



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS  
"FRANCISCO GARCÍA SALINAS"  
UNIDAD ACADÉMICA DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA DE  
LA LUZ Y LA MATERIA**

**PROPAGACIÓN DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS A TRAVÉS  
DE CRISTALES FOTÓNICOS DIELECTRICO-GRAFENO CASOS  
1D Y 2D**

**T E S I S**  
**PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS**

**PRESENTA:  
Arsenio Sánchez Arellano**

**DIRECTOR DE TESIS:  
Dr. Jesús Madrigal Melchor**

**Zacatecas, Zac. México  
23 de Abril del 2024**

# Declaración de autenticidad

Manifiesto que presente trabajo de tesis de Doctorado es de autoría original y no ha sido presentado total o parcialmente para obtener otro título o grado en cualquier otra institución educativa. Esta trabajo de tesis es resultado de mi propio trabajo y autoría, dentro de las actividades desarrolladas en el Doctorado en Ciencia y Tecnología de la Luz y la Materia (LUMAT) y se da los créditos correspondientes a otras tesis, artículos o publicaciones de otros grupos o personas.

Nombre y Firma del estudiante,  
Zacatecas, Zac.México, Marzo del 2024.

**SINODALES:**

Dr. Alejandro González Sánchez

Dra. Perla Xochil Viveros Méndez

Dr. Carlos Iván Cabrera Perdomo

**EXTERNOS:**

Dr. Jorge Ortega Gallegos

**COMITE DE SEGUIMIENTO:**

Dr. Alejandro González Sánchez

Dra. Perla Xochil Viveros Méndez

# Agradecimientos

*A la cima no se llega superando a los demás  
sino superándote a ti mismo.*

**A mis padres, mis hermanos, a mis hijos, a mi  
esposa**

Mis profundos agradecimientos a:  
CONAHCYT que me apoyó con una beca para poder realizar mis estudios Doctorales.

# Resumen

En este trabajo estudiamos las relaciones de dispersión y bandas fotónicas para cristales fotónico dieléctrico-grafeno, resultante de la modulación del potencial químico  $\mu_{g,i}$  en las láminas de grafeno que forman la celda unitaria de la estructura periódica, así mismo, se obtienen los espectros de transmisión, reflexión y absorción para este tipo de estructuras finitas. La relación de dispersión, las bandas de propagación y los espectros de los sistemas propuestos se obtienen empleando el formalismo de matriz de transferencia teniendo en cuenta las contribuciones intra e interbanda de la conductividad óptica del grafeno. En los sistemas unidimensionales que se proponen, el potencial químico de cada hoja de grafeno se distribuye con valores discretos siguiendo funciones envolventes del tipo gaussiana, de la misma manera se estudian cristales fotónicos con cavidades y defectos, cristales fotónicos con celda unitaria bi-periódica y cristales fotónicos bidimensionales dieléctrico-grafeno. Encontramos que este tipo de cristal fotónico dieléctrico-grafeno unidimensionales con distribución del tipo gaussiana en el potencial químico, muestra la formación de picos en la relación de dispersión debido a los valores discretos de potencial químico en la celda unitaria, así mismo, por la estructura finita mostramos que los espectros de transmisión y absorción forman espectros escalonados, que de igual manera están relacionados al valor del potencial químico del grafeno que forman la celda unitaria. Se encuentra además, que cuando se rompe la periodicidad de los cristales dieléctrico-grafeno, aparecen estados localizados en el gap de bajas frecuencias inducido por el grafeno, estos se pueden localizar como picos abruptos en el espectro de transmisión, y puede

ser modulada su posición en el espectro a través del potencial químico y las láminas de grafeno. Para el caso de cristales fotónicos bi-periódicos, encontramos que las ondas electromagnéticas al propagarse a través de estas estructura sienten dicha variación de potencial químico como un contraste óptico efectivo, ya que aparecen nuevos gap's en su relación de dispersión en comparación con el cristal periódico convencional de dieléctrico-grafeno. Por último se hace un primer acercamiento a los cristales fotónicos bidimensionales con grafeno, se hace una adaptación del método de expansión de ondas planas y se implementa para los primeros cálculos de la relación de dispersión para estructuras fotónicas más simples, las cuales se componen por cilindros de dieléctrico-grafeno y sustratos con huecos cilíndricos en una red cuadrada y una red hexagonal.

**PALABRAS CLAVE:** Grafeno, Propiedades Ópticas, Cristal Fotónico, Relación de Dispersión, Espectros Macroscópicos.

# Abstract

In this work we study the dispersion relations and propagation bands of dielectric-graphene photonic crystals, resulting from the modulation of the chemical potential in the graphene sheets that form the unit cell of the periodic structure. Likewise, the transmission, reflection, and absorption spectra for this type of finite structure are obtained. The dispersion relation, the propagation bands, and the spectra of the proposed systems are obtained using the transfer matrix formalism taking into account the intra- and interband contributions of the optical conductivity of graphene. In the one-dimensional systems that are proposed, the chemical potential of each graphene sheet is distributed with discrete values following Gaussian enveloping functions, in the same way, photonic crystals with cavities and defects, photonic crystals with bi-periodic unit cells, and two-dimensional dielectric-graphene photonic crystals. We found that this type of one-dimensional dielectric-graphene photonic crystal with a Gaussian-type distribution in the chemical potential shows the formation of peaks in the dispersion relation due to the discrete values of chemical potential in the unit cell, likewise, for the structure finite we show that the transmission and absorption spectra form staggered spectra, which in the same way are related to the value of the chemical potential of the graphene that forms the unit cell. It is also found that when the periodicity of the dielectric-graphene crystals is broken, localized states appear in the low-frequency gap induced by graphene, these can be located as abrupt peaks in the transmission spectrum and their position can be modulated through

the chemical potential, and graphene sheets. In the case of bi-periodic photonic crystals, we found that the variation of chemical potential in the unit cell causes the apparitions of new photonic band gaps and can be seen in the propagation bands of the bi-period crystal, which are compared with the photonic band of the conventional dielectric-graphene photonic crystal. Finally, a first approach to two-dimensional photonic crystals with graphene is made, as well as, an adaptation of the plane wave expansion method. This method is implemented for the first calculations of the dispersion relation for simpler photonic structures, which are made up of cylinders of dielectric-graphene and substrates with cylindrical voids in a square lattice and a hexagonal lattice.

**KEYWORDS:** Graphene, Optical Properties, Photonic Crystals, Dispersion Relation, Macroscopic Spectra.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	1
1.2. Grafeno y sus propiedades . . . . .	6
1.3. Propiedades Electrónicas del Grafeno. . . . .	8
1.3.1. Estructura Cristalina . . . . .	8
1.3.2. Relación de Dispersión Electrónica . . . . .	10
1.4. Propiedades Ópticas del Grafeno . . . . .	10
1.4.1. Transmisión, reflexión y absorción del grafeno . . . . .	11
1.4.2. Modo TE plasmónico en el Grafeno . . . . .	12
1.4.3. Respuesta Óptica del Grafeno . . . . .	14
1.5. Planteamiento y objetivos . . . . .	15
1.5.1. Motivación . . . . .	15
1.5.2. Planteamiento . . . . .	15
1.5.3. Objetivos . . . . .	16
<b>2. Formalismo Teórico</b>	<b>18</b>
2.1. Conductividad Óptica del Grafeno . . . . .	19
2.2. Ecuaciones de Maxwell . . . . .	20
2.3. Condiciones a la frontera . . . . .	24
2.4. Método de matriz de transferencia . . . . .	25
2.5. Cristales fotónicos unidimensionales dieléctrico-grafeno relación de dispersión fotónica . . . . .	31
2.6. Cristales fotónicos en dos dimensiones. Método de Expansión de Ondas Planas	34
2.7. 2D-PhCs dependientes de la frecuencia; adaptación del método de expansión de ondas planas . . . . .	40

<b>3. Resultados</b>	<b>45</b>
3.1. Cristales Fotónicos 1D dieléctrico-grafeno . . . . .	45
3.1.1. Cristales fotónicos dieléctrico-grafeno con celda unitaria de potencial químico no uniforme . . . . .	46
3.2. Cavidades y defectos en cristales fotónicos 1D dieléctrico-grafeno . . . . .	55
3.3. Cristales Fotónicos dieléctrico-grafeno de Celda unitaria Bi-periódica . . . . .	64
3.3.1. Bandas fotónicas y Relación de dispersión . . . . .	66
3.3.2. Espectros de Transmisión y Reflexión . . . . .	69
3.3.3. Cristales Bi-periódicos, Bandas fotónicas, Relación de dispersión, es- pectros de transmisión y reflexión . . . . .	73
3.4. Cristal Fotónico dieléctrico-grafeno bidimensionales 2D-DGPhC . . . . .	81
3.4.1. 2D-DGPhCs, relaciones de dispersión . . . . .	84
<b>4. Conclusiones</b>	<b>91</b>
<b>A. Publicaciones y Congresos</b>	<b>96</b>

# Índice de figuras

1.1. Figura esquemática de los cristales fotónicos. Dependiendo de la geometría de la variación de la permitividad eléctrica en el espacio $\epsilon_1, \epsilon_2$ , éstos se clasifican en unidimensionales (a), bidimensionales (b) y tridimensionales (c). . . . .	2
1.2. Se incorpora un defecto en al romper la periodicidad del cristal y se introduzca un material que responda diferente al estímulo de la luz. . . . .	4
1.3. Diferentes estructuras que se pueden formar apilando materiales semiconductores o materiales dieléctricos. a) perfil Gaussiano, b) perfil Lorentziano, c) perfil del tipo Lineal, d) perfil tipo Pöschl-Teller. Se forman dichas estructuras variando la concentración de portadores de carga en materiales semiconductor o variando el índice de refracción cuando se implementan materiales dieléctricos.	5
1.4. Figura esquemática de un cristal fotónico unidimensional dieléctrico-grafeno. En estas estructuras ópticas el grafeno es puesto adyacente entre materiales dieléctrico. . . . .	6
1.5. Estructura de grafito y estructura de grafeno, respectivamente. imágenes extraídas de la referencia [39]. . . . .	7
1.6. (a) Red cristalina de la estructura de grafeno; se puede ver como dos redes triangulares intercaladas con los vectores primitivos de red $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ . (b) La correspondiente red recíproca de la red de grafeno, los vectores primitivos de dicha red son dados por $\vec{b}_1, \vec{b}_2$ , la zona central encerrada corresponde a la primera zona de Brillouin. . . . .	9
1.7. Relación de dispersión del grafeno, podemos ver los puntos de Dirac correspondientes a los puntos $K$ y $K'$ correspondientes a la primera zona de Brillouin, así como la forma lineal de la función de dispersión cerca de estos puntos. Imágenes extraídas de la referencia [39]. . . . .	11

1.8.	Figura donde se muestra el valor de la absorción para una y dos capas de grafeno (figura izquierda), así como para un sistemas con varias láminas de grafeno suspendidas en aire (figura derecha), lo anterior para un rango de frecuencias del infrarrojo al visible. Imágenes extraídas de la referencia [43]. . . . .	12
1.9.	a) Excitación de los modos plasmónicos en una interfaz dieléctrico-metal y la longitud de penetración de los campos. b) El sistema consiste de una interfaz de dieléctrico-grafeno, para este caso los modos transversal magnético $TM$ y transversal eléctricos $TE$ , se pueden propagan en dicha interfaz. Está demostrado que los modos $TE$ no existen en los materiales convencionales de dieléctrico-metal. Imagen extraída de la referencia [80]. . . . .	13
1.10.	a) Forma esquemática de un cristal fotónico dieléctrico-grafeno, se tienen $N_g$ sábanas de grafeno entre capas dieléctricas de constante dieléctrica $\epsilon$ , y espesor $d_w$ . b) Ejemplo de una de las posibles distribución del potencial químico $\mu_{g,i}$ de las láminas de grafeno en el cristal. . . . .	16
2.1.	Gráfica de la parte real (línea negra) e imaginaria (línea azul), de la conductividad óptica del grafeno normalizada, (a) contribución intrabanda $\sigma_{intra}$ , (b) contribución interbanda $\sigma_{inter}$ . . . . .	21
2.2.	Imagen esquemática de la interfaz dieléctrico-grafeno, se tienen dos medio dieléctricos, el incidente $\epsilon_i$ y un medio transmitido $\epsilon_t$ , se incorpora una lámina de grafeno (línea verde), adyacente entre estos dos medios. . . . .	24
2.3.	Forma esquemática del sistema dieléctrico-grafeno, para ondas con polarización $TE$ . . . . .	26
2.4.	Forma esquemática del cristal fotónico dieléctrico-grafeno. Para este caso el potencial químico en la celda unitaria sigue una distribución $\mu_{g,i}$ aperiódica. . . . .	32
2.5.	a) Forma esquemática del cristal fotónico 2D en una red cuadrada a) y una red hexagonal b) cristal fotónico formado por cilindros dieléctricos inmersos en otro medio dieléctrico. . . . .	38
2.6.	Vectores de la red cuadrada (superior) y red hexagonal (inferior), así como los correspondientes vectores de la red recíproca y los puntos de alta simetría para la primera zona de Brillouin para las dos geometrías respectivamente. Lo anterior es para un 2D-PhCs de cilindros dieléctricos. . . . .	40

2.7. Relación de dispersión para un 2D-PhC para una red cuadrada de cilindros dieléctricos. Los parámetros son $\epsilon_a = 8.9$ , $\epsilon_b = 1.0$ para $r = 0.2a$ . . . . .	41
2.8. Relación de dispersión para un 2D-PhC para una red hexagonal de cilindros dieléctricos. Los parámetros implementados son, $\epsilon_a = 1.0$ , $\epsilon_b = 13$ , con $r = 0.48a$ . . . . .	42
2.9. Relación de dispersión para un 2D-PhC para una red cuadrada de cilindros metálicos, embebidos en aire con un factor de llenado $f = 0.7$ . . . . .	43
2.10. Relación de dispersión para un 2D-PhC para una red hexagonal de cilindros metálicos, el medio huésped implementado es aire con un factor de llenado de $f = 0.5$ . . . . .	44
3.1. Forma esquemática de un cristal fotónico unidimensional dieléctrico-grafeno con celda unitaria de potencial químico distribuido de una forma no periódica. . . . .	47
3.2. Relación de dispersión $qD/\pi v_s \Omega$ para los diferentes perfiles de potencial químico, el número de láminas de grafeno en la celda unitaria es $N_g = 7$ embebidas en un medio dieléctrico de valor constante $\epsilon = 1.45$ , la distancia normalizada del medio dieléctrico es $\Delta = 3.0(1.48 \mu m)$ , para incidencia de la luz de $\theta = 60^\circ$ . Los valores para los parámetros que distribuyen el potencial químico son, $\mu_{g,max} = 0.4 \text{ eV}$ , $\xi = \Delta/3, \Delta/4, \Delta/3$ , para los perfiles Gaussiano, Lorentziano y Pöshl-Teller respectivamente, lo anterior para polarización TE. Los valores señalados corresponden a dos veces el potencial químico donde de las láminas de grafeno que forman la celda unitaria. . . . .	49
3.3. Relación de dispersión $qD/\pi v_s \Omega$ para el perfil Gaussiano (línea negra) y Lineal (línea roja) en el potencial químico, el número de láminas de grafeno en la celda unitaria es $N_g = 5$ y $N_g = 7$ como se muestra en la figura, embebidas en un medio dieléctrico de valor constante $\epsilon = 1.45$ , la distancia normalizada del medio dieléctrico es $\Delta = 3.0(1.48 \mu m)$ , para incidencia de la luz de $\theta = 60^\circ$ . Los valores para los parámetros que distribuyen el potencial químico son, $\mu_{g,max} = 0.4 \text{ eV}$ , $\xi = \Delta/3$ , para el perfil Gaussiano, lo anterior para polarización TE. La línea punteada corresponde a la parte imaginaria de la conductividad óptica del grafeno para cada valor del potencial químico dada por cada distribución. . . . .	50

- 3.4. Relación de dispersión fotónica para perfil Gaussiano en la celda unitaria del potencial químico la primera columna (gráficos de la izquierda) se varía el ángulo de propagación de la luz:  $\theta = 0$  (línea azul),  $\theta = \pi/6$ (línea roja),  $\theta = \pi/4$ (línea verde) y  $\theta = \pi/3$ (línea naranja); la primera fila muestra la relación de dispersión para luz con polarización  $TE$  y la segunda fila para polarización  $TM$ . La segunda y tercera columna muestra parte de la relación de dispersión alrededor del primer pico, cuando se varía el medio dieléctrico y su espesor, respectivamente, en estos casos el ángulo de propagación se fijó en  $\theta = \pi/4$ . Los parámetros del perfil son los mismos que en la Fig. (3.2). . . . . 51
- 3.5. Relación de dispersión fotónica para perfil Gaussiano en la celda unitaria del potencial químico así como con dependencia de la temperatura en la parte real de la conductividad del grafeno. Primera columna, parte real de la conductividad no dependen de la temperatura (línea azul), y la segunda columna con dependencia de temperatura (línea verde) con  $K_B T = 0.001 \mu_{g,max}$  en ambos casos los aportes intra dependen de la temperatura. La tercera columna muestra el zoom de la espiga encerrada en las elipses, además se incluye el pico correspondiente para el caso  $\mu_g \gg K_B T$  (línea negra). Los medios dieléctricos, espesor dieléctrico, así como los parámetros del perfil son los mismos que en la Fig.(3.2). El ángulo de propagación es  $\theta = \pi/3$  para (a), (b), (c) para polarización  $TE$ , y  $\theta = \pi/36$  para (d) (e) (f) para polarización  $TM$ . . . . . 52
- 3.6. (a) Relación de dispersión (línea negra continua) y espectro de Transmisión (líneas discontinuas), para 1, 3 y 7 períodos del cristal fotónico finito para el perfil Gaussiano en la celda unitaria de potencial químico. (b) Lo mismo que (a), pero ahora se muestra el espectro de Absorción. El índice de refracción del medio dieléctrico, el espesor y el ángulo de incidencia, así como los parámetros del perfil en  $\mu_{g,i}$  son los mismos que en la Fig.(3.2). . . . . 53
- 3.7. Figura esquemática de un cristal fotónico unidimensional dieléctrico-grafeno donde se incluye una cavidad en el centro de la estructura, dicha cavidad puede albergar  $N_b$  láminas de grafeno simétricamente separadas con potencial químico  $\mu_b$ , diferente de las  $N_a$  láminas espejo, las cuales se fijan a un potencial químico  $\mu_a$ . . . . . 56

- 3.8. Espectros de transmisión en función de la frecuencia a) y d), amplitud del campo eléctrico relacionada a los máximos en función de la posición b) y e), y posición en frecuencia del estado de cavidad c) y f). El número de láminas de grafeno en los espejos es  $N_a = 21$  con valores de potencial químico de  $\mu_a = 1.0eV$  y separadas una distancia de  $d_a = 1.5(\hbar c/\mu_a)$ ; en la primera fila el potencial en las láminas dentro de la cavidad es  $\mu_b = 0.2$ , en la segunda fila el número de láminas dentro de la cavidad se mantienen en  $N_b = 11$ . Los parámetros ópticos y geométricos son,  $\theta = 0$ ,  $\epsilon = 1.45$  y  $d_a = 1.5$ . . . . . 57
- 3.9. Espectros de transmisión en función de la frecuencia a) y d), amplitud del campo eléctrico relacionada a los máximos en función de la posición b) y d), y posición en frecuencia del estado de cavidad c) y f). Se varían los parámetros externos, número de láminas de grafeno en los espejos  $N_a$  y su potencial químico  $\mu_a$ . El número de láminas de grafeno en la cavidad es  $N_b = 11$  con valores de potencial químico de  $\mu_b = 0.2eV$ , separadas una distancia de  $d_a = 1.5(\hbar c/\mu_a)$ ; en la primera fila el potencial en las láminas de los espejos es  $\mu_b = 1.0eV$ , en la segunda fila el número de láminas en los espejos es  $N_a = 21$ . . . . . 59
- 3.10. Espectros de transmisión en función de la frecuencia, modulo del campo eléctrico relacionado al máximo en función de la posición, y posición en frecuencia del estado de cavidad primera, segunda y tercera columna respectivamente. En la primera fila se varía el número de láminas de grafeno en los espejos  $N_a$ , en la segunda fila se varía el número de láminas de grafeno dentro de la cavidad  $N_b$ . En la primera fila el número de láminas de grafeno dentro de la cavidad es  $N_b=11$  con un potencial químico de  $\mu_b = 0.2eV$ . En la segunda fila el número de láminas en los espejos es  $N_a = 21$  con un valores de potencial químico  $\mu_a = 1.0eV$ , las láminas dentro se mantienen a  $\mu_b = 0.2eV$ . Las láminas de grafeno se mantienen a una distancia de  $d_w = 1.5(\hbar c/\mu_a)$ . . . . . 61
- 3.11. Factor de calidad  $Q$  calculado para los diferentes variaciones de los parámetros internos de la cavidad  $N_b$ ,  $\mu_b$  y externos de las láminas de grafeno en los espejos  $N_a$ ,  $\mu_a$ . Dicho factor se calcula en función de los espectros de transmisión y los parámetros correspondientes en las Figuras (3.8), (3.9) y (3.10). . . . . 63

- 3.12. Celda unitaria del cristal fotónico dieléctrico-grafeno bi-periódico; esta se compone de una estructura multicapas de  $N_a$  láminas de grafeno intercaladas con un material dieléctrico de permitividad  $\epsilon$  y espesor  $d$ . Las láminas se mantienen a un potencial químico  $\mu_a$ . Dicha estructura se une a otra estructura similar de  $N_b$  láminas de grafeno pero mantenidas a un potencial químico  $\mu_b$ , con  $\mu_a \neq \mu_b$ . La bi-periodicidad se da en términos de la variación en el potencial químico de las láminas de grafeno en la celda unitaria. . . . . 65
- 3.13. Comparación de bandas fotónicas para un cristal fotónico dieléctrico-grafeno periódico convencional y un cristal de celda unitaria bi-periódica, se muestra para polarización  $TE$  (primera fila) y  $TM$  (segunda fila). El potencial químico en el cristal convencional es  $\mu_g = 1.0eV$ ; el potencial químico en el cristal bi-periódico es  $\mu_a = 1.0eV$  y  $\mu_b = 0.1eV$  para la primera y segunda lámina de grafeno respectivamente. El medio dieléctrico para los dos sistemas es aire con  $\epsilon = 1.0$ , y un espesor de  $d = 40\mu m$ . . . . . 75
- 3.14. Bandas fotónicas para un cristal fotónico dieléctrico-grafeno bi-periódico, se muestra para polarización  $TM$ (primera columna) y  $TE$ (segunda columna). El potencial químico en las laminas de grafeno de la celda unitaria es  $\mu_a = 1.0eV$ ,  $\mu_b = 0.1eV$  (primera fila), y  $\mu_a = 1.0eV$ ,  $\mu_b = 0.1eV$  (segunda fila), respectivamente. El medio dieléctrico para todo el sistemas es aire con un valor de la permitividad de  $\epsilon = 1.0$ , y un espesor de  $d = 40\mu m$ . . . . . 76
- 3.15. Bandas fotónicas para el cristal fotónico dieléctrico-grafeno bi-periódico, para polarización  $TM$  (primera columna) y  $TE$  (segunda columna). El potencial químico en las laminas de grafeno de la celda unitaria es  $\mu_a = 1.0eV$  y  $\mu_b = 0.4eV$  (primera fila), y  $\mu_a = 1.0eV$  y  $\mu_b = 0.1eV$  (segunda fila), respectivamente. El medio dieléctrico para todo el sistema tiene un valor de permitividad dieléctrica de  $\epsilon = 1.5$ , y un espesor de  $d = 40\mu m$ . . . . . 77
- 3.16. Espectros de transmisión para el cristal fotónico dieléctrico-grafeno bi-periódico, así como la relación de dispersión asociada (línea a trazos). Se muestra para diferente número de períodos de la celda unitaria  $N$ . El potencial químico en las láminas de grafeno de la celda unitaria es  $\mu_a = 1.0eV$  y  $\mu_b = 0.1eV$ , el medio dieléctrico para todo el sistemas tiene un valor de la permitividad dieléctrica de  $\epsilon = 1.0$ , y un espesor de  $d = 40\mu m$ , así mismo, se mantiene el valor de  $k_x = 0.0$  (incidencia normal). . . . . 78



3.17. Espectros de transmisión (primera fila) y reflexión (segunda fila) para el cristal fotónico dieléctrico-grafeno bi-periódico finito con $N = 15$ períodos de la celda unitaria. Se muestra la relación de dispersión asociada (línea a trazos sobre R). Lo anterior se hace para polarización $TM$ (primera columna) y $TE$ (segunda columna). El potencial químico en las láminas de grafeno de la celda unitaria es $\mu_a = 1.0eV$ y $\mu_b = 0.1eV$ , el medio dieléctrico para todo el sistemas tiene un valor de la permitividad de $\epsilon = 1.0$ , y un espesor de $d = 40\mu m$ , se mantiene el valor de $k_x = 0.02$ constante. . . . .	79
3.18. Espectros de transmisión (primera fila) y reflexión (segunda fila) para el cristal fotónico dieléctrico-grafeno bi-periódico, así como la relación de dispersión asociada (línea a trazos). Se muestra para polarización $TM$ (primera columna) y $TE$ (segunda columna). El potencial químico en las láminas de grafeno de la celda unitaria es $\mu_a = 1.0eV$ y $\mu_b = 0.1eV$ . El medio dieléctrico para todo el sistemas tiene un valor de la permitividad de $\epsilon = 1.0$ , y un espesor de $d = 40\mu m$ , así mismo, se mantiene el valor de $k_x = 0.04$ constante. . . . .	81
3.19. Cristal fotónico dieléctrico-grafeno bidimensional 2D-DGPhC. En la figura a) se muestra la geometría de huecos cilíndricos embebidos en un sustrato de dieléctrico-grafeno, para la figura b) se tiene cilindros de dieléctrico-grafeno embebidos en un sustrato de aire. . . . .	82
3.20. Relación de dispersión para un $2D - DGPhC$ . El sistema se compone de cilindros de dieléctrico-grafeno en un sustrato de dieléctrico para una red cuadrada. El valor del medio dieléctrico de los cilindros y del sustrato es $\epsilon = 1.57$ , el espesor de los cilindros de dieléctrico es de $d = 5\mu m$ , la constante de red es $a = 25\mu m$ , el factor de llenado es $f = 0.4$ . El análisis se realiza para diferentes potenciales químicos de los discos de grafeno como se muestra en cada figura. . . . .	86
3.21. Relación de dispersión para un $2D - DGPhC$ . El sistema se compone de huecos cilíndricos en un sustrato de dieléctrico-grafeno para una red cuadrada. El valor del medio dieléctrico del sustrato es $\epsilon = 1.57$ , con un espesor de $d = 5\mu m$ , la constante de red es $a = 25\mu m$ , el factor de llenado es $f = 0.4$ . Se varia el potencial químico de las láminas de grafeno embebidas en el sustrato como se muestra en cada figura. . . . .	87

- 3.22. Relación de dispersión para un  $2D - DGPhC$ . La celda unitaria consiste de cilindros de dieléctrico-grafeno para una red hexagonal. El valor del medio dieléctrico del sustrato es  $\epsilon = 1.57$ , con un espesor de  $d = 5\mu m$ , la constante de red es  $a = 25\mu m$ , el factor de llenado es  $f = 0.5$ . Se varía el potencial químico de los discos de grafeno embebidas en el sustrato de acuerdo a cada figura. . . . . 88
- 3.23. Relación de dispersión para un  $2D - DGPhC$ . La celda unitaria consiste de cilindros huecos en un sustrato de dieléctrico-grafeno con una celda unitaria de red hexagonal. El valor del medio dieléctrico del sustrato de dieléctrico-grafeno es  $\epsilon = 1.57$ , con un espesor de  $d = 5\mu m$ , la constante de red es  $a = 25\mu m$ , el factor de llenado es  $f = 0.5$ . Se varía el potencial químico de las láminas de grafeno embebidas en el sustrato de acuerdo a cada figura. . . 89

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Antecedentes

Desde tiempos antiguos los seres humanos se han interesado en los fenómenos de la radiación electromagnética, como por ejemplo, los colores del arcoíris y de donde provienen, cuál es la interacción de la luz con la materia, de tal forma que podemos percibirla como colores de los diferentes seres vivos (insectos, mariposas, peces etc.), el color del cielo de las plantas. Desde el experimento de Isaac Newton, en donde él descompuso un haz de luz blanca en todos los colores del espectro visible que lo conformaba, ha habido un gran avance en la comprensión del fenómeno de la luz y de como esta interactúa con la materia, surgiendo como disciplinas la teoría electromagnética, la óptica y la fotónica, las cuales dan cuenta de todos los fenómenos que comprenden la teoría ondulatoria de la luz y sus interacciones con la materia. La manipulación de la propagación de las ondas electromagnéticas ha surgido de manera natural en función del avance de estas ciencias y de como se han ido descubriendo la interacción de la luz con distintos materiales y de como se han desarrollado nuevas tecnologías que pueden cambiar la composición de los materiales a niveles nanométricos para manipular su interacción al estímulo de la radiación electromagnética.

Entre los materiales creados por el hombre están los que se les ha nombrado cristales fotónicos, de sus siglas en ingles (*PhCs*), los cuales son estructuras ópticas hechas artificialmente de materiales dieléctricos que se ordenan periódicamente a través del espacio, dependiendo de su geometría y de como estos interactúan al estímulo de la radiación electromagnética [1–8], dichas estructuras se dividen en unidimensionales (**1D**), bidimensionales (**2D**) y tridimension-

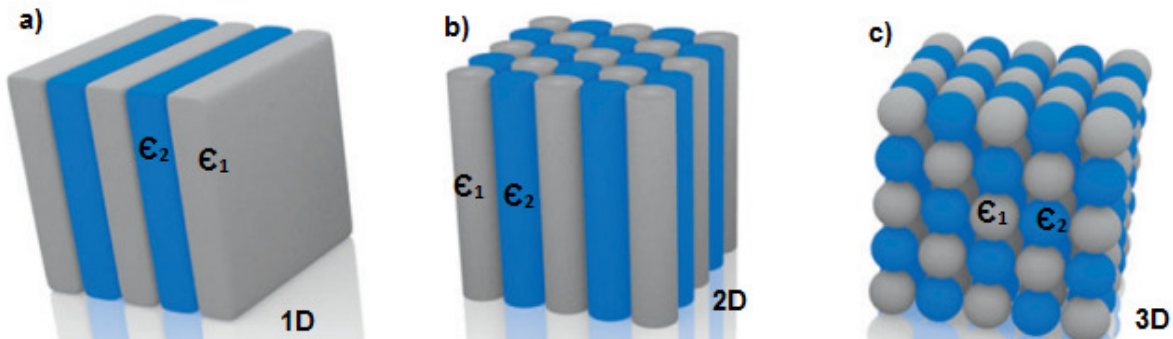
## ÍNDICE DE FIGURAS

### 1.1. ANTECEDENTES

---

ales (**3D**), esquemáticamente se muestran en la Figura 1.1. Desde el punto de vista de la física fundamental, los *PhCs* permiten manipular la propagación de las ondas electromagnéticas, en ese sentido, cuando la luz se propaga dentro del cristal, existen regiones de frecuencia donde la luz no se puede propagar llamados gaps fotónicos, del inglés (*PhBG*), los cuales pueden tener aplicaciones potenciales como, filtros, guías ópticas, [9, 10], fotodetectores [11], por mencionar algunas.

Un ejemplo del impacto en las aplicaciones de los *PhCs*, fue planteado por primera vez por Yablonovitch [1], quien propuso que estas estructuras podrían incorporarse a los dispositivos láseres para inhibir la emisión de luz espontánea y mejorar su funcionamiento. En el mismo año Johon propuso una estructura óptica desordenada *PhCs* desordenada, donde encontró que dichos sistemas muestran la formación de ondas electromagnéticas bien localizadas [12]. Dicho fenómeno tiene potenciales aplicaciones en fotodetectores y filtros ópticos.



**Figura 1.1:** Figura esquemática de los cristales fotónicos. Dependiendo de la geometría de la variación de la permitividad eléctrica en el espacio  $\epsilon_1, \epsilon_2$ , éstos se clasifican en unidimensionales (a), bidimensionales (b) y tridimensionales (c).

Más allá de los materiales dieléctricos convencionales no dependientes de la frecuencia (o de otros parámetros externos), se han estudiado teórica y experimentalmente cristales fotónicos en *2D* y *3D*, implementado diversos materiales para su construcción, dentro de estas estructuras se tienen cristales fotónicos hechos de materiales metálicos, superconductores, plasmas, entre otros [13–16]. En los que se ha demostrado que aunque se implementen los mismos parámetros ópticos y geométricos para la construcción del *PhCs*, dependiendo del material implementado, estos cristales muestran diferentes relaciones de dispersión, así como diferentes propiedades ópticas, las cuales se pueden ajustar a través de factores externos a los que respondan cada material con lo que se construyen los *PhCs*.

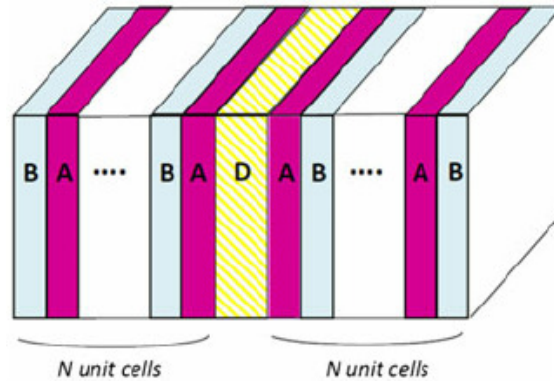
## ÍNDICE DE FIGURAS

### 1.1. ANTECEDENTES

---

Así mismo, los *PhCs* que han sido más ampliamente estudiados por su simplicidad desde el punto de vista teórico y experimental, son los cristales fotónicos unidimensionales (*1D-PhCs*) [3, 4]. Dichas estructuras se han estudiado implementando materiales convencionales de dieléctricos, así como otro tipo de materiales como por ejemplo: Material semiconductor y metálicos [17, 18], materiales superconductores, materiales no lineales, metamateriales, entre otros [19–23]. Este tipo de cristales (*1D-PhCs*) trajeron consigo nuevos fenómenos en la propagación de ondas electromagnéticas, donde una de las propiedades más interesantes de estos es que pueden absorber en ciertas regiones del espectro, y a pesar de ser materiales opacos, se ha demostrado que con los parámetros ópticos y geométricos adecuados, se encuentran regiones de frecuencia donde dichos sistemas se muestran totalmente transparentes [18]. Así mismo, se ha demostrado que existen regiones de frecuencia donde las propiedades ópticas de estos sistemas se pueden manipular a través de factores externos como por ejemplo: Potenciales electrostáticos, temperatura y campos magnéticos. De la misma manera, se han estudiado *1D-PhCs*, donde se rompe la periodicidad del cristal y se incorporan defectos o cavidades, ver Figura 1.2, lo anterior genera un fenómeno de bastante interés conocido como estados localizados, dichos estados se presentan en las regiones de no se permite la propagación de las ondas electromagnéticas (o PhBG), y se pueden ver como picos muy agudos en el espectro de transmisión del cristal finito. Igualmente, se han estudiado estas estructuras ópticas con defectos y cavidades implementando diversos tipos de materiales [24–29]. Desde el punto de vista de las aplicaciones, dichas estructuras con defectos y cavidades tiene potenciales aplicaciones como fotosensores y filtros de banda angosta, principalmente [30–33]. Si bien, el fenómeno de estados localizados se conoce desde ya tiempo atrás, actualmente se siguen estudiando estructuras donde los estados localizados se puedan ajustar a través de factores externos a los que responda los materiales que juega el rol de defecto, como por ejemplo: Campos magnéticos, potenciales de compuerta, temperatura, presión hidrostática, entre otros. Lo anterior da la oportunidad de tener dispositivos fotosensibles que se pueden ajustar a través de estos parámetros de control.

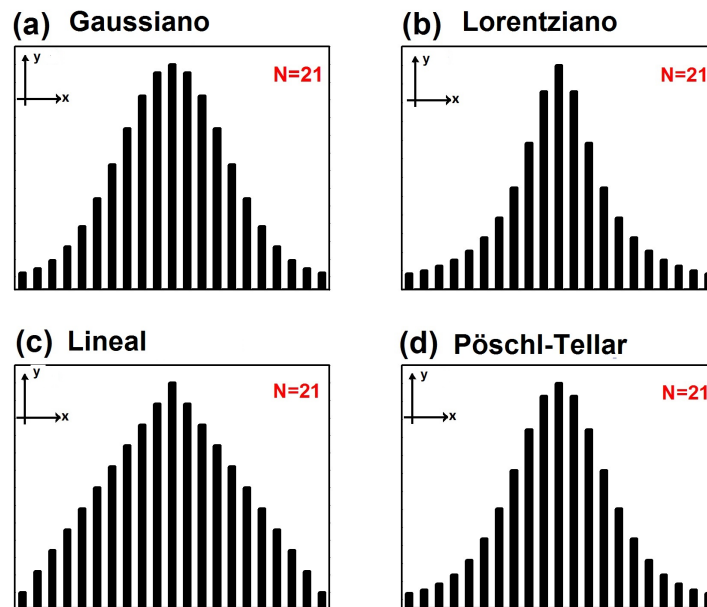
En este mismo marco, se han estudiado sistemas multicapas que muestran la capacidad de atenuar las oscilaciones en los espectros de transmisión en regiones bien definidas de frecuencia, estos son los cristales finitos que siguen un perfil, ya sea en alguna propiedad física, como por ejemplo, en su índice de refracción. En ese sentido, se han estudiado perfiles del tipo Gaussiano [34–37], donde se ha demostrado que estas estructuras pueden tener aplicaciones como filtros pasa banda. Este tipo de cristales electrónicos y ópticos pueden ser creados de una manera



**Figura 1.2:** Se incorpora un defecto en al romper la periodicidad del cristal y se introduce un material que responda diferente al estímulo de la luz.

experimental apilando semiconductores de diferente gap, uno de los semiconductores se deja fijo y en el siguiente se varía el nivel de concentración de electrones según sea el nivel deseado para formar un perfil. En materiales dieléctricos de igual manera, se apilan materiales con diferentes permitividades eléctricas, donde en dicho caso, se deja un medio con constante dieléctrica fija, y enseguida se apilan materiales con diferente constante dieléctrica, de tal manera que la estructura multicapas debe formar un perfil determinado sobre las permitividades de los medios. En estas circunstancias diversos sistemas multicapas con perfil pueden ser formados, ver la Figura 1.3.

