators, Research in Mathematics Education* (pp. 23-40). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-62408-8\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-030-62408-8_2)
- Flores, E., Escudero, D., y Aguilar, Á. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa, y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275-282). SEIEM.
- Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Montes, M., y Aguilar-González, Á. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En J. Carrillo, L. Contreras-González, N. Climent, D. Escudero-Ávila, E. Flores-Medrano, y M. Montes (Eds.), *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 57-72). Universidad de Huelva Publicaciones.
- Gil, J., León, J., y Morales, M. (2017). Los paradigmas de investigación educativa, desde una perspectiva crítica. *Revista Conrado*, 13(58), 72-74. <https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/476>
- Gimeno, J. (1985). *Teoría de la enseñanza y desarrollo del currículo*. Anaya.
- Glaser, B., y Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research*. Aldine.

- González-Vallejos, M. (2018). El estudio del formador latinoamericano: un campo de investigación 'en construcción'. *magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 10(21), 35-54. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.m10-21.eflc>
- Goos, M. (2009). Investigating the Professional Learning and Development of Mathematics Teacher Educators: A Theoretical Discussion and Research Agenda. En R. Hunter, B. Bicknell, y T. Burgess (Eds.), *Crossing divides: Proceedings of the 32nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (Vol. 1, pp. 209-216). MERGA.
- Goos, M., y Benninson, A. (2018). Boundary crossing and brokering between disciplines in pre-service mathematics teacher education. *Mathematics Education Research Journal*, 30, 255-275. <https://doi.org/10.1007/s13394-017-0232-4>
- Goos, M., y Beswick, K. (2021). Introduction: The Learning and Development of Mathematics Teacher Educators. En M. Goos, y K. Beswick (Eds.), *The Learning and Development of Mathematics Teacher Educators. Research in Mathematics Education* (pp. 1-20). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-62408-8\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-62408-8_1)
- Hanuscin, D., Donovan, D., Acevedo-Gutiérrez, A., Borda, E., DeBari, S., Melton, J., Le, T., Morrison, W., y Ronca, R. (2021). Supporting the Professional Development of Science Teacher Educators Through Shadowing. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-21. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10154-5>
- Hernández, A., Arellano, Y., y Martínez, G. (2020). Creencias matemáticas profesadas e implícitas de profesores universitarios de matemáticas. *Educación Matemática*, 32(2), 99-121. <https://doi.org/10.24844/EM3202.04>
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (1997). *Metodología de la investigación* (3ª ed.). McGraw Hill.
- Hernández, R., Fernández, R., y Baptista, M. (2014). *Metodología de la Investigación* (6ª ed.). McGraw-Hill.
- Howard, P., Perry, B., y Lindsay, M. (1997). Secondary mathematics teachers' beliefs about the learning and teaching of mathematics. En F. Biddulph, y K. Carr (Eds.), *People in Mathematics Education, (Proceedings of the 20th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)* (Vol. 1, pp. 231-238). MERGA.
- Jaworski, B. (2001). Developing mathematics teaching: teachers, teacher-educators and researchers as co-learners. En F.-L. Lin, y T. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education*. (pp. 295-320). Kluwer Academic Publishers.
- Jaworski, B. (2008). Development of the mathematics teacher educator and its relation to teaching. En B. Jaworski, y T. Wood (Eds.), *The mathematics teacher educator as a developing professional* (pp. 335-361). Sense Publishers.
- Jiménez, W., Jiménez, M., y Valbuena, S. (2020). *La práctica pedagógica en programas virtuales y presenciales que forman docentes de matemáticas* [Tesis de pregrado no publicada]. Universidad del Atlántico.

- Kilpatrick, J. (1998). Investigación en Educación Matemática: su historia y algunos temas de actualidad. En J. Kilpatrick, P. Gómez, y L. Rico (Eds.), *Educación Matemática* (pp. 1-18). Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V.
- Krainer, K., Even, R., Park, M., y Berry, A. (2021). Research on Learners and Teachers of Mathematics and Science: Forerunners to a Focus on Teacher Educator Professional Growth. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-19. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10189-8>
- Kush, T., y Ball, D. (1986). Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills, and disposition (Research Memo). Michigan State University, Center on Teacher Education.
- Leikin, R. (2020). Chapter 1. How Far is the Horizon? En K. Beswick, y O. Chapman (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 4* (2ª ed., pp. 15-33). Brill. [https://doi.org/https://doi.org/10.1163/9789004424210\\_002](https://doi.org/https://doi.org/10.1163/9789004424210_002)
- León, J. (2020). *Conocimiento de las características de aprendizaje en probabilidad condicional que evidencian profesores de Bachillerato en Zacatecas* [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Zacatecas]. <http://ricaxcan.uaz.edu.mx/jspui/handle/20.500.11845/2845>
- Lovin, L., Sanchez, W., Leatham, K., Chauvot, J., Kastberg, S., y Norton, A. (2012). Examining Beliefs and Practices of Self and Others: Pivotal points for change and growth for mathematics teacher educators. *Studying Teacher Education*, 8(1), 51-68. <https://doi.org/10.1080/17425964.2012.657018>
- Marshman, M. (2021). Learning to Teach Mathematics: How Secondary Prospective Teachers Describe the Different Beliefs and Practices of Their Mathematics Teacher Educators. En M. Goos, y K. Beswick (Eds.), *The Learning and Development of Mathematics. Research in Mathematics Education*. (pp. 123-144). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-62408-8\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-030-62408-8_7)
- Marshman, M., y Goos, M. (2018). The Beliefs about Mathematics, its Teaching and Learning of those Involved in Secondary Mathematics Pre-Service Teacher Education. En J. Hunter, P. Perger, y L. Darragh (Eds.), *Proceedings of the 41st annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 519-526). MERGA.
- Martínez, L. (2007). La Observación y el Diario de Campo en la definición de un tema de Investigación. *Revista perfiles libertadores*, 4(80), 73-80. <https://acortar.link/yBJhrm>
- Martínez, P. (2006). El método de estudio de caso: estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento & Gestión* (20), 165-193. <https://acortar.link/QPhPFa>
- Merriam, S. (1988). *Case Study Research in Education: A Qualitative Approach*. Jossey-Bass Publishers.

- Montes, M., Flores-Medrano, E., Carmona, E., y Huitrado, J. (2014). Reflexiones sobre la naturaleza del conocimiento, las creencias y las concepciones. En J. Carrillo, N. Climent, L. Contreras, M. Montes, D. Escudero-Ávila, y E. Flores-Medrano (Eds.), *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de Matemáticas*. Universidad de Huelva Publicaciones.
- Niss, M. (2007). The concept and role of theory in mathematics education. En B. Bergsten, B. Grevholm, H. Måsøval, y F. Rønning (Eds.), *Relating Practice and Research in Mathematics Education. Proceedings of Norma 05* (pp. 97-110). Mathematics Education. Proceedings of Norma 05.
- Okuda, M., y Gómez-Restrepo, C. (2005). Métodos en investigación cualitativa: triangulación. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, 24(1), 118-124. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=80628403009>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2016). Estrategia regional sobre docentes: Estado del arte y criterios orientadores para la elaboración de políticas de formación y desarrollo profesional de docentes de primera infancia en América Latina y el Caribe. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000245157>
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. (2021). Capítulo 5 Concepciones sobre identidad, propósitos y formación de la profesión docente. En C. Cox, C. Beca, M. Cerri, L. Meckes, y M. Ramírez, *Formadores de docentes en seis países de América Latina Instituciones, prácticas y visiones* (pp. 53-66). UNESCO. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000380227>
- Ozmantar, M., y Agac, G. (2021). Mathematics teacher educators' knowledge sources in teacher education practices. *Mathematics Education Research Journal*, 1-27. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00382-x>
- Pajares, F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332. <https://doi.org/10.3102/00346543062003307>
- Páramo, D. (2015). Editorial: La teoría fundamentada (Grounded Theory), metodología cualitativa de investigación científica. *Pensamiento & Gestión* (39), 7-14. <https://acortar.link/0Xpgq1>
- Pascual, I., Fernández-Gago, J., García, M., Marbán, J., y Maroto, A. (2020). El dominio afectivo y MTSK. En J. Carrillo, M. Codes, y L. Contreras (Eds.), *IV Congreso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 32-40). Universidad de Huelva Publicaciones. <http://www.uhu.es/publicaciones/?q=libros&code=1215>
- Ponte, J. (1994). Knowledge, beliefs and conceptions in mathematics teaching and learning. En L. Bazzini (Ed.), *Proceeding of the Fifth International Conference on Systematic Cooperation between Theory and Practice in Mathematics Education* (pp. 169-177). University of Pavia.

- Porlán, R. (1989). *Teoría del conocimiento, teoría de la enseñanza y desarrollo profesional: Las concepciones epistemológicas de los profesores* [Tesis de doctorado, Universidad de Sevilla]. <https://idus.us.es/handle/11441/85207>
- Porlán, R. (1993). *Constructivismo y escuela. Hacia un modelo de enseñanza aprendizaje basado en la investigación*. Díada Editora.
- Porlán, R. (2003). Principios para la Formación del Profesorado de Secundaria. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 17(1), 23-35. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=27417103>
- Ribeiro, M. (2008). From modeling the teaching practice to the establishment of relations between the teacher's actions and cognitions. En M. Joubert (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics November 2008*. (Vol. 28(3), pp. 102-107). British Society for Research into Learning Mathematics.
- Rico, L. (1990). Diseño curricular en educación matemática. Una perspectiva cultural. En S. Llinares, y M. Sánchez (Eds.), *Teoría y práctica en educación matemática*. Alfar.
- Rodríguez, G., Gil-Flores, J., y García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Ediciones Aljibe, S.L.
- Sandín, M. (2003). *Investigación Cualitativa en Educación Fundamentos y Tradiciones*. McGraw Hill.
- Schoenfeld, A. H. (1998a). On modeling teaching. *Issues in Education*, 4(1), 149-162. [https://doi.org/10.1016/S1080-9724\(99\)80084-6](https://doi.org/10.1016/S1080-9724(99)80084-6)
- Schoenfeld, A. H. (1998b). Toward a theory of teaching-in-context. *Issues in Education*, 4(1), 1-94. [https://doi.org/10.1016/S1080-9724\(99\)80076-7](https://doi.org/10.1016/S1080-9724(99)80076-7)
- Schoenfeld, A. H. (1999). Models of the teaching process. *Journal of Mathematical Behaviour*, 18(3), 243-261. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(99\)00031-0](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(99)00031-0)
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge Growth in teaching. *American Educational Research Association*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Solís, C. (2015). Creencias sobre enseñanza y aprendizaje en docentes universitarios: Revisión de algunos estudios. *Propósitos y Representaciones*, 3(2), 227-260. <https://doi.org/10.20511/pyr2015.v3n2.83>
- Sowder, J. (2007). The mathematical education and development of teachers. En F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 157-223). Information Age Publishing.
- Stake, R. (2007). *Investigación con estudio de casos* (4ª ed.). Ediciones Morata.
- Strauss, A., y Corbin, J. (1994). Grounded theory methodology. En N. Denzin, y Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 273-285). SAGE.



- Thompson, A. (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 105-127. <https://doi.org/10.1007/BF00305892>
- Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). National Council of Teachers of Mathematics.
- Van der Klink, M., Kools, Q., Avissar, G., White, S., y Sakata, T. (2017). Professional development of teacher educators: what do they do? Findings from an explorative international study. *Professional Development in Education*, 43 (2), 163-178. <https://doi.org/10.1080/19415257.2015.1114506>
- Van Zoest, L., Jones, G., y Thornton, C. (1994). Beliefs About Mathematics Teaching Held by Pre-service Teachers Involved in a First Grade Mentorship Program. *Mathematics Education Research Journal*, 6(1), 37-55. <https://doi.org/10.1007/BF03217261>
- Vasco, D. (2015). *Conocimiento especializado del profesor de álgebra lineal: un estudio de casos en el nivel universitario* [Tesis de doctorado, Universidad de Huelva]. <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/11901>
- Yin, R. (2009). *Case Study Research Design and Methods* (Vol. 5). SAGE Inc.
- Zaslavsky, O., y Leikin, R. (2004). Professional development of mathematics teacher educators: Growth through practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 5-32. <https://doi.org/10.1023/B:JMTE.0000009971.13834.e1>

# ANEXOS

## Anexo 1. Instrumento CEAM de Climent (2002)

### *Metodología*

TR1

La actividad del aula se caracteriza por la repetición iterada de ejercicios tipo.

TE1

La actividad del aula se caracteriza por la repetición de ejercicios que intentan reproducir los procesos lógicos y, coherentemente, el estudio de los errores por parte de los alumnos.

E1

Los ejercicios son sustituidos por una actividad experimental no reflexiva. Hay cierta tendencia a poner en juego métodos, recursos, etc. que parecen funcionar en otras aulas.

I1

Los alumnos se enfrentan habitualmente a situaciones para las que no poseen procesos de resolución dados (situaciones problemáticas, ya sean problemas o investigaciones, frecuentemente contextualizadas en problemáticas reales).

TR2

Explicación del maestro, a menudo siguiendo la presentación del libro de texto, como técnica habitual.

TE2

El maestro expone los contenidos, pero no en su fase final, sino simulando su proceso de construcción, apoyado en estrategias expositivas (uso de ejemplos, cuestiones a los alumnos, uso de material para ejemplificar...).

E2

El maestro propone actividades de manipulación de modelos (propiciando, a menudo, el uso de materiales manipulativos), a través de los cuales se producirá, eventualmente, un conocimiento no organizado.

I2

El maestro tiene organizado el proceso que llevará al alumno a la adquisición de unos conocimientos determinados, a través de su investigación.

TR2'

La principal fuente de información para el alumno la constituyen el maestro y el libro de texto.

TE2'

El libro de texto se ve ampliado por otros materiales donde se encuentra el "conocimiento establecido" (enciclopedias, libros especializados...). Se mantiene el papel del maestro como principal fuente de información.

E2'/ I2'

La información que se moviliza en el aula puede provenir del maestro, de los alumnos, de otras personas que intervengan, de situaciones cotidianas...

TR/TE2"

El maestro "enseña" para un alumno ficticio que identifica con el alumno "medio" del grupo-clase, homogeneizando el grupo. No se realiza diferenciación individual en el proceso de enseñanza.

E2"

La actividad que se genera en el aula permite que cada alumno la realice según sus posibilidades, contando con la ayuda de sus compañeros. Se atiende implícitamente (no planificado) a la diferenciación individual.

I2"

Se atiende explícitamente a la diferenciación individual mediante el planteamiento de actividades que permiten el trabajo en distintos niveles y con actividades específicas para cada necesidad.

TR2""

No se usan materiales manipulativos.

TE2""

Se usan materiales manipulativos para reforzar, explicar o dar utilidad a la teoría, de manera aislada.

E2""

Se usan asiduamente materiales variados sobre todo para motivar a los alumnos y facilitar su comunicación. Es fundamental que éstos los manipulen.

I2""

Se usan materiales variados como apoyo a y detonante de la investigación matemática del alumno, también para apoyar el paso del pensamiento concreto al abstracto.

TR3

Los contenidos se identifican con los conceptos, enunciados como objetivos de carácter terminal. El propio tratamiento de contenidos que podrían ser procedimentales los convierte en conceptuales.

TE3

Se persiguen objetivos terminales y funcionales, poniéndose más énfasis en objetivos procedimentales locales

E3

Los objetivos sólo definen un marco genérico de actuación (carácter orientativo) y están sujetos a eventuales modificaciones en cuanto al grado de consecución (flexibles).

I3

Los objetivos marcan claramente las intenciones educativas, pero están sujetos a reformulaciones bien fundamentadas.

TR4

El maestro sigue una programación prescrita de antemano, externa a él y rígida, sin plantearse relaciones entre las unidades.

TE4

Para el maestro la programación es un documento cerrado, que elabora previamente en función de sus conocimientos (de la materia escolar, de sus alumnos, de su experiencia previa en la enseñanza de esos contenidos...).

E4

La programación es un documento vivo que, por basarse en los intereses que, en cada momento, manifiestan los alumnos y en la negociación con ellos, no dispone de una organización inicial.

I4

El maestro dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, pero no está vinculado a un recorrido concreto. Existe una trama que vincula y organiza el conocimiento por la que el maestro se mueve dependiendo de los intereses, nivel., de los alumnos.

***Concepción de la matemática escolar***

TR5

La asignatura está orientada, exclusivamente, hacia la adquisición de conceptos y reglas.

TE5

Interesan tanto los conceptos y reglas como los procesos lógicos que los sustentan.

E5

No interesan tanto los conceptos como los procedimientos y el fomento de actitudes positivas (hacia el trabajo escolar y como ciudadano).

I5

Interesan tanto la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia la propia materia, el trabajo escolar en general y como ciudadano, siendo la materia y el trabajo escolar los que determinan el peso específico de cada una de las componentes citadas.

TR6/TE6

La matemática escolar coincide con la que se muestra básicamente en los libros de texto. Se identifica con contenidos matemáticos escolares y dentro de éstos se suelen considerar casi exclusivamente las normas del sistema de numeración decimal (números naturales, decimales, enteros y fraccionarios) y sus operaciones, poniendo énfasis en estas últimas. No se suelen considerar contenidos geométricos y si se hace consiste en un listado de nombres (de figuras, de unidades de medida...) y fórmulas. No se establecen relaciones entre los contenidos.

E6

La matemática inmersa en la problemática real es el único referente de los conocimientos a movilizar en el aula.

I6

La matemática escolar tiene su punto de partida en la etnomatemática de los alumnos y recoge las necesidades socio-políticas, culturales... "Hacer matemáticas" con un carácter más formal (con la formalidad que tiene sentido alcanzar en esta etapa educativa) proviene del análisis de lo concreto. Como contenidos matemáticos escolares se consideran tanto los numéricos propios de la etapa, como los geométricos, la medida, el tratamiento de la información y la resolución de problemas, destacando este último.

TR/TE6'

La matemática escolar es exacta y se concibe acabada.

E6'

Se potencia la estimación y la aproximación, ligadas a contextos reales, y se concibe en construcción (se construye en el propio contexto escolar por parte de los alumnos).

I6'

La matemática escolar muestra su doble perspectiva de exactitud/aproximación dependiendo del contexto y se concibe en construcción.

TR7

La finalidad de la asignatura es poner en conocimiento de los alumnos un cierto "panorama matemático" que se espera que aprendan y dotarles de las destrezas básicas para la vida diaria (desde un punto de vista muy restringido, casi de las aplicaciones numéricas básicas) y para el estudio tanto de otras disciplinas como el estudio futuro de la propia matemática (por los conocimientos que aporta).  
TE7

La asignatura ha de tener un carácter práctico que permita su aplicación utilitaria en la vida cotidiana y como instrumento para el estudio tanto de otras disciplinas como el estudio futuro de la propia matemática (tanto por los conocimientos que aporta como por contribuir al desarrollo del razonamiento en el alumno).

E7

La asignatura posee un carácter formativo, con objeto de servir de instrumento para un cambio actitudinal del alumno (con respecto al aprendizaje y a la vida), así como para la adquisición de los valores racionales que le permitan conformar una actitud lógica ante los problemas cotidianos.

I7

La finalidad última de la asignatura es favorecer el desarrollo de una forma de pensamiento (matemático) que permita al alumno organizar, interpretar y comprender la realidad que le rodea, dotándolo de unos instrumentos que le posibiliten el aprendizaje autónomo.

### *Concepción del aprendizaje*

TR8

Se presupone que el aprendizaje se realiza, utilizando la memoria como principal recurso, por superposición de unidades de información.

TE8

El aprendizaje se sigue concibiendo como memorístico, organizándose internamente según la lógica estructural de la materia".

E8

Se aprende cuando el objeto de aprendizaje, que surge aleatoriamente del contexto, posee un significado para el alumno.

I8

Los objetos de aprendizaje no sólo tienen significado, sino también la capacidad de ser aplicados en contextos diferentes de donde fueron aprendidos, adquiriendo así un carácter móvil a través de una malla conceptual.

TR9

El único aprendizaje efectivo y correcto es el que proviene de un proceso deductivo (regla general-aplicación a casos particulares).

TE9

Aunque el aprendizaje pueda comenzar por la observación de un proceso inductivo (de hecho, es así como suele presentar el maestro los contenidos en la simulación de su construcción), el verdadero aprendizaje ha de apoyarse en un proceso deductivo.

E9

El aprendizaje se produce a partir de la participación activa del alumno en procesos inductivos.

I9

El aprendizaje comienza, normalmente, por la observación de regularidades que permiten aflorar una conjetura; pero a esta ha de seguir una comprobación razonable y, en la medida de lo posible, una

generalización adecuada (adecuadas tanto la generalización como la comprobación al nivel de los alumnos).

TR10

El alumno se hace con los conocimientos por el simple hecho de que el maestro se los presente.

TE10

Para aprender, al alumno le basta entender, asimilar el conocimiento que proviene del exterior.

E10

El aprendizaje se produce, de manera espontánea, cuando el alumno está inmerso en situaciones que propician el descubrimiento.

I10

El aprendizaje se produce a través de investigaciones que han sido planificadas por el maestro. Además, para que se produzca aprendizaje éste debe institucionalizarse.

TR10'

El maestro desea que el alumno explicita lo aprendido con la expresión usada por él. No le interesa la idea sino la mecánica. De ahí que no conceda especial importancia a que el alumno argumente sus conclusiones.

TE10'

Es importante que el alumno explicita la comprensión de los contenidos (se trata de una verbalización para comprobar que se está produciendo el aprendizaje deseado). La expresión de lo aprendido, con las palabras del alumno, muestra el resultado del aprendizaje.

E10'

Es importante que el alumno comunique (más que argumente de un modo más o menos justificado) sus conclusiones.

I10'

La expresión de lo que aprende por parte del alumno es una parte importante del propio proceso de aprendizaje. Es importante, además, que el alumno argumente sus conclusiones.

TR/TE 10''

El alumno interactúa con la materia y el maestro, siendo el último el intermediario entre ésta y el alumno. La interacción que se produce entre el profesor y el alumno no es equilibrada, siendo más fuerte el flujo en la dirección profesores alumno que la inversa.

E10''

El alumno interactúa con la materia, el maestro y sus compañeros, pero el énfasis se coloca en la interacción con los compañeros y el maestro.

I10''

Los principales elementos del entorno de aprendizaje interactúan entre sí (el alumno interactúa con la materia, el maestro y sus compañeros) de manera equilibrada.

TR11 /TE11

La única forma de agrupamiento que permite un verdadero aprendizaje es el trabajo individual.

E11

La forma ideal de agrupamiento que propicia el aprendizaje es el trabajo en grupo, con sus correspondientes debates.

I11

La forma de agrupamiento aconsejable para la producción de aprendizaje depende de la actividad a desarrollar.

TR12

La estructura de la propia asignatura, plasmada en la programación, es el dinamizador ideal del aprendizaje.

TE12

El dinamizador ideal del aprendizaje es la lógica subyacente a los contenidos matemáticos escolares.

E12

El motor del aprendizaje son los intereses de los alumnos.

I12

El dinamizador ideal del aprendizaje es el equilibrio entre los intereses y estructura mental de los alumnos y los de la matemática.

TR 13/TE 13

La capacitación del alumno es inalterable y justifica en gran medida los resultados del aprendizaje

E13/I13

La capacitación del alumno puede ser modificada

TR14

La actitud del alumno hacia el aprendizaje es raramente transformable.

TE14

En la actitud del alumno hacia el aprendizaje hay aspectos que pueden sufrir cambios.

E14/114

La actitud del alumno puede ser modificada.

### ***Papel del alumno***

TR15/TE15

El alumno no condiciona ni directa ni indirectamente el diseño de las actividades, programación, etc.

E15

El alumno condiciona indirectamente la selección y/o secuenciación de contenidos y objetivos (a través de la negociación de intereses), y en el diseño didáctico (a través de sus intervenciones en el quehacer del aula).

I15

El alumno condiciona directa e indirectamente el diseño didáctico.

TR16

En los casos en que exista una "buena enseñanza", la responsabilidad de los resultados del aprendizaje (que dependen del grado de sumisión) es exclusiva del alumno.

TE16

Cuando los procesos de enseñanza se realizan en un contexto adecuado, la responsabilidad del aprendizaje recae en el alumno.

E16

La motivación proveniente de la propia acción es la clave de los buenos resultados del aprendizaje.

I16

Para que se dé aprendizaje es necesario que el alumno otorgue significado a lo que aprende, siendo consciente de su propio proceso de aprendizaje. La responsabilidad del aprendizaje recae en la marcha del proceso completo (con todos los elementos y factores que intervienen en éste).

TR17

El alumno escucha la explicación del maestro para poder repetir posteriormente el proceso explicado.

TE 17

El alumno, al enfrentarse a cada una de sus tareas educativas, reproduce el proceso lógico mostrado por el maestro, imitando así su estilo cognitivo.

E17

El alumno pasa de actividad en actividad, participando intensamente en cada una de ellas.

I17

La actividad del alumno está organizada (interna o externamente) hacia la búsqueda de respuestas a determinados interrogantes.

TR18/TE18

Al ser el maestro el que proporciona la clave para la repetición/reproducción posterior, es fundamental la atención a éste (fuente de información fundamental).

E18

La actividad del alumno no incluye un tiempo para la reflexión sobre su propia acción.

I18

El alumno toma conciencia de qué hace y para qué lo hace.

TR19

El alumno no se plantea procesar la información que proviene del maestro, ni en forma ni en fondo.

TE 19

La confianza del alumno en lo expuesto por el maestro, inducida por la técnica empleada, le impide cuestionarse sobre el fondo del contenido.

E19

El ambiente dinámico que se propicia en la clase, permite que el alumno comunique sus experiencias y sentimientos con el maestro y los demás compañeros.

I19

El alumno mantiene una actitud crítica ante las informaciones que se movilizan en el aula.

### ***Papel del maestro***

TR20-23

El maestro transmite verbalmente los contenidos de aprendizaje, mediante explicación de lo reflejado en el libro de texto, realizando una reproducción literal de éste. Actúa como un especialista en el contenido.

TE20-23

El maestro organiza los contenidos de aprendizaje, los cuales transmite mediante exposición, utilizando estrategias organizativas expositivas que procuran ser atractivas. Actúa como un técnico del contenido y del diseño didáctico.

E20-23



Por su marcado carácter humanista y especialista en dinámica de grupos, induce al alumno a participar en las actividades que promueve, analizando las reacciones y respuestas a sus propuestas.

I20-23

El maestro provoca la curiosidad del alumno conduciendo su investigación hacia la consecución de aprendizajes. Su carácter de experimentador interactivo del contenido y de los métodos le obliga a analizar los procesos en el contexto del aula (investigación - acción).

TR24'

El maestro (y/o el libro de texto) es el que valida las ideas que se movilizan en el aula, corrigiendo a los alumnos en caso de errores y aportando él mismo la información correcta.

TE24'

El maestro es el que valida las ideas que se movilizan en el aula, planteando interrogantes a los alumnos cuyas respuestas llevan a la "auto corrección" (en verdad es una corrección enmascarada del maestro).

E24'

La información que se moviliza en el aula es validada por el grupo (grupo-clase o pequeños grupos de trabajo). En ocasiones se sustituye el papel de la corrección que en TR/TE juega el maestro por los compañeros, pero no se potencia que los alumnos "se paren a reflexionar" sobre sus ideas ni que desarrollen estrategias de autovalidación de las mismas'.

I24'

La información que se moviliza en el aula es validada por el grupo, por el maestro o por el propio alumno. En cualquier caso, se potencia la reflexión de los alumnos y el desarrollo de estrategias para su autocorrección, propiciándose que los estudiantes asuman responsabilidad a la hora de juzgar la adecuación de sus ideas. (pp. 37-48)

## **Anexo 2. Respuestas de Fernando al cuestionario sobre creencias**

### **Cuestionario para formadores de profesores de matemáticas**

Estimado formador, reciba de nuestra parte un saludo cordial. De antemano agradecemos el tiempo dedicado a responder el presente cuestionario, el cual tiene como objetivo conocer las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, teniendo en cuenta el componente didáctico del formador de “enseñar a enseñar” matemáticas al futuro docente. Sepa que en todo momento se respetará la confidencialidad de su identidad.

A continuación, se realizarán ciertas preguntas asociadas a su perfil como formador de profesores de matemáticas.

- ¿Cuántos años tiene?  
57 años
- ¿Cuál es su formación académica?  
Soy profesor de primaria con especialidad en Matemáticas en secundaria y un máster en investigación.
- ¿Cuántos años tiene de experiencia como docente?, ¿Cuántos años de experiencia tiene como formador de profesores de matemáticas?  
Cumplí 37 años de ejercer la docencia y de ellos dediqué 21 a la formación de docentes; específicamente a la formación de docentes de matemáticas dediqué 13 años.
- ¿Actualmente se dedica a la investigación?, ¿Es usted un profesor investigador?  
No, desde hace año y medio soy un profesor jubilado.
- ¿Qué cursos actualmente está impartiendo en la formación de profesores de matemáticas?, ¿Cuál es el objetivo de dichos cursos?  
Ya no imparto cursos y los últimos que impartí tenían la finalidad de reflexionar sobre las matemáticas, su enseñanza, estudio y aprendizaje a través de analizar las interacciones que se producen entre el contenido matemático el docente y los alumnos.

Posteriormente, se encuentra una tabla, del lado izquierdo de la Tabla 1, encontrará 26 ítems respecto a cómo se enseña a los futuros profesores y cómo estos aprenden, dichos ítems fueron adaptados del estudio de Beswick (2005). Del lado derecho, encontrará una única pregunta, se espera que en su respuesta se exprese respecto a su punto de vista sobre cada afirmación. Es decir, si está de acuerdo o no respecto a cada una de las afirmaciones y por qué, cuál es su opinión o postura al respecto.

Además, en una segunda sección del cuestionario, en la Tabla 2, encontrará 7 ítems respecto a la naturaleza de las matemáticas, las cuales fueron tomadas del estudio de Marshman y Goos (2018), al igual que en la primera sección se espera conocer su postura al respecto.

Tabla 1

*Ítems sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*

Ítems	¿Cuál es su punto de vista respecto a cada uno de los siguientes ítems?
1. Una tarea vital para el formador de profesores es potenciar la motivación docente del futuro profesor como elemento importante del mejoramiento de la calidad educativa.	De acuerdo, aunque considero que la frase pareciera separar la motivación de todos los demás componentes necesarios para lograr los aprendizajes; en mi opinión la tarea a la que denominamos enseñanza incluye una responsabilidad de que esta sea efectiva, al menos alcanzable para todos los alumnos y una forma adecuada de hacerlo requiere de dinámicas que por su relevancia deben de ser interesantes para el alumnado.
2. Ignorar las creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje puede afectar seriamente sus prácticas de enseñanza.	De acuerdo; uno de los más importantes componentes de la enseñanza lo constituye el proceso de diagnóstico que no puede restringirse a un examen de conocimientos matemáticos y a cuestionamientos sobre lo que se cree que es matemáticas y qué saber matemáticas; es necesario analizar las posturas, procesos y argumentación a la hora de trabajar en “hacer matemáticas” es ahí en donde podemos encontrar elementos para lograr el encuentro que nos facilitará el proceso formativo.
3. Es importante que el futuro profesor tenga oportunidad de reflexionar sobre la relación entre la teoría y la práctica; y evaluar su propia comprensión matemática.	De acuerdo; Una buena proporción de estudiantes que eligen ser profesores de matemáticas lo hacen porque les gusta la materia y algunos se describen como “buenos” en matemáticas, sin embargo, en no pocos casos predomina una “forma” de saber matemáticas que no favorece un análisis crítico y mucho menos un pensamiento y actuar flexible. Se recitan fórmulas, principios y conceptos matemáticos de alto nivel, pero se evidencian dificultades para resolver un problema abierto (que puede resolverse por diferentes procedimientos) de nivel básico.
4. Es importante que los formadores de profesores entiendan la estructura de las creencias del futuro profesor como componente esencial del proceso de formación.	De acuerdo; como lo mencioné en el punto dos, es un componente fundamental desde el diagnóstico; reconocer que existen diferentes concepciones y creencias sobre el conocimiento matemático que a la vez influyen en lo que se piensa que es “saber matemáticas” y que ello, definitivamente, determina lo que se considera importante trabajar, de qué manera y qué es lo que se quiere lograr; si “cabezas bien llenas o bien hechas”.

- |   |   |
|---|---|
| 5. Los formadores de profesores de matemáticas eficaces disfrutaban aprender y enseñar cómo 'hacer' matemáticas a los futuros profesores.   | De acuerdo; cada sesión de clase, así se refiera al mismo contenido matemático, a la misma competencia a desarrollar o al mismo análisis de los procedimientos de trabajo sobre una tarea que involucra un tópico matemático es una aventura única; si bien contamos ahora con información sobre las generalidades de la construcción de conceptos matemáticos en los alumnos, como lo legado por Guy Brousseau en las situaciones didácticas aplicadas y analizadas durante muchos años y que favorecen el predecir las formulaciones que pueden presentar los alumnos, siempre hay algo original y por ello interesante: una forma creativa que aún no se había presentado o un error que se resiste a desaparecer. |
| 6. Saber qué procedimientos utilizar para resolver un problema matemático es tan importante como obtener la solución correcta, así como la adquisición de conceptos.              | De acuerdo; con acento en la pluralidad; el formador, en mi opinión, debe ser un buen resolutor de problemas y ello incluye conocer diferentes procedimientos de proceder ante un problema o tarea matemática, además de estar abierto a la posibilidad de que pueda surgir de sus estudiantes un procedimiento que él no conocía, debe de actuar con disponibilidad al reconocimiento y valoración de la creatividad, incluso cuando se presenten errores.<br>Un trabajo de estas características en el aula de formación facilitará que la práctica de los futuros profesores tenga las mismas características.   |
| 7. Promover una actitud crítica ante las informaciones que se movilizan en el aula por parte del futuro profesor debería ser una tarea fascinante para el formador de profesores. | De acuerdo; como todo proceso de adquisición de conocimiento científico, el cuestionamiento, el escepticismo informado y la duda estratégica potencian el pensamiento crítico y favorecen que, a través de la confrontación y la argumentación, se hagan evidentes rasgos del proceso de comprensión.   |
| 8. Proporcionar a los futuros profesores tareas matemáticas y didácticas para que las investiguen y analicen es una forma eficaz de enseñar a enseñar matemáticas.                | De Acuerdo; sobre todo ahora que ha logrado fisurarse la dura roca de la enseñanza tradicional con otras formas que, al ver al alumno como un ser pensante capaz de realizar procesos de búsqueda y reflexión sobre diversos temas y considerar que el conocimiento puede ser construido; es muy favorable que los estudiantes investiguen con sus propios saberes y herramientas y vuelva al aula a compartir, comparar, analizar, discutir con argumentos propios lo investigado. El formador dirige el proceso de análisis crítico con una fuerte presencia de cuestionamientos estratégicos y   |

	encadenados que guíen el proceso de comprensión para el aprendizaje, un ejemplo sólido de esta forma de trabajo es el aula invertida.
9. Las matemáticas son un esfuerzo humano hermoso, creativo y útil que es tanto una forma de saber como una forma de pensar.	De acuerdo; concebir a las matemáticas de esta manera es una buena base para una enseñanza efectiva de saberes para pensar y tomar buenas decisiones, para seguir interpretando y comprendiendo diversas situaciones y fenómenos; desafortunadamente aún persisten prácticas que priorizan aprendizajes rituales rígidos y con poco sentido de uso para los estudiantes; prácticas que la alejan de su buena imagen y la vuelven tediosa, inútil y mecánica.
10. Permitir que el futuro profesor luche con un problema matemático, incluso un poco de tensión, puede ser necesario para que ocurra el aprendizaje.	De acuerdo; en este sentido vale la pena recomendar un contrato didáctico con un sólido componente emocional, en donde la duda, el despiste y el error tienen cabida, se reconoce su presencia natural en toda construcción del conocimiento. Un ambiente no punitivo permite aceptar la tensión como un componente estratégico el problema es un reto que invita en sí mismo a trabajar para resolverlo y no a deshacerse de él, ni abandonarlo y olvidarlo. El aprendizaje surge acompañado de una emoción, la satisfacción de haberlo resuelto, en la independencia o por equipo; se disfruta mucho de las expresiones de triunfo ¡Eureka!!!
11. Los futuros profesores siempre se benefician de discutir sus propuestas a tareas matemáticas y didácticas entre ellos.	De acuerdo; si bien es muy favorable permitir que cada estudiante a su ritmo, con su carga de saberes y competencias se enfrente a tareas matemáticas, se potencia la reflexión y el análisis al confrontar sus procesos, argumentar y validar
12. La actividad del futuro profesor está orientada a la búsqueda de determinados interrogantes que son persistentes y provocan un efecto significativo en el aprendizaje matemático y didáctico.	De acuerdo; en todo proceso de construcción del conocimiento se presentan, de manera natural, obstáculos que es necesario identificar y analizar para ser atendidos a través de nuevas tareas; sin embargo, dichos obstáculos no siempre se muestran en el esplendor de convertirse en preguntas específicas y tampoco lucen su traje de persistentes; de ahí que sea necesaria la intervención estratégica del formador, sin provocar dependencia, como un andamiaje que puede ser enriquecido con los productos de la investigación científica.
13. La justificación de las afirmaciones matemáticas y didácticas de los futuros profesores en una parte	De acuerdo; se trata de buscar siempre la argumentación de las decisiones tomadas con base en evidencias o en saberes respaldados por actividades de investigación. Es un proceso lento que le da sentido a un discurso o destreza

importante del proceso de formación docente.	matemática y que aspira a convertirse en la "expertise" que favorece que sus propios alumnos aprendan a hacer matemáticas.
<b>14.</b> Como resultado de mi experiencia como formador de profesores, he desarrollado una actitud de indagación frente al proceso de enseñar a enseñar a futuros profesores de matemáticas.	De acuerdo; el desempeño profesional del formador de profesores para enseñar matemáticas puede describirse como un proceso simbiótico en el cual ambos roles se enriquecen del análisis y reflexión sobre las interacciones de la enseñanza y el aprendizaje; pero también es un proceso congruente con lo que se espera que aprendan a hacer los futuros profesores. Me interesa conocer a mis alumnos: lo que saben; lo que hacen con lo que saben; cómo piensan a partir de lo que saben; como se sienten cuando saben, pero también cuando no saben; como aprenden; qué les ayuda a aprender... Y hacer explícito ese proceso y argumentarlo para que, a su vez, los futuros profesores, hagan lo conducente con sus propios alumnos.
<b>15.</b> Los formadores de profesores de matemáticas pueden crear, ambientes dinámicos en el que los futuros profesores puedan participar activamente en su aprendizaje (aprender a enseñar matemáticas).	De acuerdo; definitivamente eso es posible; dejar de lado la enseñanza discursiva, la demostración experta de procesos que hay que repetir al pie de la letra y afianzar con numerosos ejercicios similares; incluso la revisión de métodos anticuados y poco fundamentados por lo que ahora sabemos sobre el funcionamiento de la mente y cómo se aprende; si aceptamos estas ideas, no solo "puede", sino DEBE diseñar ambientes problematizadores sobre las dificultades, obstáculos y errores en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, de manera de preparar a los futuros docentes para poner en escena situaciones que hagan emerger la necesidad de un procedimiento que resuelva una familia de problemas relacionados con un contenido matemático.
<b>16.</b> Es responsabilidad del formador de profesores proporcionar al futuro profesor métodos de enseñanza centrados en el docente para el logro del mejoramiento de la calidad educativa.	En desacuerdo; si bien estoy de acuerdo en la necesidad de formar profesores para dirigir la enseñanza en su más completo significado y que estas profesores, producto de su proceso formativo, adquieran solvencia en el conocimiento de los contenidos matemáticos, su relación, su historia, el argumento que les da solidez y generalidad y reconocer que, en la historia de la educación se han aplicado una cantidad considerable de propuestas de enseñanza de mayor o menor reconocimiento y fundamentación científica; lo que hoy sabemos, con argumentos transdisciplinarios, nos invitan a situar

---

en el centro del proceso a los sujetos de aprendizaje, con su individualidad pero también con su diversidad; en un proceso particular de comprensión, pero en una construcción social; para resolver cuestionamientos y realizar tareas actuales, presentes e incluso reales; pero también para desempeñarse con solvencia en un futuro incierto en donde puede requerir de crear herramientas gracias a su pensamiento matemático y no a utilizar herramientas creadas para otras situaciones.