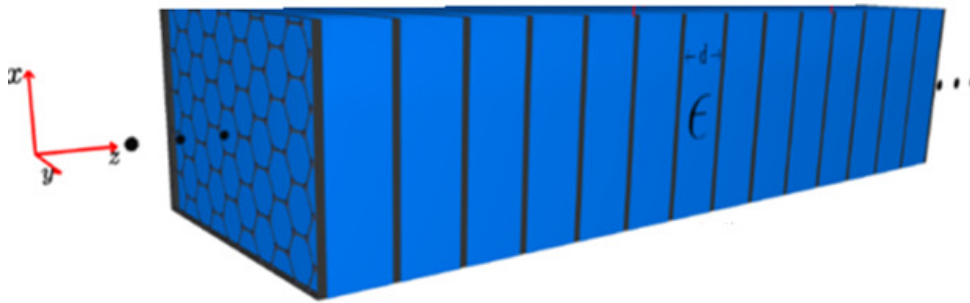
Por otro parte, es bien sabido que el grafeno es un alótropo de carbono que resulto ser el primer material bidimensional que se descubrió. Este material revolucionó la física de estado sólido de bajas dimensiones, lo anterior es debido a que posee extraordinarias propiedades electrónicas [38, 39] y ópticas [40–48], dado a la dimensionalidad de este peculiar material. Dichas propiedades son ampliamente investigadas por sus posibles aplicaciones en microelectrónica y fotónica principalmente. Desde el año 2004, los grupos de investigación han manifestado su interés en el análisis de cómo el grafeno interactúa al estímulo de la radiación electromagnética y sus posibles aplicaciones en dispositivos optoelectrónicos. Además, uno de los grandes avances en el estudio teórico de este material, es que se ha encontrado que su respuesta óptica esta dada por su conductividad  $\sigma_g$ , y puede ser controlada a través de factores externos como la aplicación de un voltaje externo y mediante dopamiento [49–52]. Así mismo, se han hecho estudios teóricos y experimentales donde se implementado grafeno en cristales fotónicos, los



**Figura 1.3:** Diferentes estructuras que se pueden formar apilando materiales semiconductores o materiales dieléctricos. a) perfil Gaussiano, b) perfil Lorentziano, c) perfil del tipo Lineal, d) perfil tipo Pöschl-Teller. Se forman dichas estructuras variando la concentración de portadores de carga en materiales semiconductor o variando el índice de refracción cuando se implementan materiales dieléctricos.

grupos de investigación que han estudiado este tipo de estructuras les han llamado cristales fotónicos dieléctricos-grafeno (*DGPhs*), ver Figura 1.4. Dentro de este tipo de cristales con grafeno, los que han sido estudiados son, el sistema periódico [53, 54], el tipo Fibonacci [55, 56], y Thue-Morse [57]. En estos trabajos se ha demostrado que la presencia del grafeno en dichos sistemas produce un gap a bajas frecuencias que puede ser modulado variando el potencial químico de todas las láminas de grafeno, o variando el ancho de los dieléctricos que lo embeben. Adicionalmente, se menciona que este gap no depende del tipo de polarización de la luz, ni del número de períodos que se repita la celda unitaria. Por otro lado, Zhang [58] y colaboradores, han desarrollado el método de matriz de transferencia para el tratamiento de este tipo de estructuras, también ver trabajos de [59, 48, 60]. De igual forma, un estudio donde el potencial químico en las láminas de grafeno no permanece constante, sino que varía según una secuencia tipo periódica y Fibonacci es realizado por Fuentecilla y colaboradores [61], donde demuestran que además del gap a bajas frecuencias producido por la presencia de

láminas de grafeno, también hay contribuciones a los gaps por la periodicidad en el contraste en el potencial químico en el sistema. Para finalizar, mencionaremos que nuestro grupo de investigación ya cuenta con una publicación en el que hemos estudiado la respuesta óptica de un cristal fotónico dieléctrico-grafeno finito, cuyo potencial químico de las láminas de grafeno en el sistema sigue un perfil *Lorentziano* [59]. Donde hemos demostrado que este tipo de perfil modula la región de frecuencias donde la absorción es diferente de cero, debido a la discontinuidad en la parte real de la conductividad del grafeno se desplaza a valores de energía más bajos a medida que disminuye la relación entre el máximo y el mínimo del potencial químico en el perfil de potencial químico.



**Figura 1.4:** Figura esquemática de un cristal fotónico unidimensional dieléctrico-grafeno. En estas estructuras ópticas el grafeno es puesto adyacente entre materiales dieléctrico.

Hasta aquí hemos introducido algunas de las propiedades más importantes de los *Cristales fotónicos* y sus diversas aplicaciones. En las siguientes secciones de este capítulo daremos una breve introducción a algunas de las propiedades electrónicas y ópticas mas fundamentales del grafeno que hacen a este material un tema en potencia en la investigación en el área de la nanotecnología y la fotónica de bajas dimensiones.

## 1.2. Grafeno y sus propiedades

*El grafeno* es un material bidimensional formado por átomos de carbono dispuestos en un patrón hexagonal regular parecido a un panal de abejas y con un espesor de apenas una capa atómica, Figura 1.5 (b). Este material fue sintetizado en 2004 por Geim y Novoselov [62],

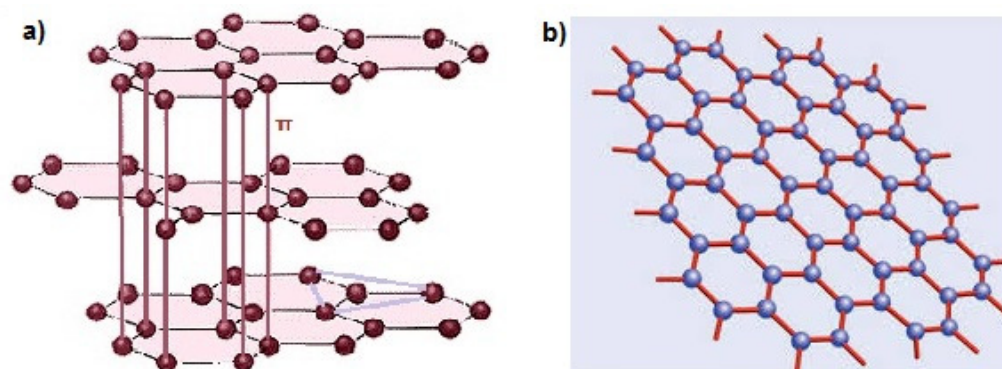


## ÍNDICE DE FIGURAS

### 1.2. GRAFENO Y SUS PROPIEDADES

---

convirtiéndolo en el primer material bidimensional que se logró sintetizar, que además trajo consigo una gran cantidad de propiedades físicas únicas y fenómenos exóticos desde el punto de vista de la física fundamental [63, 39, 64]. Este material es un alótropo de carbono al igual que el grafito, el cual puede considerarse como planos de grafeno apilados unidos por fuerzas de tipo Van der Waals, (ver Figura 1.5 (a)).



**Figura 1.5:** Estructura de grafito y estructura de grafeno, respectivamente. imágenes extraídas de la referencia [39].

Los primeros estudios que se tienen sobre el *grafeno* datan del año 1859 en lo que ya se mencionaba la posibilidad de formar filamentos de carbono por descomposición térmica de hidrocarburos. Para el año 1930 se describe el enlace químico y la estructura que conforma el grafeno. Posteriormente en el año 1946 Wallace, hace un estudio teórico sobre la estructuras de bandas del grafito, donde considerando el caso límite donde se queda con una sola capa de este material (lámina de grafeno), se predice la forma de la relación de dispersión lineal típica del grafeno; el artículo lleva por título *The Band Theory of Graphite* [65], es uno de los primeros trabajos que se tienen sobre el estudio del *grafeno*. En décadas posteriores se le prestó poca atención a este material ya que se pensaba que no se podría sintetizar y más aún, no se creía en la existencia de un material que fuese bidimensional debido a que se creía que estos materiales no podrían ser estables en la naturaleza [66]. El impulso definitivo en el estudio del grafeno se produjo en el año 2004 cuando *Andre Geim y Konstantin Novoselov*, de la Universidad de Manchester, aislaron por primera vez muestras de grafeno a partir de grafito mediante un proceso de exfoliación micro mecánica [62]. El proceso por el cuál lograron aislar el grafeno es muy simple, consiste en la exfoliación de láminas de grafeno mediante el uso de cinta plegable, permitiendo un acceso fácil a dicho material que trae consigo muchas expectativas en el estudio de la física de bajas dimensiones. El aislamiento del grafeno y el estudio de algunas

de sus propiedades más importantes, fueron motivo del premio Nobel de Física del año 2010 para Geim y Novoselov [67, 68].

A partir de la síntesis del grafeno comenzó una investigación creciente acerca de las propiedades físicas, electrónicas y ópticas de este peculiar material precursor de los materiales bidimensionales. Su alta transparencia lo hacen un buen candidato para ser usado como filtro o como parte de dispositivos ópticos [69], así como electrodos transparentes en celdas solares [70, 71]. Su gran conductividad eléctrica lo hace candidato para su uso en la micro electrónica como base de transistores en circuitos integrados siendo esta una de sus aplicaciones más prometedoras [72, 73, 44]. Así mismo, la manipulación de su propiedades ópticas a través de factores externos lo hacen un excelente candidato para ser implementado en la nueva generación de dispositivos fotoeléctricos inteligentes que puedan ser ajustables a través de mecanismos externos.

### 1.3. Propiedades Electrónicas del Grafeno.

Como ya se ha mencionado, el grafeno es un material que revoluciono la física del estado sólido de bajas dimensiones, así como el de ser el precursor de los materiales bidimensionales que resultó ser bastante interesante ya que además de tener excelentes propiedades electrónicas y ópticas, también este material posee fenómenos únicos que resultan fascinantes desde el punto de vista de la física fundamental; como por ejemplo, su estructura cristalina bidimensional, su relación de dispersión lineal y de gap cero, además de mostrar fenómenos exóticos como el de tunelaje Klein y el Efecto Hall cuántico anómalo, entre otros [39]. En lo siguiente se da una pequeña descripción de algunos de estos fenómenos electrónicos y ópticos necesarios para una mejor comprensión de las propiedades física del material.

#### 1.3.1. Estructura Cristalina

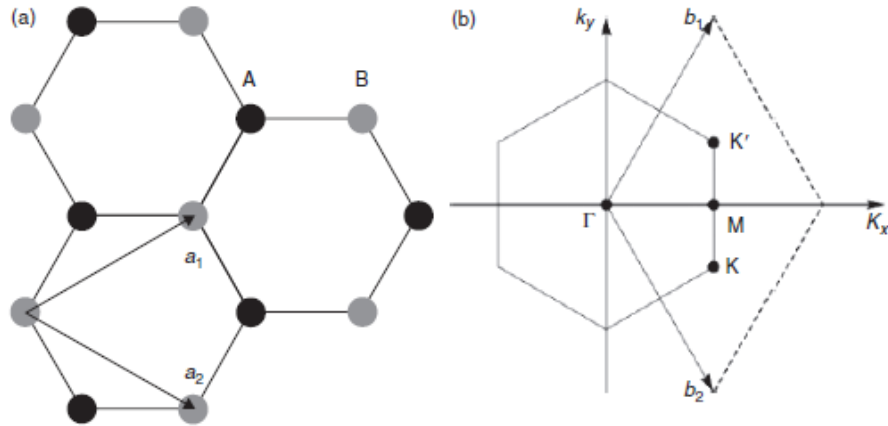
Sabemos que el grafeno es un material compuesto por átomos de carbono dispuestos en una red hexagonal bidimensional del grosor de una capa atómica. La estructura cristalina del grafeno puede ser vista como dos redes triangulares interplanadas con una base de dos átomos por celda unitaria, como se muestra en la Figura 1.6 (a), donde dicha red triangular es una red de Bravais. Los vectores de la red pueden ser escritos como:

$$\vec{a}_1 = \frac{a}{2}(3, \sqrt{3}), \quad \vec{a}_2 = \frac{a}{2}(3, -\sqrt{3}),$$

## ÍNDICE DE FIGURAS

### 1.3. PROPIEDADES ELECTRÓNICAS DEL GRAFENO.

donde los vectores  $\vec{a}_1$  y  $\vec{a}_2$  son los vectores de la red de grafeno y  $a = 1.42 \text{ \AA}$  es la distancia inter-atómica entre carbono-carbono [39].



**Figura 1.6:** (a) Red cristalina de la estructura de grafeno; se puede ver como dos redes triangulares intercaladas con los vectores primitivos de red  $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ . (b) La correspondiente red recíproca de la red de grafeno, los vectores primitivos de dicha red son dados por  $\vec{b}_1, \vec{b}_2$ , la zona central encerrada corresponde a la primera zona de Brillouin.

La red hexagonal de grafeno contiene dos átomos por celda unitaria que pertenecen a dos sub-redes A y B, cada átomo de la sub-red A está rodeado por 3 átomos de la sub-red B, de igual manera para la sub-red B, (ver Figura 1.6 (a)), puntos negros y grises.

Como se puede observar, la red recíproca de la estructura del grafeno también es una red triangular, (ver Figura 1.6 (b)), con vectores de red dados por:

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{3a}(1, \sqrt{3}), \quad \vec{b}_2 = \frac{2\pi}{3a}(1, -\sqrt{3})$$

La celda primitiva de la red recíproca, conocida como primera zona de Brillouin, es el hexágono centrado en el origen, (ver Figura 1.5 (b)). De igual manera podemos observar los puntos  $K'$  y  $K$ , que como veremos más adelante, son de especial interés en el estudio de las propiedades electrónicas y ópticas del *grafeno*, estos puntos son llamados puntos de Dirac.

Los vectores de onda para los puntos  $K'$ ,  $K$  y  $M$  pueden ser escritos de la forma:

$$\vec{K}' = \left( \frac{2\pi}{3a}, \frac{2\pi}{3\sqrt{3}a} \right), \quad \vec{K} = \left( \frac{2\pi}{3a}, -\frac{2\pi}{3\sqrt{3}a} \right), \quad \vec{M} = \left( \frac{2\pi}{3a}, 0 \right)$$

Con esto queda descrito la geometría de la estructura cristalina y la estructura de la celda unitaria del grafeno en el espacio real y recíproco.

### 1.3.2. Relación de Dispersión Electrónica

En la estructura de bandas del *grafeno*, las bandas de valencia y de conducción se tocan en seis puntos llamados puntos de Dirac, que corresponden a los puntos en la primera zona de Brillouin de la red recíproca.

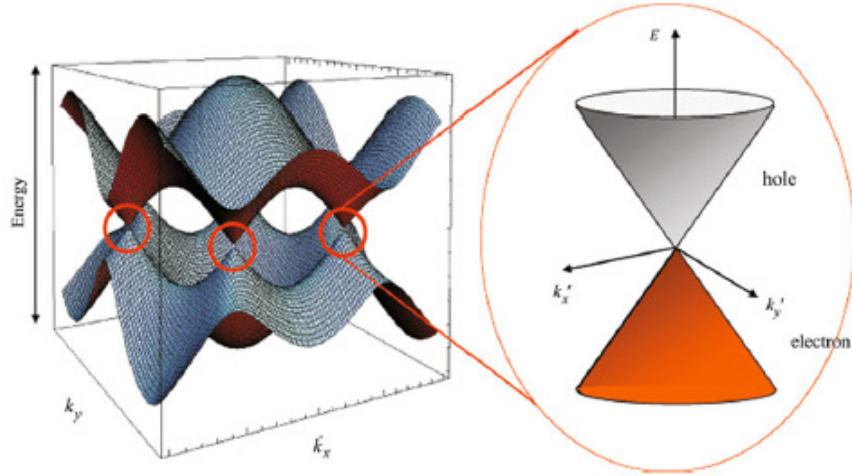
El *grafeno* se forma a partir de un tipo de hibridación  $sp^2$ , donde las interacciones dan como resultado tres orbitales moleculares que interactúan en un mismo plano, denominados enlace tipo  $\sigma$ , que es el tipo de enlace covalente más fuerte, y que además es el responsable de las propiedades mecánicas del grafeno. De igual manera el grafeno presenta un orbital  $2p_z$ , en el que los electrones forman un enlace llamado tipo  $\pi$ , que son perpendiculares a los orbitales tipo  $\sigma$ ; los electrones que se encuentran en este orbital están débilmente ligados, por lo que pueden moverse de orbital a orbital a bajas energías. Este tipo de enlace es el causante de las propiedades electrónicas del *grafeno* [64].

El nivel de Fermi  $E_f$  cuando el material se encuentra en estado neutro se sitúa en los puntos de Dirac; por lo que con excitaciones a bajas energías los electrones pueden pasar a la banda de conducción. El hecho de que las bandas de conducción y de valencia se toquen en los puntos de Dirac, provoca uno de los fenómenos más importantes en el estudio del grafeno, ya que lo anterior nos dice que este material carece de gap; además la forma de su relación de dispersión a bajas energías tiene un comportamiento lineal alrededor de los puntos  $K'$  y  $K$ , como se muestra en la Figura 1.7.

Para terminar este apartado, cabe mencionar que el gap cero a bajas energías aunado a la forma conos en la relación de dispersión del grafeno, son la causa de todos los fenómenos exóticos que exhibe dicho material [39].

## 1.4. Propiedades Ópticas del Grafeno

Desde que fue sintetizado el *grafeno* los grupos de investigación se han interesado en estudiar como responde este material al estímulo de la radiación electromagnética y a sus propiedades ópticas. En lo siguiente se da una pequeña introducción a estas propiedades que resultan ser, de igual manera, peculiares y que se han estado reportando desde que se logró



**Figura 1.7:** Relación de dispersión del grafeno, podemos ver los puntos de Dirac correspondientes a los puntos  $K$  y  $K'$  correspondientes a la primera zona de Brillouin, así como la forma lineal de la función de dispersión cerca de estos puntos. Imágenes extraídas de la referencia [39].

aislar este material.

### 1.4.1. Transmisión, reflexión y absorción del grafeno

Existen pocos fenómenos en la naturaleza que pueden ser descritos en términos de constantes universales, una de las más sorprendentes propiedades que se ha reportado dentro de las propiedades ópticas del grafeno, es que las propiedades macroscópicas de *Transmisión*, *Reflexión* y *Absorción* de una lámina pura de grafeno, está dada en términos de una constante universal del mundo cuántico llamada *Constante de Estructura Fina*,

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar c\epsilon_0} \simeq \frac{1}{137}, \quad (1.1)$$

donde  $e$  es la carga del electrón,  $\hbar$  es la constante de *Planck*, y  $c$  es la velocidad de la luz [43], de tal forma que,

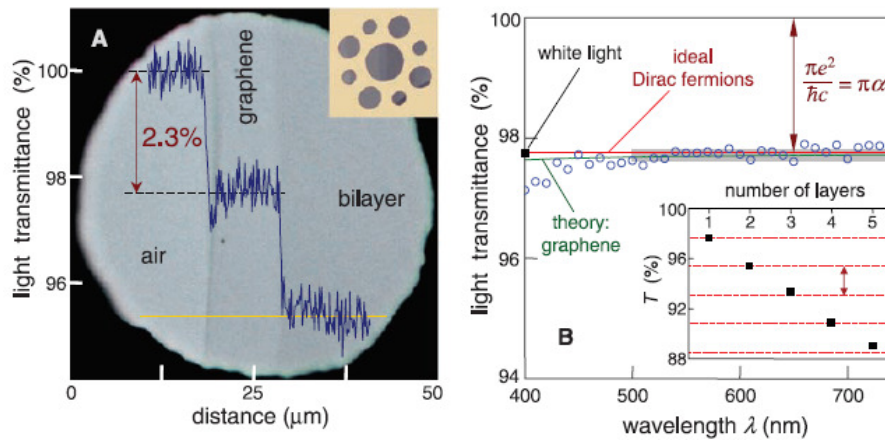
$$A = \pi\alpha, \quad T = \left(1 + \frac{1}{2\pi\alpha}\right)^{-2}, \quad R = \frac{1}{4\pi^2\alpha^2}T \quad (1.2)$$

Sabiendo de que el grafeno es tan solo una capa delgada de un solo átomo de espesor, se ha mostrado experimentalmente que este muestra un absorción significativa de al rededor

## ÍNDICE DE FIGURAS

### 1.4. PROPIEDADES ÓPTICAS DEL GRAFENO

de (2.3%), en el rango de frecuencias del infrarrojo al visible [43]. Para pocas capas la absorción es proporcional al número de láminas de grafeno, ver Figura 1.8. Lo anterior puede ser implementado para medir el número de sábanas de grafeno en un sistema apilado de pocas capas. La proporcionalidad directa entre el número de capas y la absorción ya no es válida para un número de capas mayores a cinco, donde comienzan a aparecer unos mínimos angostos en frecuencias bien definidas, y son más pronunciados conforme se aumenta el número de láminas.

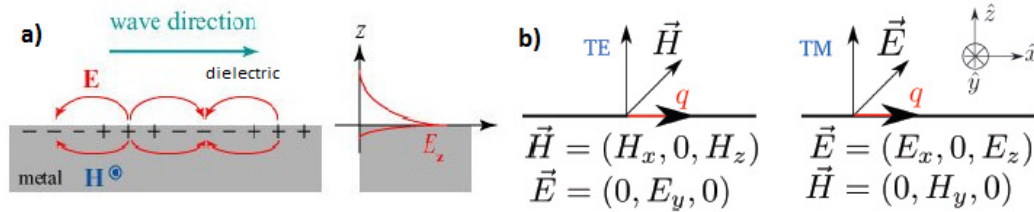


**Figura 1.8:** Figura donde se muestra el valor de la absorción para una y dos capas de grafeno (figura izquierda), así como para un sistemas con varias láminas de grafeno suspendidas en aire (figura derecha), lo anterior para un rango de frecuencias del infrarrojo al visible. Imágenes extraídas de la referencia [43].

#### 1.4.2. Modo TE plasmónico en el Grafeno

En principio introduciremos el concepto de plasmón de superficie (*SPPs*), que son ondas electromagnéticas que se acoplan a las oscilaciones colectivas de los portadores de carga en una interfaz dieléctrico-conductor que se propagan a lo largo de la misma interfaz, Figura 1.9 (a). Una característica importante de *SPPs* es que los campos electromagnéticos decaen exponencialmente en dirección perpendicular a la superficie, más allá de la interfaz metal-dieléctrico, exhibiendo un confinamiento de la onda electromagnética también llamada longitud de penetración, ver Figura 1.9 a), b).

Por otro lado, en una superficie conductora metálica la respuesta óptica es dada por su conductividad  $\sigma(\omega)$ , esta puede soportar ondas del tipo transversal eléctricas *TE* ó transversal



**Figura 1.9:** a) Excitación de los modos plasmónicos en una interfaz dieléctrico-metal y la longitud de penetración de los campos. b) El sistema consiste de una interfaz de dieléctrico-grafeno, para este caso los modos transversal magnético *TM* y transversal eléctricos *TE*, se pueden propagan en dicha interfaz. Está demostrado que los modos *TE* no existen en los materiales convencionales de dieléctrico-metal. Imagen extraída de la referencia [80].

magnéticas *TM*, Figura 1.9 b), que se propagan a través de la superficie del conductor, se ha demostrado que en la interfaz entre materiales conductores metálicos y semiconductores convencionales, los modos *TE* no se propagan, no existen los modos plasmónicos para ondas de polarización *TE*. Otra de las propiedades ópticas exóticas del grafeno, es que los modos transversal eléctricos *TE*, se pueden excitar y se pueden propagar en la interfaz dieléctrico-grafeno, [40, 45].

Los plasmones de superficie en grafeno, abren la posibilidad de manipular la propagación de las ondas electromagnéticas y la interacción luz-materia a escalas más allá de limite actual (nano-escala). La plasmónica en grafeno es uno de los temas más prometedores tanto en la física fundamental así como en la física aplicada. Dichas aplicaciones abarca temas desde espectroscopia, sensores, dispositivos fotovoltaicos, radiación guiada, almacenamiento de datos, entre otras. Recientemente se ha demostrado que el grafeno tiene una fuerte respuesta a excitar plasmones en la región de *THz*, la fotónica en esta región de frecuencias es un tema en continuo crecimiento donde el grafeno puede jugar un papel importante en la fotónica de *THz* en un futuro no muy lejano [74, 75, 48].

Finalmente, podemos decir que los plasmones en grafeno es uno de los campos más activos en la investigación actual, el cual seguirá en continuo crecimiento en los próximos años. La exploración de las propiedades únicas que poseen los plasmones en grafeno puede dar un alto impacto tanto en la física fundamental como en sus aplicaciones tecnológicas, esto será fundamental para las próximas generaciones de dispositivos ópticos. Para más detalles, puede

consultar el trabajo de Madrigal y colaboradores [48].

### 1.4.3. Respuesta Óptica del Grafeno

Desde que el grafeno fue sintetizado, los grupos de investigación se interesaron en estudiar teórica y experimentalmente cómo este material responde al estímulo de la radiación electromagnética. En ese sentido, se ha estudiado su conductividad óptica, en lo que se pueden ver algunos trabajos teóricos fundamentales donde se estudie dicha propiedad del grafeno [38, 76]. Dentro de los modelos más aceptados que describe la respuesta óptica del grafeno a través de su conductividad  $\sigma_g$ , es la que considera la contribución intrabanda  $\sigma_{intra}$ , que describe las transiciones dentro de la misma banda de valencia o de conducción, y otra contribución para las transiciones interbanda  $\sigma_{inter}$ , que son las transiciones que van desde la banda de valencia a la banda de conducción. El modelo más implementado donde se estudia las propiedades óptica de sistemas de *PhC* dieléctrico-grafeno es el modelo propuesto por *Falkovsky* (en el capítulo de teoría se dan más detalles respecto a esta cantidad óptica del grafeno) [41, 77].

$$\sigma_g(\omega) = \sigma_{intra} + \sigma_{inter}. \quad (1.3)$$

La conductividad óptica del grafeno es la llave para entender todas las interacciones que tiene dicho material con la radiación electromagnética, dado que esta contiene toda la información física relevante de como interactúa el grafeno ante el estímulo de la radiación electromagnética. Se ha reportado de igual manera que la conductividad del grafeno es un factor externo controlable, ya que esta puede ser ajustado a través de variar el potencial químico  $\mu_g$ , mediante la aplicación de un voltaje externo o por dopamiento [49, 50, 78]. Lo anterior resulta de lo más importante para que el grafeno pueda ser usado en cristales fotónicos dieléctrico-grafeno y sus aplicaciones, ya que actualmente se buscan materiales que puedan ser adaptados a este tipo de sistemas que tengan la capacidad de ser manipulados mediante factores externos, y con ello se podrá modificar a voluntad las propiedades propagación de ondas electromagnéticas de estos sistemas fotónicos.

En el capítulo de fundamentos teóricos y metodología daremos algunos detalles más sobre esta propiedad de la conductividad óptica del grafeno  $\sigma_g$ , así como su forma analítica y como esta puede ser modulada mediante la variación del potencial químico que se da al material. Además, se mostrará teóricamente como se modula el potencial químico en las láminas de



grafeno, lo que nos permitirá construir diferentes configuraciones a partir del potencial químico en los sistemas *1D-PhC* dieléctrico-grafeno.

## 1.5. Planteamiento y objetivos

En esta sección se hace una breve descripción de los sistemas que se plantean estudiar llamados *cristales fotónicos dieléctrico-grafeno (DGPhC)*. Se plantean dichas estructuras fotónicas con diversas modulaciones del potencial químico  $\mu_{g,i}$ , así como de diversas geometrías y dimensionalidad (*1D* y *2D*); además, se da una breve motivación de por qué se hace el estudio de dicho sistemas. Para finalizar esta sección se plantean los objetivos del presente trabajo.

### 1.5.1. Motivación

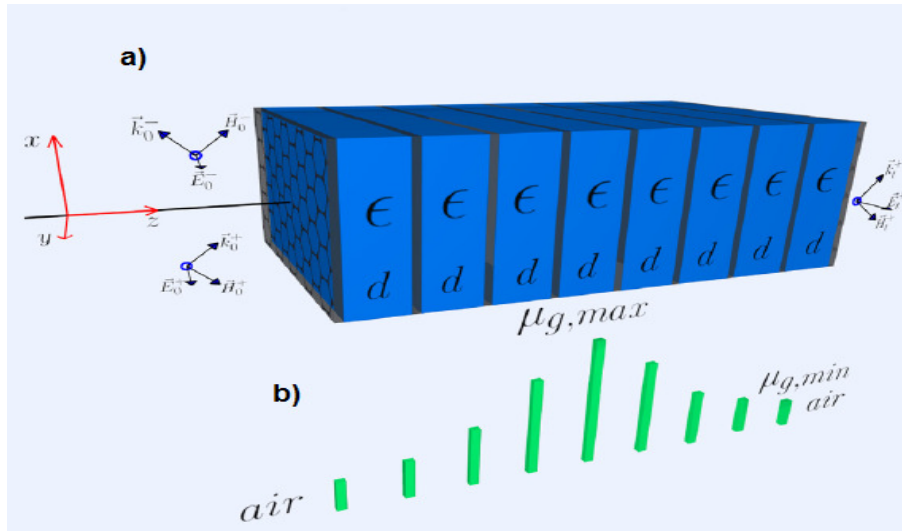
Es importante destacar que la respuesta óptica del grafeno al estímulo de la radiación electromagnética es dada por su conductividad óptica  $\sigma_g$ , esta cantidad física se relaciona con su potencial químico  $\mu_g$ , que es un parámetro que desde el punto de vista experimental puede controlarse mediante factores externos como la aplicación de un voltaje de compuerta o por dopamiento. Lo anterior significa que, en principio, la respuesta óptica del grafeno puede controlarse mediante la variación del potencial químico a través de su conductividad óptica.

Por otro lado, diferentes grupos de investigación han buscado modular las propiedades de propagación de ondas electromagnéticas de diferentes tipos de nanoestructuras que incorporan grafeno [79], en lo que se ha demostrado que este material mejora dichas propiedades para sus posibles aplicaciones en dispositivos fotovoltaicos y optoelectrónicos como detectores de alta velocidad, moduladores, fuentes de luz, foto-detección, foto-luminiscencia, microscopía Raman, detección óptica y modulación óptica, entre otras.

### 1.5.2. Planteamiento

Destacando que la respuesta óptica del grafeno dada por su conductividad  $\sigma(\mu_g, \omega)$ , y debido a que es una cantidad externamente controlable, lo anterior nos permite realizar estudios teórico numéricos de las propiedades de propagación de ondas electromagnéticas a través de cristales fotónicos *dieléctrico-grafeno*, cuando el potencial químico en las láminas de grafeno toma diversos perfiles y configuraciones formando diversas estructuras de cristales fotónicos, esquemáticamente se muestra un ejemplo en la Figura 1.10 (a). Supondremos que la cantidad

de dopamiento así como, los voltajes aplicados, pueden ser diferentes en cada lámina. Partiendo de lo anterior, esto nos permite proponer diversas estructuras periódicas (*DGPhC*), unidimensionales y bidimensionales a base de láminas de grafeno.



**Figura 1.10:** a) Forma esquemática de un cristal fotónico dieléctrico-grafeno, se tienen  $N_g$  sábanas de grafeno entre capas dieléctricas de constante dieléctrica  $\epsilon$ , y espesor  $d_w$ . b) Ejemplo de una de las posibles distribución del potencial químico  $\mu_{g,i}$  de las láminas de grafeno en el cristal.

### 1.5.3. Objetivos

El objetivo general que se plantea en el presente trabajo es el estudio teórico numérico de las propiedades de propagación de ondas electromagnéticas a través de cristales fotónicos dieléctrico-grafeno con geometrías unidimensionales ( $1D - DGPhC$ ) y bidimensionales ( $2D - DGPhC$ ). Como objetivos particulares podemos enunciar los siguientes:

#### Cristales fotónicos unidimensionales dieléctrico-grafeno:

- Obtener las relación de dispersión y bandas de propagación para estructuras infinitas unidimensionales dieléctrico-grafeno, para diferentes configuraciones en el potencial químico  $\mu_{g,i}$ , en la celda unitaria.
- Obtener las propiedades macroscópicas medibles como los espectros de transmisión, reflexión y absorción cuando tenemos cierto número de periodos de la celda unitaria y

comparar con las propiedades de la estructura óptica correspondiente cuando se considera infinita.

- Encontrar los estados localizados en cristales fotónicos finitos dieléctrico-grafeno cuando se les incrustan defectos y cavidades.
- Estudiar las propiedades de modulación en los estados localizados que surgen de manera natural en este tipo de estructuras con cavidades y defectos, lo anterior en función de la variación del potencial químico y en el número de láminas de grafeno del cristal, así como por parámetros ópticos y geométricos propios de estos sistemas.

#### **Cristales fotónicos bidimensionales dieléctrico-grafeno:**

- Adaptar el método de expansión de ondas planas (*PWE*), para estudiar la propagación de ondas electromagnéticas a través de cristales fotónicos dieléctrico-grafeno bidimensionales.
- Un primer acercamiento a los cálculos de la relación de dispersión fotónica de cristales fotónicos bidimensionales dieléctrico-grafeno, lo anterior para las geometrías más simples implementadas como cilindros de dieléctrico-grafeno en una red cuadrada y hexagonal.

# Capítulo 2

## Formalismo Teórico

En este capítulo introduciremos los fundamentos teóricos que serán implementados para el estudio de los cristales fotónicos *dieléctrico-grafeno* propuestos. En la primera sección se da la forma analítica de la conductividad óptica del grafeno propuesta por *Falkosky* [41, 77], destacaremos que dichos modelos de la conductividad  $\sigma_g$ , son las que de manera más frecuente se implementan en la literatura para el estudio de este tipo de sistemas fotónicos, y por ende, son las que se emplean en el presente trabajo; de igual manera, en esta sección se hace un pequeño análisis de la misma. Posteriormente, en la segunda sección de este capítulo se introducen las ecuaciones de Maxwell y se hace la derivación de la ecuación de onda implementada para el estudio de sistemas de esta naturaleza, así mismo, se dan las condiciones a la frontera de los campos, que son la continuidad de las componentes transversales del campo eléctrico y la discontinuidad del campo magnético en términos de la densidad de corriente superficial, aunado a lo anterior con la Ley de Ohm; en esta última expresión se introduce la respuesta óptica del grafeno. A partir de lo anterior, en lo siguiente, se hace la deducción del método de matriz de transferencia; este es el método que de manera general se implementa para la estudio de la propagación de ondas de cualquier tipo como, electrones de Schrödinger, electrones de Dirac, ondas acústicas y ondas electromagnéticas, en sistemas llamados *Sistemas Multicapas o nanoestructurados*, así como para calcular propiedades ópticas de cristales fotónicos unidimensionales de cualquier índole. Para finalizar, se hace un análisis del método de expansión de ondas planas, este método permite calcular la relación de dispersión fotónica para estudiar propiedades de propagación en cristales fotónicos en dos dimensiones (2D), lo anterior cuando se tienen cristales formados por medios dieléctricos convencionales, y medios materiales dependientes de la frecuencia, como el grafeno. Con el análisis previo, se

tendrán las bases para hacer la adaptación de dicho método para estudiar cristales fotónicos en dos dimensiones cuando se les incorpora grafeno a este tipo de estructuras.

## 2.1. Conductividad Óptica del Grafeno

La conductividad óptica del grafeno  $\sigma(\omega)$ , es la cantidad que contiene toda la información física de la interacción de este material al estímulo de la radiación electromagnética. Una de las ecuaciones más aceptadas en la literatura es la desarrollada por *Falkovsky* [76, 80], que se deriva a partir de la ecuación de *Kubo* [81], que son dada por:

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2\omega}{i\pi\hbar} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\epsilon|df_0(\epsilon)}{\omega^2 d\epsilon} d\epsilon - \int_0^{\infty} \frac{f_0(-\epsilon) - f_0(\epsilon)}{(\omega + i\delta) - 4\epsilon} d\epsilon \right], \quad (2.1)$$

donde  $f_0(\epsilon)$  es la distribución de *Fermi-Dirac*,  $\omega$  es la frecuencia,  $i$  es la unidad imaginaria,  $e$  es la carga del electrón y  $\epsilon$  es la energía.

La primera integral de la ecuación (2.1) corresponde a las transiciones intrabanda, que son las que se dan en la misma banda de conducción o de valencia; la segunda integral corresponde a las transiciones interbanda que se dan cuando hay transiciones de la banda de conducción a la banda de valencia o viceversa. Como se menciona anteriormente estas son las dos contribuciones a la conductividad óptica del grafeno,  $\sigma_{intra}$  y  $\sigma_{inter}$ , que juntas forman la respuesta a la radiación electromagnética de este material.

Las integrales anteriores se pueden evaluar bajo ciertas condiciones (consultar la referencia [76] ); donde se puede demostrar que dichas integrales tienen forma analítica para las dos contribuciones de la conductividad, y son dadas por:

$$\sigma_{intra}(\omega) = \frac{i2e^2K_B T}{\pi\hbar^2\omega} \ln \left[ 2 \cosh\left(\frac{\mu_g}{K_B T}\right) \right], \quad (2.2)$$

$$\sigma_{inter}(\omega) = \frac{2e^2}{4\hbar} \left[ \Theta(\hbar\omega - 2\mu_g) - \frac{i}{2\pi} \ln \left( \frac{(\hbar\omega + 2\mu_g)^2}{(\hbar\omega - 2\mu_g)^2 + (2T)^2} \right) \right], \quad (2.3)$$

donde  $K_B$  es la constante de Boltzmann,  $T$  es la temperatura,  $\mu_g$  es el potencial químico del grafeno, y  $\Theta$  es la función escalón. Las ecuaciones anteriores (2.2) y (2.3), pueden aproximarse para el caso donde el potencial químico  $\mu_g$ , es mucho mayor al factor  $K_B T$ , que es una buena aproximación a temperatura ambiente. Entonces tenemos que para  $\mu_g \gg K_B T$ , se tiene:

$$\sigma_{intra}(\omega, \mu_g) = \frac{ie^2|\mu_g|}{\pi\hbar(\hbar\omega + i\hbar\Gamma)}, \quad (2.4)$$

y

$$\sigma_{inter}(\omega, \mu_g) = \frac{e^2}{4\hbar} \left( \Theta(\hbar\omega - 2\mu_g) - \frac{i}{2\pi} \ln \frac{(\hbar\omega + 2\mu_g)^2}{(\hbar\omega - 2\mu_g)^2} \right). \quad (2.5)$$

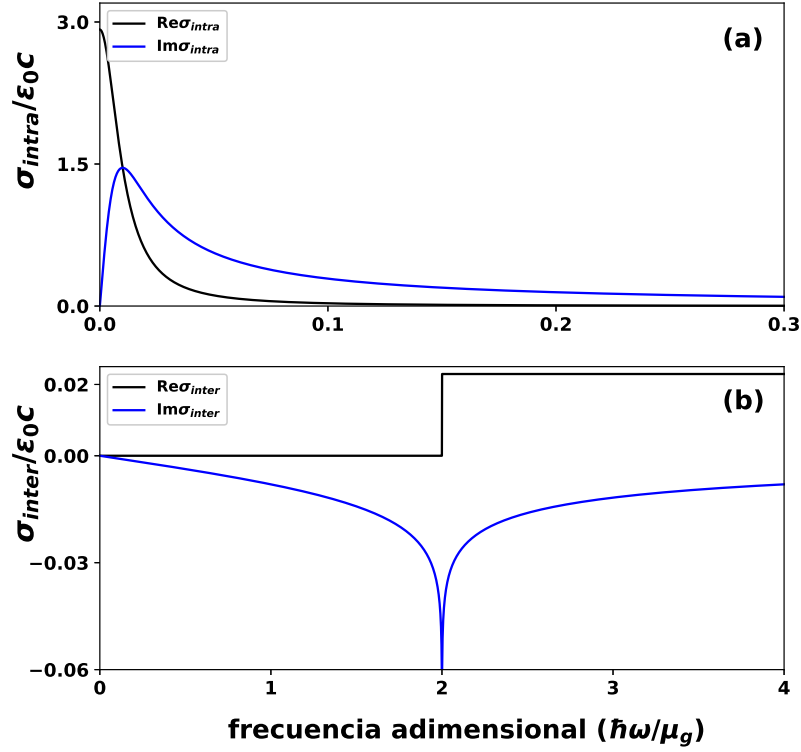
Donde en el presente trabajo se implementan dichas ecuaciones para la conductividad del grafeno. Cabe mencionar que estas expresiones son válidas para la región del espectro que va de *Terahertz-Infrarrojo lejano*; además el factor de amortiguamiento del grafeno  $\Gamma$ , tiene un valor aproximado de 0.001 eV en esta región del espectro, en una primera aproximación puede ser despreciado sin traer cambios significativos en las propiedades ópticas de las estructuras periódicas que se estudian en el presente trabajo.