Debe buscarse el punto de equilibrio entre la atención a la naturaleza de un contenido matemático; las características del grupo de estudiantes y las tareas a realizar por quien está a cargo de la enseñanza, considerando todo lo que ahora sabemos sobre enseñar, estudiar y aprender matemáticas y con ello conformar una forma de ser docente flexible pero fundamentada.

---

17. Hay una cantidad establecida de contenido matemático que debe cubrirse en cada asignatura disciplinar que curse el futuro profesor.

En desacuerdo; si bien es necesario contar con un planteamiento curricular que responda al perfil de egreso del profesional de la enseñanza de las matemáticas que queremos formar y ello demanda algo más que los propósitos de un curso; no considero que deba plantearse en torno a una determinada cantidad de contenido matemático, sino en relación a las peculiaridades de un tema matemático: la historia de su desarrollo, su estructura y relación con otros temas, las dificultades y errores que se presentan regularmente en su enseñanza y aprendizaje, las propuestas que se han elaborado en torno a mejorar su aprendizaje.

---

18. Es importante que los contenidos matemáticos que se establecen en los programas de las asignaturas se presenten a los futuros profesores en la secuencia correcta.

En desacuerdo; si bien reconocemos que puede seguirse un orden en el planteamiento curricular que corresponda a la dificultad de los contenidos o a la cronología de su creación, este orden no tiene por qué ser rígido, sino que debe responder a las necesidades que se vayan presentando a lo largo de la dinámica en el aula, a los intereses de los alumnos y las relaciones naturales que se hacen evidentes al trabajar con tareas matemáticas o resolver problemas; existen algunos que pueden abordarse desde diferentes campos del conocimiento matemático.

Si bien conocer la estructura y organización del conocimiento matemático es importante, no tiene

---

---

	por qué determinar un tratamiento rígido durante la formación docente.
<b>19.</b> El contenido matemático se presenta mejor, al futuro profesor, en un estilo expositivo: demostrando, explicando y describiendo conceptos y habilidades. Siendo el formador un técnico del contenido y del diseño didáctico.	<p>En desacuerdo; la forma de trabajar descrita, aunque presente en muchas aulas, ha evidenciado carecer de efectividad en un aprendizaje comprensivo y con miras a la independencia: se logra, si acaso, que los alumnos reciten principios y conceptos que no pueden explicar con sus propias palabras, porque no los comprenden; aprenden mecánicamente a reproducir procedimientos sin saber porque ejecutan cada paso y no se dan cuenta de la relación de esos pasos y el resultado que obtienen, no logran “validar” (en términos de Brousseau y la TSD) su propio trabajo (presentan un examen y “no saben cómo les fue” hasta que no les entregan la nota y muchas veces no comprenden por qué algo es incorrecto).</p> <p>El actuar del técnico del contenido y del diseño didáctico se restringe a responder a preguntas que los estudiantes no se han planteado y a trabajar en el aula por imitación sin saber responder a las necesidades propias del grupo que se atiende.</p> <p>Considero que la mejor forma de trabajar en el aula de formación de profesores debe ser congruente, en buena parte, con la forma en la que queremos que ellos trabajen en su aula; reconocemos que no puede ser completamente igual ya que ellos no requerirán trabajar la parte de análisis y reflexión para la didáctica sino sólo el contenido matemático.</p> <p>Sin decir el tema que se va a abordar, se presenta una tarea o problema matemático que requiere de resolverse (el buen formador no es un “técnico” es un ingeniero que, con base en su conocimiento matemático profundo y amplio (conoce la historia de construcción del contenido matemático que quiere tratar, sabe cómo este se fue perfeccionando a lo largo de la historia y cuál es su relación con otros contenidos matemáticos; en mi opinión, es más importante dominar los contenidos de manera amplia y a profundidad y sólo saber con qué contenidos superiores se puede relacionar.</p> <p>Más que un “técnico” es un director que sabe “poner en escena” una dinámica de búsqueda de solución, una de las mejores partes es cuando logra que el problema que el selecciono sea asumido por sus alumnos como “su propio problema” (devolución</p>

---



---

	<p>TSD) les inquiete y enganché en querer darle solución. Lo más importante no es la solución sino los procesos que permiten llegar a ella, de ahí que expresar el resultado debe de ir acompañado de una explicación de cómo se fue acercando a él y por qué se cree que el proceso es adecuado y el resultado correcto; es esta etapa el docente, aparte de animar a que se presenten diferentes formas de abordar el problema, de que incite a que se confronten cada una de ellas; reconoce como importante cada una de las propuestas y no descalifica; gestiona los errores como elemento fundamental para la comprensión; paulatinamente y siempre con base en lo que los alumnos vayan logrando con su propio trabajo, con sus propias palabras, el formador puede ir formalizando lo que ellos proponen, acercando los "artefectos" construidos en clase a conceptos, principios, incluso fórmulas convenientes. Es como hacer evolucionar procedimientos "caseros" en procesos fundamentados matemáticamente, poniendo acento en la participación de los alumnos en su rol de "hacedores de matemáticas".</p> <p>El formador debe ser también un resolutor de problemas.</p>
<p>20. Las matemáticas son computación. Útiles en la vida cotidiana, que sirven como instrumento para el descubrimiento de la propia matemática y el estudio de otras ciencias.</p>	<p>En desacuerdo; si bien podemos identificar algunas construcciones matemáticas cuya relevancia más generalizada es su utilidad como herramientas para el tratamiento de datos, los cálculos, las interpretaciones de fenómenos en cuanto a sus regularidades, lo mismo que su utilidad como herramienta para el desarrollo de la propia matemática o en otras áreas; considera que las matemáticas son mucho más que una colección de conceptos asociados a principios y a herramientas para aplicar; las matemáticas son una forma de interpretar la realidad, son una forma de pensar y a partir de ello, tomar decisiones.</p>
<p>21. Decir la respuesta de una tarea matemática a los futuros profesores de matemáticas es una forma eficaz de facilitar su aprendizaje de las matemáticas y de institucionalizar el conocimiento.</p>	<p>En desacuerdo; si bien es necesario reconocer que en algún momento se debe de institucionalizar y que no todos los alumnos pueden llegar a la solución de una tarea matemática; es necesario dar tiempo para que la mayoría tenga una propuesta de solución (de ahí que no puede estructurarse una sesión de clase en momentos preestablecido como si afirmáramos que el tiempo de aprendizaje se puede estandarizar, la clase puede terminar temporalmente, pero la</p>

---

búsqueda inquieta de la solución puede proseguir con la vida cotidiana).

Cada vez que le damos la respuesta a una tarea o problema que el estudiante ha aceptado, le estamos afectando su derecho a encontrarla por sus propios medios y a su tiempo, por eso afirmamos que en una tarea de resolución de problemas, las preguntas que hace el formador es tan importante como lo que se calla. Como producto de planteamientos basados en la exposición didáctica los jóvenes no recuerdan los contenidos "vistos" porque les fueron "expuestos", "dados" sin ellos sentir la necesidad de construirlos como herramienta; sin haber participado en "hacerlos".

---

**22.** Me sentiría incómodo si un futuro profesor sugiriera una solución a un problema matemático en el que no había pensado antes.

En desacuerdo; el ambiente que se instituye en el aula basada en aprender matemáticas a partir de plantear y resolver problemas se desprende de un contrato didáctico en el que todos aprenden, incluso quien tiene la responsabilidad de la enseñanza, de ahí que no hay lugar para la incomodidad; se trata de alentar a considera una imagen de un docente que puede no saber todo; pero en mucho va, al menos, un paso delante de sus estudiantes.

---

**23.** No es necesario que los formadores de profesores entiendan la fuente de los errores de los futuros profesores; el seguimiento de instrucción a las tareas matemáticas corregirá sus dificultades.

En desacuerdo; es muy importante investigar sobre el origen, naturaleza y persistencia de los errores en todo proceso de enseñanza de las matemáticas. En mi opinión los errores deben dejar de verse como faltas de atención, compromiso o esfuerzo; no son ausencia de conocimiento; son, en todo caso, conocimientos aplicados a situaciones que no corresponden, producto de una interpretación diferente y muchas veces asociadas a prácticas mecanicistas y con nula participación del estudiante en la validación.

Una concepción adecuada del error lo reconoce no solo natural en un proceso de aprendizaje, sino, incluso necesario, sobre todo en un proceso formativo de futuros profesores de matemáticas. En mi caso, en mis cursos, procuraba variadas sesiones de análisis de los errores en el aprendizaje, algunas tareas favorecen que los errores emerjan al trabajar una tarea o resolver el problema, el análisis "en carne viva" es mucho más interesante y prepara a los futuros profesores para atender profesionalmente los errores de sus propios alumnos.

---

---

	Los errores no se señalan y se corrigen, mucho menos se sancionan, en un proceso de enseñanza comprensiva, en todo el sentido del término; los errores deben tener un tratamiento no punitivo y la oportunidad de que los estudiantes puedan enmendarlos por sí mismo a través de una secuencia didáctica adecuada.
<b>24.</b> Al ser el formador de profesores la fuente fundamental de información, es importante que los futuros profesores presten la debida atención a éste, para aprender a enseñar matemáticas eficazmente.	En desacuerdo, sin restarle la responsabilidad de la enseñanza el formador no tiene que saberlo todo, aunque si debe, regularmente, saber antes y saber de otra manera, más completa que sus estudiantes. Las fuentes de información son variadas y cada cual, en su sentido relevantes. Lo fundamental para el aprendizaje de las matemáticas es la tarea o la situación que promueve la "atención" como interés en querer resolverla, como el compromiso en la búsqueda de algún proceso que nos permita resolverla y justificarla. Los estudiantes no aprenden matemáticas escuchando, si acaso saben como se llama a determinado concepto o contenido, pero aprender a pensar matemáticamente a hacer matemáticas para tomar decisiones fundamentadas se aprende enfrentándose a la tarea, involucrándose con la dificultad y reacomodando sus estructuras de conocimiento.
<b>25.</b> Es importante que el formador de profesores, como especialista del contenido, cubra todo el contenido matemático en la secuencia que establece el programa de la asignatura.	En desacuerdo; esta afirmación es muy similar a lo expresado en las afirmaciones 17, 18 y 19; de ahí que sólo expresaré que es deseable que sea especialista del contenido, pero no al 100% necesariamente, además hay otras competencias que debe poseer para trabajar más dinámicamente. Los contenidos matemáticos no pueden estar preestablecidos rígidamente, ni en cantidad ni en orden; el formador, como especialista de la enseñanza sabrá organizar su trabajo de acuerdo a las necesidades vivas de sus alumnos en turno; reconociendo que no siempre algún contenido requiere de la misma cantidad de tiempo y que algunos deberán ceder su espacio a un tratamiento más profundo de otros. Un profesional de la enseñanza puede hacer responsablemente adecuaciones curriculares de acuerdo a las situaciones que se presenten; no se parece en nada a un expositor de temas al pie de la letra, temas preestablecidos en una tabla de contenido rígida.
<b>26.</b> Si la explicación de un futuro profesor sobre la solución a	En desacuerdo; incluso el silencio es digno de tomarse en consideración, con mayor razón una

---

<p>determinada tarea matemática no tiene sentido para el formador de profesores, es mejor ignorarla.</p>	<p>explicación que es, al menos, un intento por resolver la tarea. Es de suma importancia que tanto el formador como los demás estudiantes, presten atención respetuosa a las explicaciones que se presenten, que no se interrumpan ni sean menospreciadas; si bien hay un momento en el que estas se contrastan e incluso se confrontan, no hay lugar para la descalificación sino para el reconocimiento de que pudo interpretarse de otra manera y de que, en los procesos adecuados, hay algunos más convenientes que otros. Un desempeño como el descrito favorece un clima de confianza en donde los futuros docentes pueden ir expresando libremente lo que “van pensando”, lo que van logrando; mostrando rasgos del proceso de comprensión.</p>
--	--

**Tabla 2**

*Creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre la naturaleza de las matemáticas*

Ítems	¿Cuál es su punto de vista respecto a cada uno de los siguientes ítems?
<p>1. Las matemáticas son un campo de investigación humana en continua expansión.</p>	<p>De acuerdo; difícilmente podríamos afirmar que lo que la humanidad ha logrado saber sobre las matemáticas es todo lo que existe, bastaría con revisar la evolución de alguno de sus campos para reconocer los avances; de ahí la importancia de hacer de la enseñanza un proceso favorable para pensar flexiblemente con base en un razonamiento matemático.</p>
<p>2. Las matemáticas no son un producto terminado y sus resultados permanecen abiertos a revisión.</p>	<p>De acuerdo; sobre todo por sus implicaciones hacia su enseñanza, debemos mostrar el dinamismo en la evolución del conocimiento matemático y, sobre todo, en los niveles básicos de enseñanza, reconocer que varios procedimientos nos pueden llevar a un mismo resultado, que podemos acercarnos “a hacer”, a construir procedimientos matemáticos para la solución de un problema y no sólo imitar los que han sido elaborados y no sabemos por qué funcionan. Muchos de mis alumnos se asombraban al estudiar la evolución de pi (<math>\pi</math>) y su relación con la circunferencia y que no siempre se conoció lo que ahora sabemos a pesar de explicar la relación entre el diámetro y el perímetro de muchas de las cosas con forma redonda que existen en la naturaleza.</p>

---

3. Las matemáticas son un cuerpo de conocimiento estático pero unificado, que consiste en estructuras y verdades interconectadas.	En desacuerdo; las matemáticas son esencialmente producto de la actividad humana que busca profundizar en el conocimiento de la realidad a través del análisis y la búsqueda de regularidades que posibilitan predicciones justificadas; dicha actividad ha permitido acumular una gran cantidad de conocimientos que pueden organizarse de diferentes maneras dadas sus interrelaciones. Dichos conocimientos son dinámicos, aunque su dinamismo no pueda apreciarse fácilmente desde la efímera vida de un ser humano. En una concepción adecuada para la enseñanza, la matemática debe considerarse más que una colección de estructuras, procedimientos y verdades estructuradas como una forma flexible de pensar matemáticamente.
4. Las matemáticas se descubren, no se crean.	En desacuerdo; las matemáticas son resultado de la actividad humana en la búsqueda de interpretar y comprender la realidad.
5. Las matemáticas son una colección útil pero no relacionada de hechos, reglas y habilidades.	En desacuerdo, considero que la relevancia de la matemática para la vida cotidiana, el avance científico y su propio desarrollo, radica en la interrelación entre todos sus componentes, pero, además, de una forma de razonar con lo que se sabe.
6. Las matemáticas son totalmente distintas de otras disciplinas.	En desacuerdo; si bien la matemática cuenta con peculiaridades que se han hecho evidentes en el ámbito educativo, sobre todo con el planteamiento de las didácticas específicas, no estoy de acuerdo en considerarla “totalmente” distinta, pues ello podría dificultar la conciliación entre disciplinas, necesaria en la comprensión de muchos y muy variados fenómenos o situaciones que nos presenta la realidad.
7. Las matemáticas y otras áreas del conocimiento están interrelacionadas o parcialmente integradas, compartiendo conceptos y métodos de investigación.	De acuerdo; en términos generales, el conocimiento que ha producido la humanidad en su afán de comprender lo que sucede en la realidad y su búsqueda de calidad de vida, no está compartimentado. De alguna manera fue útil organizarlo pues eso permitía la profundización y que algunas personas se dedicaran, en lo individual o por equipo a especializarse dedicando su vida a una disciplina. Sin embargo, en el ámbito educativo, esta compartimentalización representa más dificultades que ventajas, pues deja al alumno la gran tarea de integrar esos saberes en una forma adecuada de actuar ante la realidad; si acaso le es útil para avanzar en la estructura educativa. Cada vez hay más planteamientos e intentos de trabajar el conocimiento integrado, sin embargo, seguimos

---

---

formando especialistas apasionados por su disciplina y poco o nada enterados de lo que juntos podrían trabajar con sus pares por el beneficio de unos alumnos formados integralmente y no a partir de la suma de sus saberes.

---

¿Desea agregar algo más al presente cuestionario?

### **Anexo 3. Entrevista a Fernando**

**Entrevistadora:** Bueno, primero que todo quiero agradecerle porque en el cuestionario sus respuestas de verdad que fueron muy valiosas para nosotras hemos sacado, no se imagina la cantidad de jugos, de verdad que ha sido muy muy valioso para nosotras es nuestro profesor experto [Risas]. Entonces vamos a empezar, primero quisiera como conocer toda esa trayectoria suya que le ha permitido como de una u otra manera, ser el formador de profesores que es hoy, toda su trayectoria, que usted dice eso me ayudó en algo cuando estuve haciendo esa parte de la formación de profesores de matemáticas.

**Fernando:** Fíjate que esa parte al menos la de formador yo como que no era consciente de ella pues, o sea, por supuesto que yo me formé con otros formadores en su tiempo pero, todavía ese concepto como que del formador no existía simple y sencillamente en las escuelas de educación superior que por cierto no eran las universidades, esta Universidad me rechazó a mí por cuatro veces a una maestría de matemática educativa, sí porque los normalistas nunca hemos tenido una estatura como la de los universitarios al menos en México no y recuerdo que la última vez que decidí irme a estudiar a Monterrey fue porque me dijeron que entendiera, me dijeron en servicios educativos, entienda, las universidades son para los universitarios y las normales para los normalistas, entonces ese día me cayó el 20 de que ya no me iban a aceptar aquí y me fui a una escuela a hacer una maestría en Monterrey, y los maestros que nos daban clase allá no todos eran profesores, como éramos de la especialidad de matemáticas la mayoría eran ingenieros, arquitectos, teníamos un físico, hoy me estuve acordando de él, precisamente pensando en que venía para acá, era un físico nuclear y me acuerdo que hizo una especialidad en Francia y nosotros le decimos profesor esta parte y decía no, por favor no me digan profesor, los profesores son ustedes es que no, yo soy físico y entonces yo no sé lo que ustedes saben y él trataba de describir una parte que luego entendí que era la parte medular de la formación; aunque era buenísimo eh, o sea yo encuentro que mucha gente no necesariamente tiene las teorías que sustentan los principios la forma de cómo enseñar pero, lo busca y en su lógica encuentra cosas de él, era clásico que él decía vamos a ver el curso trata de esto no dice los voy a empezar dice voy a empezar en cierto nivel si alguien no entiende me dice y voy más abajo o voy más atrás. Entonces, era preciosa esa parte que mucha gente no sabe o no tiene o no quiere hacer, él dice en la licenciatura de vista de haber visto hasta acá, entonces yo inicio y le digo y no va al encuentro y él tenía ese encanto y va al encuentro de cada uno de nosotros porque a veces iba atrás, atrás, atrás, atrás, atrás no, una dos tres clases hasta que llegaba un punto en que ahora sí todos desde aquí sí y nos íbamos adelante y era muy detallado, pues,

ciertamente de una digamos enseñanza clásica, los procedimientos los mecanismos las fórmulas era cálculo de análisis lo que veíamos con él, pero vaya tenía esa parte y te digo que bueno así lo viví yo jamás pensé en dar clases inclusive en educación superior, pero lo que sí recuerdo es que cuando me llega a mí una reforma de las matemáticas en México implementa en el 92 con la modernización educativa implementa la situación de los enfoques de enseñanza y ya venía lo de la resolución de problemas yo me acuerdo que entonces ahí me daba miedo a pesar de que me gustaba resolver problemas, pero me daba miedo en la situación de enseñar habían formado de manera clásica completamente, pero bueno, hice el intento y creo que fui descubriendo algunas cosas que también no lo decían los libros, algo así mencionaban que el profesor tenía que ser un buen resolutor de problemas y yo pensaba que, vaya que con resolver un problema de alguna manera yo lo llevaba a mis alumnos pero de repente me empezaban a salir otros procedimientos y me asustaba porque tan solo que me dijeran está bien y lo más regular es decir si lo hiciste como yo está bien pero y si no, y si es una forma que nada más funcione en algunos casos, algunas veces salía, pero entonces te vas metiendo a esa parte no de entender que diferentes caminos de entender que también hay ahí hay algunas situaciones no regulares pero muy creativas, yo terminé apasionado por los errores, por el estudio de los errores pero fue por eso porque me fui encontrando una riqueza tremenda en algo que yo había ignorado por mucho tiempo entonces trabajé en Secundaria algunos años y después, una de mis amigas con quien había compartido unos cursos que si tomamos en donde si nos dejaron a los profesores entrar a la Universidad, porque eran cursos para profesor y me lo estaban los sábados y así como que nos veían como un grupo de visita pues de veras nos trataban muy diferentes, todo aparte todavía ahorita pero bueno, entonces este había sido mi compañera entre ella de veras bendita entre los hombres creo que éramos Trece varones los que finalmente fuimos quedando de un grupo de casi de 60 y la maestra Rosy Martínez fue la última que se fue quedando entonces recuerdo que una vez me habló y me dijo oye te quería comentar una cosa tú alguna vez me dijiste que te gustaría regresar a la normal a dar clase, pero fue así como de sorpresa y dice entonces te estoy comentando que a mí ya no me conviene económicamente yo me voy a regresar a mi secundaria y entonces estoy dejando un lugar, ve con el director si quieres participar, ahí pues, me fui como un loquillo y me tocó la fortuna de que me aceptaron, entonces ya de repente fue así como que llegar y órale ponte el saco de formador porque ya entonces, ya había esa parte no, de aquellos que se dedican a formar a los nuevos profesores y bueno vino la fortuna de que pude conocer a gente y a la que admiro mucho, muy amigo de Lety Sosa, el doctor Luis Manuel Aguayo que para mí es el pionero más importante en Zacatecas y en México de la didáctica de las Matemáticas, no sé si ya lo conociste, o sea sigue haciendo un trabajo muy bueno y muy apasionado él nos dio la fortuna de traer a franceses porque él se empezó a las escuelas de invierno y de verano a Francia a estudiar, estudió francés conoció Guy Brousseau, a Chevallard, o sea plática con ellos, a mencionar, pero luego vino y compartió de una manera muy muy muy padre no y entonces, pues son las cosas que te contagian. Yo me di cuenta en ese poder comparar lo que yo primero hacía que era prácticamente dominar los procedimientos y ayudarles a mis alumnos a mecanizar porque recuerdo que las masas sí me enseñaban no, que para multiplicar las fracciones decíamos

nosotros quebrados en otro tiempo decíamos este para multiplicarlos pues, que la ley de la tortilla nos decía un maestro, para que recordáramos aquel cambio que teníamos que hacer y entonces yo así enseñaba, pero luego me di cuenta de que no era lo correcto porque eran cosas sin significado, entonces entrarle a eso de una situación que provoca que busques una solución y que eso como eres parte de la creación prácticamente de la construcción te deja huellas que yo les digo a mí me importa si, si algún procedimiento se me olvida porque sé que lo puedo reconstruir si me dan tiempo lo puedo reconstruir no, no me importa si se me olvida cómo resolví tal problema porque tengo la seguridad de que ya lo hice, entonces lo puedo volver a hacer tal vez por otro camino entonces todo eso traté de llevarlo al aula sí y convencer a mis alumnos fue cosa de mucho tiempo porque además me encontraba con los profesores que me decían usted es el que dice que aventándoles una hoja con un problema a los alumnos enseñaba matemáticas, pues no lo decían así, pero ellos así lo veía porque yo decía este problema no, busca como solucionarlo, dígame cómo, no sé o sea que utilizo, no sé, búscate no, y entonces lo decían así, pero lo hacían ver como horrendo y yo decía no soy y que quieren saber no que quieren saber de eso porque sí, yo tenía ya pruebas de que eso podía funcionar.

**Entrevistadora:** Entonces podríamos decir que hubo un antes y un después de cómo usted enseñaba a los estudiantes, díganos.

**Fernando:** Definitivamente, definitivamente yo creo que mis cargos de conciencia más fuertes son aquellos de mis primeros alumnos que eran los de la secundaria, donde yo daba clase, porque prácticamente yo los enseñaba así, o sea, utilizar el algoritmo, pero como lo hacían conmigo desde presentar el tema desde ponerlas después de la fecha el tema y decir esto se trata de esto, tuve un maestro de secundaria que prácticamente nos dejaba solos y yo creo que de él aprendí, porque yo no sé si era consciente de lo que hacía, pero él, por ejemplo siempre nos dejaba eran libros por lecciones una lección para cada día entonces él nos decía estudia en la lección para mañana, y mañana yo les voy a pedir la lección, él no explicaba los que tratábamos de construir éramos nosotros, y nosotros pensábamos que el profe era flojo, pero a la mejor no, a lo mejor él quería ver hasta dónde habíamos comprendido por nosotros mismos, pero vaya, aun aquella forma de enseñar con el libro con aquello de entiéndele tú primero algo, me parece que no era la más conveniente. Pero sí, yo les digo que me tuve que quitar una cáscara dura, tan dura como la cáscara de los cocos, para quitarme esa forma de que es una concepción, oye de cómo se enseña, de lo que es la matemática, yo la verdad ahora pienso diferente, pero entonces creía que, la matemática era un conjunto organizado de procedimientos, de actividades, de principios no, y ahora lo veo de una manera muy diferente, pero vaya costó yo creo que décadas.

**Entrevistadora:** Un recorrido largo, por lo que me menciona hubo varios profesores que tuvieron un impacto en usted, tanto positivo como negativo y lo que de pronto usted trató de hacer fue como que bueno me voy a tomar esto bueno que me enseña, por ejemplo el profesor Aguayo, me enseña la doctora Leticia y eso lo voy a implementar en mi clase y aquello que



resulta, que de pronto no estaba yo tan de acuerdo en ese momento, no lo voy a hacer porque ya ha habido como un crecimiento en mí, por lo que usted me comenta

**Fernando:** Sí, definitivamente, pero yo creo que no es sencillo, o sea que yo al principio no podía ni siquiera anotar sí, que eso sucedía, porque yo por ejemplo no era consciente de que había algo que sustentaba la enseñanza, yo llegué a la escuela para estudiar para profesor con la imagen de mis profesores, o sea creyendo que me iba a tener que lo que más me costaba era aprenderme de memoria la clase para no tener el cuaderno de notas este en la mano para estar este dictando estar conociendo la actividad, y ahorita que lo dices recuerdo a profesores que me daban clase ya a nivel Superior y estaban copiando los ejercicios que ellos mismos habían hecho como alumnos con punto y letra y a veces les preguntábamos y no sabían, porque habían escrito tal parte no, pero vaya o sea de que hay muchas formas luego me di cuenta de que había muchas formas de ser profesor, que había muchos estilos ya después, pues leí cosas de los estilos y todo ello, pero al principio no era ni siquiera consciente de eso, yo creo que es algo difícil en otras profesiones, pues, como que está en la propia naturaleza el pensar, que el médico tiene que tener un compromiso humanitario con su paciente que no tiene que tenerle miedo a las enfermedades ni a la sangre no, que debe de comprender que el otro tiene a la mejor una forma de vivir y que no lo va a cambiar de inmediato que el ingeniero debe tener una parte de inventiva, o sea, esas cosas, pero el profesor, yo me acordaba de mucha gente que conocí que tienen otras profesiones y vaya también haciendo es que los profesionistas y los separan, y los profesores los profesionistas fácilmente brincan hacia mi profesión, a mí no me han dejado entrar, tengo un par de anécdotas con eso que yo les decía, a ver déjame hacer lo tuyo, si tú vienes acá conmigo y dices que se parece, pues entonces yo hago lo tuyo y ellos decían, no, tienes que ponerte a estudiar leyes para poder litigar y digo yo y como un abogado si se puede venir a trabajar acá, pero es esa parte de no tener consciente el conocimiento, y de ello desprendido también la tarea, las tareas que son propias de la enseñanza.

**Entrevistadora:** Eso sucede también en Colombia, cualquier profesional de la estadística, de la física puede dar clases y desplazan las plazas como decimos nosotros de los profesores, los prefieren a ellos por encima de alguien que se formó para ser profesor. Entonces es algo muy complicado que también sucede en Colombia y de eso nos quejamos muchísimo los profesores, ha habido marchas y demás, pero no pasa nada.

**Fernando:** Esta ya tiene un poco más de un sexenio que entró, una administración la parte, pues que está encargada de la formación de profesores en México es un profesor universitario y se llevó a su equipo más cercano de profesores universitarios a dirigir la dirección general de profesión docente entonces ahorita estamos regando eso, el peso es la disciplina, entonces el que va a enseñar geografía debe ser un geógrafo especialista en la geografía, el que va a enseñar historia un historiador, yo me acuerdo que aquella vez les ponía ese problema, tenemos un profesor muy específico aquí en México que es un profesor que nos permitió ahorrar mucho dinero que son los profesores de telesecundaria un profesor que trabaja todas las asignaturas,

pero en el nivel secundaria, entonces yo trabajé un tiempo formando a sus profesores y le decía al dirigente cuando decía él, el que va a formar español tiene que ser un lingüista, el de matemáticas un matemático, y le digo y el de telesecundaria maestro de todo y sabio de nada y le dio un coraje, pero digo es que es cierto entonces a ver, ahí se rompe la situación de la disciplina tiene que ser un experto en la enseñanza, que pueda tomar un contenido gestionarlo para poderlo enseñar y ahí está la parte importante que yo creo de los formadores, la didáctica que todavía para muchos no adquiere el nivel de ciencia.

**Entrevistadora:** De hecho, a eso va la otra pregunta, usted menciona esa parte de la didáctica en los formadores de profesores de matemáticas, entonces para usted hay alguna diferencia entre la forma de enseñar matemáticas en la escuela, digamos en la secundaria, primaria y la forma de enseñar a enseñar matemáticas un futuro profesor de matemáticas.

**Fernando:** Hasta hace algunos años yo creía que sí había una diferencia y que tal vez por eso se dificultaba mucho que hubiera un estilo diferente en la educación superior, yo por ejemplo di clase aquí en la licenciatura, en la maestría, también de algunas clases, pero prácticamente no era de cómo enseñar matemáticas, sino que le llamaban tópicos electos de Didáctica de las Matemáticas que era así como que un panorama de las formas que existen de como enseñar matemáticas y entonces yo le decía que porque me decían póngame un ejemplo, pero de secundaria no, póngame un ejemplo de cómo enseñar la derivada, cómo enseñar cuestiones pues, de nivel superior y yo la verdad buscaba para que no fuera solamente mi ocurrencia, situaciones didácticas para ese nivel y hay muy poco la mayoría son de nivel básico no y algunas tú lo sabes estudiadas durante muchas décadas no, muy muy afinadas, sin embargo, ahorita creo que sí, si hay una gran similitud este recordaba que, ya el doctor Aguayo estuvo trabajando algo sobre lo que son las situaciones didácticas de formación que son derivados, pues de todo el estudio y el trabajo que hizo este, unas situaciones que te permiten analizar desde la tarea del docente, pero con un empate hacia el planteamiento que hizo pues, sobre las situaciones didácticas, yo inclusive algo de ello experimenté y yo digo por ejemplo que un formador o un profesor, más bien, un profesor debe de saber detectar los errores distinguirlos de los obstáculos o de las dificultades no, analizar de dónde viene vaya el error no, y cómo puede hacer que ese error sin que lo corrija, sin que lo maltrate, cómo puede ser que ese error evolucione a un proceso adecuado, y eso, pues es un conocimiento propio de los enseñantes y vaya puede resultar de una situación específica de una situación yo lo que hacía es presentaba situaciones con error y les pedía que me reconstruyera de dónde cómo había hecho el alumno, cómo había pensado para llegar a esa situación errónea entonces, sí definitivamente yo creo que ahí hay una situación de empate, todavía en pañales, pero sí definitivamente se puede enseñar a enseñar matemáticas de la misma forma que está planteado desde la escuela francesa, que yo distingo la forma de enseñar matemáticas.

**Entrevistadora:** Eso que usted mencionaba, quiere decir que, para usted, se puede enseñar, así como usted lo menciona, pero también hay, algunos aspectos que solo le corresponden al

enseñante, como esa parte de distinguir obstáculos errores, dificultades, yo como profesora de matemáticas no se lo voy a enseñar al estudiante digamos en secundaria, pero es propio de la formación de ese futuro profesor de matemáticas es fundamental esa parte de los obstáculos, errores y dificultades.

**Fernando:** Sí, como lo es también el distinguir la naturaleza del conocimiento matemático, bueno, es conocimiento matemático, pero no todo es igual, recuerdo que alguna vez una profesora que tuve yo, allá en la universidad de Huelva me decía pero verdad que no hay tanto, no hay estudios sobre los errores en la geometría, yo me acuerdo que le dije que por lo menos he encontrado un par de artículos de ellos, dice, yo que sepa no y ella también estaba abocada a eso, luego se los compartí por ahí, pero de verdad como que hay menos, y le digo que su propia, pues, naturaleza del contenido hace eso.

**Entrevistadora:** Bueno, la otra pregunta es qué papel cree usted que desempeña en la formación o que desempeñó en la formación inicial docente como formador de profesores de matemáticas, cuál es ese papel suyo en esa formación.

**Fernando:** Fíjate que por la por la propia naturaleza de los cursos, o sea, tengo que decirlo como yo lo veo, es una universidad que tampoco no cree mucho en la didáctica inclusive, los nombres que buscaban eran cosas así como que sonarán sutiles, que no sonaran a enseñanza porque, o sea, como enseñanza no, alguien me dijo el cerebro no es más que una caja negra y no sabemos qué pasa en él y yo decía, no, eso era hace algunos siglos ahora ya sabemos, sobre la comprensión hay muchas entradas de estudios, la universidad de Harvard tiene mucho trabajo sobre ello, ahora sabemos cómo puede provocarse el aprendizaje, pero bueno, o sea, eso no lo voy a cambiar porque son concepciones a veces muy aferradas a la propia experiencia a la forma de haber estudiado, junto a la idea del conocimiento y a lo que se hace con él, entonces yo lo que tengo que reconocer es que aquellos cursos de tópicos electos de didáctica las matemáticas este que como eran para nosotros, bueno, diseño curricular para finanzas matemáticas algunos de ellos los metió así como que con calzador el doctor Aguayo un tiempo que estuvo trabajando aquí, él me hizo favor de abrirme las puertas por acá, después de que me habían rechazado llegué a ser profesor, docente, pues aquí en la escuela y vaya esos cursos eran así como que como que algo forzado nada más para que se reconociera que eran carreras pues, para quien estaba relacionado con la docencia de las matemáticas, porque el curso de cálculo sigue siendo el curso de cálculo de la licenciatura, también se daba en la maestría igualito, el curso de cálculo aquí aprendes cálculo y no había un, consejo no había una orientación hacia cómo se deben de enseñar, sino el cálculo de por sí, y querían que los cursos nuestros pues abonaran pero te digo que la temática que inclusive que había que yo luego fui rompiendo un poquito este, pues yo intentaba que por lo menos tuvieran una experiencia de resolver situaciones didácticas, las que yo tenía este digamos seguras de sustento de respaldo porque luego ellos no me la creían, o sea, había muchas veces que yo planteaba cosas y yo sabía cuál era el error que iba a suceder inmediatamente que yo preguntara una estimación y los

hacia que se equivocaran, pero luego ellos lo borraban, no es que yo quise decir, pero usted me confundió porque dijo y lo borraba y entonces yo les decía no te preocupes mira aquí está escrito y este fue escrito hace diez años y ahí sucedió lo mismo que sucedió aquí porque hay algunas cosas así también estudiadas, pues bueno yo intentaba eso, pero también lo tuve que recordar en estos días por una narrativa que me encontré que escribí hace algún tiempo en cuando estuve en España y comenté de una experiencia que tuve, yo me conformaba con sensibilizar con que entendieran que había otra forma de enseñar, con que entendieran que a veces eso que ellos decían no, vamos a ver o sea un problema y lo sé, a ver bueno te ofrecen dos trabajos en uno te dan un sueldo base, en otro te dan un sueldo base más una comisión en donde te conviene, te deja de convenir uno y te conviene el otro, y ellos me decían póngame un problema de cálculo, de derivadas, pero porque no querían buscarle, o sea, que tiene, o sea, también utiliza el sello, saca tus bazucas matemáticas y utilízalas también ahí, o sea, si sabes matemáticas superiores también sabes las otras no, resuélvelo, pero, les rompía su idea que tienen de matemáticas, de a mí me das una expresión y yo te la resuelvo yo te la reduzco, yo tengo, sí me explico, entonces era parte de eso, porque lo otro yo sentía que era como muy romántico solamente comentar bueno así como existe la teoría Apoe, existe la teoría sutana, la transfusión didáctica esto, pues sí, pero vaya yo conozco profesores que también solamente hablan de teorías, pero a la hora de haber llevamos a cabo una situación didáctica no lo hacen y yo por ejemplo si intentaba tener esa parte de decir también lo puedo hacer prácticamente y esto que vimos o sea en este momento es de lo que habla sobre devolución cuando ustedes se apropian del problema cuando ya se empiezan a inquietar y chihuahua no me va a ganar no, yo lo tengo que resolver le digo entonces ya el problema es suyo, ya no es mío, yo lo seleccioné para ustedes, pero ese ya es suyo, entonces, podemos así analizar los diferentes momentos cuando ellos empezaban a pelear digo eso que están haciendo es la confrontación, pero es que uno debe discutir, o sea de repente hasta los términos están malentendidos, decían, por qué los vas a poner a pelear, yo los voy a poner sí, ahí dice confrontación sí es la puesta a prueba, claro que es muy necesario para aprender, pero bueno todo es una lucha te digo que yo creo que no hice mucho, yo creo que si acaso logré sensibilizar, tengo que reconocer que hay por ahí, hay algunos alumnos que siguieron estudiando que hay algunos que son profesores y que sí, luego me reconocen que han cambiado, pues su práctica gracias a algunas cosas que comentamos en clase no, que construimos juntos sí.

**Entrevistadora:** Eso que usted menciona me ha hecho recordar mi formación, bueno en Colombia, en mi universidad era así cálculo puro y duro, o sea, de las Matemáticas superiores y los cursos de didáctica eran solamente la teoría y o sea solo la teoría, y nunca hubo como ese acercamiento a la escuela solo ya al final en la práctica que nos lanzaban, da clases y no me sentía preparada de hecho hay temas que yo puedo resolver una derivada, pero me ponen un ejercicio sencillo así como el que usted está mencionando y no lo sé cómo abordarlo, porque nunca me lo enseñaron, entonces creo que mire que no ha cambiado mucho el panorama seguimos como en lo mismo y es preocupante porque sobre nuestros hombros recae la formación de esos futuros profesionales.

**Fernando:** Pero es que yo creo que es muy difícil por eso decía esa analogía de la cáscara dura, de la cáscara del coco, es muy difícil modificar las concepciones que tenemos no, e inclusive algunas veces podemos repetirlas, si nos dan un curso las aprendemos las memorizamos y las repetimos, pero en clase seguimos actuando de la de la misma manera yo creo que alguna vez inclusive cuando me cuestionaban sobre la enseñanza, me tocó ir a observar a un alumno que llegó y planteó desde vaya desde la nada y era primero de secundaria que los alumnos ya conocían fórmulas, por ejemplo para obtener área, perímetro, pero llevaba una situación en donde como que disfrazaba digamos las cosas y las figuras que llevaban no eran tan regulares y les pedía que buscaran una forma de encontrar el área no necesariamente llamando a la fórmula y que el profesor de grupos se acercó y me dijo ¿no va a detener la clase?, ¿por qué lo voy a detener?, porque no es que no está bien, le digo mire vámonos a allá afuera y platicamos y yo le insistía, dice es que tiene que darles primero la fórmula, sino cómo van a saber, digo déjelo dar su clase y yo le aseguro que el resultado no va a ser desfavorable no, no porque los chicos se encontraron otras formas creativas que luego transformaron en la fórmula convencional digo eso asegura que a los chicos como les decía, yo no me acuerdo cuál es la fórmula, pero si me dan chanza me pongo y la reconstruyo.