En la Figura 2.1, podemos ver el comportamiento de la parte real e imaginaria de la conductividad óptica del grafeno  $\sigma_g(\omega, \mu_g) = \sigma_{inter}(\omega, \mu_g) + \sigma_{intra}(\omega, \mu_g)$ , para un valor arbitrario del potencial químico  $\mu_g$ . Para la parte intrabanda esta tiene contribuciones importantes a bajas frecuencias, mientras que la contribución interbanda, el valor del potencial químico en el grafeno juega un papel importante, ya que la parte real es diferente de cero cuando  $\hbar\omega > 2\mu_g$ , que como es bien sabido, está relacionado con el rango de frecuencias donde el grafeno puede absorber.

## 2.2. Ecuaciones de Maxwell

En la sección anterior describimos la conductividad óptica del grafeno  $\sigma(\omega, \mu_g)$ , dicha cantidad trae toda la información del grafeno al estímulo de la radiación electromagnética. Por otra parte, otra herramienta fundamental para el estudio de propagación de ondas electromagnéticas en diferentes medios son las ecuaciones de Maxwell. En esta sección se da una breve introducción de dichas ecuaciones y partiendo de estas se deduce que satisfacen una ecuación de onda, además como se tiene un problema de propagación de ondas electromagnéticas a través de diversas estructuras periódicas, se introducen las condiciones a la frontera que cumplen el campo *Eléctrico*  $\vec{E}$ , y *Magnético*  $\vec{H}$ , cuando estos pasan de un medio dieléctrico a otro medio, y cuando estos campos pasan a través de una sábana de grafeno.

A mediados del siglo *XVIII*, James Maxwell ensambló varias relaciones matemáticas que describían todos los fenómenos de carácter eléctrico y magnético, las cuales consisten en un



**Figura 2.1:** Gráfica de la parte real (línea negra) e imaginaria (línea azul), de la conductividad óptica del grafeno normalizada, (a) contribución intra-banda  $\sigma_{intra}$ , (b) contribución interbanda  $\sigma_{inter}$ .

grupo de cuatro ecuaciones fundamentales, que son las siguientes:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho, \quad (2.6)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.7)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.8)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (2.9)$$

donde  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  representan el campo eléctrico y magnético respectivamente;  $\vec{D}$  es el desplazamiento eléctrico y  $\vec{H}$  es el vector de intensidad magnética,  $\rho$  es la densidad de carga distribuida a través del espacio, y  $\vec{J}$  es la densidad de corriente, describe el movimiento de la densidad de carga. Si se restringe para el caso de medios isótropos, lineales y no magnéticos, con esto, las relaciones constitutivas, serán como lo siguiente,

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B}. \quad (2.10)$$

Las constantes  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$  son llamadas permitividad eléctrica y permeabilidad magnética del vacío, en el (SI)  $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} [C^2/Nm^2]$ , y  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [Tm/A]$ .

Sustituyendo la ecuación (2.10), en las ecuaciones de Maxwell, tomaran la forma en función de los campos  $\vec{E}$ , y  $\vec{H}$ :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (2.11)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (2.12)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \mu_0 \vec{H} = 0. \quad (2.13)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}, \quad (2.14)$$

Maxwell se dio cuenta que estas son un grupo de cuatro ecuaciones autoconsistentes que en general describen todos los fenómenos de índole electromagnética, llamada también *Teoría Electromagnética*.

Ahora surge la necesidad de saber si los campos se propagan en el espacio, lo que llevó a Maxwell a demostrar que los campos eléctricos  $\vec{E}$  y magnéticos  $\vec{H}$ , satisfacen una ecuación de onda. Si se aplica el rotacional a la ecuación (2.12),

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{H}), \quad (2.15)$$



usando identidades vectoriales, se puede demostrar de lo anterior que,

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E}, \quad (2.16)$$

sustituyendo (2.14), en la expresión (2.15),

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}). \quad (2.17)$$

Para medios donde no existen cargas libres, por ejemplo, en medios dieléctricos isótropos, lineales no magnéticos, se tiene,  $\rho = 0$ , y  $\vec{J} = 0$ , con esto se tendrá  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ . Sustituyendo en la expresión anterior (2.17),

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \left( \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \right) = 0. \quad (2.18)$$

Con un procedimiento equivalente y partiendo de la ecuación (2.14), se puede demostrar que el campo magnético  $\vec{H}$ , de igual manera satisface una ecuación de onda, de la forma,

$$\vec{\nabla}^2 \vec{H} - \mu_0 \epsilon_0 \left( \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \right) = 0. \quad (2.19)$$

En este esquema y de acuerdo a la forma de las ecuaciones anteriores (2.18) y (2.19), se demuestra que el campo eléctrico y magnético satisfacen una ecuación de onda, donde la velocidad a la cual las ondas electromagnéticas viajan en el espacio, está relacionada con las constantes universales  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$ , tal que

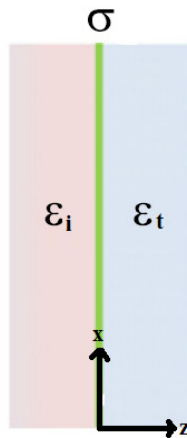
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cong 3 \times 10^8 m/s, \quad (2.20)$$

es la velocidad con la que viajan las ondas electromagnéticas, denotada como  $c$ , la cual resulta ser otra constante universal, llamada velocidad de la luz en el vacío.

Uno de los éxitos de la teoría electromagnética de Maxwell es que predice que la propagación de la luz, es un fenómeno de carácter electromagnético, dado que predice que la luz visible, son ondas del tipo electromagnético que se propagan a través del espacio a la velocidad de la luz  $c \cong 3 \times 10^8 m/s$ . Este fue uno de los primeros éxitos de dicha teoría ya que en los tiempos en que Maxwell la desarrolló, se creía que los fenómenos ondulatorios de la luz y los fenómenos del tipo electromagnéticos eran fenómenos de distinta naturaleza.

## 2.3. Condiciones a la frontera

Ya que se tiene la respuesta al estímulo de la radiación electromagnética del grafeno, dada por su conductividad  $\sigma_g(\omega, \mu_g)$ , descrita en la sección anterior, además de la teoría de la propagación de ondas electromagnéticas dada por las ecuaciones de Maxwell ya descritas; resta por formular las condiciones a la frontera que tienen que cumplir el campo eléctrico  $\vec{E}$ , y el campo magnético  $\vec{H}$ , cuando se propagan a través de la interfaz dieléctrico-grafeno-dieléctrico, esquemáticamente se muestra en la Figura 2.2. En este esquema la dirección de propagación de las ondas electromagnéticas es en dirección del eje  $z$ , donde el eje  $x$ , permanece normal a la dirección de dicho eje.



**Figura 2.2:** Imagen esquemática de la interfaz dieléctrico-grafeno, se tienen dos medio dieléctricos, el incidente  $\epsilon_i$  y un medio transmitido  $\epsilon_t$ , se incorpora una lámina de grafeno (línea verde), adyacente entre estos dos medios.

Dado que se intercala una lámina de grafeno entre los dos medios dieléctricos, las condiciones a la frontera entre esta interfaz serán la continuidad de la componente paralela a la interfaz del campo eléctrico, así como la discontinuidad de la componente transversal del campo magnético. Otra importante relación está dada por la corriente que se genera en la sábana de grafeno ante el estímulo del campo eléctrico, esta relación está dada por la ley de Ohm, que relaciona la corriente generada por el campo eléctrico relacionada con la conductividad óptica del grafeno  $\sigma_g(\omega, \mu_g)$ . Estas ecuaciones pueden escribirse de la forma [82]:

$$\hat{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0, \quad (2.21)$$

$$\hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}, \quad (2.22)$$

$$\vec{J} = \sigma(\omega, \mu_g) \vec{E} \quad (2.23)$$

donde  $\vec{E}_i$  y  $\vec{H}_i$  es el campo eléctrico y magnético que va a travesando cada interfaz y  $\hat{n}$  es un vector unitario perpendicular a la superficie donde inciden las ondas electromagnéticas.

Hasta esta parte, se han descrito los fundamentos teóricos, así como las ecuaciones fundamentales para el estudio de propagación de ondas en sistemas de *dieléctrico-grafeno*; en la siguiente sección se implementaran las ecuaciones ya descritas para derivar un método más sofisticado que permita tratar con este tipo de sistemas complejos, ya que se tiene un sistema con un número arbitrario de láminas de grafeno  $N_g$  incrustadas entre cada par de dieléctricos, con constante dieléctrica  $\epsilon_i$ , además cada lámina de grafeno tiene un potencial químico diferente  $\mu_{g,i}$ , por lo tanto, su respuesta óptica será diferente. Por otra parte, los factores ópticos y geométricos del medio dieléctrico, son factores que pueden ser variados en términos de modular las propiedades ópticas del sistema. El método implementado es el *método de matriz de transferencia*. En la siguiente sección se hace una introducción a la derivación de este método.

## 2.4. Método de matriz de transferencia

El método de cálculo implementado está basado en el esquema de matriz de transferencia tipo Pochi Yeh para la propagación de ondas electromagnéticas en medios multicapas [83]. Este es un método poderoso que es usado para calcular la propagación de diferentes tipos de onda, tales como ondas electromagnéticas, ondas acústicas, ondas de electrones masivos (ondas de Schrödinger), ondas de electrones de Dirac, a través de sistemas que son llamados multicapas [84].

Como ya se ha mencionado anteriormente, se estudia la propagación de ondas electromagnéticas, tanto para polarización transversal eléctrica (*TE*), como transversal magnética (*TM*), en cristales fotónicos unidimensionales dieléctrico-grafeno, donde se tiene diversas estructuras en las cuales se varía el potencial químico  $\mu_g$  en las láminas de grafeno. Para describir la conductividad en el grafeno usamos la conductividad propuesta por Falkovsky, la cual consid-

## ÍNDICE DE FIGURAS

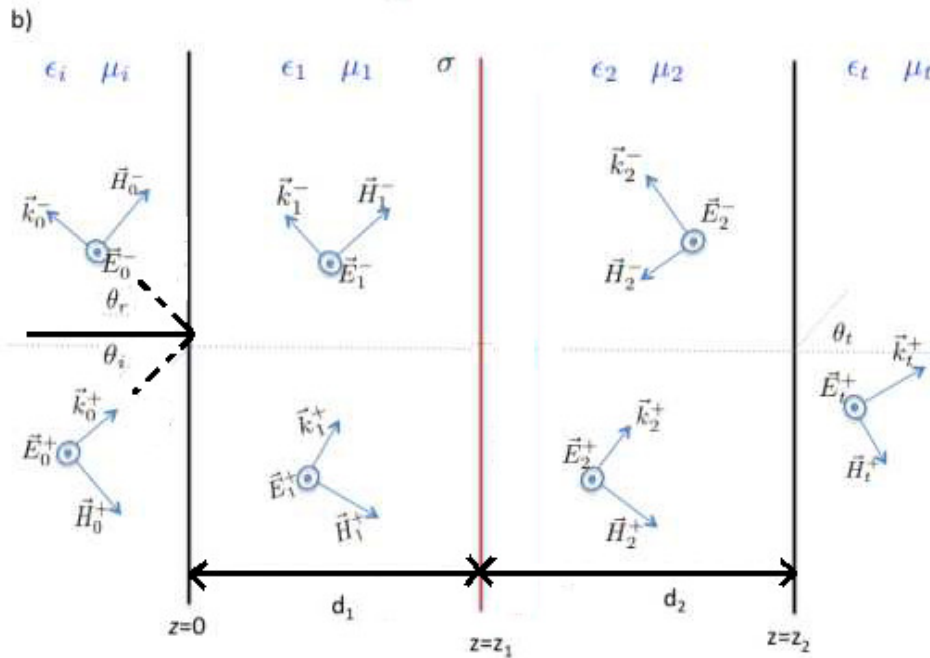
### 2.4. MÉTODO DE MATRIZ DE TRANSFERENCIA

era transiciones inter e intra banda, ver sección (2.1), ec. (2.4) y ec. (2.5). De la Matriz de transferencia se obtiene las propiedades macroscópicas medibles de la estructura finita como la transmisión, reflexión y absorción. De igual manera, calculando la traza de la celda unitaria que construye todo el cristal, se calculan los modos de propagación y no propagación de la estructura óptica infinita *DGPhC*, así como la relación de dispersión.

En esta parte de la metodología se presenta una introducción a los cálculos de la Matriz de transferencia para ondas que se propagan con polarización transversal eléctrica *TE*, ver Figura 2.3. Para esta polarización el campo eléctrico es paralelo a las interfaz entre los dos dieléctricos y apunta hacia afuera. Los campos eléctricos y magnéticos, en concordancia con esta geometría, pueden ser escritos como:

$$\vec{E} = (0, E_y, 0), \quad \vec{H} = (H_x, 0, H_z), \quad (2.24)$$

para los diferentes medios dieléctricos.



**Figura 2.3:** Forma esquemática del sistema dieléctrico-grafeno, para ondas con polarización *TE*.

En este esquema, se analiza primero la geometría mostrada en la Figura 2.3, en la cual tenemos dos dieléctricos con una lámina de grafeno entre ellos. Los campos eléctricos y mag-

## ÍNDICE DE FIGURAS

### 2.4. MÉTODO DE MATRIZ DE TRANSFERENCIA

---

néticos para el medio 0 (medio incidente semi-infinito) son dados por:

$$\vec{E}_0 = [E_0^+ e^{ik_z z} + E_0^- e^{-ik_z z}] \hat{j}, \quad \vec{H}_0 = \frac{c}{w\mu_0} \vec{k}_0 \times \vec{E}_0, \quad (2.25)$$

El correspondiente campo eléctrico y magnético para el medio 1 pueden ser escritos como:

$$\vec{E}_1 = [E_1^+ e^{ik_z(z-z_0)} + E_1^- e^{-ik_z(z-z_0)}] \hat{j}, \quad \vec{H}_1 = \frac{c}{w\mu_1} \vec{k}_1 \times \vec{E}_1, \quad (2.26)$$

para el medio 2, los campos son dados por:

$$\vec{E}_2 = [E_2^+ e^{ik_z(z-z_1)} + E_2^- e^{-ik_z(z-z_1)}] \hat{j}, \quad \vec{H}_2 = \frac{c}{w\mu_2} \vec{k}_2 \times \vec{E}_2, \quad (2.27)$$

finalmente, para el medio de transmisión (medio semi-infinito):

$$\vec{E}_t = [E_t^+ e^{ik_z(z-z_2)} + E_t^- e^{-ik_z(z-z_2)}] \hat{j}, \quad \vec{H}_t = \frac{c}{w\mu_t} \vec{k}_t \times \vec{E}_t. \quad (2.28)$$

Ahora, al aplicar las correspondientes condiciones a la frontera en las diferentes interfaz,  $\hat{n} \times (\vec{E}_{i+1} - \vec{E}_i) = 0$  y  $\hat{n} \times (\vec{H}_{i+1} - \vec{H}_i) = \vec{J}$ , junto con  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$  y  $\vec{k} \times \vec{E} = \mu \frac{w}{c} \vec{H}$ . Para la interfaz, medio incidente-medio 1, tenemos:

$$\hat{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_0)|_{z=0} = 0, \quad \hat{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_0)|_{z=0} = \vec{J}_0. \quad (2.29)$$

Tomando en cuenta que la primera interfaz es un material dieléctrico, entonces  $\vec{J}_0 = 0$ , y de la ec. (2.26), obtenemos que:

$$E_0^+ + E_0^- = E_1^+ + E_1^-, \quad (2.30)$$

$$-\frac{k_{0z}}{\mu_0} E_0^+ + \frac{k_{0z}}{\mu_0} E_0^- = -\frac{k_{1z}}{\mu_1} E_1^+ + \frac{k_{1z}}{\mu_1} E_1^-. \quad (2.31)$$

El anterior par de ecs. (2.30, 2.31), pueden ser escritos de forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{k_{0z}}{\mu_0} & \frac{k_{0z}}{\mu_0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{k_{1z}}{\mu_1} & \frac{k_{1z}}{\mu_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

de tal forma que:

## ÍNDICE DE FIGURAS

### 2.4. MÉTODO DE MATRIZ DE TRANSFERENCIA

---

$$\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = D_0^{-1} D_1 \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

donde

$$D_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{k_{0z}}{\mu_0} & \frac{k_{0z}}{\mu_0} \end{pmatrix}, \quad D_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{k_{1z}}{\mu_1} & \frac{k_{1z}}{\mu_1} \end{pmatrix}. \quad (2.34)$$

Ahora, para la interfaz dieléctrico-grafeno-dieléctrico, necesitamos considerar la continuidad de la componente transversal del campo eléctrico y la discontinuidad de la componente paralela del campo del campo magnético a la interfaz en  $z = z_1$ . La discontinuidad en la condición para  $\vec{H}$  proviene de la lámina de grafeno. Por lo tanto, las ecuaciones para las condiciones a la frontera en la interfaz  $z = a$  deben ser escritas como:

$$\hat{n}(\vec{E}_2 - \vec{E}_1)|_{z=z_1} = 0, \quad \hat{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1)|_{z=z_1} = \vec{J}. \quad (2.35)$$

Obteniendo para el campo eléctrico y magnético en la interfaz dieléctrico-grafeno:

$$E_1^+ e^{ik_{1z}a} + E_1^- e^{-ik_{1z}a} = E_2^+ + E_2^- \quad (H_{2x}^+ - H_{1x}^+) + (H_{2x}^- - H_{1x}^-)|_{z=z_1} = J_x|_{z=z_1}. \quad (2.36)$$

con  $J_x = \sigma E_y$ , donde  $\sigma(\omega, \mu_g)$ , es la conductividad de la lámina de grafeno. Además recordando que  $\vec{H} = \frac{c}{w\mu} \vec{k} \times \vec{E}$ , entonces:

$$\left( -\frac{k_{2z}}{\mu_2} E_2^+ + \frac{k_{2z}}{\mu_2} E_2^- \right) + \left( -\frac{k_{1z}}{\mu_1} e^{ik_{1z}d_1} E_1^+ - \frac{k_{1z}}{\mu_1} e^{-ik_{1z}d_1} E_1^- \right) = \frac{w}{c} \sigma (E_2^+ + E_2^-), \quad (2.37)$$

$$-\frac{k_{1z}}{\mu_1} e^{ik_{1z}d_1} E_1^+ + \frac{k_{1z}}{\mu_1} e^{-ik_{1z}d_1} E_1^- = \left( -\frac{k_{2z}}{\mu_2} - \frac{w}{c} \sigma \right) E_2^+ + \left( \frac{k_{2z}}{\mu_2} - \frac{w}{c} \sigma \right) E_2^-. \quad (2.38)$$

Las ecuaciones anteriores ec. (2.36) y ec. (2.37) pueden escribirse de forma matricial como:

## ÍNDICE DE FIGURAS

### 2.4. MÉTODO DE MATRIZ DE TRANSFERENCIA

---

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{k_{1z}}{\mu_1} & \frac{k_{1z}}{\mu_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{ik_{1z}d_1} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{1z}d_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \left(-\frac{k_{2z}}{\mu_2} - \frac{w}{c}\sigma\right) & \left(\frac{k_{2z}}{\mu_2} - \frac{w}{c}\sigma\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix}, \quad (2.39)$$

al hacer algún trabajo algebraico, tenemos que:

$$\begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} = P_1 D_1^{-1} \hat{G}_{12} \begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix}, \quad (2.40)$$

donde

$$P = \begin{pmatrix} e^{-ik_{1z}d_1} & 0 \\ 0 & e^{ik_{1z}d_1} \end{pmatrix}, \quad (2.41)$$

$$D_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{k_{1z}}{\mu_1} & \frac{k_{1z}}{\mu_1} \end{pmatrix}, \quad (2.42)$$

y

$$\hat{G}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \left(-\frac{k_{iz}}{\mu_1} - \frac{\omega\sigma_j}{c}\right) & \left(\frac{k_{iz}}{\mu_1} - \frac{w\sigma}{c}\right) \end{pmatrix}. \quad (2.43)$$

Al sustituir lo anterior en la ec. (2.33), se tiene que,

$$\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = D_0^{-1} D_1 P_1 D_1^{-1} \hat{G}_{12} \begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

Por otro lado, de la expresión ec. (2.43), se puede demostrar que se puede factorizar en la forma:

$$\hat{G}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\omega\sigma}{c} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{k_{2z}}{\mu_2} & \frac{k_{2z}}{\mu_2} \end{pmatrix}, \quad (2.45)$$

que al renombrar términos se tiene que:

$$\hat{G}_{12} = G_{12} D_2, \quad (2.46)$$

## ÍNDICE DE FIGURAS

### 2.4. MÉTODO DE MATRIZ DE TRANSFERENCIA

---

Donde:

$$G_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{\omega\sigma_j}{c} & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.47)$$

$$D_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{k_{2z}}{\mu_2} & \frac{k_{2z}}{\mu_2} \end{pmatrix}. \quad (2.48)$$

Finalmente, para la interfaz dieléctrico-medio de transmisión, siguiendo el procedimiento con el que se obtuvo la ec. (2.32), podemos escribir las ecuaciones correspondientes para la interfaz en  $z = z_2$ :

$$\begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} = P_2 D_2^{-1} D_t \begin{pmatrix} E_t^+ \\ E_t^- \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

Al sustituir las expresiones encontradas ecs. (2.46, 2.49), en ec. (2.44), se encuentra una relación entre los campos eléctricos para el medio incidente y el medio transmitido en la forma:

$$\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E_t^+ \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

donde

$$M = D_0^{-1} D_1 P_1 D_1^{-1} G_{12} D_2 P_2 D_2^{-1} D_t. \quad (2.51)$$

$M$  es llamada **matriz de transferencia**.

El resultado más relevante del los cálculos anteriores, es que a partir de la matriz de transferencia  $M$ , podemos calcular los espectros de transmisión ( $T$ ), reflexión ( $R$ ) y con esto la absorción ( $A$ ) [83, 84], con ayuda de las siguientes expresiones,

$$T = \frac{\sqrt{\varepsilon_t \mu_t} \cos(\theta_t)}{\sqrt{\varepsilon_i \mu_i} \cos(\theta_i)} \frac{1}{|M_{11}|^2}, \quad (2.52)$$

$$R = \frac{|M_{21}|^2}{|M_{11}|^2}, \quad (2.53)$$

$$A = 1 - T - R. \quad (2.54)$$



Para el caso de tener  $N$  capas dieléctricas en las cuales se intercalan  $N_g$  láminas de grafeno y considerando que el primer medio donde incide las ondas electromagnéticas es de grafeno, la matriz de transferencia se puede obtener fácilmente de la generalización de la ec. (2.50), dando como resultado:

$$\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_0^- \end{pmatrix} = M_T \begin{pmatrix} E_t^+ \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.55)$$

con:

$$M_T = D_0^{-1} \left( \prod_{j=1}^N G_{j,j+1} D_j P_j D_j^{-1} \right) D_t. \quad (2.56)$$

Para ondas electromagnéticas con polarización transversal magnética ( $TM$ ), el procedimiento es equivalente, donde se encontrará que las matrices  $G_{j,j+1}$ , y  $D_j$ , serán de la forma:

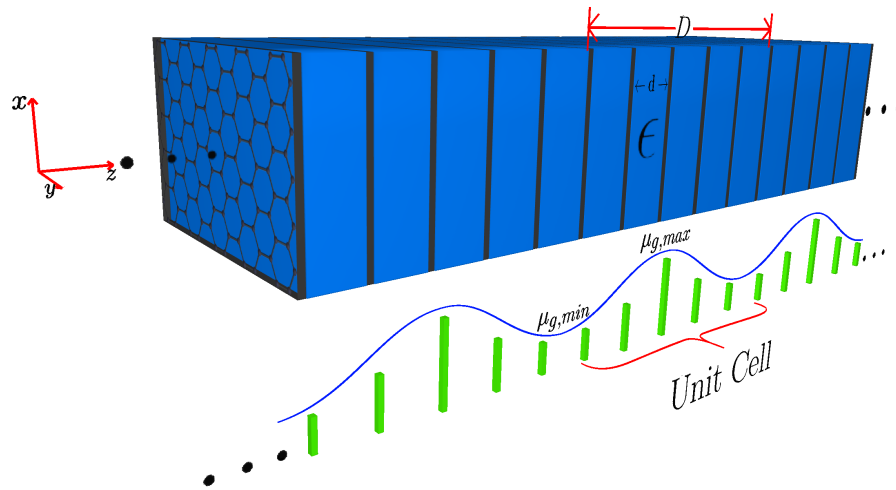
$$G_{(TM)i,j+1} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\sigma_j}{\omega c} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.57)$$

$$D_{(TM)i} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{k_{iz}}{\epsilon_i} & \frac{k_{iz}}{\epsilon_i} \end{pmatrix}. \quad (2.58)$$

## 2.5. Cristales fotónicos unidimensionales dieléctrico-grafeno relación de dispersión fotónica

Ahora analizaremos el caso de una estructura fotónica periódica que se les ha llamada cristal fotónico dieléctrico-grafeno, que se considerada de dimensionalidad infinita, donde se analizaran diferentes formar de configuraciones de celda unitaria que se forman al variar el potencial químico  $\mu_{g,i}$  en las láminas de grafeno que forman la celda unitario, formando así diversas estructuras y configuraciones periódicas unidimensionales, por ejemplo ver Figura 2.4.

Una característica importante del comportamiento de las ondas electromagnéticas dentro de un cristal fotónico es que en cierta región de frecuencias dependiendo de la dirección de propagación además la periodicidad del contraste en la permitividad eléctrica de los constituyentes, existan regiones de frecuencias y direcciones que son prohibidas y no haya propagación, estas regiones de frecuencias son llamadas *gap-fotónico*. Para entender mejor



**Figura 2.4:** Forma esquemática del cristal fotónico dieléctrico-grafeno. Para este caso el potencial químico en la celda unitaria sigue una distribución  $\mu_{g,i}$  aperiódica.

la propagación de las ondas electromagnética dentro de los *PhCs*, es necesario calcular la relación de dispersión fotónica y su estructura de bandas, estas nos dan la información más general acerca de las regiones de frecuencia donde hay y no hay propagación de las ondas electromagnéticas dentro de estas estructuras. Lo anterior nos permite una representación gráfica de los estados permitidos y permitidos de frecuencia de la luz en función del vector de propagación  $q$ .

Para encontrar la relación de dispersión fotónica, así como las bandas de propagación para las sistemas unidimensionales que se proponen, se hace uso de la traza de la matriz de transferencia correspondiente a la celda unitaria que construye todo el cristal, esta contiene la información de los estados permitidos y no permitidos de frecuencia donde de la radiación electromagnética dentro del cristal fotónico se puede propagar y no propagar [84, 85]. Entonces, a partir de lo anterior se calcula la matriz de transferencia de la celda unitaria del cristal correspondiente, a lo que es llamado  $M_{uc}$ , con ayuda de las siguientes relaciones,

$$Tr(M_{uc}) \leq 2, \quad (2.59)$$

y

$$\cos(qd) = \frac{1}{2}Tr(M_{uc}), \quad (2.60)$$

donde  $Tr(M_{uc})$  es la traza de la matriz de transferencia de la celda unitaria,  $q$  es el vector de onda de Bloch, y  $d$  es el espesor de la celda unitaria.

Con ayuda de las expresiones anteriores ec. (2.59) y ec. (2.60), se encuentran las bandas de propagación así como la relación de dispersión para las estructuras *DGPhC*, que se plantean estudiar.

En la Figura 2.4, se muestra un ejemplo de una estructura donde se tienen  $N_g$  láminas de grafeno con el potencial químico distribuido de manera Gaussiana en la celda unitaria, y además, estando embebidas en un mismo medio dieléctrico con permitividad eléctrica  $\epsilon$ . Podemos generalizar para encontrar la relación de dispersión del cristal fotónico con modulación en el potencial químico, de acuerdo a la siguiente ecuación,

$$M_{uc} = \prod_{i=1}^{N_g} \left( D_1^{-1} G_i(\sigma_{g,i}(\omega, \mu_{g,i})) D_1 P_1 \right). \quad (2.61)$$

En la expresión anterior ec. (2.61),  $G_i(\sigma_{g,i}(\omega, \mu_{g,i}))$  contiene la información de la interacción del grafeno, así como de las variaciones del potencial químico  $\mu_{g,i}$ , en la celda unitaria.

Hasta esta parte se han dado los fundamentos teóricos necesarios para el estudio de las propiedades de propagación de ondas electromagnéticas en los cristales fotónicos unidimensionales dieléctrico-grafeno que se proponen en el presente trabajo. Cabe mencionar que la metodología que se deduce de Matriz de transferencia, solo se puede implementar para estructuras ópticas en una dimensión, por ende, para estudiar estructuras fotónicas en dos dimensiones es necesario implementar otro tipo de metodología. A continuación, se hace una introducción a los cálculos de un método apropiado para estudiar cristales fotónicos en dos dimensiones.

## 2.6. Cristales fotónicos en dos dimensiones. Método de Expansión de Ondas Planas

En esta parte daremos una introducción a la metodología que nos permitirá estudiar la propagación de ondas electromagnéticas en cristales fotónicos en dos dimensiones *2DPhC*, el método es llamado expansión de ondas planas de sus siglas en ingles (PWE), y consiste en resolver las ecuaciones de Maxwell para sistemas periódicos de esta naturaleza, a través de proponer los campos electromagnéticos como serie infinita de ondas planas. En principio, se hace una deducción para *2DPhC* compuestos por materiales dieléctricos homogéneos e isotrópicos, después se generaliza para *2DPhC* hechos de materiales dependientes de la frecuencia con constante dieléctrica tipo Drude, con lo anterior, esto nos dará las herramientas necesarias para adaptar el método para ser implementado para estudiar este tipo de estructuras periódicas cuando se les incorpora grafeno.

Es bien sabido que las ecuaciones de Maxwell para medios dieléctricos no dependientes de la frecuencia son dadas por,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = 0, \quad (2.62)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0, \quad (2.63)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.64)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t}. \quad (2.65)$$

Separando la parte temporal y espacial del campo eléctrico y magnético, de tal manera que se proponen soluciones armónicas de la forma,

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})e^{-i\omega t}, \quad (2.66)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})e^{-i\omega t}, \quad (2.67)$$

sustituyendo lo anterior en las ec. (2.64) y ec. (2.65), quedará lo siguiente,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = i\omega\mu_0\vec{H}(\vec{r}), \quad (2.68)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}) = -i\omega\epsilon_0\epsilon(\vec{r})\vec{E}(\vec{r}). \quad (2.69)$$

Las ecuaciones anteriores ec. (2.68) y ec. (2.69), se plantean resolver para estudiar la propagación de ondas electromagnéticas en un cristal fotónico en dos dimensiones, para esto, el primer paso es encontrar el rotacional en cada expresión, además, por la geometría de estos sistemas supondremos que hay componentes del campo eléctrico  $\vec{E}$  y magnético  $\vec{H}$  en las direcciones,  $\vec{E} = (E_x, E_y, 0)$ ,  $\vec{H} = (0, 0, H_z)$ , para polarización transversal eléctrica, y  $\vec{E} = (0, 0, E_z)$ ,  $\vec{H} = (H_x, H_y, 0)$ , para polarización transversal magnética [86, 87]. Así mismo, al realizar el rotacional e igualar componente a componente, se puede demostrar que las ecuaciones ec. (2.68) y ec. (2.69), toman la siguiente forma,

$$-\frac{1}{\epsilon(\vec{r})}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)E_z(\vec{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 E_z(\vec{r}), \quad (2.70)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \frac{\partial}{\partial y}\right)H_z(\vec{r}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 H_z(\vec{r}), \quad (2.71)$$

Por otra parte, debido a la simetría traslacional, dada por la naturaleza periódica de este tipo de sistemas, la función dieléctrica cumple que,

$$\epsilon(\vec{r}) = \epsilon(\vec{r} + \vec{R}) \quad (2.72)$$

donde  $\vec{R}$ , es una combinación lineal de los vectores de la celda primitiva en el espacio real.

Así mismo, es bien sabido que el teorema de Bloch es válido para los estados propios electrónicos en cristales ordinarios debido a la periodicidad espacial de la energía potencial que siente un electrón debido a la disposición regular de los núcleos atómicos. El mismo teorema es válido para ondas electromagnéticas en cristales fotónicos, debido a la periodicidad de la función dieléctrica. Por lo anterior, cualquier modo propio en el cristal es caracterizado así por un número de onda  $k$  y expresado de la siguiente manera,

$$E_z(\vec{r}) = E_k(\vec{r})e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r})} \quad (2.73)$$

$$H_z(\vec{r}) = H_k(\vec{r})e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r})} \quad (2.74)$$

donde  $E_k(\vec{r})$  y  $H_k(\vec{r})$ , son funciones periódica que satisfacen la siguiente condición,

$$\begin{aligned} E_k(\vec{r}) &= E_k(\vec{r} + \vec{R}) \\ H_k(\vec{r}) &= H_k(\vec{r} + \vec{R}) \end{aligned} \quad (2.75)$$

Las expresiones ec. (2.70) y ec. (2.71), tienen que ser resueltas para encontrar información de la propagación de las ondas electromagnéticas para este tipo de estructuras bidimensionales, o de los modos electromagnéticos permitidos. Para poder dichas ecuaciones, tomamos en cuenta como ya mencionamos, que estos sistemas son periódicos, por lo tanto, es más conveniente trasladar el problema a una metodología más adecuada conocida como análisis de Fourier. En principio, resolvemos la ecuación para el campo eléctrico ec. (2.70) ( para el campo magnético es un procedimiento equivalente), se proponen que el campo eléctrico sea de la forma de una serie compleja de Fourier como sigue,

$$E_z(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} E_k(\vec{G})e^{i(\vec{k}+\vec{G})\cdot\vec{r}}, \quad (2.76)$$

de la misma manera y por la periodicidad de la función dieléctrica en estas estructuras, se propone que la función dieléctrica de la forma,

$$\frac{1}{\epsilon(\vec{r})} = \sum_{\vec{G}} \mu(\vec{G})e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}}, \quad (2.77)$$

donde los vectores  $\vec{r}$ , son los vectores en el espacio real que dependen de la geometría del cristal,  $\vec{G}$  son los vectores del espacio recíproco generados por los vectores  $\vec{r}$ , y  $\vec{k}$  son los vectores que encierran la primera zona de Brillouin en el espacio recíproco.

Al sustituir ec. (2.76) y ec. (2.77) en ec. (2.70), se obtendrá lo siguiente,

$$\sum_{\vec{G}} \sum_{\vec{G}'} E_k(\vec{G}')|\vec{k} + \vec{G}'|^2 \mu(\vec{G})e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}}e^{i(\vec{k}+\vec{G}')\cdot\vec{r}} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \sum_{\vec{G}} E_k(\vec{G})e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}}, \quad (2.78)$$

para simplificar la expresión anterior, se multiplica por  $e^{i\vec{G}''\cdot\vec{r}}$ , y se integra a través de la celda unitaria que forma el cristal, obteniendo que,

$$\sum_{\vec{G}} \sum_{\vec{G}'} E_k(\vec{G}) |\vec{k} + \vec{G}|^2 \mu(\vec{G}) \delta_{\vec{G}'', (\vec{G} + \vec{G}')} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \sum_{\vec{G}} E_k(\vec{G}) e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \delta_{\vec{G}'', \vec{G}}, \quad (2.79)$$

si tomamos en cuenta que los vectores  $\vec{G}$  cumplen con la relación siguiente,

$$\vec{G}'' = \vec{G}' + \vec{G}, \quad (2.80)$$

y aplicando lo anterior, la ec. (2.79), quedará de la forma,

$$\sum_{\vec{G}'} \mu(\vec{G}'' - \vec{G}') |\vec{k} + \vec{G}'|^2 E_k(\vec{G}') = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 E_k(\vec{G}''), \quad (2.81)$$

tomando en cuenta la no distinción de los índices primados, podemos hacer el cambio de  $\vec{G}'' = \vec{G}$ , con lo que tendremos la expresión final,

$$\sum_{\vec{G}'} \mu(\vec{G} - \vec{G}') |\vec{k} + \vec{G}'|^2 E_k(\vec{G}') = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 E_k(\vec{G}), \quad (2.82)$$

donde  $\mu(\vec{G})$ , son los coeficientes de la expansión del inverso de la función dieléctrica, que son dados por,

$$\mu(\vec{G}) = \frac{1}{V_0} \int_{V_0} \frac{1}{\epsilon(\vec{r})} e^{-i\vec{G} \cdot \vec{r}} \cdot d^3\vec{r}, \quad (2.83)$$

que es la integral sobre la celda unitaria que construye el cristal, del inverso de la función dieléctrica que depende de la posición. Estos coeficientes tienen formas particulares dependiendo de la geometría de la celda unitaria del cristal fotónico que se propone estudiar.

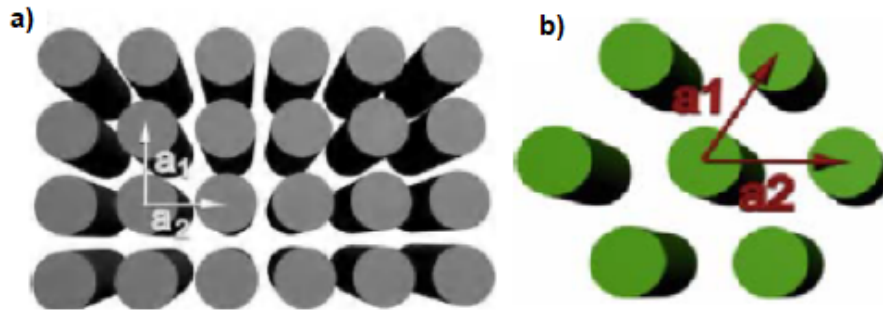
Para el caso del campo magnético  $\vec{H}$ , la ec. (2.71), al resolverse por un procedimiento análogo al anterior, se tendrá una expresión de la siguiente forma,

$$\sum_{\vec{G}'} \mu(\vec{G} - \vec{G}') (\vec{k} + \vec{G}') \cdot (\vec{k} + \vec{G}') H_k(\vec{G}') = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 H_k(\vec{G}), \quad (2.84)$$

Las expresiones ec. (2.82) y ec. (2.84), se reducen a un problema estándar de eigen-valores, dando como resultados las eigen-frecuencias permitidas en función de los vectores de onda  $\vec{k}$ , de la luz que atraviesa el cristal fotónico, la cual se le llama relación de dispersión fotónica (*PhDR*). Esta relación trae consigo la información más importante de la propagación de las ondas electromagnéticas a través del cristal, ya que nos da las frecuencias y direcciones donde

la luz se puede propagar y donde no se puede propagar o regiones de gaps fotónicos.