**Entrevistadora:** Sí, de hecho, sí, estamos como muy acostumbrados a esa forma tradicional, bueno yo le doy la fórmula y resuelvan el ejercicio y cuando vemos a alguien que hace algo distinto como por ejemplo poner a pensar al estudiante lo cuestionamos y no debería ser así.

**Fernando:** Es algo que me acompaña porque muchas veces este los chicos no encontraban otra forma de decir, ah lo que usted quiere es que pensemos.

**Entrevistadora:** Y a veces, como que subestimamos a nuestros estudiantes y ellos pueden, ellos pueden. Bueno profesor, a usted no le gusta que le digan Doctor, eso me dijeron, él es un profesor [Risas].

**Fernando:** Además, dejé mi doctorado trunco, porque decidí jubilarme y les digo a mis hijos yo no necesito tener colgado un título, no sé dónde está mi título de maestría, el del máster lo aprecio mucho porque fue la gran experiencia de conocer a los profesores de Huelva que me quiere mucho, si fue una experiencia y fíjate que yo siento que me aceptaron por ser el viejito del grupo, porque del grupo de jóvenes era la persona de mayor edad que llegó en esa generación, pero dicen que algo vieron, pues que querían saber la experiencia que tenía, pues era picar piedra porque atrás cosas no.

**Entrevistadora:** Valoran su experiencia. Bueno, y la otra pregunta es para usted qué significa enseñar matemáticas y enseñar a enseñar matemáticas.

**Fernando:** Uy, pues, si hay una similitud ahí yo creo que enseñar matemáticas consiste en conformar un ambiente adecuado de reto, en donde las situaciones que se presenten, las actividades que se lleven, inviten a los alumnos a pensar como decíamos ahorita, a pensar y a construir una forma de abordar una situación, de resolver un problema prácticamente, o sea, yo no le tengo miedo a eso, y a mis alumnos les enseñaba a no tenerle miedo, o sea, a perderle el miedo al problema, y lo que pasa es que en la sociedad como que estamos muy acostumbrados de que no, yo no quiero problemas, no, yo sí quiero problemas porque esos me ayudan a sentirme bien cuando los puedo resolver, entonces yo creo que enseñar matemáticas es eso la creación de un ambiente en el término más amplio de eso de ambiente, de una cultura de aceptación, de una cultura de no tenerle temor al error en donde pueda uno construir prácticamente, participar de la construcción de aquella forma adecuada de abordar las situaciones y, resolverlas adecuadamente y entonces enseñar a enseñar matemáticas tendría que ver con la creación de esos ambientes con que los futuros profesores aprendieran a crear esos ambientes con todo ese agrado por las interacciones que se dan en el aula, cuando un chico o un grupo de chicos y chicas se enfrentan a situaciones, pero cómo te dijera, con ese gusto con esa algarabía de saber que algo bueno va a resultar de ellos, a mí me sigue preocupando todavía cuando los chicos hacen a la fuerza la tarea, cuando lo más pesado de su día es en la tarde cuando están solos, sobre todo cuando los dejan solos a que comprendan, o sea, les explican dos tres veces o cien veces en el aula, pero los dejan con dudas, aquellos se enfrenten a situaciones, estoy hablando todavía de esa idea tradicional que cuando es a partir de resolución de problemas, pues es que llega la continuidad no, va a la continuidad hacia enfrentarse a cosas nuevas y vaya que, creo que muchas veces el problema es que nos gana la cultura de querer cubrir el programa, de llevar un ordenado, de tener que responder exámenes escritos estandarizados toda una escuela, como si todos los maestros fueran igualmente didácticamente hablando, equivalentes, que todos hayan enseñado exactamente de la misma manera, yo creo que eso, como la planeación tendría que ser algo muy personal este, derivándose, pues del estilo muy propio de cada profesor.

**Entrevistadora:** Eso que usted menciona es como que esa parte, de que su rol como formador también está centrado en la parte de que los estudiantes puedan a partir de situaciones que se ven en el aula real como tal, por ejemplo como usted mencionaba que le ponía de pronto alguna situación donde sabía dónde estaba ese error para que ellos se sintieran como más cerca de lo se van a enfrentar en el aula posteriormente, entonces su rol como formador también incluye esa parte, no solo de dominar el contenido, sino que usted también tenía esa otra parte de lo que sucede en el aula como tal.

**Fernando:** Efectivamente, fíjate que eso sí lo llegué a experimentar un poquito con mis últimos grupos que tuve aquí ya hace algunos años, porque luego me fui a la administración y ya no podía cumplir aquí del todo, de repente llegaba tarde porque tenía reuniones importantes allá, estaba en una oficina de gobierno, entonces decidí dejarlo, por cierto luego me siento apenado porque ya nada más no volví, o sea no reanudé mi contrato, pero bueno,

creo que al menos fue un poquito más digno que estar nada más viniendo intermitentemente. Este sí lo llegué a experimentar, qué hacía, buscaba problemas creativos y les pedía a ver si no tienen acceso a un grupo busquen a ver quién les presta un grupo, o júntense con sus con algunos chicos de su barrio, que tengan tal nivel de escolaridad, apliquen los problemas, pídales que los resuelvan como ellos quieran, como encuentren más fácil, déjenselos, que se los lleven al fin y al cabo si los busca en los libros no los van a encontrar, que los resuelvan, que los platiquen con su mamá, o con quien quieran que les traigan los resultados con todos los procedimientos y entonces analícenlos, y entonces de ahí nos íbamos a las situaciones de los errores por algunas de las cosas que yo había escrito, que había encontrado durante el estudio que hice allí en España y trataba de fortalecer esa parte porque sí. Mencionaste algo que no quiero dejar suelto eso de tener el dominio del contenido sí, es decir voy a enseñar álgebra, yo sé álgebra, sé hacia dónde tira, es decir, hacia dónde puede ir superiormente, pero no me hago experto en eso, tengo unos compañeros, por cierto alguno fue mi alumno y él sigue diciendo que para enseñar álgebra debemos ser experto en cálculo, yo digo que no, yo digo que debo de saber que hay una conexión con el cálculo, en donde debo de ser experto es en la aritmética y todo lo que está soportando el conocimiento algebraico y también en su desarrollo, porque hay muchos procedimientos que si los analiza uno históricamente prácticamente, decía Piaget está en laboratorio epistemológico, es decir está cómo se construyó el conocimiento y muy probablemente como lo construyen muchos de los alumnos, entonces tiene uno que saber más bien de dónde vienen determinados procedimientos o los obstáculos, los errores, insisto de dónde se presentan, como para saber cómo gestionarlo de manera adecuada, y eso para mí es decir un conocimiento del álgebra y su profundidad, es para mí mejor que una visión superior del álgebra, para enseñarlo.

**Entrevistadora:** Sin saber esas conexiones que hay detrás

**Fernando:** Así es y sí definitivamente, ahorita yo te digo, me gana la pasión por los errores por los obstáculos porque fue lo que más leí, pero hay un sinfín de interacciones que se dan, a mí por ejemplo me encantaba y creo que también es lo que les decía a los alumnos, es que desde que llegamos al aula ustedes tienen que percibir con todos los sentidos, hasta huele la emoción y yo les decía este, vamos a resolver una situación, en cuanto repartían las hojas les decía, ay cómo me encanta ese silencio que guarda emociones, que guarda retos, y algunos se enojaban, pero es que, o sea, ese silencio denota algo y denota reflexión concentración.

**Entrevistadora:** Entonces, de lo que usted menciona, logro rescatar como esa parte de que, para usted, tanto el formador como el profesor de matemáticas y ese futuro profesor que forma el formador debe ser un buen resolutor de problemas en ese sentido.

**Fernando:** Definitivamente, en todos los ámbitos, no solamente, ahí acepto que la matemática sin hacer lo ridículo, la matemática está presente en todo, o sea, a mí me asombra ver a los albañiles cuando están resolviendo situaciones no y algunos que los hacen muy, como

dijera, con mucha facilidad, sin embargo, cuando los enfrentan a situaciones de por qué dijiste eso, que las proporciones, o que esto, se retiran porque ven la responsabilidad del conocimiento matemático escolar, y recuerdan a la mejor que ahí había un cuestionamiento, pero está presente y mucha gente que es buena resolviendo situaciones, o sea, es buena también resolviendo su vida lo que se le presenta.

**Entrevistadora:** Bueno, en la universidad donde yo me formé en Colombia tenemos un profesor que está muy metido en esa parte de la etnomatemática, y él hace investigación de ello y sube videos, de hecho ahí albañiles, carpinteros, campesinos, donde utilizan las matemáticas, no son conscientes de ello, hacen unos cálculos impresionantes que ni yo que tuve una formación pura y dura de la matemática lo puedo hacer así de rápido como lo hacen ellos, entonces esa parte sí es muy cierta, la matemática está en todo y comparto esa con usted. Bueno, la otra pregunta es esto de, qué implica, para usted, claro, aprender matemáticas y aprender a enseñar matemáticas.

**Fernando:** Bueno, de entrada en términos generales aprender matemáticas, pues no puede ser exclusivo de quién va a enseñar matemáticas, sino que tendría que ser una situación, dijéramos un derecho para todos, y yo creo que eso implicaría sentirse en la confianza, en la libertad de poner a prueba lo que sabemos, cómo lo sabemos, lo que somos capaces de pensar, de inventar, como para intentar explicarse, darle solución a una a una situación que se nos presente, yo creo que, o sea, definitivamente quiere decir, pues, aceptar la tarea y después de eso, pues seguiría Chevallard a Gascón en decir hacer matemáticas porque todos podemos hacer matemáticas, cuando uno encuentra una forma estás haciendo matemáticas, por supuesto no estás descubriendo una teoría nueva, pero para mí sí, cuando yo encuentro una solución y tengo anécdotas de haber resuelto un problema por primera vez y tener gente asomada de que ya lo resolvió ya lo resolvió, y el equipo de fulano de tal no lo pudo resolver, yo decía, ah caray creo que hice una hazaña, pero era esa parte que yo ya en un tiempo le había perdido el miedo a resolver problemas inclusive en público, esa parte significa para mí, pero yo me sentía con esa confianza y te digo que yo creo que es como todo, cuando una persona, por ejemplo, que se forma como piloto de autos se le va dando luego la esa facilidad, esa expertise, pero no se da de la nada, yo creo que nadie nace así con el don, sino que se tiene que ir cultivando. Y luego lo de la enseñanza en las matemáticas, pues te digo que tiene mucho que ver, porque ahí sí yo digo que una persona que no sepa matemáticas, y no es que no sepa, sino que piense que no sabe, que le tenga cierta aversión desconfianza, poco gusto a la matemática, difícilmente va a poder enseñar matemáticas, yo creo que una persona que enseña matemáticas definitivamente tiene que ser un apasionado de ellas, y lo digo en el buen sentido, porque hay muchos que se creen que porque saben muchos procedimientos o porque escriben libros se creen apasionados, no, yo digo que la pasión llega hasta poder reconocer que puedes encontrar una forma muy simple de hacerle entender casi a cualquier persona aquellas circunstancias que estás analizando, o que quiere, o que piensas utilizar como una herramienta matemática, y hay quien no, no se quiere bajar del nivel de su banquillo, entonces parte de la pasión tiene



que ver con eso, con reconocer que es una cosa accesible para todos, porque si no yo la verdad no estaría de acuerdo en que hubiera algún contenido en la escuela y estamos hablando de los niveles básicos que fuera inaccesible a algunas personas, tiene que haberlo, por eso me da mucho gusto que ya haya inclusive soluciones para gente que tiene problemas visuales y todo ello porque todos tenemos ese derecho, entonces hay esa parte, pero la otra parte, yo creo que para enseñar matemáticas tiene que haber también un respeto y un reconocimiento sobre la capacidad del otro, hay un escritor psicólogo, Brunner que habla sobre eso, él dice que hay algunas dificultades en la enseñanza porque no logramos comprender que el otro piensa a su manera, o sea, que no tiene por qué pensar exactamente como yo, de repente uno llegar, hoy vamos a ver un tema muy fácil y dirá fácil para ti porque no necesariamente es fácil para todos, entonces, lo presentan no solamente fácil, sino, inclusive a veces como, y se molestan porque los otros no comprenden, cuando, pues, no todos tenemos porque comprender una misma cosa de la misma manera, entonces sí, tiene mucho que ver no solamente con competencias, no solamente con conocimiento de la disciplina, sino también con pasiones, con cuestiones emocionales.

**Entrevistadora:** Sí, esa parte que usted menciona de la pasión, me hace recordar un poco eso de la motivación del docente que a veces vemos, docentes que estamos quemados, por así decirlo, aburridos en cierto sentido, de ir al aula, de lo mismo, cómo desde su rol o el que tuvo de formador de profesores, cómo usted en cierto momento tuvo ese papel de motivar a ese futuro profesor, de no hastiarse de lo que va a encontrar en el aula, que son infinidades de problemas, podríamos decirlo, porque cada cabeza es un mundo y se van a encontrar problemas, digamos, de personas que tienen alguna discapacidad o con algún problema en cuanto a la parte cognitiva, que va a ser que su trabajo sea un reto, o si de pronto, se le presentó esa oportunidad de motivar a esos futuros profesores a no bajar la guardia por así decirlo.

**Fernando:** Algún día, aquí en un grupo me tocó, yo creo que de primera vez, por cierto estaba una maestra, una persona que fue mi maestra, en aquellos cursos que nos dieron a los profesores, y a ella le pedí ayuda para que me gestionara algún grupo, que nos pudieran prestar para que los alumnos fueran a hacer una práctica, ella me lo permitió porque aquí no me dejaban que los llevara, pues porque parecía que era cosa de profesores, pues aunque decía yo, pues si es que ellos posiblemente van a ser profesores, ciertamente era una clase que daba yo en la licenciatura, no necesariamente ellos iban a ser profesores, pero según las estadísticas muchos llegaban ahí, entonces yo le decía para qué dejarlos que se enfrenten ellos a la práctica solos cuando los podemos tutorar desde aquí y me acuerdo que alguna vez los convencí y convencí también a los alumnos de que lo que iban a hacer no era explicar, sino plantear una situación, analizar todo eso y me acuerdo que quien era mi alumno me dijo, yo hice lo que usted me dijo, pero no funcionó, los alumnos dicen, casi hasta estaban cruzados de brazos y no hacían nada y entonces no, no me quedó más remedio que explicarles, digo, y Liliana y cuánto tiempo esperaste a que ellos decidieran empezar, me dice, no pues, como tres minutos, le digo, pues no, o sea, más bien tú no querías hacerlo, tú no querías vivir aquellas circunstancias, digo

porque para mí tres minutos, no, le digo a mí si se hubiera acabado la clase y no hubieran hecho nada, entonces diría que aun así, lo intentaría la siguiente vez, digo, pero muy fácilmente regresamos no a la parte en donde nos sentimos más seguros y, vaya me acordé de eso porque varias veces me tocó insistirles en que no era un trabajo sencillo, lo más sencillo es aprenderse un discurso e ir y decir, le digo, pero luego no te enojas cuando los alumnos dijeran sí, sí me acuerdo que lo vimos, pero lo dijimos, o sea, eso no quiere decir que aprendí, o sea, hay una diferencia enorme entre ver un tema, entre dar un tema, entre dar clases, porque les digo, nunca es lo mismo dar clase que enseñar, hay una diferencia y entonces eso de enseñar es complicado, es más complicado que dar clase, pero además enseñar a todos es el derecho, y hay mucho pronunciamiento, también, digamos, algunos textos ahí que hablaban sobre eso, el derecho de aprender, donde se plantea la circunstancia, pues, de que, pues existen así como existen estilos de docencia también existen estilos de aprendizaje, y entonces, aunque no me estoy refiriendo a aquello de lo visual y todo eso, yo odio esas falsas teorías, para mí falsas teorías porque yo digo que todos tenemos la posibilidad de aprender de diversas maneras, o sea, no tiene por qué ser uno un solo sentido, pero de repente, hay planteamientos, y hay que decirlo también, la docencia está plagada de planteamientos, así poco consistentes que se hacen famosos, de repente porque los profesores a veces estamos buscando pretextos para disculpar lo que no somos capaces de hacer, y es que, o sea, enseñar es un reto no, y entonces, todos debemos saber, a ver, a veces también me decían, me deja copiarme la situación que vimos el otro día, porque me tocó el tema, y yo le digo sí hombre llévatela, y a veces hasta les prestaba los materiales, y me decían, no, no resultó, digo, te puedo decir que te faltó, te falté yo, yo hubiera hecho esto, y entonces esto, entonces hay una parte que complementa, pero de eso uno tiene que estar decidido a hacerlo, y vaya por ejemplo, cuando trabajas una situación, pues no lo puedes decir todo, hay algunas cosas, y yo te digo que a veces sí procuraba eso, a ver, vamos a gestionar juntos no, o por ahí el tipo cuando te resulte tal cosa, puedes hacer esto, y pues es una carrera de vida, eso sí, definitivamente que se va adquiriendo en el camino, cuando la experiencia, no solamente con las tuyas, de repente uno encuentra, dice ya entendí que quería decir fulano con aquellas cosas, que recién entendí en el camino.

**Entrevistadora:** Y ya es la última pregunta, para usted, cuál es la naturaleza de las matemáticas, que son las matemáticas.

**Fernando:** para mí las matemáticas son una forma de pensar y de actuar, ciertamente, o sea, hay libros de matemáticas y ahí se ven reflejadas formas de pensar, como formas de concebir la matemática, algunos principios, algunos procedimientos, pero yo, por ejemplo, lo que sí dejó bien claro en mis alumnos, me conocían, entonces ¿se descubren o se crean?, se crean, se crean, o sea, las matemáticas no las encontramos debajo de las piedras, y muchos me ponían, ah pero por qué los planetas son redondos y muchas cosas esféricas, sí, sí, pero la concepción matemática de aquel objeto esférico no la dio Dios, no estaba ahí, el objeto está ahí, pero la forma de explicarlo a través de una fórmula, es una creación humana y cualquiera puede llegar a explicarlo de alguna manera, desafortunadamente la escuela nos corta las alas, entonces, yo

digo que más que nada, y me acuerdo ahorita, por lo que decías, de los estudios que hace tu profesor, hay un libro que me gusta mucho que se llama, en la vida diez en la escuela cero, hay un estudio también, que hicieron unos mexicanos con personas analfabetas, preguntándoles cosas y mucha gente, por ejemplo, no sabe que sabe matemáticas, no sabe qué puede pensar matemáticamente, le preguntan a una señora mamá de tantos hijos, y la describen ahí, a Margarita se llama así, el texto, las matemáticas de Margarita, le preguntan con tanto dinero, cuántas veces se puede subir el camión y ella hace cuentas y dice pues, con 100 pesos me puedo subir tantas veces, pero si son 300 y luego me sobran tanto, entonces me puedo subir tantas veces y, le dice que hasta le da gusto, pero ella no sabe que está aplicando propiedades, la propiedad distributiva para poder resolver una operación, y entonces es eso, yo digo que básicamente así deberíamos de presentar las matemáticas como una forma de emocionante, de descubrir cosas, pues herramientas matemáticas que luego igual tienes que llevar algoritmos, yo no tengo nada en contra de reconocer que si el teorema fue de Pitágoras, de Euclides, sino que me gustaría más, que alguien pueda decir yo podría llegar a ese punto, si yo busco, yo podría llegar a ese punto y no necesito necesariamente, tengo que ir hacia el libro de los elementos, a empezar a estudiar desde que es un punto, con todas esas dificultades que tiene de saber que es un punto, sino que si es la intersección de puntos, y que fue primero la el punto o la recta, o sea, con aquellas dificultades, no hay para qué ponerlas cuando podemos llegar pensando que, finalmente yo creo que el pensar es parte de la realización y de la misión que tenemos de ser felices.

**Entrevistadora:** Muchísimas gracias profesor por todas las preguntas, y de verdad que voy a sacar muchísimo de todo lo que me dijo, gracias.