Como un ejemplo de estos sistemas, en lo siguiente se reproduce la relación de dispersión, implementando las ec. (2.82) y (2.84), para dos sistemas típicos de cristales fotónicos en dos dimensiones constituidos por cilindros dieléctricos con un  $\epsilon_a$  inmersos en otro medio dieléctrico diferente  $\epsilon_b$ , dispuestos en una red cuadrada y una red hexagonal, ver Figura 2.5.



**Figura 2.5:** a) Forma esquemática del cristal fotónico 2D en una red cuadrada a) y una red hexagonal b) cristal fotónico formado por cilindros dieléctricos inmersos en otro medio dieléctrico.

Para realizar el cálculo se necesitan los vectores de la red cuadrada dados por,

$$\vec{a}_1 = a\hat{i} \quad \vec{a}_2 = a\hat{j}, \quad (2.85)$$

y los de la red hexagonal son,

$$\vec{a}_1 = a\left(\frac{1}{2}\hat{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right) \quad \vec{a}_2 = a\left(\frac{1}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{j}\right), \quad (2.86)$$

donde  $a$  es la distancia de separación entre el centro de un cilindro al siguiente centro del cilindro más cercano.

Con lo anterior se pueden calcular los vectores de la red recíproca a partir de las siguiente igualdad,

$$\vec{a}_i \cdot \vec{b}_j = 2\pi\delta_{i,j}, \quad (2.87)$$

donde los vectores  $\vec{b}_i$ , son los vectores de la red recíproca.

Con la expresión anterior ec. (2.87), calculamos los vectores de la red recíproca para el caso de la red cuadrada y hexagonal que serán de la siguiente manera,



$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a}\hat{i} \quad \vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a}\hat{j}, \quad (2.88)$$

son los vectores de la red recíproca para la red cuadrada. Para la red hexagonal serán como,

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} - \frac{1}{2}\hat{j}\right) \quad \vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}\right), \quad (2.89)$$

en términos de los vectores  $\vec{b}_i$ , se construyen los vectores  $\vec{G}$  los cuales construyen todo el espacio recíproco de acuerdo con,

$$\vec{G} = n_1\vec{b}_1 + n_2\vec{b}_2, \quad (2.90)$$

donde  $n_1$ , y  $n_2$  son cualquier número entero.

De acuerdo a lo anterior los vectores  $\vec{G}$ , serán de la siguiente manera,

$$\vec{G} = \frac{2\pi}{a}n_1\hat{i} + \frac{2\pi}{a}n_2\hat{j}, \quad (2.91)$$

y

$$\vec{G} = \frac{2\pi}{a}(n_1 + n_2)\hat{i} - \frac{2\pi}{a}(n_2 - n_1)\hat{j}, \quad (2.92)$$

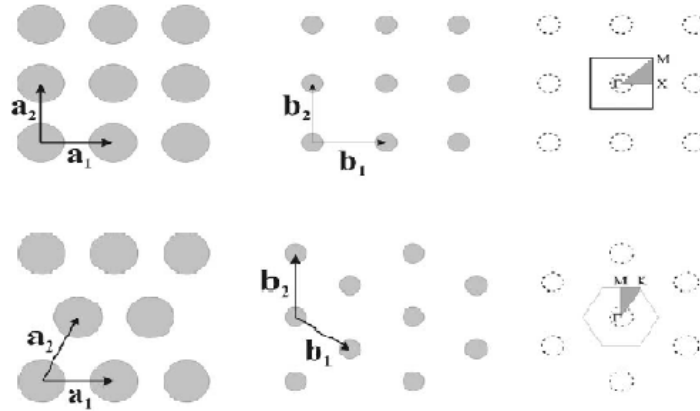
para la red cuadrada y hexagonal respectivamente. En la Figura 2.6, se muestran estos vectores de la red directa, los vectores de la red recíproca, así como los puntos de alta simetría para la red cuadrada y hexagonal respectivamente.

Para el caso de que se tiene un cristal fotónico bidimensional con la geometría de cilindros dieléctricos en los bordes de la red, la integral para los coeficientes  $\mu(\vec{G})$  2.84, es un caso bien conocido y son de la siguiente manera [86],

$$\mu(\vec{G}) = \begin{cases} \frac{f}{\epsilon_a} + \frac{(1-f)}{\epsilon_b} & \text{para } \vec{G} = 0 \\ 2f\left(\frac{1}{\epsilon_a} - \frac{1}{\epsilon_b}\right)\frac{J_1(\vec{G}r)}{\vec{G}r} & \text{para } \vec{G} \neq 0 \end{cases} \quad (2.93)$$

donde  $f$  es el factor de llenado,  $r$  es el radio de los cilindros dieléctricos, y  $J_1$  son las funciones de Bessel de primera especie.

Entonces, con la información anterior y sustituyendo en ec. (2.82) y ec. (2.84), se reproducen la relación de dispersión fotónica para el cristal fotónico bidimensional que se construyen de cilindros dieléctricos de constante dieléctrica  $\epsilon_a$  inmersos en un sustrato de un dieléctrico



**Figura 2.6:** Vectores de la red cuadrada (superior) y red hexagonal (inferior), así como los correspondientes vectores de la red recíproca y los puntos de alta simetría para la primera zona de Brillouin para las dos geometrías respectivamente. Lo anterior es para un 2D-PhCs de cilindros dieléctricos.

diferente de constante dieléctrica  $\epsilon_b$ , para un red cuadrada, ver Figura 2.7; y una red hexagonal, ver Figura 2.8. Los resultados son iguales con los mostrados en la referencia [88].

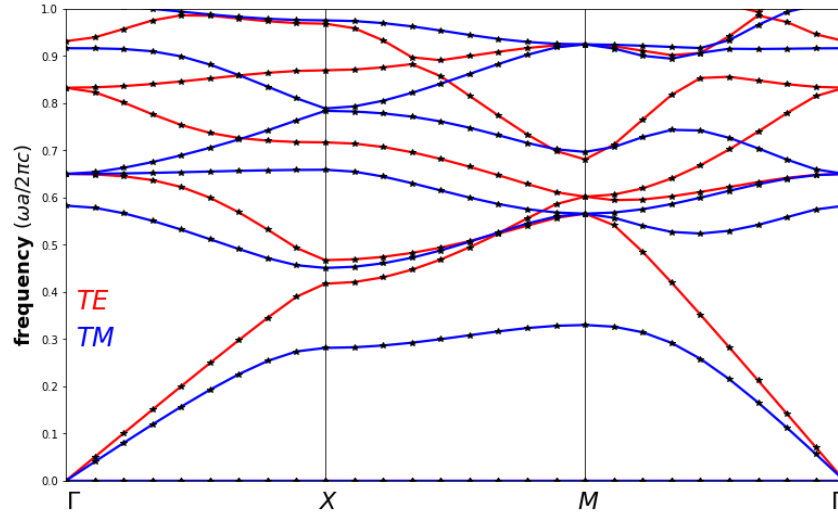
## 2.7. 2D-PhCs dependientes de la frecuencia; adaptación del método de expansión de ondas planas

En la sección anterior se desarrolló el método de expansión de ondas planas el cual nos permitió calcular la relación de dispersión fotónica para un cristal fotónico bidimensional compuesto de cilindros dieléctricos de constantes  $\epsilon_a$  inmersos en un sustrato de constante dieléctrica  $\epsilon_b$ , estos tienen valores reales de las permitividad y no dependen de la frecuencia. En lo siguiente se hace la adaptación de este método para cuando se tienen cilindros hechos de materiales metálicos en principio con respuesta dieléctrica del tipo Drude de la forma,

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)}, \quad (2.94)$$

donde  $\omega_p$  es la frecuencia de plasma característico de cada metal, y  $\gamma$  es un término relacionado a las pérdidas por coalescencia de los portadores de carga.

Para adaptar el método de expansión de ondas planas para este caso, se toma la ec. (2.70),



**Figura 2.7:** Relación de dispersión para un 2D-PhC para una red cuadrada de cilindros dieléctricos. Los parámetros son  $\epsilon_a = 8.9$ ,  $\epsilon_b = 1.0$  para  $r = 0.2a$ .

de una manera alternativa de la forma,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)E_z(\vec{r}) = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2\epsilon(\vec{r})E_z(\vec{r}), \quad (2.95)$$

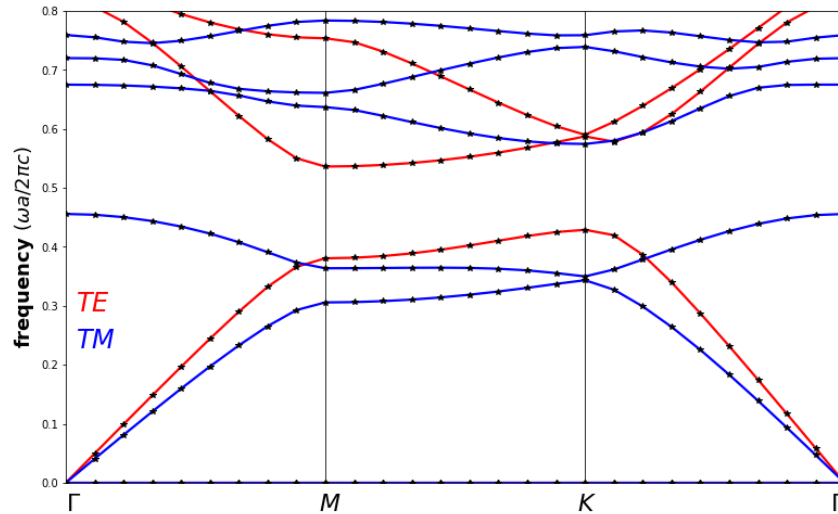
y se sustituye las expresiones dadas por ec. (2.76) y ec. (2.77), con lo que al hacer un procedimiento análogo al de la sección anterior se puede llegar a una forma alternativa de la ec. (2.82), que por conveniencia en los cálculos será de la forma,

$$|\vec{k} + \vec{G}'|^2 E_k(\vec{G}) = \sum_{\vec{G}'} \mu(\vec{G} - \vec{G}') E_k(\vec{G}'), \quad (2.96)$$

se puede demostrar que los coeficientes de la expansión de la serie de Fourier  $\mu(\vec{G})$ , para el caso de cilindros donde la función dieléctrica sea tipo Drude ec. (2.94) y el sustrato sea aire  $\epsilon_b = 1.0$ , son de la siguiente forma [13–15],

$$\mu(\vec{G}) = \begin{cases} 1 - f\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 & \text{para } \vec{G} = 0 \\ -f\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \frac{J_1(\vec{G}r)}{\vec{G}r} & \text{para } \vec{G} \neq 0. \end{cases} \quad (2.97)$$

La ecuación (2.96), se puede expresar de una forma más conveniente, de tal manera que



**Figura 2.8:** Relación de dispersión para un 2D-PhC para una red hexagonal de cilindros dieléctricos. Los parámetros implementados son,  $\epsilon_a = 1.0$ ,  $\epsilon_b = 13$ , con  $r = 0.48a$ .

separemos los coeficientes de los coeficientes de  $\mu(\vec{G} - \vec{G}')$  cuando  $\vec{G} = \vec{G}'$ , y de la misma manera cuando  $\mu(\vec{G} \neq \vec{G}')$ . Al hacer lo anterior obtendremos lo siguiente,

$$|\vec{k} + \vec{G}'|^2 E_k(\vec{G}) = \mu(0) + \sum_{\vec{G} \neq \vec{G}'} \mu(\vec{G} - \vec{G}') E_k(\vec{G}'). \quad (2.98)$$

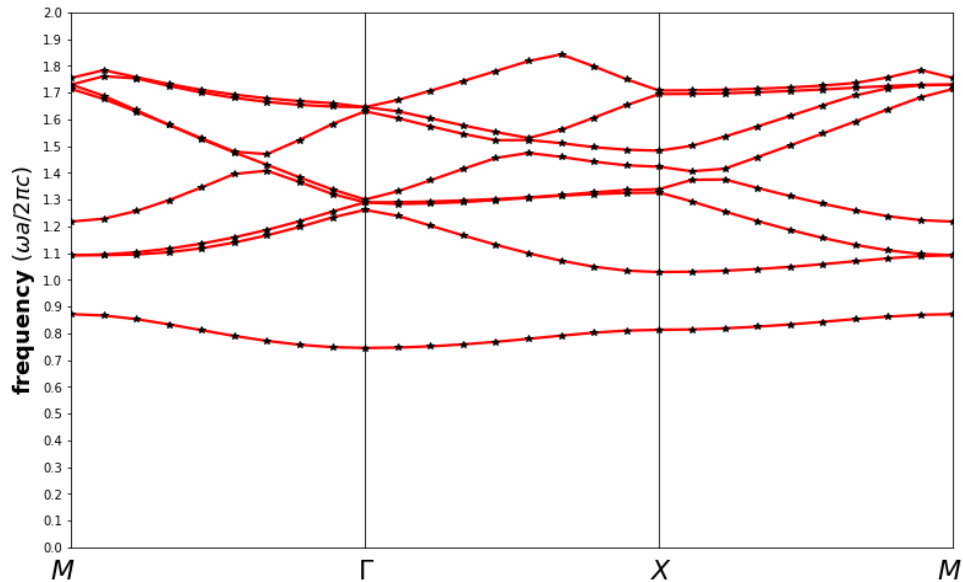
Al sustituir la ec. (2.97), en las expresiones dadas por ec. (2.98), se obtiene la siguiente expresión,

$$\left( |\vec{k} + \vec{G}'|^2 + \left(\frac{\omega_p}{c}\right)^2 \sum_{\vec{G} \neq \vec{G}'} \frac{2f J_{1,\nu}(|\vec{G} - \vec{G}'|R)}{|\vec{G} - \vec{G}'|R} \right) E_k(\vec{G}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 E_k(\vec{G}'), \quad (2.99)$$

donde  $\omega_p$  es la frecuencia de plasma característica del metal,  $c$  es la velocidad de la luz,  $R$  es el radio de los cilindros metálicos y  $J_{1,\nu}$  son las funciones de Bessel de primera especie.

La ecuación resultante ec. (2.99), resulta como en el caso anterior (medios dieléctricos convencionales), ser una ecuación de eigen-valores, donde estos eigen-valores son las eigen-frecuencias de la luz que se pueden propagar a través del cristal. Dicha ecuación ec. (2.99), se puede resolver con métodos computacionales de diagonalización.

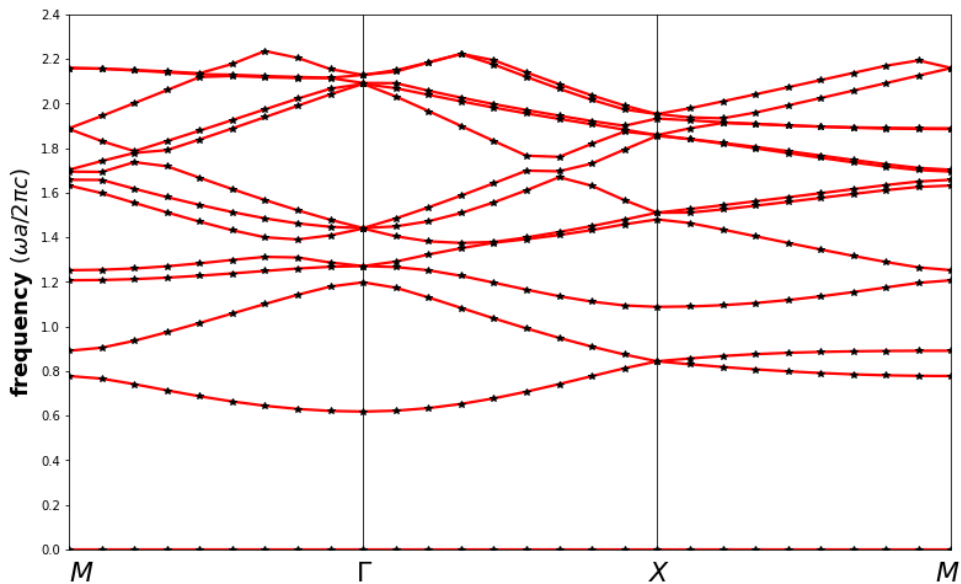
Enseguida, a manera de ejemplo se muestran la relación de dispersión fotónica con los



**Figura 2.9:** Relación de dispersión para un 2D-PhC para una red cuadrada de cilindros metálicos, embebidos en aire con un factor de llenado  $f = 0.7$ .

cálculos computacionales hechos en el presente trabajo para un cristal fotónico bidimensional metálico, donde se construye con cilindros metálicos de radio  $R$  de constante dieléctrica tipo Drude (ec. 2.96) inmersos en un sustrato de aire  $\epsilon = 1$ , lo anterior para una red cuadrada (ver Figura 2.9) y una red hexagonal (ver Figura 2.9). Los parámetros geométricos de red y red recíproca son iguales que en la sección anterior además se considera para el cálculo que  $(\frac{\omega_p a}{2\pi c} = 1)$ , donde  $a$  es la constante de red o distancia centro-centro de los cilindros. Se menciona que los cálculos se comparan con los reportados en la referencia [13].

En este capítulo se han introducido algunos de los fundamentos teóricos como la conductividad óptica del grafeno  $\sigma(\omega, \mu_g)$ , y las leyes que gobiernan la propagación de ondas electromagnéticas dadas por las ecuaciones de Maxwell. Partiendo de lo anterior y con ayuda de las condiciones a la frontera de los campo eléctrico  $\vec{E}$  y magnético  $\vec{H}$ , así como la ley de Ohm  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ , se ha desarrollado la herramienta matemática dada por método de matriz de transferencia, esta nos permitirá estudiar las propiedades de propagación de ondas electromagnéticas en los cristales fotónicos unidimensionales cuando se les incorpora grafeno. Así mismo, partiendo de las ecuaciones de Maxwell en medios materiales de dieléctricos, la geometría y la periodicidad de los cristales fotónicos en dos dimensiones, se desarrolló el método de expansión



**Figura 2.10:** Relación de dispersión para un 2D-PhC para una red hexagonal de cilindros metálicos, el medio huésped implementado es aire con un factor de llenado de  $f = 0.5$ .

de ondas planas, el cual nos permitirá encontrar la relación de dispersión fotónica la cual nos da las frecuencias de la luz que se pueden propagar para este tipo de estructuras fotónicas en dos en dos dimensiones. Con lo anterior se desarrolló la adaptación de dicho método (PWE) para cristales fotónicos en dos dimensiones cuando se incluyen materiales dependientes de la frecuencia del tipo Drude. A través de los procedimientos hechos, se tienen las herramientas necesarias para adaptar este método para estudiar cristales fotónicos bidimensionales que incorporan grafeno ( $2D - DGPhC$ ), lo anterior se hará en el capítulo de resultados.

# Capítulo 3

## Resultados

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos de los sistemas propuestos de *cristales fotónicos dieléctrico-grafeno*, para lo anterior el trabajo se divide en dos partes, en la primera parte se estudian diversas configuraciones y perfiles de potencial químico  $\mu_{g,i}$  de cristales fotónicos dieléctrico-grafeno unidimensionales, los cuales son: cristales fotónicos de celda unitaria de potencial químico no periódica, cavidades y defectos que se incorporan en cristales fotónicos dieléctrico-grafeno y cristales fotónicos de celda unitaria bi-periódica. En la segunda parte se hace el análisis de cristales fotónicos dieléctrico-grafeno bidimensionales, se hace un primer acercamiento al estudio de estas estructuras fotónicas. Para lo anterior, se hace en principio una adaptación del método de expansión de ondas planas (*PWE*), con lo que se obtendrá la relación de dispersión fotónica para este tipo de sistemas bidimensionales que incorporan grafeno, lo anterior permite estudiar la propagación de las ondas electromagnéticas a través de estos sistemas bidimensionales.

### 3.1. Cristales Fotónicos 1D dieléctrico-grafeno

En esta parte, se muestran los resultados obtenidos en el estudio de los sistemas propuestos de *cristales fotónicos dieléctrico-grafeno* unidimensionales (*1D-DGPhC*), se consideran estas estructuras compuestas por láminas de grafeno embebido entre materiales dieléctricos isotrópicos de constante dieléctrica  $\epsilon_i$  y espesor  $d_w$ . La respuesta óptica del grafeno es dada por su conductividad  $\sigma_g(\omega, \mu_g)$ , que es un parámetro externo controlable a través de la variación de potencial químico, lo anterior se puede lograr desde el punto de vista experimental con la aplicación de un potencial electrostático externo o por dopamiento. Debido a lo anterior, en

este trabajo se propone que las láminas de grafeno que formen el cristal, tengan diferentes distribuciones y configuraciones de potencial químico que se describirán detalladamente para cada sistema que se estudia.

Antes de comenzar mencionaremos que se ha considerado que la expresión de la respuesta óptica del grafeno dada por su conductividad óptica que aquí se implementa, es válida en la región de frecuencias de *THz-infrarrojo*, además que se ha considerado el caso cuando  $\mu_g \gg K_B T$ . Así mismo, los medios dieléctricos donde se embebe el grafeno se consideran no magnéticos,  $\mu = 1$ , de igual manera se considera homogéneo e isotrópico de constante dieléctrica arbitraria  $\epsilon$ .

### 3.1.1. Cristales fotónicos dieléctrico-grafeno con celda unitaria de potencial químico no uniforme

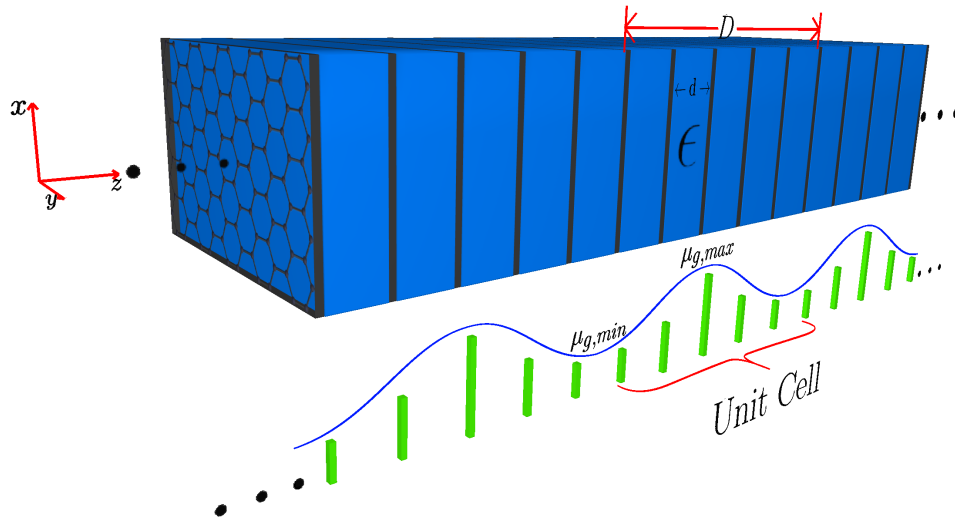
En principio se analiza las propiedades de la propagación de ondas electromagnéticas, para cristales fotónico unidimensional dieléctrico-grafeno, estos sistemas se construyen con una celda unitaria constituida por  $N_g$  láminas de grafeno embebidas en un medio dieléctrico, donde el potencial químico es distribuido siguiendo un perfil no periódico, ver Figura 3.1. La distribución del valor del potencial químico en la celda unitaria que forma el cristal está dado por las siguientes expresiones,

$$\mu_{g,j} = \begin{cases} \mu_{g,max} e^{-(z_j - z_{mid})^2 / \xi^2}, & \text{Gaussian} \\ \mu_{g,max} + \frac{\mu_{g,min} - \mu_{g,max}}{z_{max} - z_{min}} (z_j - z_{min}), & \text{linear} \\ \mu_{g,max} \frac{1}{\pi} \left[ \frac{\xi}{\xi^2 + (z_j - z_{mid})^2} \right], & \text{Lorentzian} \\ \mu_{g,max} \sinh^2((z_j - z_{mid}) / \xi), & \text{Pöschl-Teller} \end{cases} \quad (3.1)$$

donde las distribuciones se implementan de modo que  $\mu_{g,max}$ , que es el valor máximo del potencial químico en las distribuciones, se localiza en  $z_{mid}$ ,  $\xi$  es el parámetro de escala que controla la forma de la distribución del potencial químico en *DGPhC*, y  $z_j$  es la posición de la  $j$ -ésima lámina de grafeno. Por último el valor de  $z_{min}$ , es el valor de la posición en  $z$  donde es el valor mínimo del potencial químico del perfil lineal.

Se calcula la relación de dispersión fotónica  $qD v_s \Omega$ , donde  $\Omega$  es una frecuencia adimensional de la forma  $\Omega = \hbar\omega / \mu_{g,max}$ ,  $q$  es el vector de onda de Bloch y  $D$  es el espesor de la celda unitaria, dicha relación muestra una manera general de las regiones de frecuencia donde la luz





**Figura 3.1:** Forma esquemática de un cristal fotónico unidimensional dieléctrico-grafeno con celda unitaria de potencial químico distribuido de una forma no periódica.

se puede propagar y es característica de cada cristal. Lo anterior se hace para los diferentes perfiles de potencial químico  $\mu_{g,i}$  de celda unitaria dadas por las expresiones (3.1), así como para los diferentes parámetros ópticos y geométrico de cada sistema tales como los medios dieléctricos de constante dieléctrica  $\epsilon_i$  y espesor normalizado  $\Delta$  en unidades de  $(\mu_{g,max}d_w/\hbar c)$ , donde  $d_w$  es el valor real físico de los espesores de los dieléctricos, el número de láminas de grafeno que forman la celda unitaria es  $N_g$ . Además, se varía el ángulo al que inciden las ondas electromagnéticas en la estructura  $\theta$ , para tal caso se muestran las relaciones de dispersión para ondas con polarización transversal eléctrica ( $TE$ ) y transversal magnética ( $TM$ ).

En la Figura 3.2, se muestra la relación de dispersión para los diferentes perfiles de potencial químico dados por la ec. (3.1), los parámetros implementados son,  $N_g = 7$  láminas de grafeno en la celda unitaria embebidas en un medio dieléctrico de valor constante  $\epsilon = 1.45$ , la distancia normalizada del medio dieléctrico es  $\Delta = 3.0$  ( $1.48 \mu m$ ), para incidencia de la luz de  $\theta = 60^\circ$ . Los valores para los parámetros que distribuyen el potencial químico son,  $\mu_{g,max} = 0.4$  eV,

## ÍNDICE DE FIGURAS

### 3.1. CRISTALES FOTÓNICOS 1D DIELECTRICO-GRAFENO

---

$\xi = D/3, D/4, D/3$ , para los perfiles Gaussiano, Lorentziano y Pöshl-Teller respectivamente, lo anterior para polarización  $TE$ . Como podemos observar en dicha figura, aparece un resultado el cual es considerado como de lo más importante y una de nuestras contribuciones físicas fuertes [60], ya que aparecen la formación de dobleces en la relación de dispersión a los que se les ha llamado *spikes*. Dichos spikes están relacionados a la conductividad óptica del grafeno y se dan en la frecuencia donde se tiene una discontinuidad en la parte imaginaria de la conductividad  $Im(\sigma_g)$ , dichas frecuencias donde se da el spike corresponde a dos veces el valor del potencial químico  $2\mu_{g,i}$  de las láminas de grafeno que forman la celda unitaria y son dadas por el valor asociado a cada perfil, ver Figuras 3.3, 1), 2b), 3b) y 4b).

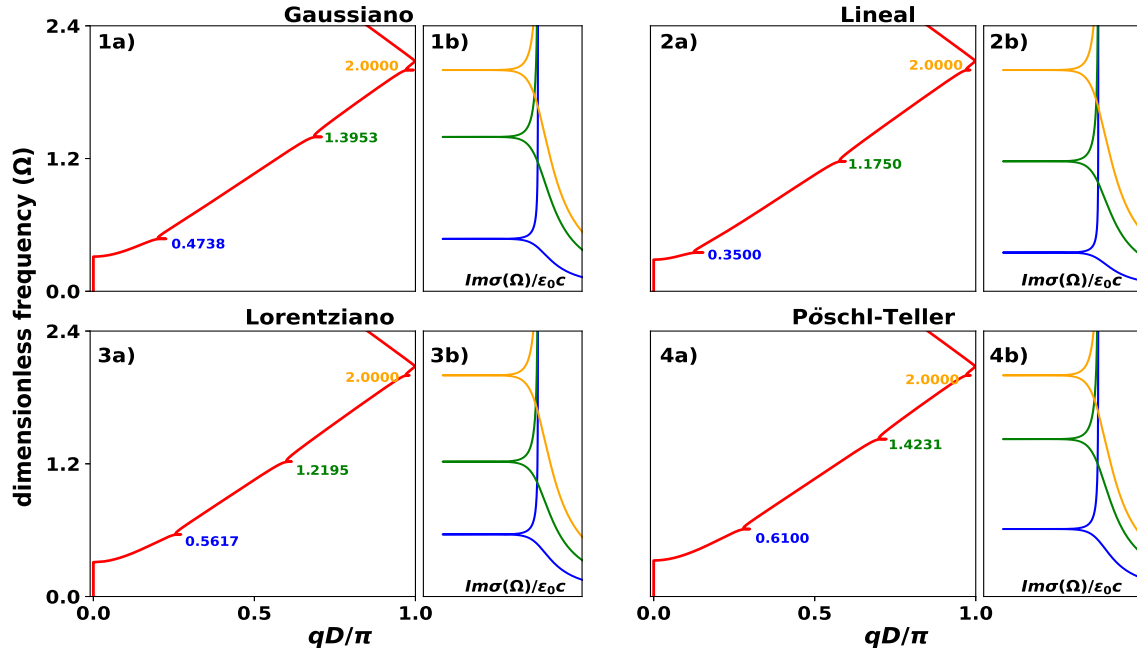
En la Figura 3.3 se muestra la relación de dispersión para el perfil Gaussiano (línea negra) y Lineal (línea roja), el número de láminas de grafeno en la celda unitaria es  $N_g = 5$  y  $N_g = 7$ , tal como se muestra en dicha figura. Los valores para los parámetros que distribuyen el potencial químico son,  $\mu_{g,max} = 0.4$  eV,  $\xi = \Delta/3$ , para el perfil Gaussiano, lo anterior para polarización  $TE$ . La línea punteada corresponde a la parte imaginaria de la conductividad óptica del grafeno para el valor del potencial químico de cada lámina de la celda unitaria dada por la distribución del potencial químico  $\mu_{g,i}$ . En estas gráficas se estudia como se ve afectada la relación de dispersión de este tipo de cristal fotónico cuando se agregan láminas de grafeno con diferente potencial químico dentro de la celda unitaria. Como se puede ver, al agregar láminas de grafeno con diferente potencial químico se van formando spikes en la relación de dispersión, el número de spikes que aparecen se puede calcular con la expresión,

$$n_s = \frac{N_g + 1}{2}, \quad (3.2)$$

donde  $n_s$  es el número de spikes y  $N_g$  es el número de láminas de grafeno con el potencial químico distribuido en la celda unitaria.

Como se puede ver, para un cristal con 5 y 7 láminas con el potencial químico distribuido, se tendrán 3 y 4 spikes, respectivamente, ver Figura 3.3 (a),(b),(d) y (e).

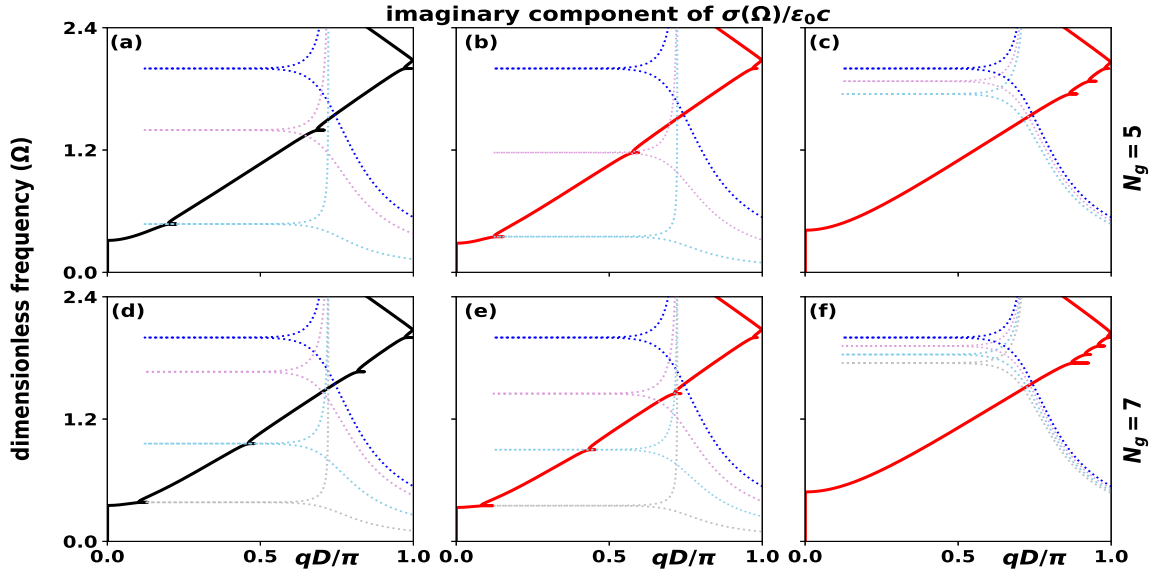
Así mismo, de la misma Figura 3.3, se estudia el efecto de hacer tender la celda unitaria con un perfil en el potencial químico al cristal fotónico convencional dieléctrico-grafeno de potencial químico constante, para lo anterior se emplea la distribución lineal del potencial químico en la celda unitaria y se hace tender el valor del potencial químico de las láminas externas al valor del potencial químico de la lámina central. Como se puede observar de las Figuras 3.3 (c) y (f), al disminuir la diferencia de potencial químico entre las láminas externas y la central causa que los spikes en la relación de dispersión se muevan en la posición de frecuencia y tiendan



**Figura 3.2:** Relación de dispersión  $qD/\pi v_s \Omega$  para los diferentes perfiles de potencial químico, el número de láminas de grafeno en la celda unitaria es  $N_g = 7$  embebidas en un medio dieléctrico de valor constante  $\epsilon = 1.45$ , la distancia normalizada del medio dieléctrico es  $\Delta = 3.0$  ( $1.48 \mu m$ ), para incidencia de la luz de  $\theta = 60^\circ$ . Los valores para los parámetros que distribuyen el potencial químico son,  $\mu_{g,max} = 0.4$  eV,  $\xi = \Delta/3, \Delta/4, \Delta/3$ , para los perfiles Gaussiano, Lorentziano y Pöschl-Teller respectivamente, lo anterior para polarización TE. Los valores señalados corresponden a dos veces el potencial químico donde de las láminas de grafeno que forman la celda unitaria.

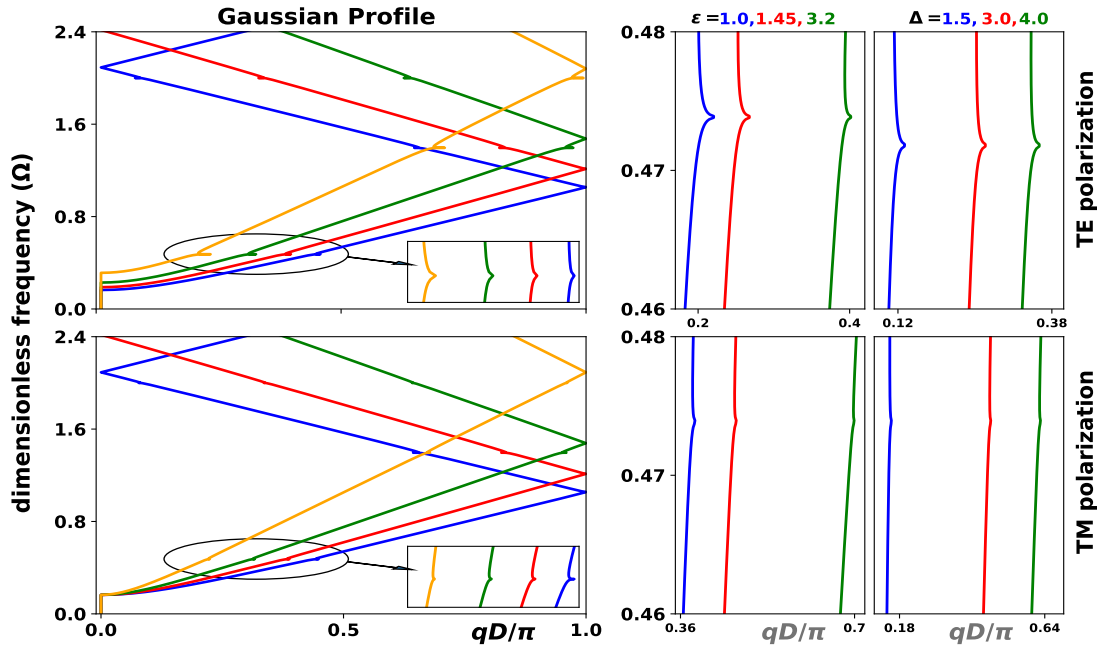
a juntarse en dos veces el valor del potencial químico de la lámina central que corresponde a  $2\mu_{g,max}$ , con lo anterior se puede ver que conforme la diferencia de potencial químico entre las láminas de grafeno es menor, de tal manera que tendamos a un cristal fotónico dieléctrico-grafeno de potencial químico constante con valor de  $\mu_{g,max}$ , se tendrá un solo spike, en la posición en frecuencia de  $2\mu_{g,max}$ .

En la Figura 3.4, se estudia el efecto que se tiene sobre la relación de dispersión y los spikes, cuando se varía el ángulo de incidencia de la radiación electromagnética  $\theta$ , el medio dieléctrico



**Figura 3.3:** Relación de dispersión  $qD/\pi$  vs  $\Omega$  para el perfil Gaussiano (línea negra) y Lineal (línea roja) en el potencial químico, el número de láminas de grafeno en la celda unitaria es  $N_g = 5$  y  $N_g = 7$  como se muestra en la figura, embebidas en un medio dieléctrico de valor constante  $\epsilon = 1.45$ , la distancia normalizada del medio dieléctrico es  $\Delta = 3.0$  ( $1.48 \mu m$ ), para incidencia de la luz de  $\theta = 60^\circ$ . Los valores para los parámetros que distribuyen el potencial químico son,  $\mu_{g,max} = 0.4$  eV,  $\xi = \Delta/3$ , para el perfil Gaussiano, lo anterior para polarización  $TE$ . La línea punteada corresponde a la parte imaginaria de la conductividad óptica del grafeno para cada valor del potencial químico dada por cada distribución.

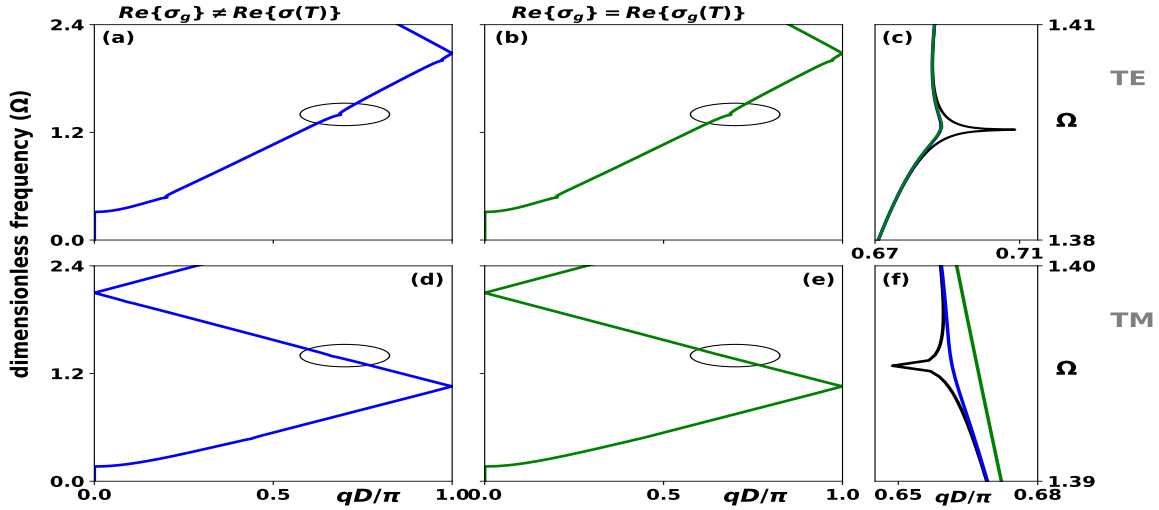
$\epsilon$  con que se construye el cristal y su espesor  $\Delta$ . Para lo anterior se implementa la distribución Gaussiana del potencial químico en la celda unitaria, los parámetros de la distribución son los mismos como los que se implementan en la Figura 3.2, y los parámetros ópticos y geométricos que se implementan se muestran en dicha figura. Se puede observar que la profundidad de los spikes (con respecto al vector de onda  $q$ ) depende fuertemente del ángulo de incidencia y la polarización de la radiación electromagnética, ver Figura 3.4 primera columna, se puede observar que conforme se aumenta el ángulo al que incide la luz y la profundidad del spike se aumenta para polarización  $TE$  mientras que para polarización  $TM$  sucede lo contrario el spike disminuye su profundidad conforme aumenta el ángulo de incidencia hasta casi perder



**Figura 3.4:** Relación de dispersión fotónica para perfil Gaussiano en la celda unitaria del potencial químico la primera columna (gráficos de la izquierda) se varía el ángulo de propagación de la luz:  $\theta = 0$  (línea azul),  $\theta = \pi/6$  (línea roja),  $\theta = \pi/4$  (línea verde) y  $\theta = \pi/3$  (línea naranja); la primera fila muestra la relación de dispersión para luz con polarización *TE* y la segunda fila para polarización *TM*. La segunda y tercera columna muestra parte de la relación de dispersión alrededor del primer pico, cuando se varía el medio dieléctrico y su espesor, respectivamente, en estos casos el ángulo de propagación se fijó en  $\theta = \pi/4$ . Los parámetros del perfil son los mismos que en la Fig. (3.2).

la profundidad para incidencia normal. De la misma manera, se puede ver de la Figura 3.4 en la segunda y tercera columna que la profundidad del spike también depende fuertemente del medio dieléctrico donde se embebe el grafeno en el cristal fotónico y el espesor de estos medio, se puede observar de dichas figuras, que conforme aumenta el valor de la constante dieléctrica  $\epsilon_i$  de los medios y su espesor, la profundidad de los spikes disminuye.

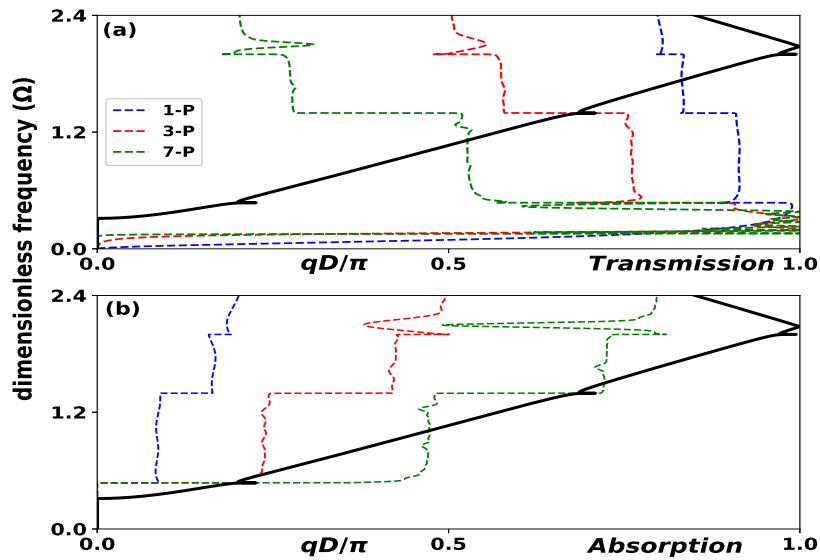
Los efectos de la temperatura sobre los spikes que se forman en la relación de dispersión en los cristales fotónicos de celda unitaria no periódica se muestra en la Figura 3.5. Para lo



**Figura 3.5:** Relación de dispersión fotónica para perfil Gaussiano en la celda unitaria del potencial químico así como con dependencia de la temperatura en la parte real de la conductividad del grafeno. Primera columna, parte real de la conductividad no dependen de la temperatura (línea azul), y la segunda columna con dependencia de temperatura (línea verde) con  $K_B T = 0.001 \mu_{g,max}$  en ambos casos los aportes intra dependen de la temperatura. La tercera columna muestra el zoom de la espiga encerrada en las elipses, además se incluye el pico correspondiente para el caso  $\mu_g \gg K_B T$  (línea negra). Los medios dieléctricos, espesor dieléctrico, así como los parámetros del perfil son los mismos que en la Fig.(3.2). El ángulo de propagación es  $\theta = \pi/3$  para (a), (b), (c) para polarización *TE*, y  $\theta = \pi/36$  para (d) (e) (f) para polarización *TM*.

anterior se muestran las relaciones de dispersión para el perfil Gaussiano en la celda unitaria. El medio dieléctrico y su espesor así como los parámetros del perfil son los mismos usados en la Figura 3.3. Para lo anterior, se implementan los casos donde la parte real de la conductividad óptica del grafeno no es dependiente de la temperatura, primera columna, y el caso cuando la parte real de esta cantidad es dependiente de la temperatura, segunda columna, y se comparan alrededor del spike como se muestra en dicha figura (parte circulada), para el caso de la conductividad del grafeno cuando  $\mu_g \gg K_B T$ . Como se puede ver, la profundidad del spike, es en gran medida dependiente de la temperatura, ya que podemos ver que tanto cuando la parte real de la conductividad del grafeno depende de la temperatura (Figura 3.5 segunda

columna), así como cuando la parte real de la conductividad del grafeno no depende de la temperatura (Figura 3.5 primera columna), el spike tiende a desaparecer. Lo anterior es debido a que para el caso con dependencia de la temperatura (dispersión) la discontinuidad en la parte imaginaria de la conductividad óptica del grafeno ya no presenta una discontinuidad sino una caída abrupta con un valor finito, de tal manera que conforme aumenta la temperatura se vuelve una caída suave lo que causa que los spikes en la relación de dispersión tienda a desaparecer. Sin embargo, se puede ver que para polarización  $TE$  y a ángulos considerables  $\pi/3$ , los spikes pueden ser observados aún con los efectos de temperatura, Figura 3.5 (a), (b). Esto último, marca una diferencia importante en los modos  $TM$  y  $TE$ .



**Figura 3.6:** (a) Relación de dispersión (línea negra continua) y espectro de Transmisión (líneas discontinuas), para 1, 3 y 7 períodos del cristal fotónico finito para el perfil Gaussiano en la celda unitaria de potencial químico. (b) Lo mismo que (a), pero ahora se muestra el espectro de Absorción. El índice de refracción del medio dieléctrico, el espesor y el ángulo de incidencia, así como los parámetros del perfil en  $\mu_{g,i}$  son los mismos que en la Fig.(3.2).

Finalmente se estudia los espectros de transmisión ( $T$ ) y absorción ( $A$ ) para un cristal fotónico finito construido de repetir cierto número de períodos de la celda unitaria de los sistemas propuestos, Figura 3.6. Para lo anterior, mostramos los espectros de transmisión y absorción para el perfil Gaussiano de potencial químico en la celda unitaria, los parámetros

ópticos y geométricos y de potencial químico son los mismos como los que se implementan en la Figura 3.3 (a). Así mismo, se ha agregado la relación de dispersión correspondiente para el cristal fotónico con la misma celda unitaria. De dicha figura se puede ver que el espectro de transmisión (a) y absorción (b), tienen una forma escalonada que no cambia la forma de línea al aumentar el número de períodos, se observa que la transmisión disminuye de la misma manera como la absorción aumenta, conforme se aumenta el número de períodos de la celda unitaria del cristal, así mismo, se puede ver que hay una correlación entre los spikes que se forman en la relación de dispersión y los espectros de transmisión y absorción, donde se puede ver que los escalones en dichos espectros coinciden con los spikes que se forman en la relación de dispersión para el cristal fotónico correspondiente, que a su vez tanto los spikes, como los escalones en los espectros  $T$  y  $A$  coinciden en el valor de frecuencia (energía) igual a dos veces el potencial químico  $2\mu_{g,i}$  de cada lámina de grafeno que forma la celda unitaria. Por lo tanto, las posiciones en frecuencia de los spikes en la relación de dispersión o de los escalones en los espectros de transmisión y absorción siguen la siguiente relación:

$$\hbar\omega(\text{spikes, steps}) = 2\mu_{g,i}, \quad (3.3)$$

donde  $\mu_{g,i}$ , es el potencial químico de las láminas de grafeno en la celda unitaria con el potencial químico distribuido que construye el cristal fotónico.

En esta primera parte, se han estudiado las propiedades de propagación de ondas electromagnéticas en los cristales fotónicos unidimensionales dieléctrico-grafeno de celda unitaria con el potencial químico distribuido con perfiles del tipo Loretziano, Gaussiano, Lineal y Pöschl-Teller. Se ha encontrado que en la relación de dispersión fotónica de este tipo de cristales se forman dobleces en la relación de dispersión a los que se le ha llamado spikes, lo anterior es debido a la discontinuidad de la parte imaginaria de la conductividad óptica del grafeno relacionada al potencial químico de cada lámina de grafeno en la celda unitaria. Así mismo, se encontró que para la estructura finita, los espectros macroscópicos de transmisión y absorción tienen una forma escalonada que no cambia su forma independiente del número de períodos, estos escalones y los spikes están correlacionados ya que se localizan en la misma posición en frecuencia  $2\mu_{g,i}$ . Además de lo anterior, se analizó la dependencia del cristal fotónico en función de la temperatura en la conductividad del grafeno, observando que para polarización  $TM$  los spikes tienden a desaparecer con el aumento de la temperatura, mientras que en polarización  $TE$  se mantienen en lo general.



## 3.2. Cavidades y defectos en cristales fotónicos 1D dieléctrico-grafeno

En el presente apartado se examinan las propiedades de la propagación de ondas electromagnéticas en cristales fotónicos unidimensionales dieléctrico-grafeno, cuando se rompe la periodicidad de estas estructuras, incorporando una cavidad/defecto en el centro del cristal. Consideramos un sistema periódico que consiste en una estructura multicapa de dieléctrico-grafeno como espejos y una cavidad dieléctrica colocada en el centro, además, esta puede incorporar un número variable de láminas internas de grafeno simétricamente separadas y con potencial químico diferente de las láminas externas, donde  $N_a$  es el número de capas externas de grafeno que constituyen los espejos izquierdo y derecho, las cuales están embebidas en el mismo medio dieléctrico con permitividad  $\epsilon_j$  y espesor  $d_w$ , estos se mantienen en un valor de potencial químico  $\mu_a$ . Además, se colocan  $N_b$  capas de grafeno simétricamente embebidas dentro de la cavidad con valor de potencial químico  $\mu_b$ , estas capas se incrustan en el mismo medio dieléctrico que las capas externas, la figura esquemática del sistema que se estudia se muestra en la Figura 3.7. Así mismo, se considera que las interfaces dieléctrico-grafeno son paralelas al plano  $x - y$ , y  $z$  es normal a la misma.

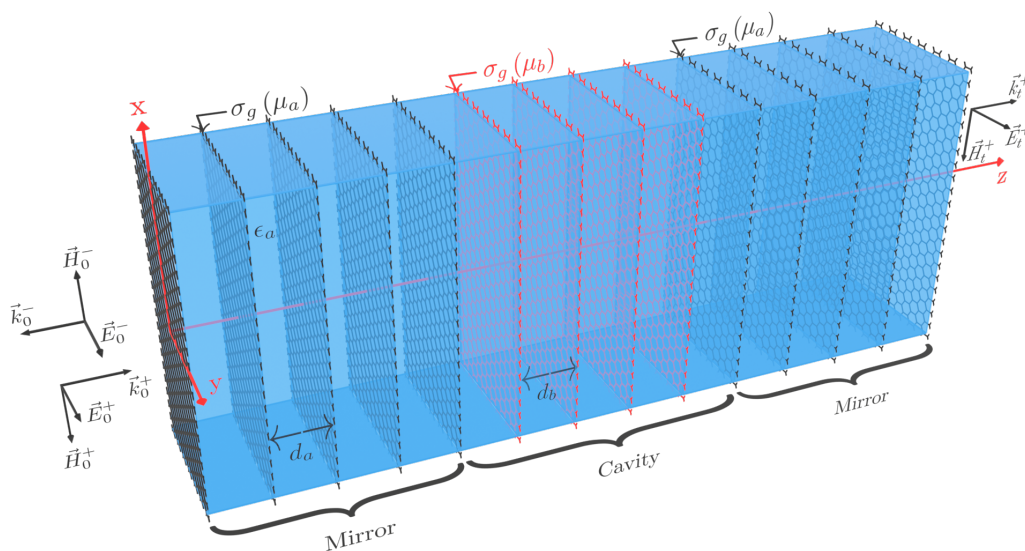
Se presentan los resultados numéricos obtenidos para el sistema óptico propuesto, en los que se muestra un estado permitido de cavidad en el gap fotónico de bajas frecuencias inducido por el grafeno. Este estado se puede observar y monitorear, ya que se obtiene un pico agudo en el espectro de transmisión. Adicionalmente, se investiga la forma en que se puede sintonizar dicho modo de cavidad cuando se incorporan láminas de grafeno simétricas  $N_b$  dentro de la cavidad y se varía el valor del potencial químico  $\mu_b$  de estas capas, así como, variando el número de capas de grafeno en los espejos  $N_a$  y el potencial químico de estas capas  $\mu_a$ . Además, se discute el módulo del campo eléctrico dentro de la cavidad relacionada con la posición en frecuencia del estado permitido, y finalmente, se calcula el factor de calidad  $Q$  para los espectros de transmisión, y se hace énfasis en los parámetros del sistema en los que dicho factor de calidad se mejora.

En la Figura 3.8, se muestran los espectros de transmisión, el módulo del campo eléctrico y la posición del modo cavidad, primera, segunda y tercera columna respectivamente. En la primera fila, Figuras a), b) y c), se varía el número de láminas de grafeno dentro de la cavidad  $N_b$ , en c) se muestra la posición del modo de cavidad para diferentes valores del

**ÍNDICE DE FIGURAS**

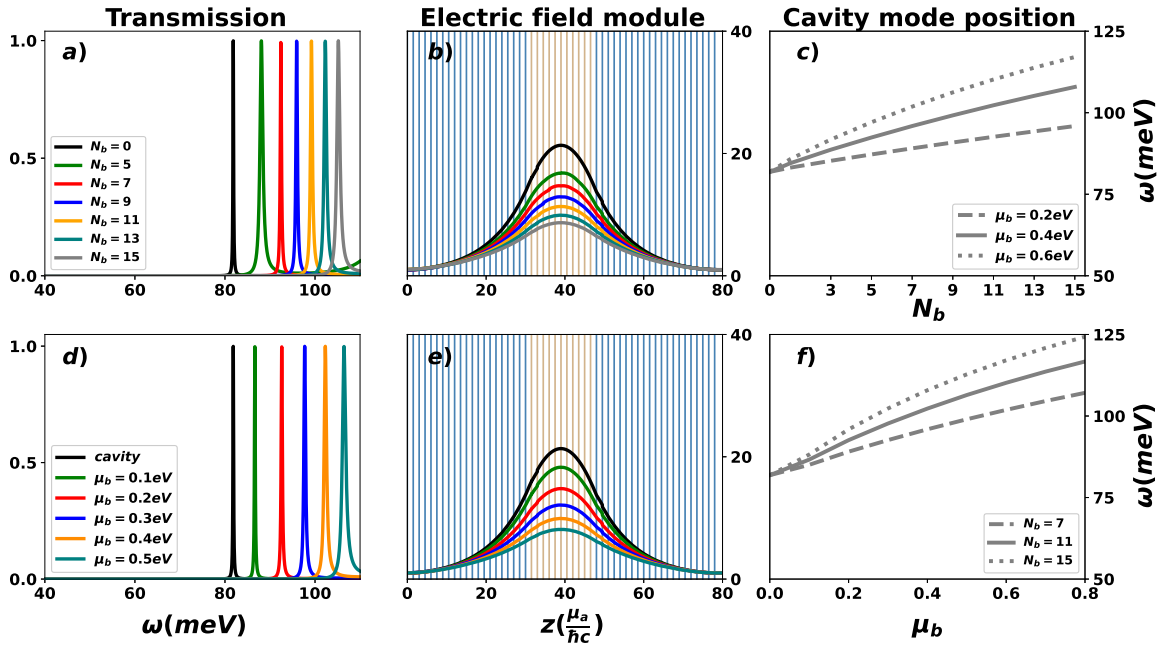
3.2. CAVIDADES Y DEFECTOS EN CRISTALES FOTÓNICOS 1D  
DIELÉCTRICO-GRAFENO

---



**Figura 3.7:** Figura esquemática de un cristal fotónico unidimensional dieléctrico-grafeno donde se incluye una cavidad en el centro de la estructura, dicha cavidad puede albergar  $N_b$  láminas de grafeno simétricamente separadas con potencial químico  $\mu_b$ , diferente de las  $N_a$  láminas espejo, las cuales se fijan a un potencial químico  $\mu_a$ .

potencial químico de las láminas de grafeno dentro de la cavidad  $\mu_b$ . Lo anterior se muestra cuando el número de capas de grafeno en los espejos es  $N_a = 21$ , las cuales están separadas  $d_a = 1.5(\hbar c/\mu_a)$ , con valor de potencial químico fijo de  $\mu_a = 1.0eV$ , las láminas dentro de la cavidad tienen un potencial químico de  $\mu_b = 0.2eV$ . Al agregar láminas de grafeno dentro de la cavidad, estas se separan simétricamente, de tal manera que el espesor total de todo el sistema se mantiene fijo. Para la segunda fila, Figuras d), e) y f) se varía el potencial químico de las láminas dentro de la cavidad  $\mu_b$ , en f) se muestra la posición en frecuencia del estado de cavidad para esta variación y diferente número de láminas de grafeno dentro de cavidad. Para lo anterior, el número de láminas de grafeno dentro de la cavidad se mantiene en  $N_b = 11$ , la distancia de separación entre láminas se fija en  $d_b = 1.5(\hbar c/\mu_a)$ , el número de láminas en los espejos es  $N_a = 21$ , separadas a una distancia adimensional de  $d_a = 1.5((\hbar c/\mu_a))$  las cuales se mantienen a un potencial químico de  $\mu_a = 1.0eV$ . Se menciona que para el cálculo se considera que el medio dieléctrico es el mismo en toda la estructura con un valor de permitividad dieléctrica de  $\epsilon = 1.4$  y una incidencia normal  $\theta = 0$  de las ondas electromagnéticas. Como se puede observar de dicha Figura 3.8, de manera



**Figura 3.8:** Espectros de transmisión en función de la frecuencia a) y d), amplitud del campo eléctrico relacionada a los máximos en función de la posición b) y e), y posición en frecuencia del estado de cavidad c) y f). El número de láminas de grafeno en los espejos es  $N_a = 21$  con valores de potencial químico de  $\mu_a = 1.0eV$  y separadas una distancia de  $d_a = 1.5(\hbar c/\mu_a)$ ; en la primera fila el potencial en las láminas dentro de la cavidad es  $\mu_b = 0.2$ , en la segunda fila el número de láminas dentro de la cavidad se mantienen en  $N_b = 11$ . Los parámetros ópticos y geométricos son,  $\theta = 0$ ,  $\epsilon = 1.45$  y  $d_a = 1.5$ .

natural surge un estado localizado de cavidad debido a la pérdida de periodicidad del cristal fotónico, además, este surge en la región de bajas frecuencias que corresponde al gap inducido por el grafeno. En este caso, como no hay contraste dieléctrico, las láminas de grafeno externas actúan como espejos que concentran el campo eléctrico dentro de la cavidad. Así mismo, se puede ver que al incorporar láminas de grafeno dentro de la cavidad con potencial químico diferente de las láminas espejo, Figura 3.8 a), el estado de cavidad se conserva y se observa un desplazamiento de dicho modo hacia el azul al aumentar el número de láminas de grafeno dentro de la cavidad  $N_b$ , así como el potencial químico de estas láminas  $\mu_b$ . Lo anterior es

## ÍNDICE DE FIGURAS

### 3.2. CAVIDADES Y DEFECTOS EN CRISTALES FOTÓNICOS 1D DIELÉCTRICO-GRAFENO

---

debido a que al variar dichos parámetros, en promedio se cambia la respuesta efectiva del sistema dentro de la cavidad y por ende, en promedio, las ondas electromagnéticas siguen interactuando como si estuviera una cavidad en esta región del cristal, ya que se conserva el modo. Lo anterior también se puede ver en términos del campo eléctrico, puesto que vemos que el correspondiente para cada caso donde se da el máximo (estado localizado de cavidad), se tiene que también el campo eléctrico es máximo y bien localizado y se encuentra dentro de la cavidad con una forma simétrica alrededor del centro del cristal (cavidad). Así mismo, se puede ver que el campo sigue siendo localizado bajando su amplitud conforme se mueve el estado localizado hacia el azul.

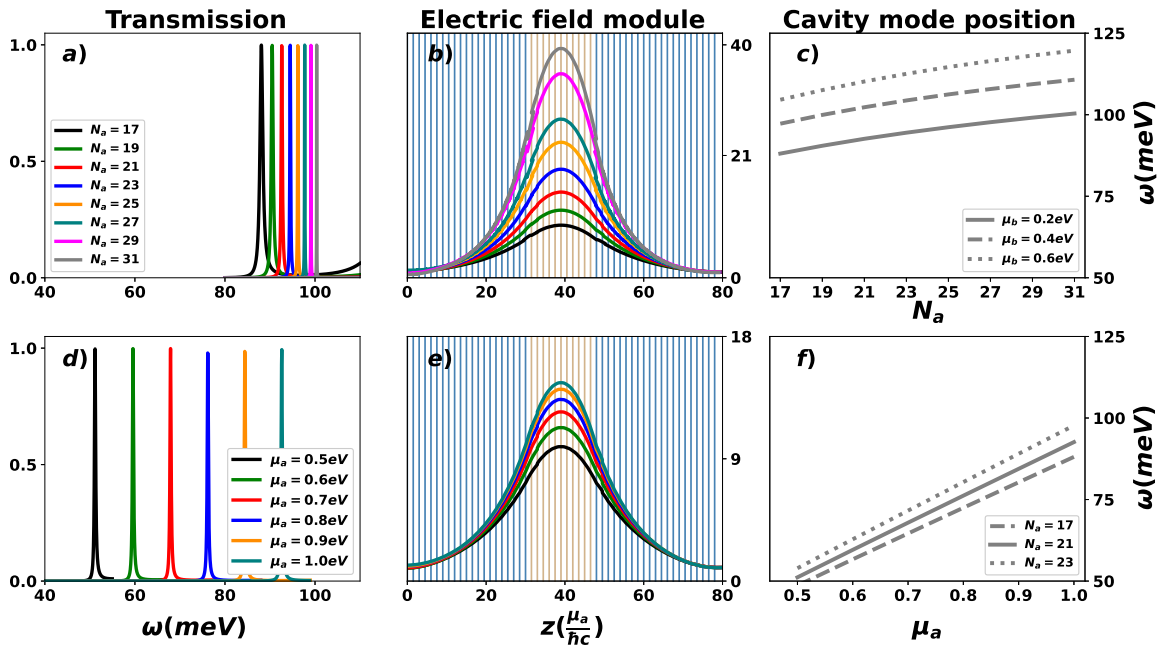
En la tercera columna Figura 3.8 c) y f), se muestra la posición en frecuencia del estado localizado de cavidad en función de estos dos parámetros internos  $N_b$  y  $\mu_b$ , los parámetros externos son los ya mencionados en cada caso, la diferencia es que cuando se agregan láminas dentro de la cavidad se añaden otros dos casos además del mostrado en a) y d) (línea continua), diferentes cuando las láminas tienen potencial químico de  $\mu_b = 0.2eV$  (línea a trazos)  $\mu_b = 0.6$  (línea punteada), y para el caso cuando se varía el potencial químico de las láminas dentro de la cavidad se agregan los casos  $N_b = 7$  (línea a trazos) y  $N_b = 13$  (línea punteada). De lo anterior, se puede observar el rango de frecuencias de modulación del estado de cavidad en función de estos dos parámetros y como puede ser visto, la variación del potencial químico de las láminas dentro de la cavidad  $\mu_b$  o de manera más correcta, el valor de la diferencia entre el potencial químico de las láminas de los espejos y las láminas de la cavidad es mayor con un mayor número de láminas dentro de la cavidad, permite un mayor rango de modulación en frecuencia del estado localizado.

En la Figura 3.9, se muestran los espectros de transmisión, el módulo del campo eléctrico y la posición del modo cavidad, primera, segunda y tercera columna respectivamente, lo anterior en función de los parámetros de las láminas de grafeno que forman los espejos. En la primera fila, Figuras a), b) y c), se varía el número de láminas de grafeno de los espejos  $N_a$ , además en c) se muestra la posición del localizado para diferentes valores del potencial químico de las láminas de grafeno dentro de la cavidad  $\mu_b = 0.2eV$  (línea sólida)  $\mu_b = 0.4eV$  (línea a trazos) y  $\mu_b = 0.6eV$  (línea punteada), para este caso se fijan el número de láminas dentro de la cavidad en  $N_b = 11$  con un potencial químico de  $\mu_b = 0.2eV$ . En las Figuras d), e) y f), se varía el potencial químico de las láminas que forman los espejos. En la Figura f) se muestra la posición del estado localizado con los mismos parámetros para diferente número de láminas en los espejos  $N_a = 17$  (línea a trazos),  $N_a = 21$  (línea sólida) y  $N_a = 23$  (línea

**ÍNDICE DE FIGURAS**

3.2. CAVIDADES Y DEFECTOS EN CRISTALES FOTÓNICOS 1D  
DIELÉCTRICO-GRAFENO

---



**Figura 3.9:** Espectros de transmisión en función de la frecuencia a) y d), amplitud del campo eléctrico relacionada a los máximos en función de la posición b) y d), y posición en frecuencia del estado de cavidad c) y f). Se varían los parámetros externos, número de láminas de grafeno en los espejos  $N_a$  y su potencial químico  $\mu_a$ . El número de láminas de grafeno en la cavidad es  $N_b = 11$  con valores de potencial químico de  $\mu_b = 0.2eV$ , separadas una distancia de  $d_a = 1.5(\hbar c/\mu_a)$ ; en la primera fila el potencial en las láminas de los espejos es  $\mu_b = 1.0eV$ , en la segunda fila el número de láminas en los espejos es  $N_a = 21$ .

punteada), variando el potencial químico de las láminas de grafeno en los espejos. Para lo anterior, el número de láminas dentro de la cavidad en  $N_b = 11$  con un potencial químico de  $\mu_b = 0.2eV$ , el número de láminas de grafeno en los espejos es  $N_a = 21$ . Como se puede observar en la figura ya mencionada (Figura 3.9), al ir aumentando el número de láminas de grafeno en los espejos, así como el valor del potencial químico de estas láminas, causa un corrimiento hacia el azul del estado localizado de cavidad, se observa un mayor despliegue en frecuencia del estado cuando se aumenta el potencial químico de los espejos, y de manera más precisa, cuando se aumenta la diferencia entre el potencial químico de las láminas dentro de

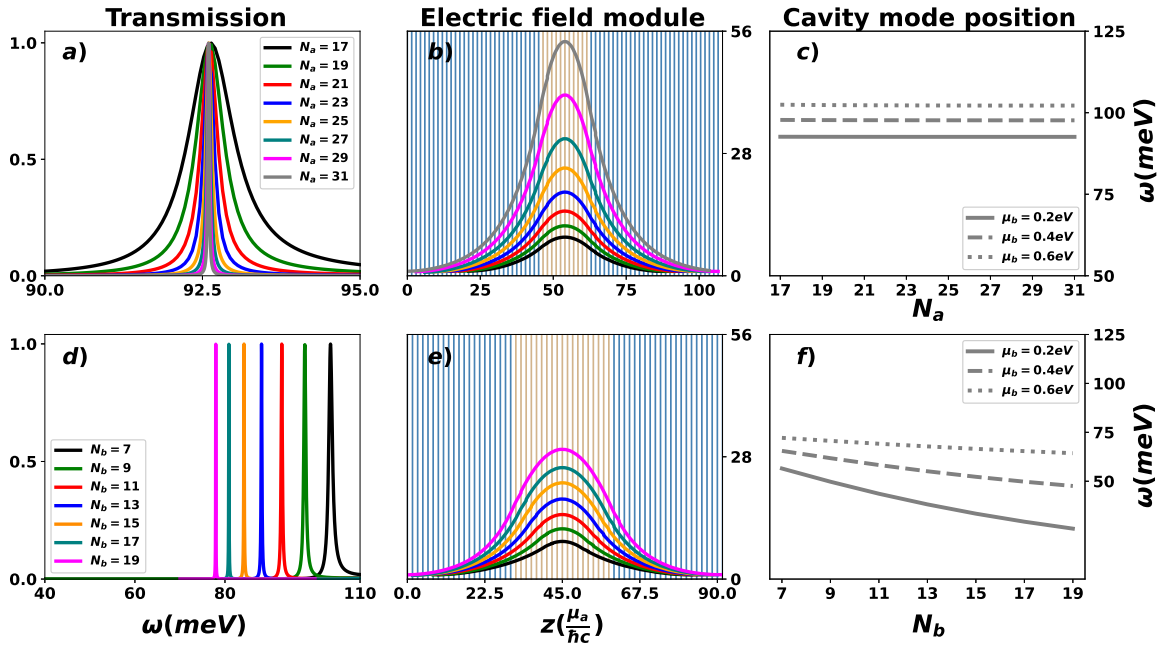
la cavidad y los espejos. Lo anterior, de igual manera, puede ser visto en la columna tres de la figura, donde se puede observar que cuando se aumenta el potencial químico de las láminas de grafeno dentro de la cavidad y se va aumentando el número de espejos, esto no causa un cambio significativo en la forma de línea al modular el estado localizado, sino que cambia la región de frecuencias donde se puede modular el estado de cavidad, de tal manera que cambia la posición de las regiones de modulación del estado localizado dependiendo del valor del potencial químico de las láminas de grafeno en la cavidad. Además, el rango de frecuencias cuando se varía el potencial químico de las láminas en los espejos tiene forma de línea recta creciente, donde el valor de la pendiente se mantiene, para valores de láminas en los espejos diferentes. Finalmente, se puede observar comparando las Figuras (3.8) y (3.9), que la formas de línea, al modular el estado localizado de cavidad, es diferente para los parámetros internos de la cavidad y los parámetros externos de los espejos. Con lo anterior se puede observar que se tiene un mayor margen de modulación cuando se deja fijo el número de láminas en los espejos y se tiene un mayor número de láminas dentro de la cavidad y una mayor diferencia entre el potencial químico de las láminas en los espejos y las láminas dentro de la cavidad.

En la Figura 3.10, se muestran los espectros de transmisión, el módulo del campo eléctrico y la posición del modo de cavidad, primera, segunda y tercera columna respectivamente, lo anterior en función de las láminas de grafeno que forman los espejos  $N_a$  Figuras a), b) y c), y las láminas de grafeno dentro de la cavidad  $N_b$  Figuras d), e) y f). Además, se muestra la posición del estado de cavidad para diferentes valores del potencial químico de las láminas de grafeno dentro de la cavidad  $\mu_b = 0.2eV$  (línea sólida)  $\mu_b = 0.4eV$  (línea a trazos) y  $\mu_b = 0.6eV$  (línea punteada). Para lo anterior, se fija el número de láminas dentro de la cavidad en  $N_b = 11$  con un potencial químico de  $\mu_b = 0.2eV$  a una distancia de separación de  $d_b = 1.5(\hbar c/\mu_a)$ , en la primera fila, en la segunda fila se tiene que las láminas en los espejos es  $N_a = 21$  a un potencial químico de  $\mu_a = 1.0eV$ , las láminas dentro de la cavidad tienen un potencial de  $\mu_b = 0.2eV$ , y son mantenidas a una distancia de separación de  $d_b = 1.5(\hbar c/\mu_a)$ . Cabe mencionar que para este caso el aumentar el número de láminas de grafeno dentro de la cavidad y en los espejos, aumentará de manera proporcional el espesor total del sistema en función del número de láminas que se agreguen. Como se puede observar de la Figura 3.10 (primera fila), cuando se aumenta el número de láminas en los espejos y se aumenta de manera proporcional el espesor total del sistema, se que el máximo de transmisión donde se localiza el modo de cavidad no se mueva en frecuencias, este modo conserva su posición en el espectro, además, se observa que el espectro de transmisión del máximo se hace más agudo conforme

**ÍNDICE DE FIGURAS**

3.2. CAVIDADES Y DEFECTOS EN CRISTALES FOTÓNICOS 1D  
DIELÉCTRICO-GRAFENO

---



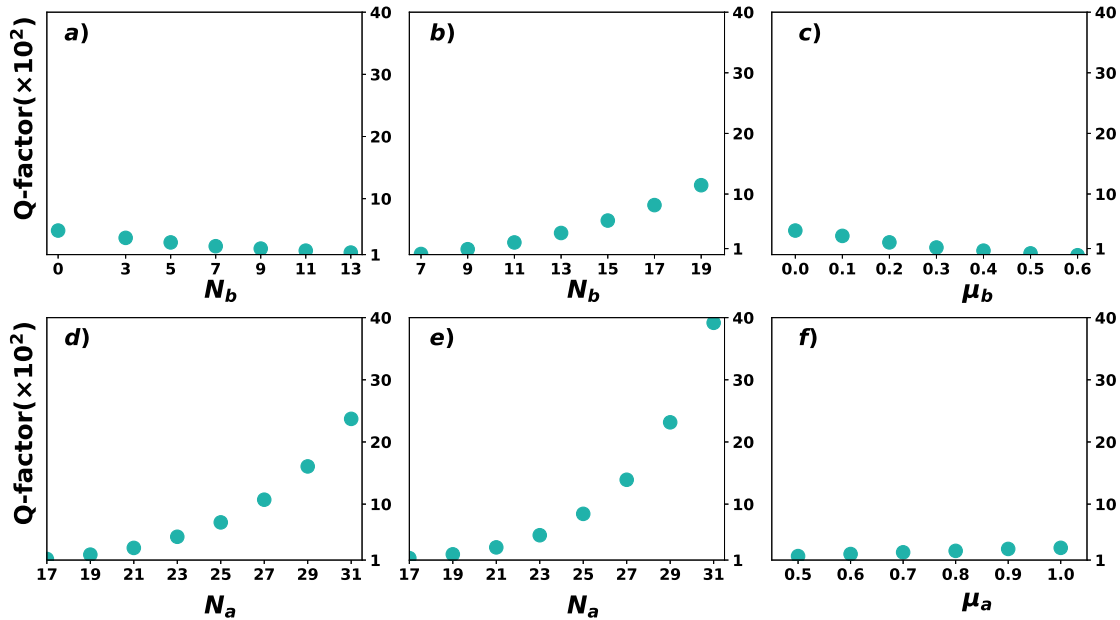
**Figura 3.10:** Espectros de transmisión en función de la frecuencia, modulo del campo eléctrico relacionado al máximo en función de la posición, y posición en frecuencia del estado de cavidad primera, segunda y tercera columna respectivamente. En la primera fila se varía el número de láminas de grafeno en los espejos  $N_a$ , en la segunda fila se varía el número de láminas de grafeno dentro de la cavidad  $N_b$ . En la primera fila el número de láminas de grafeno dentro de la cavidad es  $N_b=11$  con un potencial químico de  $\mu_b = 0.2eV$ . En la segunda fila el número de láminas en los espejos es  $N_a = 21$  con un valores de potencial químico  $\mu_a = 1.0eV$ , las láminas dentro se mantienen a  $\mu_b = 0.2eV$ . Las láminas de grafeno se mantienen a una distancia de  $d_w = 1.5(\hbar c/\mu_a)$ .

se aumenta dicho número de láminas en los espejos. Así mismo, podemos ver que entre más agudo es el espectro de transmisión del modo, el campo eléctrico aumenta considerablemente su valor dentro de la cavidad, lo anterior es debido a que las láminas de grafeno actúan como espejos que concentran el campo eléctrico dentro de la cavidad y cuanto mayor es el número de espejos el índice de refracción efectivo será mayor, por ende, el campo estará más concentrado y será más localizado. De la misma manera, en la segunda fila de la figura, se puede observar que al aumentar el número de láminas de grafeno dentro de la cavidad y a la vez aumentado

el espesor de la cavidad (y espesor total del sistema), el estado localizado de cavidad se mueve hacia el rojo, lo cual es diferente a todos los casos anteriores donde se movía hacia el azul. Lo anterior es causado, como es bien conocido, al aumento del espesor total de la cavidad, además, se observa que cuanto más se mueve al rojo el pico se hace más agudo; por otro lado, con lo que respecta al campo eléctrico, se observa que, de igual manera, va aumentando su valor dentro de la cavidad pero en menos proporción que en el caso anterior (aumentar el número de espejos). Finalmente, en la tercera columna se muestra la posición del estado localizado en función de estas dos variaciones (número de láminas de grafeno en los espejos y dentro de la cavidad aumentando el espesor total del sistema), lo anterior al dejar fijo el potencial químico de las láminas dentro de los espejos Figura 3.10 c), para diferentes valores del potencial químico de las láminas dentro de la cavidad y variando el número de láminas en los espejos, y en la Figura 3.9 f) variando el número de láminas dentro de la cavidad para diferentes valores del potencial químico de estas mismas láminas. Como se puede observar de estas figuras, en el primer caso no hay cambio de posición del estado cuando se varía el número de espejos, el estado localizado estará en cierta posición de frecuencia dependiendo del potencial químico de las láminas dentro de la cavidad. Por otra parte, cuando se varía el número de láminas dentro de la cavidad vemos un corrimiento hacia el rojo del estado de cavidad dependiendo de este número de láminas, así mismo, vemos que este rango de frecuencias de corrimiento hacia el rojo será mayor conforme sea mayor la diferencia entre el potencial químico entre las láminas de los espejos y las láminas de la cavidad, así como mayor sea el número de láminas dentro de la cavidad.