**Fernando:** Yo humildemente todo lo comparto, yo digo, ahorita que pienso, bueno, podría haber sido otra mi historia, a la mejor, si hubiera sabido que existían esas personas que conocí en España, desafortunadamente Pepe murió, pero si hubiera, o sea, este, es el doctor para mí el más grande que he conocido porque me permitió ser muy cercano con él, pero además con una confianza de que, o sea, en cuanto lo vi me sonrió y ya, o sea, ya yo sabía que era una persona tan diferente a muchos doctores que yo conocía tanto aquí localmente como en el país, aquí en México todavía hay esa cultura de una distancia y te digo que, yo desde ser profesor, inclusive yo pensé que no me iban a aceptar en España y decidí irme así, con mi maleta, a la aventura, un mes después de que habían empezado los cursos, con la seguridad de que me iba a regresar, pero les dije a mis hijos, quiero que me lo digan en mi cara y no me encontré con la fortuna de un grupo donde pude ir a discutir cosas, hay por ahí un libro que se utiliza en la universidad de Huelva, en donde participé en dos capítulos a partir de una idea que teníamos un par de amigos y yo de defender, de decir, cada escuela tendría que tener entre sus principios, así entre sus procesos de acceso decir nosotros creemos que la enseñanza es esto y mira tiene que ver mucho con tu estudio, nosotros creemos que aprendizaje es esto, nosotros creemos que la matemática es esto, y nosotros les decíamos, tenían que tener sus banderas le llamamos que el planteamiento banderas, como para que cada gente elija, le digo porque hay

gente por ejemplo, que yo iba con una idea sobre la enseñanza de las matemáticas ya influida por los franceses, y dijo no me voy a venir a topar en duro con una universidad que no cree en esas ideas, que maneja otras teorías y ser capaz de defender su propia idea, y eso, bueno te estoy hablando de hace ya diez años, y esos once años cuando se nos ocurrió aquello y tuvimos la fortuna de tener unos profesores tan abiertos, que hasta nos dijeron escríbanlo, escriban un capítulo para que los alumnos aquí analicen concepciones y creencias sobre el aprendizaje, la enseñanza, y las matemáticas.

**Entrevistadora:** Creo que cuando encontramos esas personas, que impactan positivamente en nuestra práctica, porque creo que lo veo en usted, de que tuvo ciertos profesores que impactaron tanto en su persona como en su práctica, que quiso tomar todo eso y llevarlo a esa formación de profesores, de lo que usted cree y está convencido de ello, de qué es lo que ellos van a necesitar y lo que les va a servir para su rol después como profesor entonces creo que esa parte es muy bonita.

**Fernando:** Así es, éxito, para mí es un placer colaborar contigo

**Entrevistadora:** Gracias

**Fernando:** Si se requiere algo más, pues nomás me avisas.

**Entrevistadora:** Muchísimas gracias.

#### **Anexo 4. Respuestas de Miguel al cuestionario sobre creencias**

##### **Cuestionario para formadores de profesores de matemáticas**

Estimado formador, reciba de nuestra parte un saludo cordial. De antemano agradecemos el tiempo dedicado a responder el presente cuestionario, el cual tiene como objetivo conocer las creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, teniendo en cuenta el componente didáctico del formador de “enseñar a enseñar” matemáticas al futuro docente. Sepa que en todo momento se respetará la confidencialidad de su identidad.

A continuación, se realizarán ciertas preguntas asociadas a su perfil como formador de profesores de matemáticas.

- ¿Cuántos años tiene? 42
- ¿Cuál es su formación académica? Licenciado en Matemáticas-Maestría en Educación Matemática
- ¿Cuántos años tiene de experiencia como docente?, 15
- ¿Cuántos años de experiencia tiene como formador de profesores de matemáticas? 8
- ¿Actualmente se dedica a la investigación?, NO
- ¿Es usted un profesor investigador? NO
- ¿Qué cursos actualmente está impartiendo en la formación de profesores de matemáticas? Didáctica de la Estadística/Historia de la Probabilidad
- ¿Cuál es el objetivo de dichos cursos? Formar a los docentes en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Posteriormente, se encuentra una tabla, del lado izquierdo de la Tabla 1, encontrará 26 ítems respecto a cómo se enseña a los futuros profesores y cómo estos aprenden, dichas afirmaciones fueron adaptadas del estudio de Beswick (2005). Del lado derecho, encontrará una única pregunta, se espera que en su respuesta se explye respecto a su punto de vista sobre cada afirmación. Es decir, si está de acuerdo o no respecto a cada una de los ítems y por qué, cuál es su opinión o postura al respecto.

Además, en una segunda sección del cuestionario, en la Tabla 2, encontrará 7 ítems respecto a la naturaleza de las matemáticas, las cuales fueron tomadas del estudio de Marshman y Goos (2018), al igual que en la primera sección se espera conocer su postura al respecto.

**Tabla 1**

*Ítems sobre creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*

<b>Ítems</b>	<b>¿Cuál es su punto de vista respecto a cada uno de los siguientes ítems?</b>
1. Una tarea vital para el formador de profesores es potenciar la motivación docente del futuro profesor como elemento importante del mejoramiento de la calidad educativa.	Cierto. Los elementos motivacionales influyen en el desempeño académico de los estudiantes y se espera que así mismo puedan orientar su actuar.
2. Ignorar las creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje puede afectar seriamente sus prácticas de enseñanza.	Cierto. Se debe partir de esas creencias para ir creando modelos y experiencias que vayan adecuando el saber personal a un saber institucional socialmente aceptado.
3. Es importante que el futuro profesor tenga oportunidad de reflexionar sobre la relación entre la teoría y la práctica; y evaluar su propia comprensión matemática.	Cierto. Es un doble condicional para una efectiva formación
4. Es importante que los formadores de profesores entiendan la estructura de las creencias del futuro profesor como componente esencial del proceso de formación.	Cierto. Hay creencias difíciles de erradicar, sobre todo en probabilidad ocurren muchos sesgos que aun con una buena instrucción disciplinar perduran.
5. Los formadores de profesores de matemáticas eficaces disfrutaban aprender y enseñar cómo 'hacer' matemáticas a los futuros profesores.	Cierto, eso hace parte de la motivación que debemos darle a los estudiantes.
6. Saber qué procedimientos utilizar para resolver un problema matemático es tan importante como obtener la solución correcta, así como la adquisición de conceptos.	Cierto, aunque es aún más importante interpretar la respuesta.
7. Promover una actitud crítica ante las informaciones que se movilizan en el aula por parte del futuro profesor debería ser una tarea fascinante para el formador de profesores.	Cierto. Se necesita una Educación Matemática Crítica en el sentido de Skosvmose y Valero.

<p>8. Proporcionar a los futuros profesores tareas matemáticas y didácticas para que las investiguen y analicen es una forma eficaz de enseñar a enseñar matemáticas.</p>	<p>Cierto. Una actitud activa por parte de los estudiantes los hace reflexionar sobre su quehacer</p>
<p>9. Las matemáticas son un esfuerzo humano hermoso, creativo y útil que es tanto una forma de saber como una forma de pensar.</p>	<p>Cierto. ¡Además del saber hacer!</p>
<p>10. Permitir que el futuro profesor luche con un problema matemático, incluso un poco de tensión, puede ser necesario para que ocurra el aprendizaje.</p>	<p>Cierto. No todos los problemas planteados deberían tener solución, por ejemplo.</p>
<p>11. Los futuros profesores siempre se benefician de discutir sus propuestas a tareas matemáticas y didácticas entre ellos.</p>	<p>Cierto. Las matemáticas también son diálogos, conjeturas, argumentaciones y crítica.</p>
<p>12. La actividad del futuro profesor está orientada a la búsqueda de determinados interrogantes que son persistentes y provocan un efecto significativo en el aprendizaje matemático y didáctico.</p>	<p>Cierto. También a los nuevos interrogantes y desafíos de la actual sociedad, por ejemplo, el papel del bigdata en la escuela.</p>
<p>13. La justificación de las afirmaciones matemáticas y didácticas de los futuros profesores en una parte importante del proceso de formación docente.</p>	<p>Cierto. Hace parte de los procesos generales de la actividad matemática en nuestro contexto curricular colombiano.</p>
<p>14. Como resultado de mi experiencia como formador de profesores, he desarrollado una actitud de indagación frente al proceso de enseñar a enseñar a futuros profesores de matemáticas.</p>	<p>Cierto. Aunque es un proceso con muchos matices, enseñar qué objeto matemático. No es lo mismo enseñar geometría que estadística.</p>
<p>15. Los formadores de profesores de matemáticas pueden crear, ambientes dinámicos en el que los futuros profesores puedan participar activamente en su aprendizaje (aprender a enseñar matemáticas).</p>	<p>Cierto. Las réplicas y preguntas al quehacer son necesarias en el salón de clases</p>

<b>16.</b> Es responsabilidad del formador de profesores proporcionar al futuro profesor métodos de enseñanza centrados en el docente para el logro del mejoramiento de la calidad educativa.	Falso. También es necesario centrarse en los tipos de estudiantes que podrían tener además de los difíciles contextos que hay en Colombia.
<b>17.</b> Hay una cantidad establecida de contenido matemático que debe cubrirse en cada asignatura disciplinar que curse el futuro profesor.	Cierto. Obedece a la organización curricular del plan de estudios.
<b>18.</b> Es importante que los contenidos matemáticos que se establecen en los programas de las asignaturas se presenten a los futuros profesores en la secuencia correcta.	Cierto. Es importante. Sin embargo, no es la única manera. A veces es interesante proponer un problema y que al mismo tiempo se trabajen varios conceptos matemáticos e inclusive de otras ciencias. No necesariamente en una estricta secuencia, los objetos matemáticos no surgieron de manera estrictamente lineal.
<b>19.</b> El contenido matemático se presenta mejor, al futuro profesor, en un estilo expositivo: demostrando, explicando y describiendo conceptos y habilidades. Siendo el formador un técnico del contenido y del diseño didáctico.	Falso. Es mejor en un estilo aplicado.
<b>20.</b> Las matemáticas son computación. Útiles en la vida cotidiana, que sirven como instrumento para el descubrimiento de la propia matemática y el estudio de otras ciencias.	Cierto. Hoy en día son cada vez más evidentes las relaciones entre matemáticas, vida cotidiana y otras ciencias.
<b>21.</b> Decir la respuesta de una tarea matemática a los futuros profesores de matemáticas es una forma eficaz de facilitar su aprendizaje de las matemáticas y de institucionalizar el conocimiento.	Falso. No es una manera eficaz. Estamos impidiendo que ellos realicen heurísticas para llegar a la solución. Es posible que mientras se esfuerzan para dar con el resultado correcto, puedan descubrir otras soluciones a problemas derivados.
<b>22.</b> Me sentiría incómodo si un futuro profesor sugiriera una solución a un problema matemático en el que no había pensado antes.	Falso. Todos podemos aprender en cada clase. La divergencia de heurísticas es importante al interior de la comunidad educativa.



---

<p>23. No es necesario que los formadores de profesores entiendan la fuente de los errores de los futuros profesores; el seguimiento de instrucción a las tareas matemáticas corregirá sus dificultades.</p>	<p>Falso. El error es un instrumento importante en la validación de los argumentos usados.</p>
<p>24. Al ser el formador de profesores la fuente fundamental de información, es importante que los futuros profesores presten la debida atención a éste, para aprender a enseñar matemáticas eficazmente.</p>	<p>Creo que no es clara la pregunta.</p>
<p>25. Es importante que el formador de profesores, como especialista del contenido, cubra todo el contenido matemático en la secuencia que establece el programa de la asignatura.</p>	<p>Falso. Aunque es importante, dentro de las dinámicas del contrato didáctico pueden surgir imprevistos o situaciones de los mismos estudiantes que no necesariamente coincidan con ese tratamiento lineal de los contenidos. La historia de las matemáticas, en muchos de sus objetos, corrobora lo anterior.</p>
<p>26. Si la explicación de un futuro profesor sobre la solución a determinada tarea matemática no tiene sentido para el formador de profesores, es mejor ignorarla.</p>	<p>Falso. Con Argumentos matemáticos, por ejemplo, con el contraejemplo, se pueden llegar a situaciones interesantes para evidenciar en dónde está la falencia del estudiante. Además, estas formas de solución erróneas, pueden contribuir a la investigación educativa matemática en el aula.</p>

---

**Tabla 2**

*Creencias de los formadores de profesores de matemáticas sobre la naturaleza de las matemáticas*

Ítems	¿Cuál es su punto de vista respecto a cada uno de los siguientes ítems?
1. Las matemáticas son un campo de investigación humana en continua expansión.	<b>Cierto, en constante crecimiento, no están acabadas.</b>
2. Las matemáticas no son un producto terminado y sus resultados permanecen abiertos a revisión.	Los investigadores en matemáticas, constantemente exponen sus aparentes teoremas a la comunidad educativa especializada para su validación. Por ejemplo, hace poco salió un resultado nuevo relacionado con álgebras y anillos conmutativos en sistemas de fiabilidad.
3. Las matemáticas son un cuerpo de conocimiento estático pero unificado, que consiste en estructuras y verdades interconectadas.	<b>Las matemáticas no son estáticas. Aunque tiene su soporte axiomáticamente establecido, se pueden llegar a ir enriqueciendo con otros campos de la ciencia.</b>
4. Las matemáticas se descubren, no se crean.	Las matemáticas es un constructo socialmente elaborado por instituciones de conocimiento. Se crean por necesidad del hombre, de la sociedad.
5. Las matemáticas son una colección útil pero no relacionada de hechos, reglas y habilidades.	<b>Falso, tiene un orden, una estructura formalmente establecida e interconectada con otras disciplinas.</b>
6. Las matemáticas son totalmente distintas de otras disciplinas.	Si, por eso existen las diferentes didácticas. Las matemáticas tratan en sus fundamentos, sobre el rigor y la estructura de los sistemas que la componen y tienen un carácter determinista.
7. Las matemáticas y otras áreas del conocimiento están interrelacionadas o parcialmente integradas, compartiendo conceptos y métodos de investigación.	<b>Las otras disciplinas usan las matemáticas a pesar que dentro de las mismas matemáticas hay objetos cuya aplicación es incierta, no necesariamente evidente.</b>

¿Desea agregar algo más al presente cuestionario?

## Anexo 5. Transcripciones por episodios de las videograbaciones de dos clases de Miguel

### ❖ Clase 1

En esta primera clase, el formador de profesores inicia con las exposiciones que fueron asignadas a los futuros profesores de matemáticas, algunas de ellas, fueron en grupos, otras de forma individual. Las exposiciones se trataban del análisis de unidades de estadística y probabilidad en textos escolares utilizados en la enseñanza de las matemáticas en la educación media, en instituciones educativas públicas de Colombia; ya que dichos textos son distribuidos por el Ministerio de Educación Nacional en Colombia.

La dinámica de la clase consistía en que, los futuros profesores de matemáticas exponen lo encontrado en el análisis de las o la unidad de estadística y probabilidad del texto mencionado, y posteriormente el formador de profesores intervenía para aclarar algún aspecto, o profundizar un poco más en el tema. Por tal motivo, en la investigación nos centramos en las intervenciones de dicho formador, la transcripción de las grabaciones de sus clases se muestra a continuación.

<b>Didáctica de la Estadística - Miguel (M)</b>		
<b>Clase 1- Episodio 1</b>		
<i>El profesor inicia la clase, recordando las asignaciones realizadas para las exposiciones en cuanto al análisis de libros del Ministerio de Educación Nacional utilizados en la educación básica secundaria y media en Colombia.</i>		
1	M	Ok, la siguiente es algo sobre la dualidad de la probabilidad, no recuerdo a quien le tocó y finalmente
2	E1	A usted
3	M	¿Ah?, ¿Yo dije que la iba a hacer?
4	E1	Creo que sí
5	M	¿Sí?, ¿no sé?, tendré que revisar
6		Y tenemos la de Alicia en el país de las probabilidades
7		Decirles también algo, tenemos un evento en el Instituto GeoGebra Cali es un evento que se va a realizar aquí en la Universidad del Valle
8		Y es como para que ustedes vean que estos espacios se pueden utilizar muy bien en las clases
9		Ahí voy a dar dos charlas, una un poquito más larga que otra, y una de ellas es justamente esto que vamos a hacer aquí
10		Voy a dar una tabla relacionada con los textos escolares, ahí me voy a enfocar más en todo lo que tiene que ver con probabilidad
11		Pues están invitados, si quieren ver un poquito más de profundidad en ese sentido, por si su intuición a futuro es análisis de texto, de pronto, no sé
12		Y la otra charla, si es de tipo más histórico, aunque el evento es de GeoGebra ellos me informaron, no hay problema que no se toquen aspectos de GeoGebra, de lo que vamos a hablar es del pensamiento aleatorio
13		Entonces, la otra charla si es acerca de algo que se llama el hombre promedio, así se llama, y la curva del error, es una charla bien interesante que ya fue presentada en Bogotá, ya la presenté en Bogotá

14	Eso por ese lado, asistan hay conferencias todas relacionadas con el pensamiento aleatorio, muy interesante. Tenemos a la profesora Carmen Batanero, va a estar, pero de manera virtual, creo, y profesores de México, de Chile, va a estar súper interesante, dos días nada más, dos días a tope, jueves y viernes, 1, 2 de diciembre y el sábado hay una conferencia de cierre, aquí. Bueno, eso por ese lado
15	Textos escolares, una pequeña introducción y si asisten ese día a la charla volverán a escuchar a esto
16	En pandemia todo lo que tiene que ver con textos escolares se agudizó, porque, el maestro no estaba tan preparado para ese tipo de situaciones
17	Y entonces ¿qué hizo?, tomar mano de lo que tiene, de lo que tenía allí cerca, y sobre todo las instituciones de educación pública aquí en Colombia, tenemos la ventaja de los libros de texto (los trajeron, eran un préstamo, los necesito para la charla en diciembre, y si no pues dentro de ocho días). Y resulta y acontece que de diversas fuentes se dice que para tú utilizar como tal de la escuela es necesario tener una competencia para analizar el texto, no todo texto nos sirve.
18	De todas formas, no hay texto perfecto. Y entonces en ese sentido ustedes tienen en sus manos, el texto que llega sobre todo a bachillerato. Esos textos los he usado yo hasta cierto punto, uno tiene que leer lo que le va a colocar a los chicos.
19	En pandemia, el profesor, por lo general, lo que hizo fue lea y haga los ejercicios de la página tal a la página tal, bueno y ni siquiera en pandemia, en nuestra época también nos colocaban hagan los ejercicios, o bueno tal vez ahora también les dicen de algún texto, de algún libro, página de la tal hasta tal y el profe sigue uno solo.
20	Sugerencia, seguir varios textos es bueno, que como les decía no hay texto que se perfecto, o bueno, probablemente sí, para usted, pero realmente todo texto tiene opción de mejora
21	Entonces, cuando lleguen al salón de clases muchachos, dátese, miren fuentes de textos de estadística como tal, compárenlos con otros textos y armen su propio texto, que básicamente eso es lo que yo voy a hacer en el taller de diciembre, que el estudiante proponga una pequeña unidad o unos ejercicios o unas pequeñas ideas alrededor de un libro de estadística, bien
22	Creo que cometí un error en el archivo que les envié porque no aparecía un punto y por ahí alguien me hizo caer en cuenta (Miguel muestra los puntos en el tablero usando el proyector) el quinto punto no sé si en clase estaba, el hecho es que creo que en el archivo que les mandé estaba de aquí para acá (señala en el tablero los cuatro primeros puntos)
23	Si no tuvo muy en cuenta el archivo que envié pues listo, pues lo escucharemos hasta aquí (señala los cinco puntos) si no de aquí para acá (señala los cuatro primeros puntos), vale, no hay ningún inconveniente
24	Vamos a analizar entonces algunas unidades de los textos escolares. Levanten la mano quien tiene de sexto grado, uno, séptimo grado, en equipo unos dos, octavo, nadie escogió octavo, noveno, décimo, nadie escogió

		décimo, y libro de grado once, ¡oh! hubo bastantes desafíos, muy bien
25		Arranquemos de arriba hacia abajo, grado once, necesitas diapo, sin diapo [se refiere a dispositivas], ¿qué necesitas?
26	E2	Necesito internet
27	M	Internet, vale, ¿está en tu correo?
28	E2	No (los estudiantes inician la exposición)

### Clase 1 - Episodio 2

*Durante la exposición del primer grupo de estudiantes, no hubo ningún tipo de intervención por parte de Miguel. Al terminar la exposición de los estudiantes, Miguel interviene para hablar sobre el pensamiento crítico, lo cual fue mencionado por los estudiantes durante la exposición.*

29	M	Esto del pensamiento crítico lo vamos a ver un poquito más adelante, ¿crítico en qué sentido?, un ejercicio que yo siempre planteo en este tipo de actividades muchachos es ¿qué preguntas les haces en esas situaciones?, entonces, formule como otra pregunta.
30		Si queremos un poco gestionar ese pensamiento crítico la idea es plantear ejercicios relacionados con la educación financiera, y con esa necesidad del ahorro, y ahí involucramos el medio ambiente, involucramos lo que tiene que ver con los gastos en la casa, en el hogar con el consumo.
31		Entonces, ese sentido crítico es generar crisis en el estudiante y el ver cómo vincula todo eso desde la estadística en su medio, en su medio ambiental, político, demográfico, ecológico, bien. Grado sexto entonces (inicia la exposición el segundo grupo de estudiantes).

### Clase 1 - Episodio 3

*Durante la exposición del segundo grupo de estudiantes, no hubo ningún tipo de intervención por parte de Miguel. Al terminar la exposición de los estudiantes Miguel interviene para hablar sobre fenómenos aleatorios y deterministas, de lo cual, trató la exposición de los estudiantes.*

32	M	Las investigaciones sugieren chicos que, cuando usted llegue al salón de clases por primera vez se enfrente a sus estudiantes, primera clase estadística, probabilidad, no sé, cómo la llamen en cada institución, es extremadamente importante que usted empiece a distinguir entre aquellos fenómenos que son aleatorios, ¿Qué quiere decir eso? Aquellos fenómenos con los cuales yo no tengo la completa certeza de lo que vaya a suceder a futuro, y aquellos fenómenos que son deterministas.
33		Lo que pasa es que la tradición dice o muestra que los eventos o la sociedad en común, y eso lo vamos a ver en el siguiente grupo que va a exponer dentro de ocho días, el concepto de aleatoriedad se demoró en aparecer por una razón, es que no se podía concebir algo llamado azar, algo que no estuviera mediado por los dioses, por el hombre o sencillamente por la naturaleza, porque así tenía que ser.
34		Entonces esta iniciación a esos conceptos, es importante que usted lo haga, no en grado sexto, inclusive desde más abajo, los niños más chiquitos traen unas concepciones que usted tiene que ir las cortando de tajo. Los niños creen

		muchas cosas, que todo es determinista, que todo tiene una causa y aparentemente usted puede determinar todo lo que va a suceder, y poco le puede atribuir al azar, bueno el azar está muy emparentado con eso de la causalidad y de la casualidad, pero eso lo veremos en la exposición dentro de ocho días
35		Entonces, importante, sugerencia, cada vez que usted vaya a entrar a clases haga un listado, eventos deterministas, eventos aleatorios, vale, se va a dar cuenta que los deterministas o aquellos que usted puede predecir, digamos con certeza lo que va a suceder o hay una causa por lo cual eso sucede así, que no es el azar, son más difíciles hacer.
36		Recuerdan ustedes el primer día que les dije díganme dos eventos que sean totalmente seguros en la vida y que no sea la muerte uno de ellos, es difícil
37	<b>E3</b>	Envejecer
38	<b>M</b>	¿Ah?
39	<b>E3</b>	Envejecer
40	<b>M</b>	Envejecer, es difícil, hay menos eventos seguros en la vida, la vida es aleatoria, es variable, afortunadamente
41		Muy bien, vamos con otro del grado once, ¿quién lo tiene?, acá, ¿quién va a exponer del equipo de ustedes?, muy bien Juliana, muy bien, ¿tienes tu propio equipo?
42	<b>E4</b>	Si
43	<b>M</b>	Perfecto <i>(los estudiantes inician la exposición)</i>

#### **Clase 1 - Episodio 4**

*Durante la exposición del tercer grupo de estudiantes, no hubo ningún tipo de intervención por parte del Miguel. Al terminar la exposición de los estudiantes Miguel interviene para hablar sobre probabilidad, de lo cual, trató la exposición de los estudiantes.*

44	<b>M</b>	La probabilidad digamos que es el deber ser del docente tratar de manipularla, de entenderla, de domesticarla como dirían algunos filósofos de la ciencia, domesticar el azar.
45		Estos temas de grado once son interesantes porque lo confrontan a uno, en el sentido de bueno, hasta qué punto podría estar yo dando clases en grado once de estos temas.
46		Muy seguramente a algunos ya se les habrá olvidado las reglas de probabilidad, muy seguramente otros no las han visto todavía, por esas cuestiones del pensum académico, lo cierto es que la probabilidad muchachos podemos decir de que parte de una complejidad y vamos a ver en la exposición siguiente cuando hablaré de la dualidad de la probabilidad, no hay una sola definición de la probabilidad, y eso es difícil, porque usted se va a enfrentar en el salón de clases a varias, digamos categorías de probabilidad, sumativa, probabilidad secuencial, otros podrían llamar probabilidad clásica, entonces, se vuelve un cúmulo de situaciones interesantes a resolver en el salón de clases y resolverlas no es fácil
47		Mientras hablaba Juliana, hay una cantidad de conceptos alrededor de todo esto, espacio muestral, independencia del evento, sucesos disjuntos o

		incompatibles, vale, entonces para llegar allí hay que tener un bagaje bien interesante.
48		Siguiente exposición, sexto grado (los estudiantes inician la exposición).

**Clase 1 - Episodio 5**



*No hubo intervención por parte de Miguel al finalizar la exposición de grado sexto, e inmediatamente dos estudiantes procedieron a exponer la exposición de séptimo grado con el tema de experimentos y sucesos aleatorios. Al finalizar dicha exposición, Miguel realizó su intervención.*

49	<b>M</b>	Chicos, algo que yo le digo a mis estudiantes siempre, nuestro nicho de trabajo no solamente va a ser dar clases, y dar clases en un colegio no solamente va a ser eso, aunque es un poco cerrado nuestro campo de acción, pero esto es un trabajo muy interesante, el de desarrollador de guías, desarrollador de libros, todo ese aspecto curricular es supremamente interesante y se necesitan docentes, preferiblemente expertos en las diversas unidades del pensamiento.
50		Estoy completamente, no mentiras, no puedo decir seguro al cien por ciento, pero digamos que en un noventa y cinco por ciento, en las otras unidades los que desarrollaron el texto son buenos, en estadística y probabilidad se queda un poco corto desde el mismo momento en donde ellos mencionan el siguiente conjunto de datos, un conjunto de datos es diferente a un sistema de datos, en un conjunto de datos digamos las repeticiones no son visibles, en los sistemas de datos sí. De hecho, eso es importante dentro de la estadística, esas repeticiones son interesantes.
51		Vamos bien, no todo el libro es malo, porque la parte de ejercitación es necesaria de todas formas, está dentro de los procesos generales, los estándares, los lineamientos curriculares, pero no es sólo quedarse allí, vale.
52		Pasen ustedes (señaló al siguiente grupo de estudiantes).

**Clase 1 - Episodio 6**

*Durante la exposición del quinto grupo de estudiantes, no hubo ningún tipo de intervención por parte de Miguel. Al terminar la exposición de los estudiantes, Miguel interviene para hablar sobre el aprovechamiento de las clases para futuras investigaciones.*

53	<b>M</b>	Muchachos, fruto de este tipo de conferencias, de esta en particular, de este tema, dirigí un trabajo de grado a través de mirar el razonamiento combinatorio en lo que en estos textos; como son textos tan importantes aproximadamente ocho millones de personas lo reciben del Ministerio de Educación Nacional, acabo de dirigir un trabajo de grado con calificación meritoria, justamente de estas clases.
54		Entonces, no tiren en vano lo que se da en cada clase, no solamente de esta, sino que todas las que se les da a ustedes son una oportunidad para ustedes ir por aquí puede salir un trabajo de grado bien interesante. Y si usted se está queriendo meter por estos aspectos, pues aproveche estos temas que acabamos de ver, de mostrar, incluso le puede enriquecer el futuro trabajo de grado.
55		Bien, iniciemos con el siguiente grupo.

Clase 1 - Episodio 7		
<p><i>Durante la exposición del sexto grupo de estudiantes, no hubo ningún tipo de intervención por parte de Miguel. Al terminar la exposición de los estudiantes, Miguel interviene para hablar sobre el tema de probabilidad, del cual, se trató la exposición de los estudiantes.</i></p>		
56	<b>M</b>	<p>Hay algo que no he dicho, que se me ha pasado, dentro de la educación estadística chicos, es extremadamente importante que usted tenga en cuenta algo, y es lo siguiente, el estudiante debe ir a las fuentes importante para recolectar datos, llámese DANE, ICBF, llámese mundiales de futbol anteriores; ahora ¿quién fue el que hablo de salto largo, salto alto?, ustedes allá (señala al grupo de estudiantes).</p>
57		<p>Es decir, en el libro usted no va a encontrar, o muy poco, yo creo que no lo he visto, donde el estudiante tenga que buscar los datos fundamentales, porque eso hace parte también del trabajo estadístico, buscar datos. Los datos no se encuentran, bueno, hoy tal vez más fácil, pero se hace necesario que el estudiante trabaje con datos reales, o por lo menos cercanos, que los recoja, eso casi no hay en ningún texto, y eso dentro de la educación estadística es fundamental, porque eso hace parte de la recolección de datos, hace parte del trabajo de un estadístico.</p>
58		<p>Aquí no estamos nosotros formando estadísticos profesionales, pero los estamos metiendo en este campo de ir a buscar datos, listo.</p>
59		<p>El ejemplo de los gemelos es un ejemplo más o menos clásico dentro de la historia de la probabilidad, uno podría decir, ah no, va a salir pues, digamos masculino, femenino, pero está el problema del orden, pues que el primero pueda ser un varón, y tal y tal, listo, entonces se pueden configurar varios casos allí, ahí tendrían que tener un pensamiento un poquito más denso.</p>
<p><i>Ejemplo del que habla Miguel, el cual fue mencionado por los estudiantes durante la exposición.</i></p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> <p>10 Una pareja espera mellizos. Calcula las probabilidades de todos los sucesos relativos al género de los recién nacidos.</p>  </div> <div style="flex: 1;">  </div> </div>		
60	<b>M</b>	<p>Y esa actividad se puede mejorar, entonces se puede decir, bueno, indague si hay más hombres que mujeres en el mundo, hay una tradición que dice que a los hombres nos toca como de a cinco mujeres por cada hombre, ¿eso será cierto? Busquemos a ver, hablo de la cantidad de mujeres por cada hombre, no hablo de entablar relaciones, bueno. Será eso cierto, será que hombres y mujeres están a la par, por ejemplo, para este caso de los bebés se podría ir buscando ese tipo de cosas, realmente sí, estamos muy a la par, tanto en Colombia como en el mundo.</p>



61		<p>Mejor dicho, esto de los gemelos puede dar para potenciar más el pensamiento crítico en el sentido de bueno, cuál es la tasa de natalidad en Colombia, qué pasa en la China, por ejemplo, que hay restricciones para el nacimiento de los bebés, se configuran otras cosas, está el aborto, por ejemplo, y se puede meter usted en un proyecto tan interesante solamente trabajando eso que ustedes han mencionado porque estaba en el libro, se puede mejorar. Entonces es hacerle preguntas al texto, al libro, preguntas a la actividad eso es muy importante.</p>
62		<p>Para finalizar, estamos súper enfocados en resolver, en hacer, pero pocas veces en invente un problema, haga un problema, proponga un problema, siempre estamos en resolver, resolver, resolver, y además resolvemos cosas que de antemano creemos que tiene solución, pero pocas veces nos enfocamos en proponer un problema, y criticamos hasta más no poder al libro, yo creo que ustedes dicen si les pregunto si recomendamos el libro, pues no, un no rotundo, pero bueno, listo, haga por lo menos unas dos o tres preguntitas y le caemos nosotros encima a ver si eso es resolución de problemas, si el que usted propuso es de ejercitación, pero es difícil, es decir, el libro tiene sus dificultades, es mejorable, por supuesto, pero no como para botarlo a la basura, tampoco, pero lo bueno es que usted con esta pequeña actividad está adquiriendo competencias para ya ver un libro cuando ya vaya al aula de clases realmente, listo.</p>
63		<p>Dentro de ocho días nos van a explicar la aleatoriedad, listo.</p>

❖ **Clase 2**

Al igual que en la clase 1, en la clase 2, los futuros profesores de matemáticas continuaron con las exposiciones, en esta oportunidad solo un grupo de 3 estudiantes se encargaron de exponer en toda la clase. A continuación, se muestra la transcripción de las grabaciones de las intervenciones del formador Miguel durante la segunda clase.

<b>Didáctica de la Estadística - Miguel (M)</b>		
<b>Clase 2- Episodio 1</b>		
<i>La clase inicia con un cordial saludo por parte de Miguel a los estudiantes, e inmediatamente se inicia con la primera y única exposición de la clase correspondiente a la noción de aleatoriedad. A la mitad de la exposición Miguel interviene para aclarar la diferencia entre aleatoriedad y azar.</i>		
1	<b>E5</b>	Una pregunta ¿Hay alguna diferencia entre aleatoriedad y azar, o son lo mismo?
2	<b>M</b>	Es una gran discusión, es una línea, vea, uno puede hablar de aleatoriedad, uno puede hablar de azar, de incertidumbre, uno puede hablar de caos, caos, incertidumbre, aleatorio, dependiendo del tipo de escuela donde uno se postule o donde uno esté, uno podría hacer ciertas diferenciaciones, vale.
3		Por ejemplo, algo muy sencillo, lo aleatorio está más emparentado con lo formal, la palabra como tal está más emparentado con lo formal ¿en qué sentido?, me explico, algunas escuelas del pensamiento pueden decir o determinan lo siguiente, si yo quisiera escogerlos a ustedes para que me acompañen al evento este que va a haber ahorita del pensamiento aleatorio esta semana, yo voy a escoger, pero para no sesgar mi decisión, ni decir el profesor siempre escoge a María José o a Ordoñez o a Juliana, en fin, ¿qué hago yo?, pues tengo dos opciones, o hacerlo al azar, ¡joj!, entonces digo (se pasea por el salón y señala a un estudiante) ¡tú!, si lo quiero hacer un poquito más formal que algunos llamarían aleatorio, entonces necesito que eso aleatorio se comporte de acuerdo al cálculo de la probabilidad, hay digamos una rigurosidad para yo escoger a alguien, ¿qué haría?, escribo los papelitos de los nombres de ustedes, los deposito en una bolsa, los mezclo y sin mirar escojo uno, y yo he escogido aleatoriamente, es más emparentado a lo que tiene que ver con el cálculo de probabilidades, de hecho hacia el final, supongo que ellos van hablar de que más que aleatoriedad de debe hablar de secuencias aleatorias, que es más formal.
4		Entonces, otros dicen que el azar es como la idea primigenia de lo aleatorio, cuando no está de pronto tan tratado que esa aleatoriedad no está tan emparentada a lo formal, en últimas, ambos tienen que ver con situaciones que yo no sé con total certeza lo que va a ocurrir, listo.
5		Y en otros ambientes, azar, incertidumbre, aleatoriedad, es sinónimo para algunos, pero, se puede establecer una delgadita línea divisoria, el ejemplo que siempre uso es el que les acabo de decir.
6		Insisto, es una línea muy delgada, cuando se habla también de razonamiento estadístico, pensamiento estadístico, alfabetización estadística, algunos autores dicen todo eso es lo mismo, otros autores definen, sí, puedo establecer una línea divisoria entre pensamiento estadístico, razonamiento estadístico, y alfabetización estadística; otros dicen, pensamiento y

		razonamiento es lo mismo y alfabetización es otra cosa, no hay unanimidad, vale.
7	E5	¿Esa delgada línea provoca digamos obstáculos de aprendizaje?
8	M	No lo sé
9	E5	¿Ese tema lo trata estrictamente la estadística o es estrictamente algo filosófico?
10	M	Ambas, desde la estadística se puede tratar, pero sobre todo también estos aspectos filosóficos, de hecho, muchos filósofos de la ciencia se han encargado de darle un papel importante a esto del azar, a esto de la aleatoriedad, de la probabilidad en general, incluso este es otro término que se emparenta la probabilidad como relacionados allí, de hecho creo que ellos también van a terminar hablando de que todo esto, hablar de aleatoriedad implica hablar de probabilidad, de espacio muestral, de variables aleatorias, o sea, hay un cúmulo de cosas alrededor de esto, vale, y si la distinción de hacer aleatoriedad produce algún tipo de dificultad en el estudiante, no lo he rastreado y no lo creo, lo importante es que sepa que hay fenómenos que con total certeza no se pueden determinar, de manera general se llaman fenómenos aleatorios, y aquellos que por ejemplo, si le das un dado y en todas las caras tiene siete, pues sabes con total certeza que va a ocurrir, va a salir el número siete, eventos deterministas y eventos aleatorios. Por definición en los eventos aleatorios no tenemos con total certeza lo que va a ocurrir en el siguiente experimento. Ibas a decir algo Juliana (señala a la estudiante con el dedo)
11	E6	Si profe, ¿en esa definición el azar y lo aleatorio no estarían relacionados?, básicamente porque en lo aleatorio depende del azar.
12	M	Sí, y entramos a cuestiones, ontológicas, epistemológicas, filosóficas, realmente están emparentados, vale. Y están emparentados en qué sentido, piensa que podamos definir totalmente qué es el azar, piensa que podemos definir totalmente qué es lo aleatorio, y poder distinguir entre ambos, lo que tienen en común es que con total certeza este fenómeno que se puede llamar fenómeno azaroso, o este fenómeno que se puede llamar fenómeno aleatorio, podemos describir por lo menos que va a ocurrir, podemos hacer un campo de situaciones de lo que va a ocurrir, pero con total certeza, saber en un evento simple lo que va a pasar, no, sabemos que si lanzamos un dado mil veces, la frecuencia de aparición del seis va a ser un sexto, del uno va a ser un sexto, del dos un sexto, pero, en el siguiente lanzamiento decir con total certeza lo que va a ocurrir, no lo sabemos.
13		Continúen muchachos

### Clase 2 - Episodio 2

*Al término de la exposición de los estudiantes, Miguel interviene para dar a conocer a los estudiantes un poco de la historia de la aleatoriedad y la probabilidad.*

14	M	Lo que tengo para decirles es lo siguiente, la aleatoriedad muchachos es un proceso muy complejo, en donde muchos matemáticos estuvieron en contra justamente porque le querían dar un carácter de rigurosidad y de formalidad a lo aleatorio y eso fue difícil. Hubo una época hay como para decir que
----	---	---

	<p>digamos que los matemáticos han querido siempre tratar de domesticar la aleatoriedad, de domesticar el azar, y querer darle como cierta estructura, aunque digamos, insisto, hay fenómenos que son aleatorios, o sea, que uno puede conocer el comportamiento, pero no predecir con exactitud lo que va a suceder.</p>
15	<p>Hay modelos matemáticos, deterministas, que digamos pueden tratar de modelar una situación aleatoria, vale, eso, por un lado. Lo otro, mil novecientos tres, mil novecientos ocho tal vez, mil novecientos once, estaba esa misma discusión, parecido a la pregunta que tocaría investigar un poquito más, pero voy a tratar de darles una luz.</p>
16	<p>Estaban dos matemáticos importantes, Richard von Mises va hacia la física y George Pólya, han escuchado ustedes alguna vez hablar de Pólya en sus cursos de didáctica, estaban justamente tratando de fundamentar y de hacer los fundamentos de la probabilidad, cuáles son esos fundamentos de la probabilidad, dentro de esas posturas apareció Pólya, no voy a hablar sobre todas esas posturas porque eso también hace parte de una conferencia, Pólya empezó a hablar de la aleatoriedad, perdón Richard von Mises y Pólya le dijo, como gran matemático le dijo, pero usted me está hablando de algo que, o sea dónde está el teorema, el axioma, como se puede demostrar la aleatoriedad rigurosamente, ese rigurosamente es a través de métodos deterministas, un poquito para suavizar la inquietud, y por más que pudo Richard von Mises intentarles dar a entender a esta comunidad y sobre todo los rusos también, bueno, aparte de Pólya, estaba la escuela rusa con Kolmogórov, destruyeron por completo el argumento de Richard von Mises que decía la aleatoriedad es importante para la probabilidad y ellos le decían sí, pero defina la aleatoriedad como estamos acostumbrados los matemáticos a definirla, muéstreme la estructura, muéstreme todo, querían darle también ese carácter determinista, porque la probabilidad se puede ver, y es cierto, desde un punto de vista matemático, muy riguroso, de hecho la probabilidad está más emparentada con la matemática, cuando ustedes vean, seguro lo van a ver, análisis matemático tres es pura teoría de la medida, y eso tiene que ver todo con probabilidad,</p>
17	<p>Entonces, palabras más palabras menos, tuvieron una discusión donde a Richard von Mises lo desnudaron, lo hicieron quedar en ridículo, le dijeron el concepto de aleatoriedad suyo no sirve para nada, eso no sirve, muéstreme la aleatoriedad, dónde está, muéstremela desde un punto de vista determinista. Richard von Mises dio una pequeña definición de lo que era aleatoriedad, pero Pólya se lo destruyó, y al final, cuentan por ahí un autor que ahorita no recuerdo el apellido, se pudo demostrar la indemostrabilidad matemática de la aleatoriedad.</p>
18	<p>Bueno, hoy recurrimos a la idea de aleatoriedad, a la idea de azar y creo que queda en el ambiente esa necesidad de seguir indagando, de seguir formándonos en estos aspectos muchachos, ven que no es trivial, de pronto ustedes se pueden preguntar por eso es que los profesores de matemáticas no damos estadística, a veces no estamos como formados para esto, estos cursos son para ello, para seguir indagando, para seguir profundizando, y</p>

		de la aleatoriedad se puede hablar muchísimo más. Nos vemos la próxima clase.
--	--	---

## **Anexo 6. Entrevista a Miguel**

**Entrevistadora:** Bueno, primero quiero agradecerle porque han sido muchas molestias lo reconozco y pues nada agradecerle primero que todo por haber aceptado ser parte de mi trabajo de tesis.