Por último, se analiza el factor de calidad  $Q$  para las variaciones de los parámetros implementados, internos de la cavidad ( $N_b, \mu_b$ ) y externos de las láminas de grafeno en los espejos ( $N_a, \mu_a$ ). Esta es una cantidad adimensional que mide la calidad del estado de cavidad para sus posibles aplicaciones en dispositivos optoelectrónicos que se basen en el fenómeno de estados localizados.  $Q$  se define como la frecuencia  $\omega_c$  donde se da el máximo en la transmisión dividido entre el espesor medio del máximo de dicho espectro  $\Delta\omega$ . Los parámetros implementados para la simulación, son los mismos con los que se calcula el espectro de transmisión en las Figuras 3.8, 3.9 y 3.10, paneles a) y d) respectivamente. Como se puede ver de la Figura 3.11, cuando se aumenta el número de láminas de grafeno dentro de la cavidad sin aumentar el espesor total a) y al aumentar el potencial químico dentro de la cavidad c), lo anterior disminuye el factor de calidad, mientras tanto, cuando se aumenta el potencial químico en las láminas de los espejos f), no hace cambios significativos en dicho factor  $Q$  en lo





**Figura 3.11:** Factor de calidad  $Q$  calculado para los diferentes variaciones de los parámetros internos de la cavidad  $N_b$ ,  $\mu_b$  y externos de las láminas de grafeno en los espejos  $N_a$ ,  $\mu_a$ . Dicho factor se calcula en función de los espectros de transmisión y los parámetros correspondientes en las Figuras (3.8), (3.9) y (3.10).

que permanece aproximadamente constante. Mientras tanto, cuando aumentas el número de láminas de grafeno en la cavidad aumentando proporcionalmente su espesor b), así como al aumentar el número de espejos para cuando se mantiene el espesor total del sistema constante d), y aumentando el espesor total en función del número de láminas de grafeno en los espejos e), se aprecia un aumento del valor del factor de calidad, donde se puede ver que el aumento en el factor  $Q$  de manera más considerable, es cuando se aumenta el número de láminas de grafeno en los espejos y aumentando de manera proporcional el espesor total del sistema.

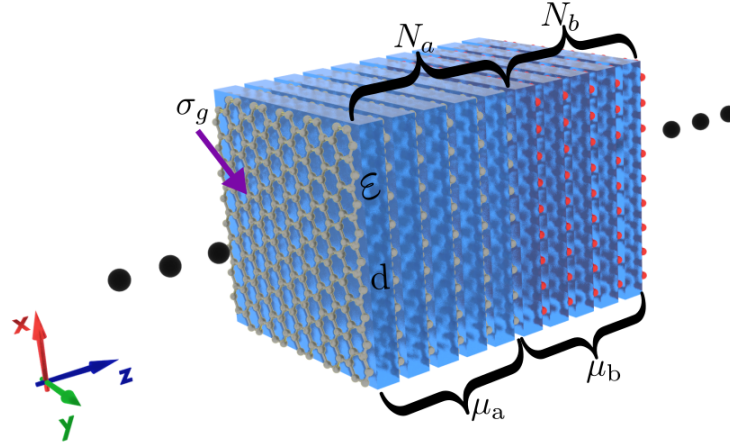
A manera de resumen de los resultados descritos en esta parte del trabajo, se pueden hacer los siguientes comentarios, se tiene una correlación entre la región de modulación del modo de cavidad, el campo eléctrico dentro de la cavidad asociada a la frecuencia del máximo en la transmisión y el factor de calidad  $Q$  calculado para estos máximos en el espectro de transmisión. Cuando el modo de cavidad se mueve hacia el azul, aumentando el número

de láminas de grafeno dentro de la cavidad  $N_b$  (manteniendo el espesor total constante) y cuando se aumenta el potencial químico de dichas láminas  $\mu_b$ , el pico en el espectro de transmisión se hace menos agudo conforme se mueve hacia el azul; por otro lado, en el campo eléctrico asociado dentro de la cavidad se ve una disminución de la amplitud conforme a dicha variación, y de la misma manera se ve una disminución en el factor de calidad  $Q$ . Cuando se aumenta el número de láminas de grafeno en los espejos  $N_a$  (manteniendo el espesor total constante), y manteniendo el potencial químico de dichas láminas  $\mu_a$ , vemos de igual manera un corrimiento del estado de cavidad hacia el azul, aunque se observa que para este caso, el pico en el espectro de transmisión se hace más agudo (su espesor medio  $\Delta\omega$  disminuye), así mismo se ve un mayor confinamiento del campo eléctrico asociado dentro de la cavidad y a su vez un aumento en el factor de calidad  $Q$ . Cuando se aumenta el número de láminas de grafeno en los espejos y se aumenta el espesor total del sistema en función del número de láminas, se puede ver que no hay un corrimiento del pico en el máximo de la transmisión, sino que se mantiene el máximo en cierta frecuencia, al aumentar este parámetro ( $N_a$ ) el pico se hace más agudo y con ello el campo eléctrico se hace más confinado aumentando su amplitud de una manera considerable dentro de la cavidad y con ello de una manera más fuerte que los otros parámetros el factor de calidad  $Q$ . Mencionaremos que las propiedades de modulación que muestra el estado localizado de cavidad estudiado en esta parte del trabajo, podría tener potenciales aplicaciones en dispositivos optoelectrónicos que puedan ser manipulados a través de parámetros externos, por ejemplos filtros de banda angosta ajustables y dispositivos de censado.

### 3.3. Cristales Fotónicos dieléctrico-grafeno de Celda unitaria Bi-periódica

En esta parte del trabajo se hace el estudio de un cristal fotónico unidimensional dieléctrico-grafeno de celda unitaria bi-periódica. La celda unitaria que construye estos cristales se compone por  $N_a$  láminas de grafeno adyacentes a un material dieléctrico con potencial químico  $\mu_a$ , estas se pega a otro estructura multicapas similar con  $N_b$  láminas de grafeno adyacentes al mismo material dieléctrico, pero estas láminas se mantienen a un potencial químico diferente  $\mu_b$ ; además, se cumple con la condición de que  $\mu_a \neq \mu_b$ , esquemáticamente se muestra el sistema propuesto en la Figura 3.12. En ese sentido, al cristal fotónico propuesto se le da la

bi-periodicidad en términos de las variaciones en el potencial químico de las láminas de grafeno que forman la celda unitaria.



**Figura 3.12:** Celda unitaria del cristal fotónico dieléctrico-grafeno bi-periódico; esta se compone de una estructura multicapas de  $N_a$  láminas de grafeno intercaladas con un material dieléctrico de permitividad  $\epsilon$  y espesor  $d$ . Las láminas se mantienen a un potencial químico  $\mu_a$ . Dicha estructura se une a otra estructura similar de  $N_b$  láminas de grafeno pero mantenidas a un potencial químico  $\mu_b$ , con  $\mu_a \neq \mu_b$ . La bi-periodicidad se da en términos de la variación en el potencial químico de las láminas de grafeno en la celda unitaria.

Como es ampliamente conocido, la información de la propagación de ondas electromagnéticas a través de estas estructuras periódicas unidimensionales está contenida en la matriz de transferencia de la celda unitaria que construye el cristal. Para este fin, se calcula la matriz de transferencia para el sistema más simple bi-periódico en el potencial químico de las láminas de grafeno en la celda unitaria; la cual, consta de una lámina de grafeno a un potencial químico  $\mu_a$  adyacente a un dieléctrico de constante dieléctrica  $\epsilon$  y espesor  $d_w$ , después se pone otra lámina de grafeno adyacente a este, pero ahora a un potencial químico  $\mu_b$ , por último se agrega otro medio dieléctrico de las mismas características que el anterior. Considerando lo mencionado anteriormente, se puede construir la matriz de transferencia de la celda unitaria  $M_{uc}$  del cristal bi-periódico, que tendrá la siguiente forma,

$$M_{uc} = G_a D_1 P_1 D_1^{-1} G_b D_1 P_1 D_1^{-1} \quad (3.4)$$

donde  $G_a(\omega, \mu_a)$  y  $G_b(\omega, \mu_b)$  son las matrices de conductividad del grafeno y contienen la

información de la interacción de las ondas electromagnéticas en función del potencial químico de estas láminas en la celda unitaria. Las matrices  $D_1$  y  $P_1$  son las matrices dinámicas y de propagación respectivamente, estas son descritas en el capítulo anterior (Modelo Teórico).

### 3.3.1. Bandas fotónicas y Relación de dispersión

Con la finalidad de hacer los cálculos correspondientes para la deducción de las bandas de propagación fotónicas y la relación de dispersión para este tipo de cristales, se hace una introducción para ondas electromagnéticas propagándose con polarización transversal eléctrica  $TE$ . Para este caso, las matrices  $G$ ,  $D$  y  $P$  son dadas en el capítulo (2) y para dicha polarización tienen la siguiente forma,

$$G_{TE} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\omega}{\epsilon_0}\sigma_j & 1 \end{pmatrix}, D_{TE} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{k_{iz}}{\mu_i} & \frac{k_{iz}}{\mu_i} \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} e^{ik_{1z}d_w} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{1z}d_w} \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

al sustituir las relaciones anteriores, ec (3.5) en la expresión para la celda unitaria, ec (3.4), y al hacer algunas operaciones se puede reducir a lo siguiente,

$$M_{uc} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\omega}{\epsilon_0}\sigma_a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(k_{za}d_w) & \frac{i\mu_a}{k_{za}} \sin(k_{za}d_w) \\ \frac{ik_{za}}{\mu_a} \sin(k_{za}d_w) & \cos(k_{za}d_w) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\omega}{\epsilon_0}\sigma_b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(k_{za}d_w) & \frac{i\mu_a}{k_{za}} \sin(k_{za}d_w) \\ \frac{ik_{za}}{\mu_a} \sin(k_{za}d_w) & \cos(k_{za}d_w) \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

donde  $\sigma_a = \sigma_g(\omega, \mu_a)$  y  $\sigma_b = \sigma_g(\omega, \mu_b)$ , es la conductividad óptica del grafeno que depende del potencial químico en cada lámina de la celda unitaria del cristal bi-periódico.

Al seguir haciendo las multiplicaciones correspondientes de las matrices en (3.6), se puede llegar a lo siguiente,

$$M_{uc} = \begin{pmatrix} \cos(k_{za}d_w) & \frac{i\mu_a\omega}{k_{za}} \operatorname{sen}(k_{za}d_w) \\ -\frac{\omega\sigma_a}{\epsilon_0} \cos(k_{za}d_w) + \frac{ik_{za}}{\mu_a} \operatorname{sen}(k_{za}d_w) & -\frac{i\sigma_a\omega\mu_a}{k_{za}\epsilon_0} \operatorname{sen}(k_{za}d_w) + \cos(k_{za}d_w) \end{pmatrix} \times \quad (3.7)$$

$$\begin{pmatrix} \cos(k_{za}d_w) & \frac{i\mu_a\omega}{k_{za}} \operatorname{sen}(k_{za}d_w) \\ -\frac{\omega\sigma_b}{\epsilon_0} \cos(k_{za}d_w) + \frac{ik_{za}}{\mu_a} \operatorname{sen}(k_{za}d_w) & -\frac{i\sigma_b\omega\mu_a}{k_{za}\epsilon_0} \operatorname{sen}(k_{za}d_w) + \cos(k_{za}d_w) \end{pmatrix}$$

De acuerdo a la ecuación dada por,

$$\cos(qd) = \frac{1}{2} \operatorname{Tr}(M_{uc}), \quad (3.8)$$

donde  $\operatorname{Tr}(M_{uc}) = M_{uc}^{(1,1)} + M_{uc}^{(2,2)}$ , es la traza de la matriz de transferencia de la celda unitaria,  $q$  es el vector de onda de Bloch y  $d$  es el espesor de la celda unitaria, se puede encontrar la información más importante de la propagación de la ondas electromagnéticas a través del cristal de acuerdo a la expresión ec. (3.8). Al realizar algunos cálculos y tomando en cuenta que solo necesitamos los elementos de la traza de la matriz de la celda unitaria podemos encontrar de ec. (3.7) que,

$$\begin{aligned} \operatorname{Tr}(M_{uc})^{TE} &= 2 \cos^2(k_{za}d_w) - 2 \operatorname{sen}^2(k_{za}d_w) - \\ &\left( \frac{2i\mu_a\omega}{k_{za}\epsilon_0} \right) (\sigma_a + \sigma_b) \operatorname{sen}(k_{za}d_w) \cos(k_{za}d_w) \\ &- \frac{\sigma_a\sigma_b\mu_a\omega}{\epsilon_0^2 k_{za}^2} \operatorname{sen}^2(k_{za}d_w), \quad (3.9) \end{aligned}$$

De acuerdo a la ecuación anterior, ec. (3.9), podemos encontrar las bandas fotónicas del cristal, estas nos darán las regiones de frecuencia donde las ondas electromagnéticas se propagará a través del cristal en función del vector paralelo a la interface dieléctrico-grafeno  $(k_x, v_s, \omega)$ . Sabiendo que las frecuencias de las ondas electromagnéticas que se pueden propagar corresponden a los valores de la traza de la matriz de la celda unitaria que satisfagan la condición,

$$|\operatorname{Tr}(M_{uc})| \leq 2, \quad (3.10)$$

así mismo, sustituyendo la ec. (3.9) en (3.8), encontramos la relación de dispersión del cristal unidimensional dieléctrico-grafeno bi-periódico para polarización  $TE$ , que será,

$$\begin{aligned} \cos(qd) = & \cos^2(k_{za}d_w) - \sin^2(k_{za}d_w) - \\ & \left( \frac{i\mu_a\omega}{k_{za}\epsilon_0} \right) (\sigma_a + \sigma_b) \sin(k_{za}d_w) \cos(k_{za}d_w) \\ & - \frac{\sigma_a\sigma_b\mu_a^2\omega^2}{2\epsilon_0^2k_{za}^2} \sin^2(k_{za}d_w). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Con un procedimiento análogo, partiendo de (3.4), y sustituyendo las matrices adecuadas para polarización transversal magnética ( $TM$ ) que son dadas por,

$$G_{TM} = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\omega}{\epsilon_0}\sigma_j \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, D_{TM} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\frac{k_{iz}}{\epsilon_i} & \frac{k_{iz}}{\epsilon_i} \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} e^{ik_{1z}d_w} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{1z}d_w} \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

al hacer la multiplicación correspondiente de las matrices, podemos encontrar la traza de la matriz de transferencia de la celda unitaria para polarización  $TM$ , que será de la forma,

$$\begin{aligned} Tr(M_{uc})^{TM} = & 2 \cos^2(k_{za}d_w) - 2 \sin^2(k_{za}d_w) - \\ & \left( \frac{2ik_{za}}{\epsilon_a\epsilon_0\omega} \right) (\sigma_a + \sigma_b) \sin(k_{za}d_w) \cos(k_{za}d_w) \\ & - \frac{\sigma_a\sigma_bk_{za}^2}{\epsilon_a^2\epsilon_0^2\omega^2} \sin^2(k_{za}d_w), \end{aligned} \quad (3.13)$$

que al igual que para polarización  $TE$ , se puede implementar la ecuación (3.10), para encontrar las bandas fotónicas para polarización  $TM$ . Además, al sustituir en (3.8), se encuentra la relación de dispersión para dicha polarización, que al hacer las sustituciones se encuentra la siguiente expresión,

$$\begin{aligned} \cos(qd) = & \cos^2(k_{za}d_w) - \sin^2(k_{za}d_w) - \\ & \left( \frac{ik_{za}}{\epsilon_a\epsilon_0\omega} \right) (\sigma_a + \sigma_b) \sin(k_{za}d_w) \cos(k_{za}d_w) \\ & - \frac{\sigma_a\sigma_bk_{za}^2}{2\epsilon_a^2\epsilon_0^2\omega^2} \sin^2(k_{za}d_w). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Las expresiones deducidas ec. (3.11) y ec. (3.14), pueden ser unidas y simplificadas en una ecuación más general para las dos polarizaciones ( $TE$  y  $TM$ ), tomando en cuenta que nos referimos a polarización  $s$  cuando hablamos de polarización transversal eléctrica  $TE$ , y  $p$  cuando nos referimos a polarización transversal magnética  $TM$ , de acuerdo a los cálculos hechos previamente, se tendrá la siguiente expresión para ambas polarizaciones,

$$\begin{aligned} \cos(qd) = & \cos^2(k_{za}d_w) - \text{sen}^2(k_{za}d_w) - \\ & i(\zeta_a^{s,p} + \zeta_b^{s,p}) \text{sen}(k_{za}d_w) \cos(k_{za}d_w) \\ & - \frac{1}{2}\zeta_a^{s,p}\zeta_b^{s,p} \text{sen}^2(k_{za}d_w). \end{aligned} \quad (3.15)$$

donde  $\zeta_a^{s,p}$  y  $\zeta_b^{s,p}$ , son dadas por las siguientes relaciones,

$$\zeta_a^s = \frac{\sigma_a \omega \mu_a}{k_{za} \epsilon_0}, \quad \zeta_b^s = \frac{\sigma_b \omega \mu_a}{k_{za} \epsilon_0} \quad (3.16)$$

para polarización  $s$  o polarización transversal eléctrica (TE) y,

$$\zeta_a^p = \frac{\sigma_a k_{za}}{\epsilon_a \epsilon_0 \omega}, \quad \zeta_b^p = \frac{\sigma_b k_{za}}{\epsilon_a \epsilon_0 \omega} \quad (3.17)$$

para polarización  $p$  o polarización transversal magnética (TM).

### 3.3.2. Espectros de Transmisión y Reflexión

Unas de las propiedades más importantes para estos sistemas fotónicos son los espectros macroscópicos que se pueden medir experimentalmente, son los espectros de transmisión y reflexión, y de haber pérdidas, el de absorción. En los cálculos realizados previamente para las bandas fotónicas y la relación de dispersión, el cristal fotónico es considerado infinito, sin embargo, en la práctica dichas estructuras son finitas, pero se pueden considerar ya infinitas después de repetir cierto número de periodos de la celda unitaria. Para ver de alguna manera cuando la estructura finita se va a comportar como ya infinita, es necesario calcular el espectro de transmisión o reflexión y las regiones de no propagación o *gap's fotónicos* que se obtienen de la relación de dispersión, las cuales deben de coincidir con valles de transmisión cero en el espectro (o valles de máxima reflexión). En lo siguiente se hace la deducción de estos espectros para un sistema de  $N$  periodos de la celda unitaria del cristal fotónico bi-periódico a través

del método de Matriz de Transferencia.

En principio, considerando que los medios dieléctricos donde se incorporan las láminas de grafeno son los mismos en toda la estructura, incluyendo el medio incidente y el transmitido, enfatizando que el interés principal es analizar que causa las variaciones de potencial químico en las láminas de grafeno de la celda unitaria, teniendo en cuenta lo anterior, se puede formar la matriz de transferencia de un periodo de la celda unitaria de acuerdo a lo siguiente expresión,

$$M_{1p} = D_1^{-1}G_a D_1 P_1 D_1^{-1} D_1 G_b P_1. \quad (3.18)$$

donde las matrices  $D$ ,  $P$  y  $G$ , son dada por las ecs. (3.5) para polarización  $TE$  y ecs. (3.12) para polarización  $TM$ . Al sustituir las matrices adecuadas en la ecuación anterior (3.18) para polarización  $TE$ , se tendrá que,

$$M_{1p}^s = \begin{pmatrix} 1 + \eta_a^s + \xi_a^s & 1 - \eta_a^s + \xi_a^s \\ 1 - \eta_a^s - \xi_a^s & 1 + \eta_a^s - \xi_a^s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{ik_{1z}d_w} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{1z}d_w} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 + \eta_b^s + \xi_b^s & 1 - \eta_b^s + \xi_b^s \\ 1 - \eta_b^s - \xi_b^s & 1 + \eta_b^s - \xi_b^s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{ik_{2z}d_w} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{2z}d_w} \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

donde los términos  $\eta_{a,b}$  y  $\xi_{a,b}$ , tienen la siguiente forma,

$$\eta_{a,b}^s = \frac{k_{z,b}}{k_{z,a}} \quad \xi_{a,b}^s = \frac{i\sigma_{a,b}\omega}{\epsilon_0 k_{z,a,b}}, \quad (3.20)$$

como ya ha sido mencionado se tienen los mismos medios dieléctricos en toda la estructura, por lo tanto  $\eta_{a,b} = 1$ .

Para encontrar los espectros  $T$  y  $R$ , se deben de calcular los elementos  $M_{1p(1,2)}^s$  y  $M_{1p(2,1)}^s$  de la matriz de transferencia en la expresión ec. (3.19). Al hacer las multiplicaciones indicadas para calcular la matriz de transferencia de un periodo de la celda unitaria, dichos términos serán,

$$M_{1p(1,2)}^s = \frac{1}{4} \left( \left( 2 + \frac{\sigma_a \omega}{k_z \epsilon_0} \right) \left( \frac{\sigma_b \omega}{k_z \epsilon_0} \right) e^{-ik_z d_w} + \left( \frac{\sigma_a \omega}{k_z \epsilon_0} \right) \left( 2 - \frac{\sigma_b \omega}{k_z \epsilon_0} \right) e^{ik_z d_w} \right) e^{ik_z d_w}, \quad (3.21)$$

al hacer algunas operaciones algebraicas lo anterior se puede reducir a la siguiente,



$$M_{1p(1,2)}^s = a_s(\sigma_a e^{2ik_z d_w} + \sigma_b) + a_s^2(\sigma_a \sigma_b - \sigma_a \sigma_b e^{2ik_z d_w}), \quad (3.22)$$

donde el término  $a_s$  es igual a lo siguiente,

$$a_s = \frac{\omega}{2k_z \epsilon_0}. \quad (3.23)$$

De la misma manera, de la matriz (3.19), se puede calcular el elemento  $M_{1p(2,1)}^s$ , que tendrá la siguiente forma,

$$M_{1p(2,1)}^s = \frac{1}{4} \left( \left( -\frac{\sigma_a \omega}{k_z \epsilon_0} \right) \left( 2 + \frac{\sigma_b \omega}{k_k \epsilon_0} \right) e^{-ik_z d_w} + \left( 2 - \frac{\sigma_a \omega}{k_z \epsilon_0} \right) \left( -\frac{\sigma_b \omega}{k_z \epsilon_0} \right) e^{ik_z d_w} \right) e^{-ik_z d_w}, \quad (3.24)$$

haciendo las operaciones algebraicas adecuadas se simplifica de la siguiente manera,

$$M_{1p(2,1)}^s = -a_s(\sigma_a e^{-2ik_z d_w} + \sigma_b) + a_s^2(\sigma_a \sigma_b e^{-2ik_z d_w} - \sigma_a \sigma_b), \quad (3.25)$$

el término  $a_s$  es el mismo que se dedujo en (3.23).

A partir de los términos de un periodo de la matriz de transferencia  $M_{1p(1,2)}^s$  y  $M_{1p(2,1)}^s$ , y considerando que el medio incidente y de trasmisión son el mismo con el que se construye el cristal fotónico bi-periódico, se puede encontrar una expresión analítica para calcular los espectros  $T$  y  $R$  para el cristal finito cuando se repite cierto número de periodos  $N$  de la celda unitaria. Lo anterior en función de los términos encontrados ecs. (3.22), (3.25) y el vector de Bloch, que se encuentran de la relación de dispersión (3.15) y acorde con las siguientes ecuaciones,

$$T = \frac{1}{1 + \left| M_{(1,2)}^s \right|^2 \frac{\text{sen}^2(Nql)}{\text{sen}^2(ql)}}, \quad R = \frac{\left| M_{(2,1)}^s \right|^2}{\left| M_{(2,1)}^s \right|^2 + \frac{\text{sen}^2(ql)}{\text{sen}^2(Nql)}}. \quad (3.26)$$

Al sustituir (3.22) y (3.25), en las expresiones anteriores tendremos que para polarización  $TE$ , el espectro de transmisión  $T$  será,

$$T_s = \frac{1}{1 + \left| a_s(\sigma_a e^{2ik_z d_w} + \sigma_b) + a_s^2(\sigma_a \sigma_b - \sigma_a \sigma_b e^{2ik_z d_w}) \right|^2 \frac{\text{sen}^2(Nql)}{\text{sen}^2(ql)}}, \quad (3.27)$$

de igual manera el espectro de reflexión será de la siguiente forma,

$$R_s = \frac{\left| -a_s(\sigma_a e^{-2ik_z d_w} + \sigma_b) - a_s^2(\sigma_a \sigma_b e^{-2ik_z d_w} - \sigma_a \sigma_b) \right|^2}{\left| -a_s(\sigma_a e^{-2ik_z d_w} + \sigma_b) - a_s^2(\sigma_a \sigma_b e^{-2ik_z d_w} - \sigma_a \sigma_b) \right|^2 + \frac{\text{sen}^2(ql)}{\text{sen}^2(Nql)}}, \quad (3.28)$$

donde  $N$  es el número de períodos que se repite la celda unitaria,  $q$  es el vector de onda de Bloch y  $l$  es la longitud de la celda unitaria del cristal fotónico bi-periódico.

Con un procedimiento análogo, se puede calcular los coeficientes  $M_{1p(1,2)}^p$  y  $M_{1p(2,1)}^p$ , análogos para polarización  $TM$ . Lo anterior se puede realizar partiendo de las expresiones (3.12), y sustituyendo en (3.18), en lo que se tendrá lo siguiente,

$$M_{1p}^p = \begin{pmatrix} 1 + \eta_a^p + \xi_a^p & 1 - \eta_a^p + \xi_a^p \\ 1 - \eta_a^p - \xi_a^p & 1 + \eta_a^p - \xi_a^p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{ik_{1z} d_w} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{1z} d_w} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 + \eta_b^p + \xi_b^p & 1 - \eta_b^p - \xi_b^p \\ 1 - \eta_b^p + \xi_b^p & 1 + \eta_b^p - \xi_b^p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{ik_{2z} d_w} & 0 \\ 0 & e^{-ik_{2z} d_w} \end{pmatrix}, \quad (3.29)$$

donde los términos  $\eta_{a,b}^p$  y  $\xi_{a,b}^p$  son como lo siguiente,

$$\eta_{a,b}^p = \frac{k_{z,b} \epsilon_a}{k_{z,a} \epsilon_b} \quad \xi_{a,b}^p = \frac{i\sigma_{(a,b)} k_{z(a,b)}}{\epsilon_0 \omega}. \quad (3.30)$$

Tomando en cuenta que los medios dieléctricos son iguales, entonces,  $\epsilon_a = \epsilon_b$  y  $k_{z,a} = k_{z,b}$ , por ende  $\eta_{a,b}^p = 1$ . Con lo anterior, y haciendo las operaciones adecuadas en (3.29), se pueden calcular los términos  $M_{1p(1,2)}^p$  y  $M_{1p(2,1)}^p$ , que serán como sigue,

$$M_{1p(1,2)}^p = -a_p(\sigma_a e^{2ik_z d_w} + \sigma_b) - a_p^2(\sigma_a \sigma_b - \sigma_a \sigma_b e^{2ik_z d_w}), \quad (3.31)$$

y

$$M_{1p(2,1)}^p = a_p(\sigma_a e^{-2ik_z d_w} + \sigma_b) + a_p^2(\sigma_a \sigma_b e^{-2ik_z d_w} - \sigma_a \sigma_b), \quad (3.32)$$

Al sustituir en (3.27 y 3.28) en (3.26) respectivamente, se podrán encontrar las expresiones analíticas para el cálculo de los espectros  $T$  y  $R$  para polarización  $TM$  como función del vector de Bloch que se calcula de (3.15), las cuales son,

$$T_p = \frac{1}{1 + \left| -a_p(\sigma_a e^{2ik_z d_w} + \sigma_b) - a_p^2(\sigma_a \sigma_b - \sigma_a \sigma_b e^{2ik_z d_w}) \right|^2 \frac{\text{sen}^2(Nql)}{\text{sen}^2(ql)}}, \quad (3.33)$$

$$R_p = \frac{\left| a_p(\sigma_a e^{-2ik_z d_w} + \sigma_b) + a_p^2(\sigma_a \sigma_b e^{-2ik_z d_w} - \sigma_a \sigma_b) \right|^2}{\left| +a_p(\sigma_a e^{-2ik_z d_w} + \sigma_b) + a_p^2(\sigma_a \sigma_b e^{-2ik_z d_w} - \sigma_a \sigma_b) \right|^2 + \frac{\text{sen}^2(ql)}{\text{sen}^2(Nql)}}, \quad (3.34)$$

Las expresiones anteriores, de  $T$  y  $R$  para las dos polarizaciones  $TE$  y  $TM$ , ec.(3.27,3.28 y 3.35, 3.36), se pueden reducir a expresiones más generales que involucren las dos polarizaciones,

$$T_{(s,p)} = \frac{1}{1 + \left| \pm a_{(s,p)}(\sigma_a e^{2ik_z d_w} + \sigma_b) \pm a_{(s,p)}^2(\sigma_a \sigma_b - \sigma_a \sigma_b e^{2ik_z d_w}) \right|^2 \frac{\text{sen}^2(Nql)}{\text{sen}^2(ql)}}, \quad (3.35)$$

y

$$R_{(s,p)} = \frac{\left| \mp a_{(s,p)}(\sigma_a e^{-2ik_z d_w} + \sigma_b) \mp a_{(s,p)}^2(\sigma_a \sigma_b e^{-2ik_z d_w} - \sigma_a \sigma_b) \right|^2}{\left| \mp a_{(s,p)}(\sigma_a e^{-2ik_z d_w} + \sigma_b) \mp a_{(s,p)}^2(\sigma_a \sigma_b e^{-2ik_z d_w} - \sigma_a \sigma_b) \right|^2 + \frac{\text{sen}^2(ql)}{\text{sen}^2(Nql)}}. \quad (3.36)$$

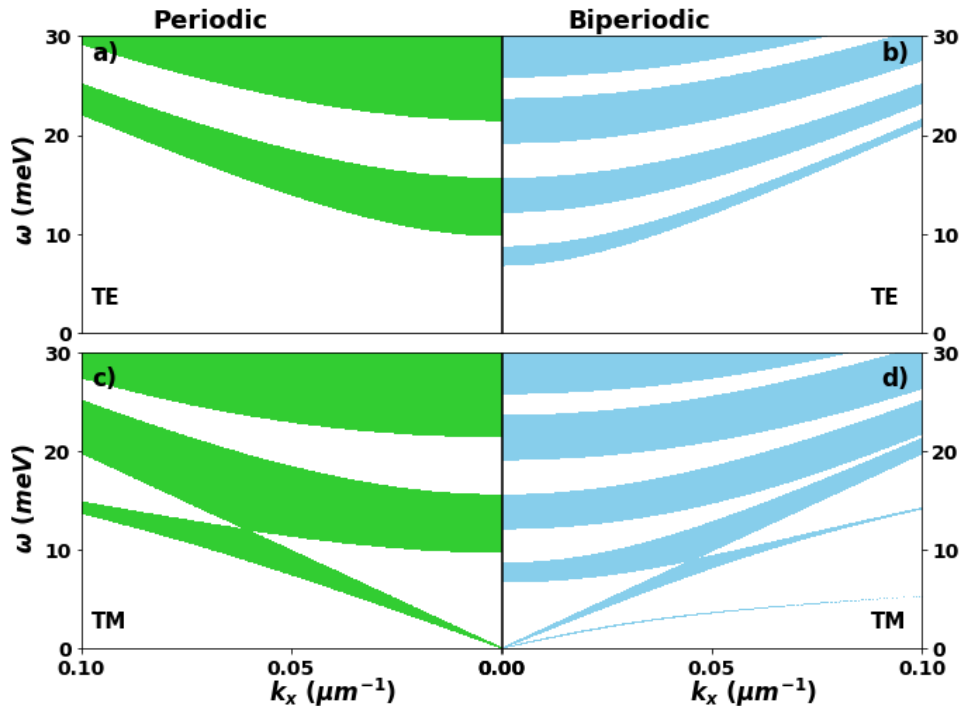
Del análisis anterior, se puede decir que se tiene una descripción analítica completa de las ondas electromagnéticas, propagándose a través del cristal fotónico bi-periódica propuesto, dado que se dedujeron expresiones cerradas para encontrar sus propiedades de las ondas electromagnéticas cuando se considera una estructura infinita a través de sus bandas de propagación y su relación de dispersión, así como, cuando se tiene una estructura finita y se repite cierto número de periodos de la celda unitaria, puesto que se tienen expresiones para encontrar sus espectros macroscópicos  $T$  y  $R$ , que se pueden medir experimentalmente. En lo siguiente se hace un análisis de los resultados obtenidos, los cuales se encontraron implementando las ecuaciones que se dedujeron en esta parte del trabajo.

### 3.3.3. Cristales Bi-periódicos, Bandas fotónicas, Relación de dispersión, espectros de transmisión y reflexión

A través de las ecuaciones que se deducen para las bandas fotónicas, relación de dispersión y espectros de transmisión y reflexión, se estudian las propiedades de propagación de ondas electromagnéticas en este tipo de estructuras bi-periódicas de potencial químico en la celda unitaria. En principio, en la Figura 3.13, se compara las bandas fotónicas para el cristal fotónico convencional dieléctrico-grafeno (a), c)) y el cristal de celda unitaria bi-periódica ( b), d)).

Para lo anterior, los valores de los parámetros implementados son los siguientes, el potencial químico de las láminas de grafeno en el cristal fotónico convencional es de  $\mu_g = 1.0eV$ , para el cristal fotónico bi-periódico el potencial en la primera lámina es de  $\mu_a = 1.0eV$ , para la segunda lámina es de  $\mu_b = 0.1eV$ , el medio dieléctrico es el mismo en las dos estructuras con un valor de  $\epsilon = 1.0$ , y un espesor de  $40\mu m$ . Así mismo, se hace la comparación implementando las dos polarizaciones, para  $TE$  en la primera fila y  $TM$  para la segunda fila. Como se puede observar en la figura, hay un resultado que resulta de lo más novedoso e interesante ya que tenemos la formación de nuevos gaps cuando se tiene la estructura bi-periódica (Figuras 3.13 b),d)), dichos gaps son el resultado de la variación del potencial químico de las láminas de grafeno en la celda unitaria, o dicho de otra manera, las ondas electromagnéticas sienten un contraste óptico debido a la variación del potencial químico de las láminas de grafeno que forman la celda unitaria del cristal. Otro resultado importante se puede observar de la Figura 3.13 d), ya que se puede observar que la bi-periodicidad produce la formación de estados localizados en el gap de bajas frecuencias inducido por el grafeno, pero solo para polarización  $TM$ . Lo anterior puede ser atribuido a la pérdida de la periodicidad en la celda unitaria para el cristal fotónico convencional dieléctrico-grafeno.

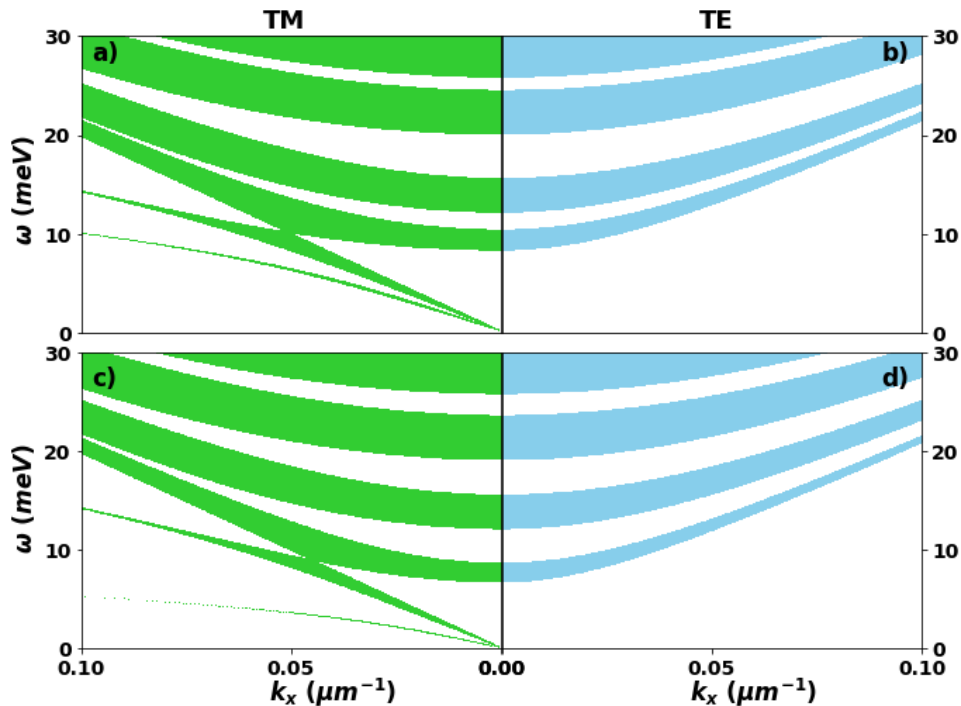
En la Figura 3.14, se muestran las bandas fotónicas para el cristal bi-periódico para polarización  $TM$  (primera columna) y  $TE$  (segunda columna), el valor del potencial químico de las láminas de grafeno en la celda unitaria es  $\mu_a = 1.0eV$  y  $\mu_b = 0.4eV$  (primera fila a), b)), y  $\mu_a = 1.0eV$  y  $\mu_b = 0.1eV$  (segunda fila c), d)), respectivamente. El medio dieléctrico se considera aire en todo el sistema con un valor de la constante dieléctrica de  $\epsilon = 1.0$  y con un espesor de  $d = 40\mu m$ . Como ya se había mencionado en el párrafo anterior, aparecen dos gaps adicionales alrededor del gap tipo Bragg central, además, como se puede observar el espesor de estos gaps que surgen por la bi-periodicidad dependen fuertemente de la diferencia de potencial químico de las láminas de grafeno de la celda unitaria, ya que entre mayor sea la diferencia del potencial químico de estas láminas, el espesor de los gaps inducidos alrededor del gap central (gap tipo Bragg) será mayor (Figura 3.14 (primera y segunda fila)), mientras tanto, se observa una disminución del espesor en el gap tipo Bragg y el gap inducido por el grafeno de bajas frecuencias. De la misma manera, se puede observar que los estados localizados que surgen para polarización  $TM$  (figuras 3.14 a), c)), cambian su posición en frecuencia, moviéndose hacia frecuencias más bajas conforme aumenta la diferencia entre el potencial químico de las láminas de grafeno de la celda unitaria. Finalmente, se puede observar que hay una disminución del espesor de los gaps, tanto de Bragg como los inducidos por la



**Figura 3.13:** Comparación de bandas fotónicas para un cristal fotónico dieléctrico-grafeno periódico convencional y un cristal de celda unitaria bi-periódica, se muestra para polarización *TE* (primera fila) y *TM* (segunda fila). El potencial químico en el cristal convencional es  $\mu_g = 1.0eV$ ; el potencial químico en el cristal bi-periódico es  $\mu_a = 1.0eV$  y  $\mu_b = 0.1eV$  para la primera y segunda lámina de grafeno respectivamente. El medio dieléctrico para los dos sistemas es aire con  $\epsilon = 1.0$ , y un espesor de  $d = 40\mu m$ .

bi-periodicidad, cuando se aumenta el valor de  $k_x$ , lo anterior se da para las dos polarizaciones *TM* y *TE*.