**Miguel:** Listo, con mucho gusto.

**Entrevistadora:** Bueno, vamos a empezar la entrevista. Primero, quisiera conocer toda su trayectoria en cuanto a la formación que tuvo y demás, que en estos momentos le permite ser formador de profesores de matemáticas, cualquier experiencia que usted diga, eso en esta parte de mi vida de formador me sirvió para ser el formador de profesores de matemáticas que soy hoy en día.

**Miguel:** Bueno, listo, pues todo arranca con un amor y una pasión que no empezó en el mismo momento en el que ingresé a la universidad, porque mi intención era estudiar otra carrera, sin embargo, primero y segundo semestre me fueron cautivando y tenía cierta destreza, pues no era el más brillante, pero tenía cierta destreza con las matemáticas, fue así entonces como fui creciendo en estos conceptos y bueno estos aspectos, dinámicas educativas y más o menos como en sexto semestre del pregrado empecé a interesarme, sobre todo, en los aspectos de estadística y probabilidad que son en los que hoy yo me desempeño, y digamos, que mayormente se aceleró ese amor hacia la docencia y hacia la manera de formar, por digamos, un par de docentes también relacionados con la educación estadística, con quienes estuve muy cercano, su manera de ver la educación, su manera de ver, en particular, la educación estadística y, bueno, claro, no puedo dejar de lado mis profesores como tal del área de Educación Matemática, y pues bueno, de ahí en adelante todo lo relacionado con la maestría también y, sobre todo, ya la docencia en acto te da muchas herramientas en acto como tal, estar en contacto con los estudiantes y no solamente con estudiantes de educación superior, sino que, yo también soy docente de un colegio, entonces tener ese pie en la institución pública con los chicos como tal y otro pie en la educación superior, pues me brinda a mí la posibilidad de saber o de poder decirle a los chicos, hombre esto, determinadas cosas se pueden hacer y otras siendo muy sinceros con ellos son ideas románticas que cuando vaya usted a la práctica se va a estrellar, entonces digamos que, la docencia en acto, el estar ya ejerciendo en esos dos mares como te digo, creo que me brinda a mí la posibilidad de poderles hablar con propiedad a los estudiantes, porque ahí, hay que reconocer hay muchos teóricos excelentes pero que tal vez no tienen buena, o no han tenido, un acercamiento a la enseñanza, tal vez superior, pero es muy distinto las dinámicas en los Colegios y en los niños.

**Entrevistadora:** De hecho, precisamente a eso viene la segunda pregunta, podría usted describir algunas diferencias, si las hay, entre la forma de enseñar matemáticas en la escuela y la forma de enseñar a enseñar matemáticas a un futuro profesor de matemáticas.

**Miguel:** Sí claro, vale, en educación superior y como formador de licenciados en matemáticas, mis estudiantes van a ser profesores de matemáticas, digamos que debo tener cierto tacto, en el sentido que un objeto matemático está relacionado con una historia, con una didáctica, tal vez, con una tecnología y digamos que la rigurosidad, pues debe aparecer por supuesto con mayor ahínco que en los colegios, sin embargo, en ambos lados tanto en un colegio como en una universidad, en lo que si hay como intersecciones es en el aspecto de lo útil, de utilizar los contextos, de que la matemática también es un poder político que tenemos nosotros para tomar decisiones, para el conglomerado de la sociedad, eso lo hago en ambos ámbitos, en la escuela me dedico más, un poco, pues toco algunas cositas de historia, pero digamos que, con un lenguaje distinto, no es como tan directo, y pues, debo aceptarlo es un poco más desde lo, a pesar de que coloco problemas en contexto, de que veo la aplicabilidad, pero hay un peso digamos fuerte también en la ejercitación con los estudiantes, si bien es cierto que, dentro de los currículos colombianos, existen los procesos generales de la educación matemática, ejercitación modelación, resolución de problemas, en mi caso trato de abarcarlos durante mis clases en los colegios, pero, sí hay un peso vulnerable frente a la ejercitación, entonces, hay en el colegio, hay que responder, por decirlo de alguna manera, a eso curricular que manda el Ministerio de Educación Nacional, a esas expectativas, visión, misión que tiene el colegio. Y en la universidad, pues bueno, es un poquito más amplio el panorama, no hay como tanto encasillamiento y digamos que me enfoco más a ese campo de batalla que van a tener los chicos, y digamos, reproduzco situaciones reales con que se van a enfrentar ellos y lo que te decía, reconocer los objetos, esa herencia o esa carga histórica, la importancia que tiene que ver todos los aspectos de la Didáctica de las Matemáticas, no tanto lo de la pedagogía, vamos, algo más general, y bueno y la formalización que en los cursos disciplinares, cuando los tengo a cargo pues tiene que aparecer.

**Entrevistadora:** De hecho, la siguiente pregunta tiene que ver con ese papel que usted desempeña en la formación inicial de profesores de matemáticas, cuál cree que es el papel de usted en esa formación de profesores de matemáticas.

**Miguel:** Bueno, por sobre todo un mediador y digamos es un facilitador de situaciones en las cuales el estudiante se va a enfrentar, más que un teórico, aunque este semestre y tal vez fueron las observaciones de clase que pudiste tener acceso, fueron clases digamos teóricas en un sentido de que no había nada disciplinar, no daba por así decirlo nada de matemáticas, pero sí traté de siempre hacer las aclaraciones con los estudiantes de las situaciones que se podían presentar, entonces, lo puedo ver como un facilitador de situaciones problema, de donde pueden emerger los objetos matemáticos, no siempre fue así, mi visión de docente cambió, inicialmente, pues aparentemente era yo quien tenía ese dominio en el aula, como esa superioridad, por decirlo de alguna manera, pero poco a poco la misma educación, el mismo trabajo en acto, me llevó a replantear estos, si se puede llamar, modelos de enseñanza, en donde aprendemos todos, en donde es una relación un poquito más horizontal que vertical, y digamos

se pueden generar también aprendizajes, por supuesto de parte del docente con los estudiantes entonces, sobre todo, yo lo veo como un orientador, un facilitador y un promotor de situaciones que probablemente mis estudiantes vayan a tener y algunas soluciones que se pueden dar, tampoco es un recetario porque serían infinitos problemas que se pueden presentar, pero, sí categorizarlos con algunos objetos matemáticos, por ejemplo, en la probabilidad los estudiantes tienen estas dificultades se pueden remediar con esto o aquello, por ejemplo.

**Entrevistadora:** De hecho, a eso se refería cuando en el cuestionario mencionaba esa parte de que es mejor un estilo aplicado de enseñanza a un estilo expositivo.

**Miguel:** Sí, sí claro, y digamos lo que pasa es que tengo una, soy muy afortunado por el área de mi interés, que la estadística y la probabilidad, seguramente si hubieras escogido un profesor de geometría la cuestión hubiera sido un poco distinta, probablemente, o de otro campo, pero la estadística y la probabilidad me brindan a mí la oportunidad de todo en contexto, digamos que la estadística no hace parte de las matemáticas, usa las matemáticas, y en ese sentido, así como otras ciencias, tiene demasiada aplicabilidad la estadística, entonces, eso también me ha dado a mí la visión del contexto y es mucho más enriquecedor para los estudiantes un problema, así lo disfraces, digamos, así le pongas, es distinto decir sume cinco más tres, un ejemplo muy básico, a tú colocar un problema en donde el estudiante realmente llegue a la necesidad de sumar cinco más tres, un problema ya en contexto, entonces, el contexto es importante y lo expositivo también, pero debe estar en un equilibrio.

**Entrevistadora:** También se refiere a esa parte como de la participación activa del futuro profesor en su propio aprendizaje, es decir, usted considera que ese futuro profesor tiene que tener cierta responsabilidad en la adquisición de esos aprendizajes.

**Miguel:** Sí total, claro, digamos que uno como docente tiene, pues es de parte y parte, pero uno es un modelo, es un molde, es un ejemplo, también el que está allí adelante ha de tener cierta experticia, no ser el más experto, pero sí de tener cierta experticia para poder manifestar al estudiante, de todas formas está un factor de las actitudes de los estudiantes y de situaciones circundantes a los chicos que pueden afectar este rendimiento, uno es un facilitador, como te lo he venido diciendo, un orientador, pero obviamente no es suficiente, digamos esto, del contrato didáctico también hace parte del estudiante que es un ser con necesidades, con toma de decisiones y que también tiene problemáticas, que en cierto momento, por más que el docente se pueda esforzar si no se cumplen o se suplen ciertas necesidades o faltantes que tiene el estudiante la cuestión puede tornarse un poco difícil, no imposible pero sí más difícil, entonces, el docente realmente es supremamente importante en esta adquisición de conocimientos, habilidades, destrezas, competencias, pero el estudiante también tiene su parte, y dentro de esa parte del estudiante, pues, tiene ciertas dificultades pues ya de su ser que tiene que resolver para poder también tener un aprendizaje interesante.



**Entrevistadora:** De hecho, en el cuestionario también se menciona esa parte que, en el aula la fuente de información no podría ser únicamente el formador, por lo que usted me menciona, esa participación activa de los estudiantes, también involucra, en cuanto a la información que se presenta en el aula, como lo veíamos en sus grabaciones en donde los estudiantes todos pasaron a exponer, entonces pienso que esa parte de la información que se moviliza en el aula es por parte y parte, tanto usted como formador como ese futuro profesor de matemáticas. Hay otras fuentes de información que se pueden movilizar en su aula como tal, cuando usted está impartiendo esa formación de profesores de matemáticas.

**Miguel:** Sí claro, digamos, bueno, en varias oportunidades lo mismos chicos son una fuente de información importante como lo notaste, pero también, no lo hice este semestre, por ejemplo, no solamente que me vean a mí como ese orientador y facilitador, sino, que en otras ocasiones he llevado también por ejemplo algunos conferencistas o profesores que amplíen en detalle algún concepto o alguna temática en particular, por ejemplo, de las que se abordan en didáctica, algo relacionado con los textos escolares lo he llevado por ejemplo, entonces eso por ese lado, también he tratado en algunas cortes anteriores, esta no la hice, la prensa, recortes de prensa en donde, por ejemplo, se evidencie las dificultades de los estudiantes en las pruebas estas estandarizadas como la prueba esta de la OCDE por ejemplo, o las mismas pruebas nacionales de aquí las pruebas Saber Once, y esos, son situaciones de choque que le generan al estudiante cierto incomodidad, y entonces, a partir de ahí, también hemos destinado un tiempito dentro de las clases para poder decir, bueno, aquí hay problemas en matemáticas y en particular en lo que tiene que ver con datos, vamos a ver qué es lo que están preguntando, entonces, a veces hemos analizado algunas preguntas de estas pruebas estandarizadas internacionales.

**Entrevistadora:** Bueno, la siguiente pregunta tiene que ver con esa parte del significado que tiene para usted eso de enseñar matemáticas y enseñar a enseñar matemáticas, qué significa para usted enseñar matemáticas y enseñar a enseñar matemáticas.

**Miguel:** Bueno, toda mi, digamos mi formación más que a enseñar matemáticas, he dedicado mucho más tiempo a enseñar a enseñar matemáticas, digamos que, el enseñar matemáticas, aunque lo hacemos nosotros los que hemos sido formados en Licenciatura de Matemáticas, pero sobre todo se la deberíamos de dejar más al que al que va a hacer ese uso neto puro de las Matemáticas, digamos, obviamente tengo cierta cercanía porque mi carrera fue muy cercana a las propias matemáticas y digamos que a ellos el contexto en ese entonces no le significaba mucho, axioma, teorema, demostración, y parábamos hasta ahí era, sin embargo, hoy por hoy digamos y que estoy en los dos medios estoy formando a los chicos de los colegios, hay trato un poquito de enseñarles matemáticas, porque no les puedo enseñar a enseñar matemáticas porque no es un colegio aquí se le llama un colegio normalista, sino que, pues tiene que tener unos conocimientos básicos dados por los lineamientos curriculares en donde se dice que el estudiante no va a ser matemático, ni un estadístico, pero sí debe tener

unas competencias básicas, digamos que ahí se puede trabajar más en la universidad, pues también cuando doy mis cursos disciplinares de estadística uno, estadística dos, pero el resto de cursos claro el reto es mayor diría yo, es mucho mayor enseñar a enseñar, que enseñar sobre la disciplina, que en última se vuelven con una fuerte carga hacia las técnicas, el tecnicismo, pero enseñar a enseñar interviene ese factor humano, esa parte emocional, interviene el estar con el otro, la persona, la humanidad, entonces es un poco más denso claro está.

**Entrevistadora:** Y para usted qué implica aprender matemáticas y aprender a enseñar matemáticas.

**Miguel:** De todas formas para el futuro docente, para el futuro licenciado se hace necesario e todas formas ambas tiene que, o sea, digamos que el profesor de matemáticas no solamente debe ser un profesor, lo decía el profesor Vasco en una de sus conferencias, no es suficiente con saber matemáticas para enseñar, pero tampoco es suficiente saber enseñar matemáticas para enseñar matemáticas nada más, digamos, que se necesitan de ambas es un equilibrio y el licenciado como tal, el profesor que va a ser profesor de matemáticas debe poder tener ese equilibrio, tenemos ejemplos, tal vez tú los tuviste, yo los tuve profesores expertos en matemáticas pero en el momento de dar la clase no le entendemos, sabemos que el profesor sabe, que lo que uno siempre dice es ese profesor sabe demasiado pero no le entiendo, entonces eso, hay que mediarlo el aprender matemáticas y el aprender a enseñar matemáticas, son dinámicas o constructos difíciles vaya, cuando vemos la matemática determinista, claro tiene su complejidad pero cuando nos damos cuenta que nuestro mundo es incierto y que entra la probabilidad y la estadística ahí a mediar también, o sea, y el poder utilizar esas herramientas se hace una complejidad tremenda, y el docente aprende no solamente por su paso por la universidad ese es un primer escalafón, porque el real campo de batalla está fuera y está en el salón de clases, de nada te sirve una teoría muy romantizada de las teorías de las situaciones didácticas, del enfoque ontosemiótico, hay muchas otras cosas cuando al frente tienes un estudiante con hambre, con necesidades, un estudiante que vive sin padres, un estudiante que no ha comido, que está enfermo, que tiene que trabajar, que tiene que pensar en llevar su sustento a la casa, y entonces uno se replantea todo lo que aprendió de todas estas teorías de Vygotsky, Chevallard, Brousseau, en fin, de qué me sirve, digamos que es también un llamado al a las actuales licenciaturas, yo lo llamo a veces dexaxiomatizar este tipo de Educación y volverlo un poquito más real al contexto, digamos es importante aprender también eso, la técnica, sí, las didácticas, una secuencia didáctica, todo lo que se puede enseñar es muy importante, pero en el aula surgen dificultades que la universidad no te, o por lo menos creería yo, que en gran parte de los programas de licenciaturas hablo licenciatura los que van a hacer docentes, porque entiendo que en México licenciado puede tener otra connotación, deben, de por lo menos, deben tocar esos temas, no, a veces hablamos un discurso como yo lo digo muy romántico, pero la realidad es otra en las escuelas, y hay que saber de eso, pero también de aquello.

**Entrevistadora:** La última pregunta es, para usted, cuál es la naturaleza de las matemáticas y qué rol cumple esa resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas en cuanto a la formación que recibe ese futuro profesor sobre el papel de la resolución de problemas.

**Miguel:** Yo Considero que las matemáticas son un constructo social, las matemáticas han surgido por necesidad del hombre, es una visión no tan platónica en mi caso y eso motiva a que cada vez se puedan ir necesitando de otros constructos matemáticos y así mismo van avanzando las matemáticas, las matemáticas no son estáticas, no están quietas, y hablo de matemáticas de manera muy general, y como tal el hombre va creando necesidades, mira, hoy en día yo creo que lo decía en tu documento siempre lo digo, actualmente todo esto con la inteligencia artificial el Machine Learning, la Big Data, digamos que ha dado un impulso a las matemáticas, a la informática de la estadística, a generar nuevo conocimiento, y todo eso a partir de situaciones problema y es que las situaciones problemas, la resolución de problemas como tal, vista como un real problema y no como un ejercicio es lo que yo creo que puede posibilitar al estudiante a ir más allá, en el momento en el que los docentes y me incluyo dejemos de hacer tantos ejercicios y realmente resignificar lo que es un problema yo creo que la educación se podría cambiar, lo que pasa es que en estos afanes de cumplir con notas, de cumplir con contenidos, de cumplir con un programa, pues es fácil hacer ejercicios y salir al paso, pero un problema en donde no solamente se resuelva con las matemáticas sino que se resuelva también con ayuda de otras ciencias eso es un problema, porque así son los problemas de nuestra vida, los problemas de nuestra vida no se resuelven solamente con un único objeto matemático, muchos problemas de nuestra vida o la cotidianidad, de construcciones, de pandemia, de salud, en fin, son fruto de intervenciones también de otras áreas, entonces cuando en la clase podamos dinamizar varios conceptos, entendiendo que eso realmente es un problema, pero es que sobre todo problema en contexto y que genera crisis de ahí la importancia de una educación matemática crítica, o de una educación estadística crítica, yo creo que la cuestión podría cambiar, vale, no estoy dejando de lado los problemas que no están en contexto, son necesarios, de hecho nuestro currículo colombiano hay tres contextos que nos sugieren trabajar, contexto netamente matemático, contexto de otras disciplinas y contexto de la vida cotidiana, hay que hacer un mix de eso, pero yo poco a poco he estado metiendo un poquito más de peso al contexto de la vida cotidiana y de otras ciencias para poder ver esa interdisciplinariedad o transdisciplinariedad mejor de las matemáticas en nuestro entorno.

**Entrevistadora:** Bueno profesor, eso era todo, de verdad que gracias de nuevo y disculpe tantas molestias e inconvenientes.

**Miguel:** No hay problema, espero te sirva, espero, lo poco que te ayudé te pueda servir.

**Entrevistadora:** Claro que sí, muchas gracias.