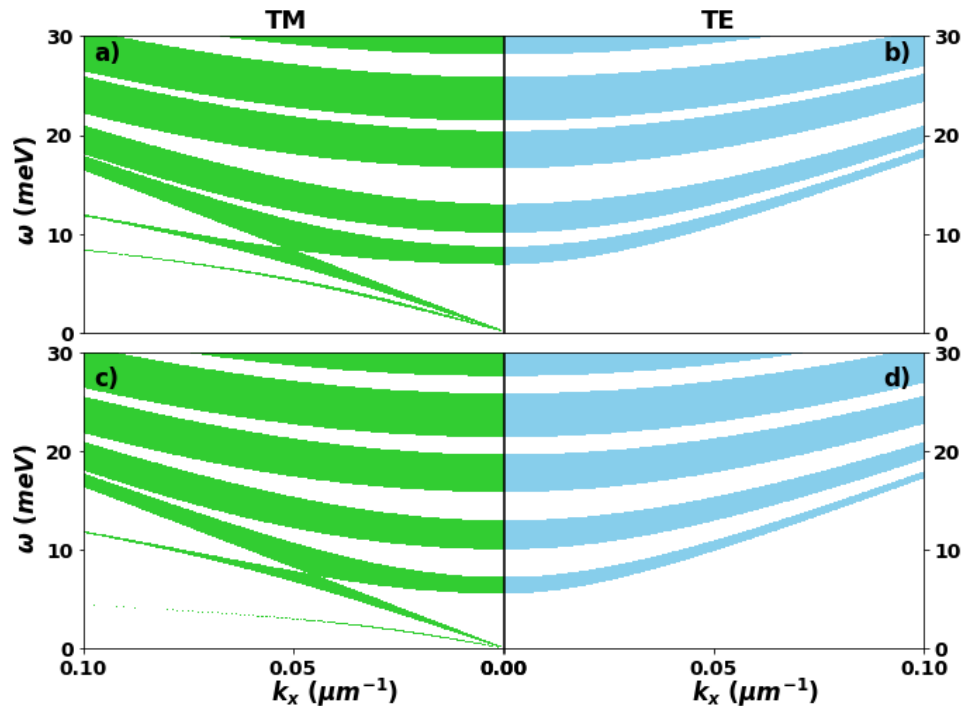
Se muestra en la Figura 3.15, como se modifican las bandas fotónicas del cristal bi-periódico cuando se considera un medio dieléctrico huésped en el cristal diferente de aire, para lo anterior se fija el valor del potencial químico de las láminas de grafeno en la celda unitaria en  $\mu_a = 1.0eV$ ,  $\mu_b = 0.4eV$  (primera fila), y  $\mu_a = 1.0eV$ ,  $\mu_b = 0.1eV$  (segunda fila). El medio dieléctrico es el mismo en todo el cristal con un valor de la constante dieléctrica de  $\epsilon = 1.5$  con un espesor de  $d = 40\mu m$ . Como se puede observar de dicha figura, aparece un gap adicional del tipo Bragg a altas frecuencias producido por el medio dieléctrico que en este



**Figura 3.14:** Bandas fotónicas para un cristal fotónico dieléctrico-grafeno bi-periódico, se muestra para polarización  $TM$ (primera columna) y  $TE$ (segunda columna). El potencial químico en las laminas de grafeno de la celda unitaria es  $\mu_a = 1.0eV$ ,  $\mu_b = 0.1eV$  (primera fila), y  $\mu_a = 1.0eV$ ,  $\mu_b = 0.1eV$  (segunda fila), respectivamente. El medio dieléctrico para todo el sistemas es aire con un valor de la permitividad de  $\epsilon = 1.0$ , y un espesor de  $d = 40\mu m$ .

caso es diferente de aire, además, los gaps producidos por el contraste de potencial químico de las láminas de grafeno en la celda unitaria, reducen su espesor así como un cambio de posición a frecuencias menores. De la misma manera, los estados localizados que se generan para polarización  $TM$ , se mueven a frecuencias menores cuando se aumenta el valor de la permitividad eléctrica  $\epsilon$ , Figura 3.15 a), c).

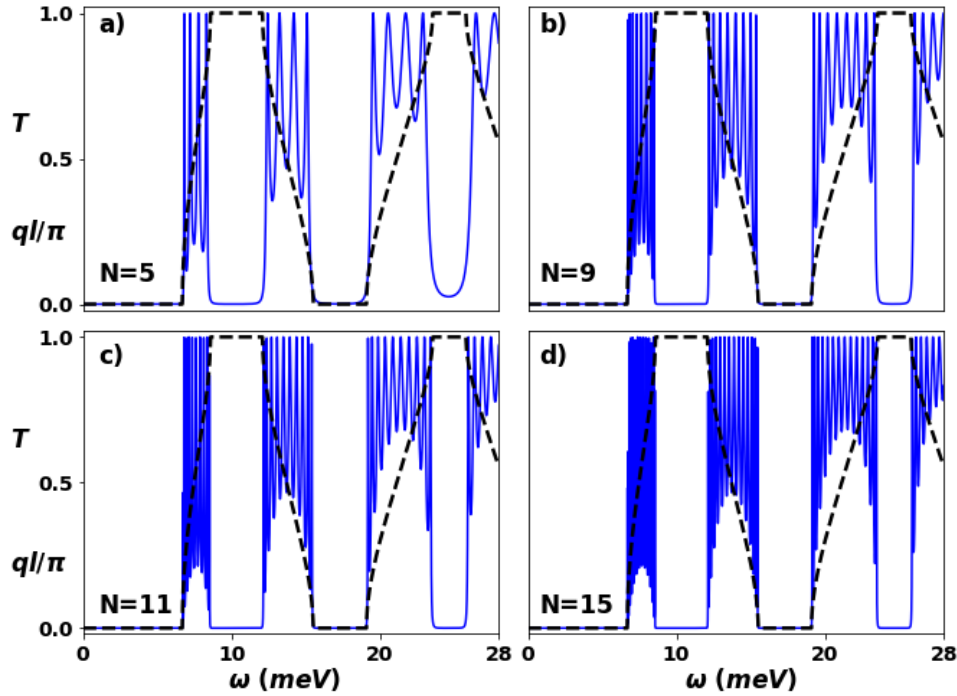
De las ecuaciones deducidas anteriormente, se tiene expresiones analíticas para hacer el cálculo de la relación de dispersión y con ayuda del vector de Bloch  $q$  se obtienen expresiones analíticas para los espectros de transmisión  $T$  y reflexión  $R$ , para el cristal fotónico bi-periódico. En lo siguiente, implementando estas expresiones se obtienen los espectros  $T$  y  $R$ , para el caso finito, donde se considera un cierto número de períodos de la celda unitaria  $N$  y se comparan



**Figura 3.15:** Bandas fotónicas para el cristal fotónico dieléctrico-grafeno bi-periódico, para polarización  $TM$  (primera columna) y  $TE$  (segunda columna). El potencial químico en las laminas de grafeno de la celda unitaria es  $\mu_a = 1.0eV$  y  $\mu_b = 0.4eV$  (primera fila), y  $\mu_a = 1.0eV$  y  $\mu_b = 0.1eV$  (segunda fila), respectivamente. El medio dieléctrico para todo el sistema tiene un valor de permitividad dieléctrica de  $\epsilon = 1.5$ , y un espesor de  $d = 40\mu m$ .

con su relación de dispersión asociada a la estructura infinita. Lo anterior resulta importante, puesto que a través de esta comparación se puede deducir hasta cuantos períodos de la celda unitaria el cristal finito se comportará como una estructura infinita, además de validar los estados de propagación de la radiación electromagnética.

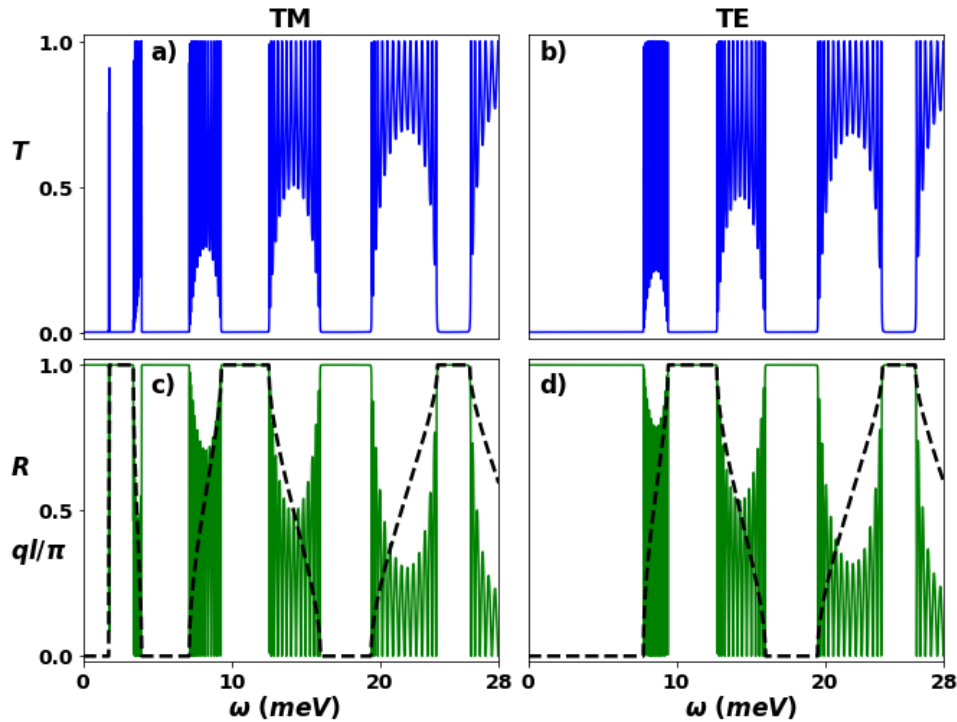
En la Figura 3.16, se muestran los espectros de transmisión, así como la relación de dispersión asociada (línea negra a trazos), variando el número de períodos de la celda unitaria  $N$ . El cristal fotónico finito bi-periódico está compuesto de  $N = 5, 9, 11$  y  $15$  períodos de la celda unitaria para un valor de  $k_x = 0.0$ . El valor del potencial químico de las láminas de la celda unitaria es  $\mu_a = 1eV$  y  $\mu_b = 0.1eV$ , el medio dieléctrico en toda la estructura es aire con un valor de la constante dieléctrica de  $\epsilon = 1.0$  y un espesor de  $d = 40\mu m$ . Como es bien sabido, existe una correlación directa entre las bandas fotónicas, la relación de dispersión



**Figura 3.16:** Espectros de transmisión para el cristal fotónico dieléctrico-grafeno bi-periódico, así como la relación de dispersión asociada (línea a trazos). Se muestra para diferente número de períodos de la celda unitaria  $N$ . El potencial químico en las láminas de grafeno de la celda unitaria es  $\mu_a = 1.0eV$  y  $\mu_b = 0.1eV$ , el medio dieléctrico para todo el sistemas tiene un valor de la permitividad dieléctrica de  $\epsilon = 1.0$ , y un espesor de  $d = 40\mu m$ , así mismo, se mantiene el valor de  $k_x = 0.0$  (incidencia normal).

y los espectros macroscópicos de la estructura finita de transmisión (o reflexión), lo que se puede observar de la figura mencionada. Observamos que al ir aumentando el número de períodos de la celda unitaria, las regiones de trasmisión cero corresponderán a las regiones de frecuencia donde no hay propagación (gap's fotónicos), de tal manera que para  $N = 11$  tenemos completamente definidos los gaps que se observan en las bandas, ver Figura 3.14. Así mismo, esta correspondencia se ve en la relación de dispersión asociada, donde la parte real del vector de Bloch es igual a cero en regiones donde no se permite propagación de las ondas electromagnéticas. De igual manera, se puede observar que al ir aumentando el número de períodos, surgen oscilaciones del tipo Bragg de máxima transmisión que aparecen entre los gaps, el número de estas oscilaciones, como es bien sabido, es igual a  $n = N - 1$ , [37].



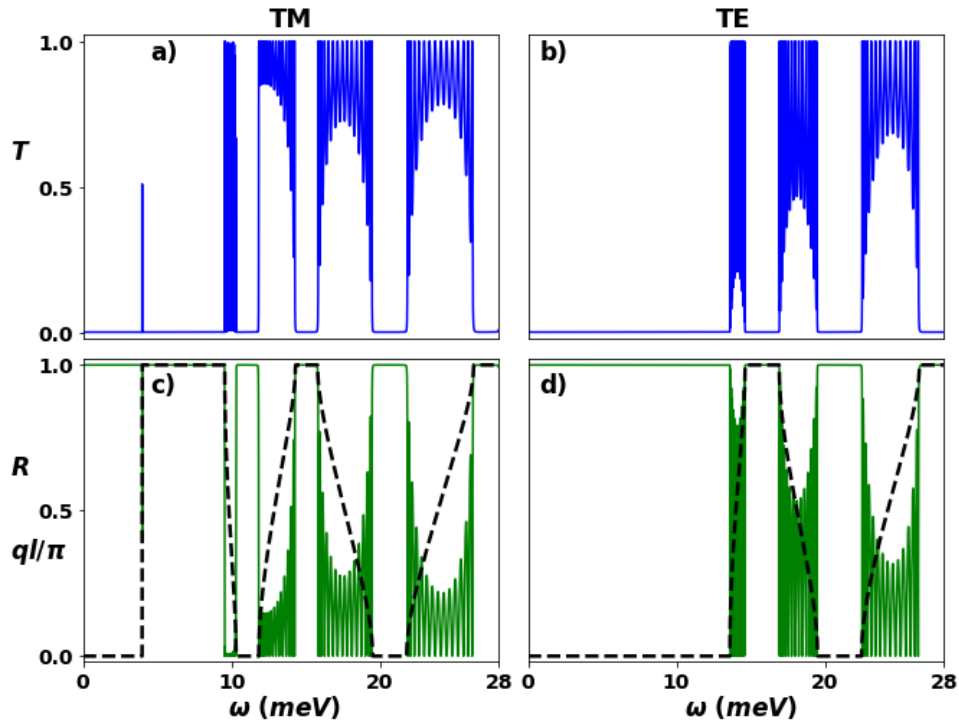


**Figura 3.17:** Espectros de transmisión (primera fila) y reflexión (segunda fila) para el cristal fotónico dieléctrico-grafeno bi-periódico finito con  $N = 15$  períodos de la celda unitaria. Se muestra la relación de dispersión asociada (línea a trazos sobre  $R$ ). Lo anterior se hace para polarización  $TM$  (primera columna) y  $TE$  (segunda columna). El potencial químico en las láminas de grafeno de la celda unitaria es  $\mu_a = 1.0eV$  y  $\mu_b = 0.1eV$ , el medio dieléctrico para todo el sistemas tiene un valor de la permitividad de  $\epsilon = 1.0$ , y un espesor de  $d = 40\mu m$ , se mantiene el valor de  $k_x = 0.02$  constante.

En las Figuras 3.17 y 3.18 se muestran los espectros de transmisión (primera fila) y reflexión (segunda fila), así como la relación de dispersión asociada (línea negra a trazos montada sobre el espectro  $R$ ), para polarización  $TM$  primera columna y  $TE$  segunda columna. El cristal fotónico finito bi-periódico está compuesto de  $N = 15$  períodos de la celda unitaria para un valor de  $k_x = 0.02$  en Fig. 3.17, y  $k_x = 0.04$  Fig. 3.18. El valor del potencial químico de las láminas de grafeno en la celda unitaria es  $\mu_a = 1eV$  y  $\mu_b = 0.1eV$ , el medio dieléctrico en toda la estructura es aire con un valor de la constante dieléctrica de  $\epsilon = 1.0$  y un espesor de  $d = 40\mu m$ . Como ya se ha mencionado previamente, las regiones de frecuencia donde la

relación de dispersión es cero, que a su vez corresponden a frecuencias de transmisión cero (o reflexión máxima), corresponden a los gaps de las bandas fotónicas del cristal para un corte transversal para los valores de  $k_x$  correspondientes. Se aprecia de ambas figuras el gap de bajas frecuencias producido por el grafeno, así como los estados localizados solo para polarización  $TM$ , como picos abruptos en el espectro  $T$  o como caídas pronunciadas en el espectro  $R$  Figuras 3.17 a), c) y Figuras 3.18 a), c) y. Las oscilaciones en los espectros no cambian su amplitud independiente del valor de la polarización, de igual manera se puede ver un desplazamiento a mayores frecuencias del estado localizado para polarización  $TM$  al aumentar el valor de  $k_x$ , finalmente como se predecía de las bandas de propagación, el gap de bajas frecuencias inducido por el grafeno aumenta su espesor en frecuencia para ambas polarizaciones y de mayor manera para polarización  $TE$ .

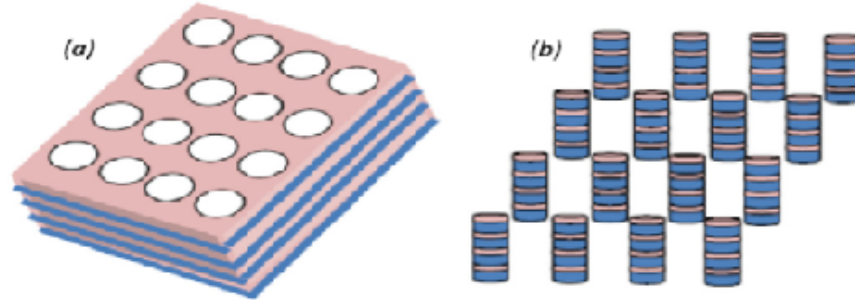
Se ha estudiado en esta sección los cristales fotónicos unidimensionales dieléctrico-grafeno bi-periódicos, en donde la celda unitaria que construye el sistema está constituida por dos láminas de grafeno con diferente potencial químico embebidas en un mismo medio dieléctrico isotrópico de constante dieléctrica arbitraria  $\epsilon$ . Se dedujeron expresiones analíticas para encontrar las bandas fotónicas, la relación de dispersión y sus espectros macroscópicos medibles de transmisión y reflexión. A partir de dichas expresiones analíticas que se deducen, se hicieron gráficas para ver el comportamiento de las ondas electromagnéticas cuando se propagan a través de estas estructuras fotónicas.



**Figura 3.18:** Espectros de transmisión (primera fila) y reflexión (segunda fila) para el cristal fotónico dieléctrico-grafeno bi-periódico, así como la relación de dispersión asociada (línea a trazos). Se muestra para polarización  $TM$  (primera columna) y  $TE$  (segunda columna). El potencial químico en las láminas de grafeno de la celda unitaria es  $\mu_a = 1.0eV$  y  $\mu_b = 0.1eV$ . El medio dieléctrico para todo el sistemas tiene un valor de la permitividad de  $\epsilon = 1.0$ , y un espesor de  $d = 40\mu m$ , así mismo, se mantiene el valor de  $k_x = 0.04$  constante.

### 3.4. Cristal Fotónico dieléctrico-grafeno bidimensionales 2D-DGPhC

Los cristales fotónicos dieléctrico-grafeno bidimensionales ( $2D - DGPhC$ ), se construyen apilando láminas de grafeno entre materiales dieléctricos para formar diversas geometrías periódicas bidimensionales, como se puede observar por ejemplo en la Figura 3.19, donde se muestra en (a) un cristal fotónico ( $2D - DGPhC$ ) de huecos cilíndricos en un sustrato de dieléctrico-grafeno, y en (b) se muestra cilindros de dieléctrico-grafeno en un sustrato de aire.



**Figura 3.19:** Cristal fotónico dieléctrico-grafeno bidimensional 2D-DGPhC. En la figura a) se muestra la geometría de huecos cilíndricos embebidos en un sustrato de dieléctrico-grafeno, para la figura b) se tiene cilindros de dieléctrico-grafeno embebidos en un sustrato de aire.

Para hacer el estudio de estas estructuras bidimensionales que incorporan grafeno, en principio se hace la adaptación del método de expansión de ondas planas. Para esto, se considera la respuesta al estímulo de la radiación electromagnética del grafeno, dada por su conductividad  $\sigma_g$ . El método fue desarrollado en el capítulo de modelo teórico, para la adaptación de este, partimos de la ec.(2.97), dada por la siguiente expresión,

$$|\vec{k} + \vec{G}'|^2 E(\vec{G}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \sum_{\vec{G}'} \hat{\epsilon}(\vec{G} - \vec{G}') E(\vec{G}'), \quad (3.37)$$

donde  $\hat{\epsilon}(\vec{G} - \vec{G}')$ , son los coeficientes de la serie de Fourier en función de los vectores en el espacio recíproco que dependen de la geometría de la celda unitaria que construye todo el cristal. Tomando en cuenta que estos coeficientes se separan para los casos de  $\vec{G} = \vec{G}'$  y  $\vec{G} \neq \vec{G}'$ , donde además, se cumplirá la siguiente relación,

$$\hat{\epsilon}(\vec{G} - \vec{G}') = \epsilon_a \delta_{\vec{G}, \vec{G}'} + (\epsilon_g - \epsilon_a) \mu_{\vec{G}, \vec{G}'} \quad (3.38)$$

donde  $\epsilon_a$  es la constante dieléctrica del sustrato y  $\epsilon_g$ , es la constante dieléctrica de los discos de dieléctrico-grafeno, además, para el caso de una geometría cilíndrica, los coeficientes  $\mu(\vec{G})$ , son de la siguiente manera,

$$\mu(\vec{G}, \vec{G}') = \begin{cases} f & \text{para } \vec{G} = \vec{G}' \\ 2f \frac{J_1(\vec{G}r)}{\vec{G}r} & \text{para } \vec{G} \neq \vec{G}'. \end{cases} \quad (3.39)$$

A través de la teoría de medio efectivo para ondas electromagnéticas incidentes a la interface paralela a una estructura dieléctrico-grafeno, se puede demostrar que la constante dieléctrica  $\epsilon_g$ , está relacionada con la conductividad del grafeno a través de,

$$\epsilon_g = \epsilon_a + \frac{i\sigma_g}{\omega d \epsilon_0}, \quad (3.40)$$

donde  $\epsilon_a$  es la permitividad del sustrato donde se embeben los discos de grafeno y  $d$  su espesor;  $\sigma_g = \sigma_{intra} + \sigma_{inter}$  es la conductividad óptica del grafeno dada por las ec.(2.4) y la ec.(2.5).

Por otra parte, al combinar las expresiones ec.(3.38) y ec.(3.39), y considerando que los discos de dieléctrico con que se construyen los cilindros de dieléctrico-grafeno son los mismos del sustrato, se tendrá que,

$$\hat{\epsilon}(\vec{G} - \vec{G}') = \epsilon_a \delta_{\vec{G}, \vec{G}'} + \frac{i\sigma_g}{\omega d \epsilon_0} \begin{cases} f & \text{para } \vec{G} = \vec{G}' \\ 2f \frac{J_1(\vec{G}r)}{\vec{G}r} & \text{para } \vec{G} \neq \vec{G}'. \end{cases} \quad (3.41)$$

que al substituirse en ec.(3.37), dará como resultado la siguiente ecuación,

$$|\vec{k} + \vec{G}'|^2 E_k(\vec{G}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \left( \epsilon_a E_k + f \left(\frac{i\sigma_g}{\omega d \epsilon_0}\right) E_k(\vec{G}) + \left(\frac{i\sigma_g}{\omega d \epsilon_0}\right) \sum_{\vec{G} \neq \vec{G}'} \frac{J_{1,\nu}(|\vec{G} - \vec{G}'|R)}{|\vec{G} - \vec{G}'|R} E_k(\vec{G}') \right), \quad (3.42)$$

donde  $d$  es el espesor de los medios dieléctricos entre discos de grafeno  $J_{1,\nu}$  son las funciones de primera especie de Bessel, y  $R$  es el radio de los discos de dieléctrico-grafeno.

La ecuación que se deduce ec. (3.42), como en los casos de cristales fotónicos bidimensionales de materiales dieléctricos y materiales metálicos, resulta ser una ecuación de eigenvalores donde se obtendrán las eigenfrecuencias  $\omega$  de las ondas electromagnéticas que se pueden propagar y no propagar a través del cristal, conocida como relación de dispersión fotónica. Dicha ecuación se puede resolver por métodos computacionales de diagonalización.

Para el caso de tener un cristal fotónico bidimensional compuesto de huecos en un sustrato de dieléctrico-grafeno, el procedimiento no cambia de manera significativa, pero ahora la expresión que se obtiene para la relación de dispersión es un tanto diferente. Para este caso

de huecos, la ec.(3.38), tomará la siguiente forma,

$$\hat{\epsilon}(\vec{G} - \vec{G}') = \epsilon_g \delta_{\vec{G}, \vec{G}'} + (\epsilon_a - \epsilon_g) \mu_{\vec{G}, \vec{G}'}, \quad (3.43)$$

que al sustituir en la ec.(3.39), quedará como lo siguiente,

$$\hat{\epsilon}(\vec{G} - \vec{G}') = (\epsilon_a + \frac{i4\sigma_g}{d\omega\epsilon_0}) \delta_{\vec{G}, \vec{G}'} - \frac{i\sigma_g}{\omega d\epsilon_0} \begin{cases} f & \text{para } \vec{G} = \vec{G}' \\ 2f \frac{J_1(\vec{G}_r)}{\vec{G}_r} & \text{para } \vec{G} \neq \vec{G}', \end{cases} \quad (3.44)$$

que al sustituir en la ec.(3.37), se tendrá,

$$\begin{aligned} |\vec{k} + \vec{G}'|^2 E_k(\vec{G}) &= (\frac{\omega}{c})^2 (\epsilon_a E_k(\vec{G}) + (\frac{i\sigma_g}{\omega d\epsilon_0}) E_k(\vec{G})) \\ &- f (\frac{i\sigma_g}{\omega d\epsilon_0}) E_k(\vec{G}) - (\frac{i\sigma_g}{\omega d\epsilon_0}) \sum_{\vec{G} \neq \vec{G}'} \frac{J_{1,\nu}(|\vec{G} - \vec{G}'|R)}{|\vec{G} - \vec{G}'|R} E_k(\vec{G}'). \end{aligned} \quad (3.45)$$

Lo anterior, de igual manera, resulta ser una ecuación de eigenvalores, la cual permite encontrar las frecuencias de las ondas electromagnéticas que se pueden propagar y no propagar para este tipo de cristales fotónicos bidimensionales a base de huecos cilíndricos en un sustrato de dieléctrico-grafeno.

Hasta esta parte, se ha adaptado la metodología de expansión de ondas planas (PWE), para encontrar la relación de dispersión fotónica para cristales fotónicos dieléctrico-grafeno bidimensionales para una geometría cilíndrica. Este método se puede generalizar para cualquier otra geometría realizando las integraciones adecuadas para encontrar los coeficientes de Fourier  $\hat{\epsilon}(\vec{G} - \vec{G}')$ , o resolver numéricamente dichas integrales dependiendo de la geometría del cristal a estudiar. Mencionaremos que por el tiempo limitado y la profundidad del tema, esto se dejará para investigaciones a futuro.

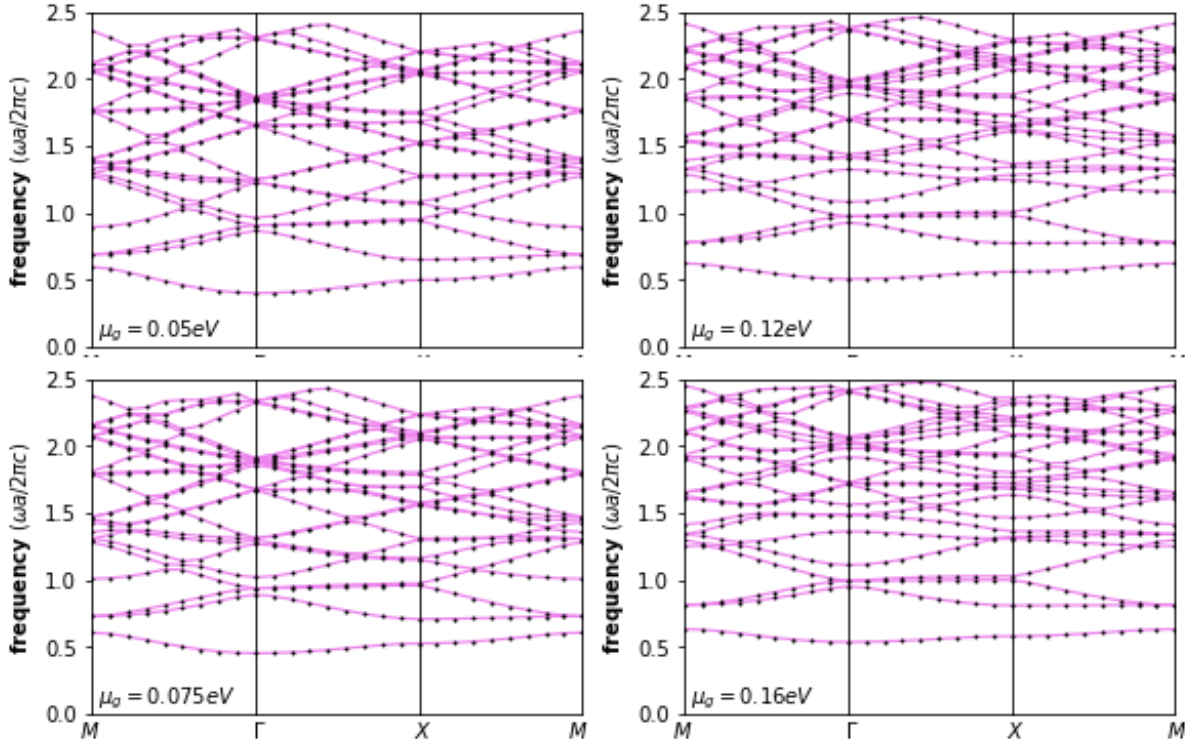
### 3.4.1. 2D-DGPhCs, relaciones de dispersión

En este apartado se muestran los resultados obtenidos al resolver numéricamente las ecuaciones matriciales de eigenvalores que se obtiene en la sección previa. Las geometrías de los cristales fotónicos en dos dimensiones que se analizan son, una red cuadrada de cilindros de

dieléctrico-grafeno en un sustrato del mismo dieléctrico que los cilindros, una red cuadrada de cilindros huecos con un sustrato de dieléctrico-grafeno, además se analizan los mismos casos ya descritos para los caos de tener una red hexagonal en la celda unitaria. Para hacer los cálculos se implementa una frecuencia natural del sistema dada por la constante de red  $a = 25\mu m$ , donde se considera que  $(\omega_a a / 2\pi c) = 1$ , con lo anterior se tiene,  $\omega_a = 7.54 \times 10^{13} rad/s$ .

En la Figura 3.20, se muestra la relación de dispersión fotónica para un  $2D - DGPhC$ , el sistema consiste de cilindros de dieléctrico-grafeno en una red cuadrada. Los parámetros implementados son, el medio dieléctrico del sustrato y de los cilindros donde se incrusta el grafeno es  $\epsilon = 1.57$ , con un espesor de  $d = 5\mu m$ , el factor de llenado es  $f = (\pi R^2 / a^2) = 0.4$ . En dichas figuras se varía el potencial químico de los discos de grafeno como se muestra en cada panel. Como se puede observar, aparece un gap completo a bajas frecuencias que se da para todas las direcciones (gap del tipo completo), además, aparece un gap parcial enseguida de este para un bajo valor del potencial químico  $\mu = 0.05eV$ . Cuando se incrementa el valor del potencial químico en los discos de grafeno, las bandas tienden a subir al mismo tiempo tienden a aplanarse en todas las direcciones, de tal manera que el segundo gap se puede ver que al aumentar el potencial químico de manera considerable hasta  $\mu_g = 0.16eV$ , se volverá completo al rededor de las frecuencias de  $\omega = 0.6\omega_a$  hasta  $\omega = 0.8\omega_a$ , con un espesor de  $\Delta\omega \approx 0.02\omega_a$ , además tendremos una primera banda casi plana. Lo anterior es debido a que al aumentar el potencial químico de los discos de grafeno incrustado en los cilindros de cristal dieléctrico-grafeno, causa un aumento del contraste óptico efectivo entre el sustrato y los cilindros, lo que causa una mayor reflexión en todas las direcciones.

En la Figura 3.21, se muestra la relación de dispersión para el  $2D - DGPhC$ , de huecos cilíndricos en un medio huésped de dieléctrico-grafeno en una red cuadrada. La constante dieléctrica del medio huésped es  $\epsilon = 1.57$ , con un espesor de  $d = 5\mu m$ , se conserva el valor de la constante de red con,  $a = 25\mu m$ , el factor de llenado es  $f = 0.4$ . Se varía el potencial químico de las sábanas de grafeno embebidas en el medio huésped de dieléctrico-grafeno, como se muestra en dicha figura. De igual manera, como en el caso anterior, aparece un gap completo a bajas frecuencias y un segundo gap, que para un potencial químico de  $\mu_g = 0.05eV$ , resulta ser completo alrededor de las frecuencias de  $\omega \approx 0.6\omega_a$  y  $\omega \approx 0.8\omega_a$  ( $\Delta\omega \approx 0.02\omega_a$ ), así mismo, al ir aumentando el potencial químico hasta el valor de  $\mu_g = 0.12eV$ , aparece un tercer gap completo alrededor de  $\omega \approx 1.0\omega_a$  y  $\omega \approx 1.2\omega_a$ . De igual forma, se puede observar que al aumentar el potencial químico de los discos de grafeno, las bandas van subiendo a frecuencias más altas y se van aplanando, de tal manera que para bajo potencial químico se tienen tres

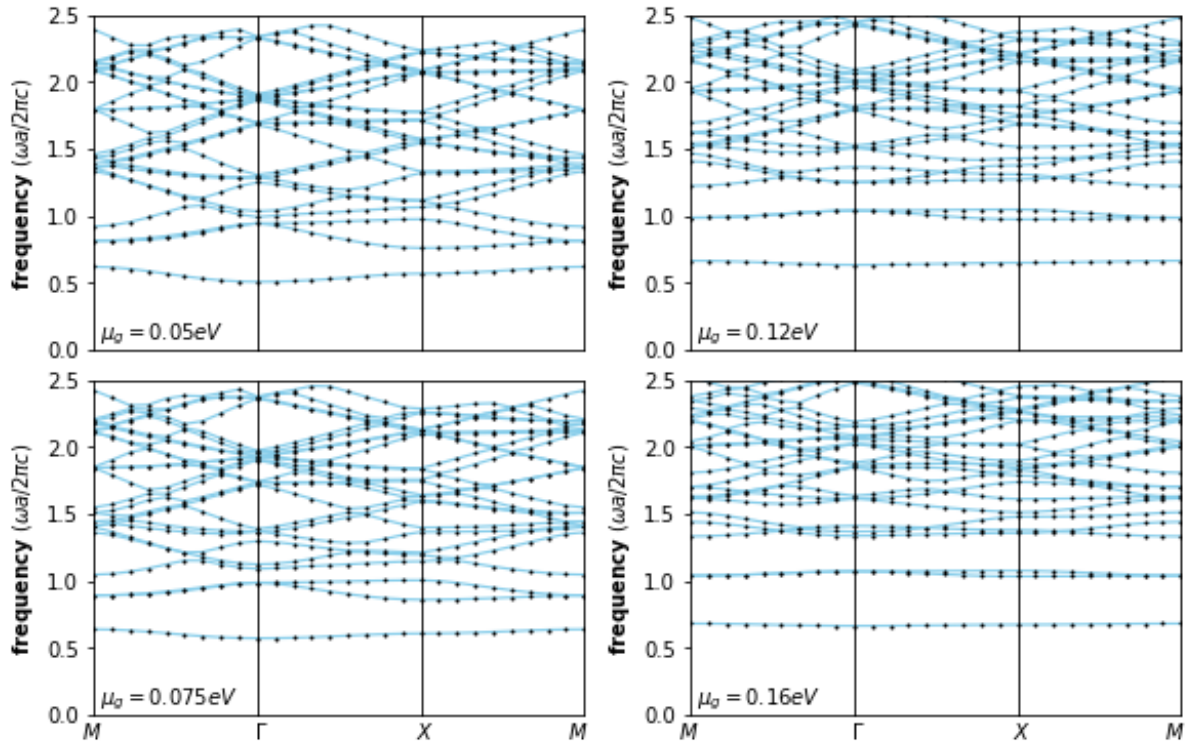


**Figura 3.20:** Relación de dispersión para un  $2D - DGPhC$ . El sistema se compone de cilindros de dieléctrico-grafeno en un sustrato de dieléctrico para una red cuadrada. El valor del medio dieléctrico de los cilindros y del sustrato es  $\epsilon = 1.57$ , el espesor de los cilindros de dieléctrico es de  $d = 5\mu m$ , la constante de red es  $a = 25\mu m$ , el factor de llenado es  $f = 0.4$ . El análisis se realiza para diferentes potenciales químicos de los discos de grafeno como se muestra en cada figura.

bandas en la dirección  $\Gamma - X - M$ , después del segundo gap, al aumentar  $\mu_g$ , dichas bandas se juntan de tal manera que se aprecia una sola banda.

En la Figura 3.22 se muestra la relación de dispersión para un cristal fotónico compuesto de cilindros de dieléctrico-grafeno en un sustrato del mismo dieléctrico que los cilindros para una red hexagonal. La constante dieléctrica de los cilindros y del sustrato es de  $\epsilon = 1.57$ , con un espesor de  $d = 5\mu m$ , la constante de red se conserva en  $a = 25\mu m$ , y el factor de llenado es  $f = (2\pi\sqrt{3}R^2/a^2) = 0.5$ . Se varía el potencial químico de los discos de grafeno como se muestra en dicha figura. Como se puede ver, no aparecen gaps completos después de la primera banda para un potencial químico menor que  $\mu_g = 0.05eV$ . Al aumentar el

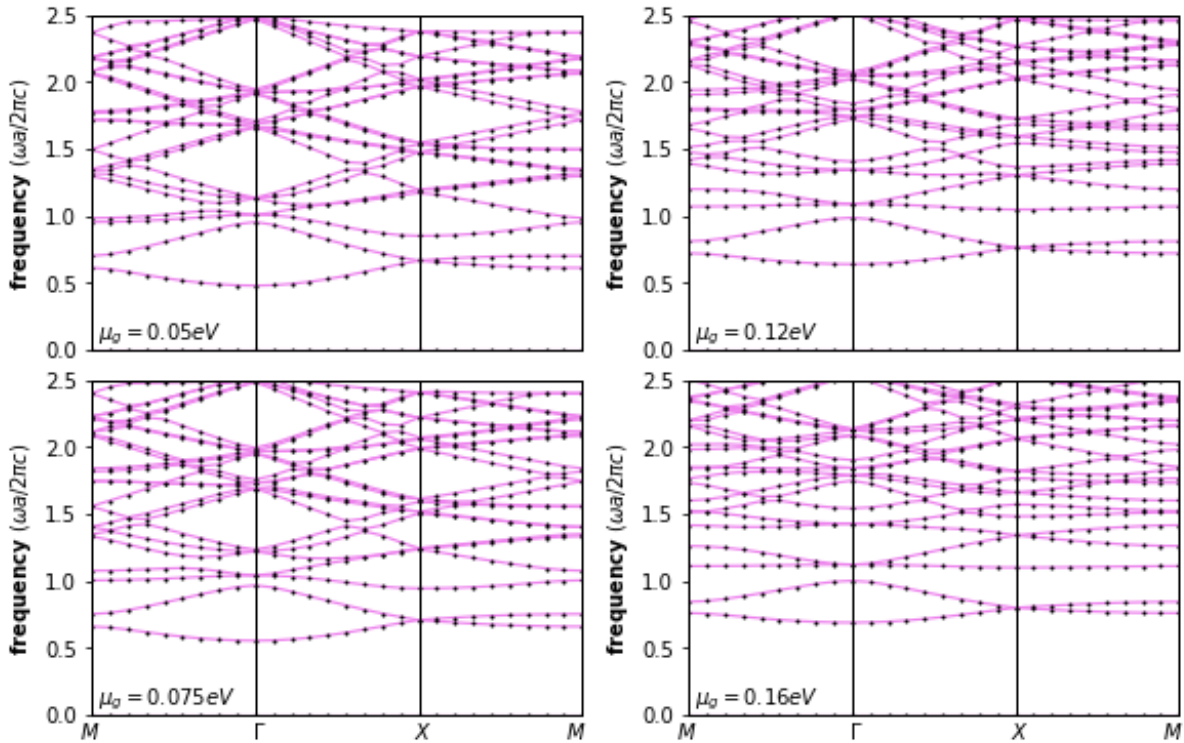




**Figura 3.21:** Relación de dispersión para un  $2D - DGPhC$ . El sistema se compone de huecos cilíndricos en un sustrato de dieléctrico-grafeno para una red cuadrada. El valor del medio dieléctrico del sustrato es  $\epsilon = 1.57$ , con un espesor de  $d = 5\mu m$ , la constante de red es  $a = 25\mu m$ , el factor de llenado es  $f = 0.4$ . Se varía el potencial químico de las láminas de grafeno embebidas en el sustrato como se muestra en cada figura.

potencial químico de los discos de grafeno en los cilindros, igual que en los casos anteriores, las bandas se aplanan y suben a frecuencias más altas, así mismo, para un potencial químico alto  $\mu_g = 0.16eV$ , la segunda banda se aplanan considerablemente, de manera que se abre un pequeño gap del tipo completo alrededor de las frecuencias entre  $\omega \approx 1.0\omega_a$  y  $\omega \approx 1.1\omega_a$ .

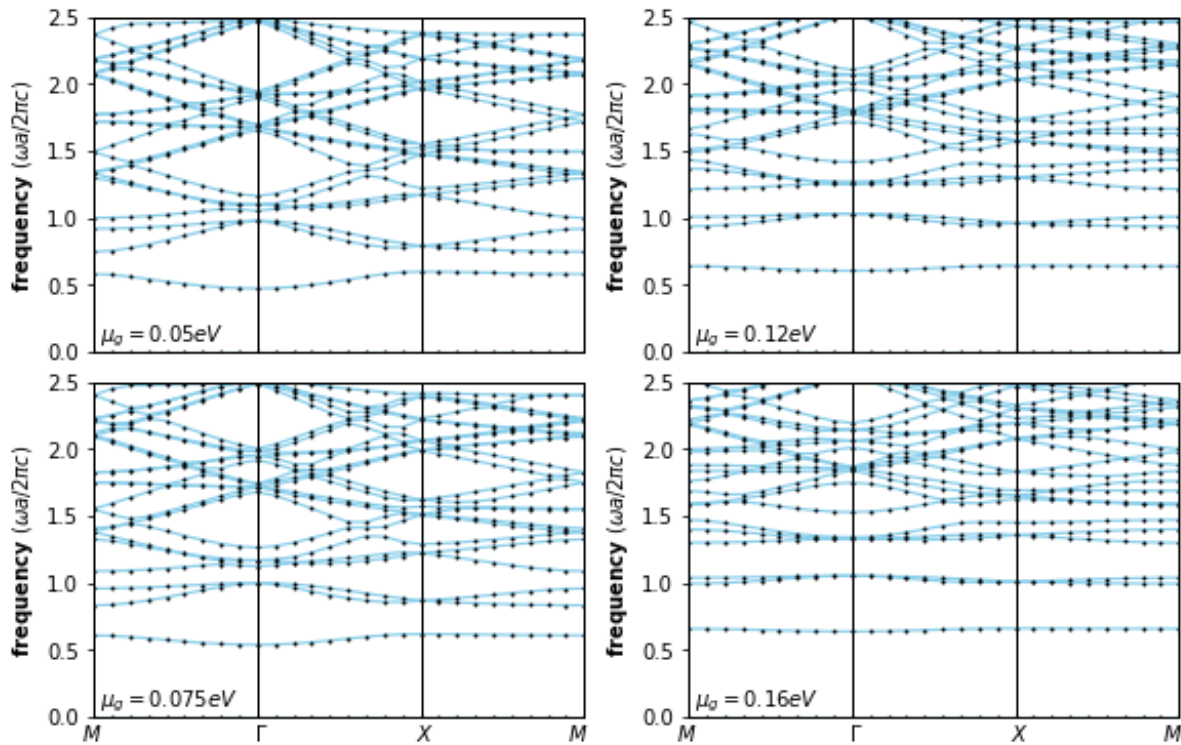
Finalmente, en la Figura 3.23, se muestra la relación de dispersión para un cristal fotónico de huecos cilíndricos en un sustrato de dieléctrico-grafeno, para una celda unitaria de red hexagonal. Se varía el potencial químico de las láminas de grafeno en el sustrato como se muestra en cada panel de la figura. Los parámetros implementados son, el valor de la constante dieléctrica del sustrato es  $\epsilon = 1.57$ , mantenido un espesor de  $d = 5\mu m$ , la constante de red se mantiene en  $a = 25\mu m$ , y el factor de llenado es  $f = 0.5$ . Como se puede observar de dicha



**Figura 3.22:** Relación de dispersión para un  $2D - DGPhC$ . La celda unitaria consiste de cilindros de dieléctrico-grafeno para una red hexagonal. El valor del medio dieléctrico del sustrato es  $\epsilon = 1.57$ , con un espesor de  $d = 5\mu m$ , la constante de red es  $a = 25\mu m$ , el factor de llenado es  $f = 0.5$ . Se varía el potencial químico de los discos de grafeno embebidas en el sustrato de acuerdo a cada figura.

figura, aparece un gap total después de la primera banda para bajo potencial químico  $\mu_g = 0.05eV$ , con un espesor en frecuencias de  $\omega \approx 0.6$  y  $\omega \approx 0.7\omega_a$ . Después, al ir aumentando el potencial químico de las sabanas de grafeno en el sustrato, las bandas se aplanan y suben a frecuencias más altas, así mismo, al aumentar dicho parámetro causa que se abre el gap total después de la segunda banda, de tal forma que para  $\mu_g = 0.16eV$ , se tendrá un gap alrededor de las frecuencias  $\omega \approx 0.65$  y  $\omega \approx 1.0\omega_a$ . Del mismo modo, se observa una apertura de un segundo gap completo al ir aumentando el potencial químico de una manera considerable hasta  $\mu_g = 0.12eV$ , después de la tercera banda, donde para un potencial de  $\mu_g = 0.16eV$ , este tercer gap completo estará entre las frecuencias de  $\omega \approx 1.0\omega_a$  y  $\omega \approx 1.3\omega_a$ .

En esta parte final del trabajo, se ha dado un primer acercamiento al estudio de los cristales



**Figura 3.23:** Relación de dispersión para un  $2D - DGPhC$ . La celda unitaria consiste de cilindros huecos en un sustrato de dieléctrico-grafeno con una celda unitaria de red hexagonal. El valor del medio dieléctrico del sustrato de dieléctrico-grafeno es  $\epsilon = 1.57$ , con un espesor de  $d = 5\mu m$ , la constante de red es  $a = 25\mu m$ , el factor de llenado es  $f = 0.5$ . Se varía el potencial químico de las láminas de grafeno embebidas en el sustrato de acuerdo a cada figura.

fotónicos en dos dimensiones cuando se les incorpora el grafeno  $2D - DGPhC$ . En principio se estudiaron dos distintas redes periódicas, la red cuadrada y la red hexagonal para cilindros de dieléctrico-grafeno en un sustrato de dieléctrico y huecos cilíndricos en un sustrato de dieléctrico-grafeno. En un primer cálculo de la relación de dispersión, se hicieron variaciones del potencial químico en los discos de grafeno y en las láminas de grafeno en el sustrato haciendo uso de las geometrías implementadas, lo anterior resulta relevante, puesto que está demostrado que este tipo de estructuras bidimensionales se pueden implementar de manera experimental. En principio, se ha mostrado que las variaciones de potencial químico tanto en los cilindros como en los sustratos aumenta el contraste dieléctrico efectivo y regiones de

gaps completos, los cuales pueden ser modulados en frecuencia. Para finalizar mencionaremos que este es un tema relativamente reciente donde se plantea a futuro un análisis más detallado e implantando diversas geometrías de la celda unitaria, así como la ubicación y modulación de los estados localizados cuando a estas estructuras se les incorpora un defecto o una cavidad.

# Capítulo 4

## Conclusiones

En el presente trabajo, se han estudiado estructuras fotónicas periódicas, compuestas por materiales de dieléctrico-grafeno que por la geometría y debido a como estas interactúan con las ondas electromagnéticas se dividen en cristales fotónicos unidimensionales y bidimensionales. Estos sistemas son llamados cristales fotónicos dieléctrico-grafeno de una  $1D - DGPhC$  y dos dimensiones  $2D - DGPhC$ . Donde se abordaron cuatro diferentes estructuras, las cuales son: *cristales fotónicos con celda unitaria no periódica*, *estados localizados en cristales fotónicos con cavidades y defectos*, *cristales fotónicos de celda unitaria bi-periódica* y *cristales fotónicos en dos dimensiones con geometrías cilíndricas*. Del análisis de resultados obtenidos para cada una de estas estructuras, podemos concluir lo siguiente:

### **Cristales fotónicos dieléctrico-grafeno de celda unitaria no periódica**

- Se estudiaron las relaciones de dispersión para cristales fotónicos unidimensionales dieléctrico-grafeno donde el potencial químico en la celda unitaria que construye el cristal, sigue perfiles del tipo Gaussiana, Lorentziana, Lineal, y Pösch-Teller.
- Aparecen dobleces (*spikes*) en la relación de dispersión del cristal, los *spikes* son debidos a la discontinuidad de la parte imaginaria de la conductividad óptica de las láminas de grafeno que forman la celda unitaria.
- El número de *spikes* en la relación de dispersión está relacionado con el número de láminas de grafeno en la celda unitaria, y la posición en frecuencia de estos, se raciona con el valor del potencial químico dado por los perfiles antes mencionados.

- La profundidad del *spike* en la relación de dispersión se puede modular dependiendo de parámetros ópticos y geométricos como, el ángulo de incidencia, el medio dieléctrico y su espesor; y se ve afectada de mayor manera cuando se incluyen efectos de temperatura.
- Los espectros macroscópicos de transmisión y absorción para el cristal finito, tienen una forma de línea escalonada, donde el número de escalones se relaciona con el número de láminas en la celda unitaria y la posición de las caídas de estos espectros se da en el mismo valor de frecuencia donde surge el *spike* en la relación de dispersión.
- Para finalizar, cabe mencionar que los *spikes* que aparecen en la relación de dispersión en los cristales fotónicos de celda unitaria no periódica de dieléctrico-grafeno, es una característica propia de estos sistemas que no aparecen en otro tipo de cristales fotónicos.

#### **Cristales fotónicos dieléctrico-grafeno con cavidades y defectos**

- Cuando se incrusta una cavidad en un cristal fotónico dieléctrico-grafeno, de manera natural aparecen estados localizados en las regiones de no propagación, para este caso como no existe contraste dieléctrico, aparecen en el gap de bajas frecuencias inducido por el grafeno.
- La posición en frecuencia del estado localizado de cavidad puede ser modulada en función del número de láminas de grafeno que se incorporan simétricamente dentro de la cavidad o en los espejos, así como, el potencial químico de dichas láminas (dentro y fuera de la cavidad).
- El campo eléctrico asociado al estado localizado que aparece en la estructura, está bien localizado con una forma simétrica dentro de la cavidad y su amplitud puede ser variada en función del número de láminas de grafeno en los espejos o dentro de la cavidad, así como, el potencial químico de dichas láminas.
- El factor de calidad de la cavidad puede ser mejorado incrementando el contraste óptico efectivo entre las láminas de la cavidad y las láminas de los espejos, se aprecia una mejora más considerable cuando se incrementa el número de láminas de grafeno en los espejos y se aumenta de manera proporcional a dicho incremento el espesor total del sistema.

- Las propiedades de modulación que muestra el estado localizado que surge en este tipo de sistema, puede tener potenciales aplicaciones en dispositivos optoelectrónicos ajustables como filtros angostos y dispositivos de censado.

### **Cristales fotónicos dieléctrico-grafeno de celda unitaria bi-periódica**

- La bi-periodicidad en el potencial químico de la estructura propuesta origina la aparición de nuevas regiones de no propagación o gaps fotónicos adicionales a los gaps del tipo Bragg.
- Los gaps que surgen por la bi-periodicidad del potencial químico en la celda unitaria, pueden variar su espesor en frecuencia, variando la diferencia de potencial químico entre las láminas de grafeno que forman la celda unitaria.
- Aparecen nuevos estados localizados en el gap de bajas frecuencias inducido por el grafeno solo para polarización transversal magnética ( $TM$ ).
- Dichos estados localizados, que se dan para polarización  $TM$  alrededor del gap de bajas frecuencias ( $GIBG$ ), pueden cambiar su posición en frecuencia variando el potencial químico de las láminas de grafeno de la celda unitaria o a través de parámetros ópticos y geométricos propios del cristal.

### **Cristales fotónicos dieléctrico-grafeno bidimensionales 2D-DGPhC**

- Se adaptó el método de expansión de ondas planas (PWE) para estudiar cristales fotónicos en dos dimensiones cuando se incorporan láminas de grafeno con ciertas geometrías. Con lo anterior, se encuentra una ecuación matricial de eigenvalores que al resolver se obtiene la relación de dispersión fotónica o eigenfrecuencias para este tipo de estructuras en dos dimensiones con grafeno.
- Aparece un gap completo a bajas frecuencias en la relación de dispersión, para las cuatro estructuras que se estudian (cilindros de dieléctrico grafeno en un sustrato de dieléctrico par y huecos cilíndricos en un sustrato de dieléctrico-grafeno, lo anterior para red cuadrada y una red hexagonal), el cual puede variar su espesor en frecuencia en función del potencial químico de las láminas o los cilindros de grafeno en cada estructura.

- Para un cristal de red cuadrada de cilindros de dieléctrico-grafeno, aparece un gap parcial adicional al de bajas frecuencias, después de la primera banda para potencial químico bajo  $\mu_g = 0.05eV$ , al aumentar el potencial químico de los discos de grafeno hasta  $\mu_g = 0.16eV$ , dicho gap se convertirá del tipo completo.
- Para el cristal de cilindros huecos en un sustrato de dieléctrico-grafeno en una red cuadrada, aparece un segundo gap después de la primera banda, que para bajo potencial químico  $\mu_g = 0.075eV$ , ya resulta ser completo. Al aumentar el potencial químico de las láminas de grafeno en el sustrato  $\mu_g = 0.16eV$ , aparece otro tercer gap completo después de la segunda y tercera banda.
- Para el cristal de cilindros de dieléctrico-grafeno en una red hexagonal, aparece un gap parcial después de la primera y segunda banda, al aumentar el potencial químico de los discos de grafeno de manera considerable  $\mu_g = 0.16eV$ , dicho gap se vuelve como un gap pequeño del tipo completo.
- Para el cristal de huecos cilíndricos en un sustrato de dieléctrico-grafeno en una red hexagonal, aparece un segundo gap del tipo completo después de la segunda banda para un potencial químico de  $\mu_g = 0.075eV$ . Así mismo, al aumentar el potencial químico de las láminas de grafeno en el sustrato  $\mu_g = 0.16$ , aparece un tercer gap del tipo completo después de la segunda y tercera banda.
- El variar el potencial químico de las láminas de grafeno en estas estructuras fotónicas bidimensionales, permite modular y crear nuevas regiones de gap's completos en la relación de dispersión. Dicha propiedad de modulación en los gaps, hace a estas estructuras adecuadas para que sean implementadas en dispositivos optoelectrónicos ajustables como guías de onda y dispositivos de censado.

Finalmente, es importante mencionar que en el presente trabajo de tesis se obtuvieron resultados mostrando comportamientos novedosos en la propagación de ondas electromagnéticas en cristales fotónicos con grafeno, logrando publicar hasta el momento los siguientes trabajos, *Spikes formation in the dispersion relation for dielectric-graphene photonic crystal* [60], y *Tuning of the cavity state in 1D defective layered dielectric-graphene based photonic crystals* (Aceptado). Por último, mencionaremos que los otros resultados mostrados sobre cristales fotónicos dieléctrico-grafeno bi-periódicos y cristales bidimensionales con grafeno, son resulta-



**ÍNDICE DE FIGURAS**  
**CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES**

---

dos nuevos y novedosos donde se plantea un análisis más profundo para su posible publicación a futuro.

# Apéndice A

## Publicaciones y Congresos

- Congreso Nacional de Física, Villahermosa Tabasco año 2019. **Plática:** *Redes de grafeno no convencionales como filtro pass-band.* **Mural:** *Cristales Fotónicos dieléctrico-grafeno con potencial químico variable y distribuido aperiódicamente en las láminas de grafeno.*
- Congreso Nacional de Física, en Línea año 2020. **Mural:** *Cristales Fotónicos dieléctrico-grafeno con potencial químico distribuido aperiódicamente en las láminas de grafeno de la celda unitaria.*
- Congreso Nacional de Física, Tijuana año 2021. **Plática:** *Estudio de bandas de propagación en cristales fotónicos dieléctrico-grafeno con celda unitaria de potencial químico no periódico.* **Mural:** *Estudio de cavidades ópticas en cristales fotónicos 1-D dieléctrico-grafeno.*
- Congreso Nacional de Física, Zacatecas año 2022. **Plática:** *Estados inducidos de impureza en el potencial químico en cristales fotónicos 1D dieléctrico-grafeno.* **Mural:** *Cristales fotónicos dieléctrico-grafeno 1D con celda unitaria bi-periódica.*
- Reunión Anual División de Estado Solido, Puebla año 2021. **Plática:** *Cristales fotónicos dieléctrico-grafeno con celda unitaria de potencial químico no periódico.*
- Reunión Anual División de Estado Solido, Puebla año 2022. **Plática:** *Estados inducidos de impureza en cristales fotónicos 1D dieléctrico-grafeno.*
- Taller de la Materia Condensada Y Molecular año 2022, UAEM Cuernavaca Morelos. **Plática:** *Estados inducidos de impureza en el potencial químico en cristales fotónicos*

## ÍNDICE DE FIGURAS

### APÉNDICE A. PUBLIACIONES Y CONGRESOS

---

#### *1D dieléctrico-grafeno.*

- Capítulo Estudiantil SMMater-UAZ año 2021. **Plática:** *Cristales fotónicos dieléctrico-grafeno.* **Mural:** *Cristales fotónicos dieléctrico-grafeno de celda unitaria de potencial químico variable.* **Ganador del primer lugar del concurso de Murales.**
- Capítulo Estudiantil SMMater-UAZ, año 2022. **Mural:** *Sintonización de estados propagantes permitidos en un cristal fotónico unidimensional dieléctrico-grafeno a bajas frecuencias.*
- Capítulo Estudiantil SMMater-UAZ, año 2023. **Mural:** *Filtro de banda angosta ajustable basado en un cristal fotónico dieléctrico-grafeno unidimensional.*
- 29st International Materials Research Congress, año 2021 Cancún Mex. **Mural:** *Photonic bands for dielectric-graphene photonic crystal with encrusted dielectric media.*
- Jornada Estatal de Ciencia y Tecnología (JECyT), COZyT año 2021. **Plática:** *Estados propagantes de impureza en cristales fotónicos 1D dieléctrico-grafeno.*
- A. Sánchez-Arellano, J. Madrigal-Melchor , Pérez Huerta José Samuel, Ariza Flores David, Sustaita Torres Ileri Aydée. *Spikes formation in the dispersion relation for dielectric-graphene photonic crystal.* Physica B: Physics of Condensed Matter. <https://doi.org/10.1016/j.physb.2021.413460>.
- A. Sánchez-Arellano, J. Madrigal-Melchor , Pérez Huerta José Samuel, Ariza Flores David, Sustaita Torres Ileri Aydée. *Tuning of the cavity state in 1D defective layered dielectric-graphene based photonic crystals.* Physica B: Physics of Condensed Matter. <https://doi.org/10.1016/j.physb.2023.415421>.

# Bibliografía

- [1] Eli Yablonovitch. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Physical Review Letters*, 58(20):2059–2062, 1987. ISSN 00319007. doi: 10.1103/PhysRevLett.58.2059.
- [2] Mahito Kohmoto, Bill Sutherland, and K. Iguchi. Localization of optics: Quasiperiodic media. *Physical Review Letters*, 58(23):2436–2438, 1987. ISSN 00319007. doi: 10.1103/PhysRevLett.58.2436.
- [3] Amnon Yariv and Pochi Yeh. Electromagnetic propagation in periodic stratified media II Birefringence, phase matching, and x-ray lasers \*. *Journal of the Optical Society of America*, 67(4):438, apr 1977. ISSN 0030-3941. doi: 10.1364/JOSA.67.000438.
- [4] Pochi Yeh. Electromagnetic propagation in birefringent layered media. *Journal of the Optical Society of America*, 69(5):742, 1979. ISSN 0030-3941. doi: 10.1364/JOSA.69.000742.
- [5] R.B. Wehrspohn, A. von Rhein, and T. Geppert. *Photonic Crystals: Principles and Applications*. 2006. ISBN 9789814267304. doi: 10.1016/B0-08-043152-6/02021-0.
- [6] Li an Bian, Peiguo Liu, and Gaosheng Li. Design of tunable devices using one-dimensional Fibonacci photonic crystals incorporating graphene at terahertz frequencies. *Superlattices and Microstructures*, 98:522–534, 2016. ISSN 10963677. doi: 10.1016/j.spmi.2016.08.029.
- [7] S. Sahel, R. Amri, D. Gamra, M. Lejeune, M. Benlahsen, K. Zellama, and H. Bouchriha. Effect of sequence built on photonic band gap properties of one-dimensional quasi-periodic photonic crystals: Application to Thue-Morse and Double-period structures. *Superlattices and Microstructures*, 111:1–9, 2017. ISSN 10963677. doi: 10.1016/j.spmi.2017.04.031.

- [8] A. N. Poddubny and E. L. Ivchenko. Photonic quasicrystalline and aperiodic structures. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 42(7):1871–1895, 2010. ISSN 13869477. doi: 10.1016/j.physe.2010.02.020.
- [9] Albert Ferrando and Juan José Miret. Single-polarization single-mode intraband guidance in supersquare photonic crystals fibers. *Applied Physics Letters*, 78(21):3184–3186, 2001. ISSN 00036951. doi: 10.1063/1.1353837.
- [10] D. Shin, S. Tibuleac, T.A. Maldonado, and R. Magnusson. Thin-film multilayer optical filters containing diffractive elements and waveguides. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, 3133:273–286, 1997. ISSN 0277786X. doi: 10.1117/12.279110.
- [11] Chaojian Hou, Lijun Yang, Bo Li, Qihan Zhang, Yuefeng Li, Qiuyang Yue, Yang Wang, Zhan Yang, and Lixin Dong. Multilayer black phosphorus near-infrared photodetectors. *Sensors (Switzerland)*, 18(6):1–9, 2018. ISSN 14248220. doi: 10.3390/s18061668.
- [12] Sajeev John. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Physical Review Letters*, 58(23):2486–2489, jun 1987. ISSN 0031-9007. doi: 10.1103/PhysRevLett.58.2486.
- [13] V. Kuzmiak, A. A. Maradudin, and F. Pincemin. Photonic band structures of two-dimensional systems containing metallic components. *Physical Review B*, 50(23):16835–16844, 1994. ISSN 01631829. doi: 10.1103/PhysRevB.50.16835.
- [14] V. Kuzmiak and A. Maradudin. Photonic band structures of one- and two-dimensional periodic systems with metallic components in the presence of dissipation. *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, 55(12):7427–7444, 1997. ISSN 1550235X. doi: 10.1103/PhysRevB.55.7427.
- [15] Yu. E. Lozovik, S. L. Eiderman, and M. Willander. The two-dimensional superconducting photonic crystal. *Laser Physics*, 17(9):1183–1186, 2007. ISSN 1054-660X. doi: 10.1134/s1054660x07090137.
- [16] L. Qi and Z. Yang. Modified plane wave method analysis of dielectric plasma photonic crystal. *Progress in Electromagnetics Research*, 91:319–332, 2009. ISSN 15598985. doi: 10.2528/PIER09022605.

- [17] D. Soto-Puebla, M. Xiao, and F. Ramos-Mendieta. Optical properties of a dielectric-metallic superlattice: The complex photonic bands. *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics*, 326(3-4):273–280, 2004. ISSN 03759601. doi: 10.1016/j.physleta.2004.03.070.
- [18] Simin Feng, J. Merle Elson, and Pamela L. Overfelt. Optical properties of multilayer metal-dielectric nanofilms with all-evanescent modes. *Optics Express*, 13(11):4113, 2005. ISSN 1094-4087. doi: 10.1364/OPEX.13.004113.
- [19] Huang-Ming Lee and Jong-Ching Wu. Transmittance spectra in one-dimensional superconductor-dielectric photonic crystal. *Journal of Applied Physics*, 107(9):09E149, may 2010. ISSN 0021-8979. doi: 10.1063/1.3362935.
- [20] H. Rahimi. Analysis of photonic spectra in Thue-Morse, double-period and Rudin-Shapiro quasiregular structures made of high temperature superconductors in visible range. *Optical Materials*, 57:264–271, jul 2016. ISSN 09253467. doi: 10.1016/j.optmat.2016.04.022.
- [21] Francis Segovia-Chaves, Herbert Vinck-Posada, Y. Trabelsi, and N. Ben Ali. Transmittance spectrum in a one-dimensional photonic crystal with Fibonacci sequence superconductor–semiconductor. *Optik*, 217(February):164803, sep 2020. ISSN 00304026. doi: 10.1016/j.ijleo.2020.164803.
- [22] Liangshun Han. 1D Photonic Crystals: Principles and Applications in Silicon Photonics. In *Theoretical Foundations and Application of Photonic Crystals*. InTech, apr 2018. doi: 10.5772/intechopen.71753.
- [23] Javier Flores Méndez, Benito Zenteno Mateo, Mario Moreno Moreno, Alfredo Morales-Sánchez, Gustavo M. Minquiz, Hector Vázquez Leal, Israel Vivaldo-De la Cruz, Silvia Cortés-López, Ana Cecilia Piñón Reyes, and Roberto Ambrosio. Homogenization method for one-dimensional photonic crystals with magnetic and chiral inclusions. *The European Physical Journal B*, 93(7):124, jul 2020. ISSN 1434-6028. doi: 10.1140/epjb/e2020-10095-4.
- [24] Wenting Zhang, Peide Han, Aidong Lan, Yuping Li, and Xue Zhang. Defect modes tuning of one-dimensional photonic crystals with lithium niobate and silver material defect. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 44(4):813–815, jan 2012. ISSN 13869477. doi: 10.1016/j.physe.2011.12.005.

- [25] Ji-Jiang Wu and Jin-Xia Gao. Temperature-dependent optical properties of defect mode in dielectric photonic crystal heterostructure containing a superconducting layer. *Materials Chemistry and Physics*, 171:91–96, mar 2016. ISSN 02540584. doi: 10.1016/j.matchemphys.2015.12.003.
- [26] Noama Ouchani, Abdelaziz El Moussaouy, Hassan Aynaou, Youssef El Hassouani, El Houssaine El Boudouti, and Bahram Djafari-Rouhani. Optical transmission properties of an anisotropic defect cavity in one-dimensional photonic crystal. *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics*, 382(4):231–240, 2018. ISSN 03759601. doi: 10.1016/j.physleta.2017.11.020.
- [27] Tingting Tang, Wenli Liu, Xiuying Gao, Xiujun He, and Jun Yang. Band gaps and nonlinear defect modes in one-dimensional photonic crystals with anisotropic single-negative metamaterials. *Optics & Laser Technology*, 43(6):1016–1019, sep 2011. ISSN 00303992. doi: 10.1016/j.optlastec.2011.01.002.
- [28] S. Ya Vetrov, A. Yu Avdeeva, and I. V. Timofeev. Spectral properties of a one-dimensional photonic crystal with a resonant defect nanocomposite layer. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 113(5):755–761, nov 2011. ISSN 1063-7761. doi: 10.1134/S10637761111140093.
- [29] Chung-An Hu, Jia-Wei Liu, Chien-Jang Wu, Tzong-Jer Yang, and Su-Lin Yang. Effects of superconducting film on the defect mode in dielectric photonic crystal heterostructure. *Solid State Communications*, 157:54–57, mar 2013. ISSN 00381098. doi: 10.1016/j.ssc.2012.12.022.
- [30] Francis Segovia-Chaves and Herbert Vinck-Posada. Superconductor–semiconductor one-dimensional photonic crystal using a cancer cell as a defect layer. *Optik*, 224:165465, dec 2020. ISSN 00304026. doi: 10.1016/j.ijleo.2020.165465.
- [31] Kazem Jamshidi-Ghaleh and Behnam Kazempour. Effect of incident angle and polarization on electrically-tunable defect mode in anisotropic photonic crystals. *Applied Optics*, 55(16):4350, jun 2016. ISSN 0003-6935. doi: 10.1364/AO.55.004350.
- [32] Nagat A. Elmahdy, Mohamed S. Esmail, and Mohamed M. El-Okr. Characterization of a thermal sensor based on one-dimensional photonic crystal with central liq-

- uid crystal defect. *Optik*, 170(May):444–451, oct 2018. ISSN 00304026. doi: 10.1016/j.ijleo.2018.05.117.
- [33] Ying Hao Chen, Wei Hua Shi, Lin Feng, Xue Ying Xu, and Ming Yu Shang-Guan. Study on simultaneous sensing of gas concentration and temperature in one-dimensional photonic crystal. *Superlattices and Microstructures*, 131(May):53–58, 2019. ISSN 10963677. doi: 10.1016/j.spmi.2019.05.033.
- [34] Hsin-Han Tung and Chien-Ping Lee. An energy band-pass filter using superlattice structures. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 32(3):507–512, 1996. ISSN 0018-9197. doi: 10.1109/3.485403.
- [35] I. Gómez, F. Domínguez-Adame, E. Diez, and V. Bellani. Electron transport across a Gaussian superlattice. *Journal of Applied Physics*, 85(7):3916–3918, 1999. ISSN 00218979. doi: 10.1063/1.369764.
- [36] J Madrigal-Melchor, A Enciso-Muñoz, and D A Contreras-Solorio. Optical transmittance of a multilayer structure with Gaussian modulation of the refractive index. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 45(1):012032, jun 2013. ISSN 1757-8981. doi: 10.1088/1757-899X/45/1/012032.
- [37] A. Sánchez-Arellano, J. Madrigal-Melchor, and I. Rodríguez-Vargas. Non-conventional graphene superlattices as electron band-pass filters. *Scientific Reports*, 9(1):8759, 2019. ISSN 20452322. doi: 10.1038/s41598-019-45417-3.
- [38] N.M.R. Peres, F. Guinea, and A. H. Castro Neto. Electronic properties of disordered two-dimensional carbon. *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, 73(12):1–23, 2006. ISSN 10980121. doi: 10.1103/PhysRevB.73.125411.
- [39] A. H. Castro Neto, F Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, and A. K. Geim. The electronic properties of graphene. *Reviews of Modern Physics*, 81(1):109–162, 2009. ISSN 00346861. doi: 10.1103/RevModPhys.81.109.
- [40] S. A. Mikhailov and K. Ziegler. New Electromagnetic Mode in Graphene. *Physical Review Letters*, 99(1):016803, jul 2007. ISSN 0031-9007. doi: 10.1103/PhysRevLett.99.016803.
- [41] L. A. Falkovsky. Optical properties of graphene. *Journal of Physics: Conference Series*, 129(1):012004, oct 2008. ISSN 1742-6596. doi: 10.1088/1742-6596/129/1/012004.



- [42] T. Stauber, N. M R Peres, and A. K. Geim. Optical conductivity of graphene in the visible region of the spectrum. *Physical Review B*, 78(8):085432, aug 2008. ISSN 1098-0121. doi: 10.1103/PhysRevB.78.085432.
- [43] R. R. Nair, P. Blake, a. N. Grigorenko, K. S. Novoselov, T. J. Booth, T. Stauber, N. M. R. Peres, and a. K. Geim. Fine Structure Constant Defines Visual Transparency of Graphene. *Science*, 320(5881):1308, 2008. ISSN 0036-8075. doi: 10.1126/science.1156965.
- [44] F Bonaccorso, Z Sun, T Hasan, and A C Ferrari. Graphene Photonics and Optoelectronics. *Nature Photonics*, 4(9):611–622, 2010. ISSN 1749-4885. doi: 10.1038/nphoton.2010.186.
- [45] YU. V. Bludov, AIREIS Ferreira, N. M. R. Peres, and M. I. Vasilevskiy. A Primer On Surface Plasmon-Polaritons in Graphene. *International Journal of Modern Physics B*, 27(10):1341001, apr 2013. ISSN 0217-9792. doi: 10.1142/S0217979213410014.
- [46] Berardi Sensale-Rodriguez. Graphene-based optoelectronics. *Journal of Lightwave Technology*, 33(5):1100–1108, 2015. ISSN 07338724. doi: 10.1109/JLT.2014.2373173.
- [47] Kin Fai Mak and Jie Shan. Photonics and optoelectronics of 2D semiconductor transition metal dichalcogenides. *Nature Photonics*, 10(4):216–226, 2016. ISSN 17494893. doi: 10.1038/nphoton.2015.282.
- [48] J. Madrigal-Melchor, J.S. Pérez-Huerta, J.R. Suárez-López, I. Rodríguez-Vargas, and D. Ariza-Flores. TM plasmonic modes in a multilayer graphene-dielectric structure. *Superlattices and Microstructures*, 125(September 2018):247–255, jan 2019. ISSN 07496036. doi: 10.1016/j.spmi.2018.11.015.
- [49] George W. Hanson. Dyadic Green's functions and guided surface waves for a surface conductivity model of graphene. *Journal of Applied Physics*, 103(6), 2008. ISSN 00218979. doi: 10.1063/1.2891452.
- [50] George W. Hanson, Alexander B. Yakovlev, and Arash Mafi. Excitation of discrete and continuous spectrum for a surface conductivity model of graphene. *Journal of Applied Physics*, 110(11):114305, dec 2011. ISSN 0021-8979. doi: 10.1063/1.3662883.

- [51] Hoik Lee, Keewook Paeng, and Ick Soo Kim. A review of doping modulation in graphene. *Synthetic Metals*, 244(May):36–47, 2018. ISSN 03796779. doi: 10.1016/j.synthmet.2018.07.001.
- [52] Hans He, Kyung Ho Kim, Andrey Danilov, Domenico Montemurro, Liyang Yu, Yung Woo Park, Floriana Lombardi, Thilo Bauch, Kasper Moth-Poulsen, Tihomir Iakimov, Rositsa Yakimova, Per Malmberg, Christian Müller, Sergey Kubatkin, and Samuel Lara-Avila. Uniform doping of graphene close to the dirac point by polymer-assisted assembly of molecular dopants. *Nature Communications*, 9(1):3–9, 2018. ISSN 20411723. doi: 10.1038/s41467-018-06352-5.
- [53] Amir Madani and Samad Roshan Entezar. Optical properties of one-dimensional photonic crystals containing graphene sheets. *Physica B: Condensed Matter*, 431:1–5, 2013. ISSN 09214526. doi: 10.1016/j.physb.2013.08.041.
- [54] Yu V. Bludov, N. M.R. Peres, and M. I. Vasilevskiy. Unusual reflection of electromagnetic radiation from a stack of graphene layers at oblique incidence. *Journal of Optics (United Kingdom)*, 15(11), 2013. ISSN 20408978. doi: 10.1088/2040-8978/15/11/114004.
- [55] Yuping Zhang, Zhixin Wu, Yanyan Cao, and Huiyun Zhang. Optical properties of one-dimensional Fibonacci quasi-periodic graphene photonic crystal. *Optics Communications*, 338:168–173, 2015. ISSN 00304018. doi: 10.1016/j.optcom.2014.10.059.
- [56] Carlos H. Costa, Luiz F. C. Pereira, and Claudionor G. Bezerra. Light propagation in quasiperiodic dielectric multilayers separated by graphene. *Physical Review B*, 96(12):125412, sep 2017. ISSN 2469-9950. doi: 10.1103/PhysRevB.96.125412.
- [57] Ziba Saleki, Samad Roshan Entezar, and Amir Madani. Omnidirectional broadband THz filter based on a one-dimensional Thue–Morse quasiperiodic structure containing graphene nanolayers. *Journal of Nanophotonics*, 10(3):036010, aug 2016. ISSN 1934-2608. doi: 10.1117/1.JNP.10.036010.
- [58] Tianrong Zhan, Xi Shi, Yunyun Dai, Xiaohan Liu, and Jian Zi. Transfer matrix method for optics in graphene layers. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 25(21):215301, may 2013. ISSN 0953-8984. doi: 10.1088/0953-8984/25/21/215301.

- [59] A. Sánchez-Arellano, J. S. Pérez-Huerta, D. Ariza-Flores, I. A. Sustaita-Torres, and J. Madrigal-Melchor. Tailoring the transmission and absorption spectra in a graphene-dielectric multilayer system for lorentzian profile in the chemical potential. *Superlattices and Microstructures*, 130(April):68–75, 2019. ISSN 10963677. doi: 10.1016/j.spmi.2019.04.014.
- [60] A. Sánchez-Arellano, D. Ariza-Flores, J.S. Pérez-Huerta, S. Amador-Alvarado, I.A. Sustaita-Torres, and J. Madrigal-Melchor. Spikes formation in the dispersion relation for dielectric–graphene photonic crystal. *Physica B: Condensed Matter*, 625(October 2021):413460, jan 2022. ISSN 09214526. doi: 10.1016/j.physb.2021.413460. URL <https://doi.org/10.1016/j.physb.2021.413460>  
<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0921452621006207>.
- [61] I. Fuentecilla-Carcamo, M. Palomino-Ovando, and F. Ramos-Mendieta. One dimensional graphene based photonic crystals: Graphene stacks with sequentially-modulated doping for photonic band gap tailoring. *Superlattices and Microstructures*, 112:46–56, 2017. ISSN 10963677. doi: 10.1016/j.spmi.2017.09.012.
- [62] A. K. Geim and K. S. Novoselov. The rise of graphene. *Nature Materials*, 6(3):183–191, feb 2007. ISSN 1476-1122. doi: 10.1038/nmat1849.
- [63] Eugenie Samuel Reich. Nobel prize committee under fire. *Nature*, 50005(October):0–10, nov 2010. ISSN 1476-4687. doi: 10.1038/news.2010.620.
- [64] C González and V Oxana. Propiedades y aplicaciones del grafeno. *Ingenierías*, 11(38): 17–23, 2008.
- [65] P. R. Wallace. The Band Theory of Graphite. *Physical Review*, 71(9):622–634, may 1947. ISSN 0031-899X. doi: 10.1103/PhysRev.71.622.
- [66] R. PEIERLS. Quelques propriétés typiques des corps solides. *Ann. I. H. Poincare*, 3: 177–222, 1935.
- [67] B Y Andre K Geim and Philip Kim. Carbon Wonderland. *Scientific American*, 248(April): 90–97, 2008.
- [68] a K Geim. Graphene: Status and Prospects. *Science*, 324(June):1530–1534, 2009. ISSN 1095-9203. doi: 10.1126/science.1158877.

- [69] Gunho Jo, Minhyeok Choe, Sangchul Lee, Woojin Park, Yung Ho Kahng, and Takhee Lee. The application of graphene as electrodes in electrical and optical devices. *Nanotechnology*, 23(11):112001, mar 2012. ISSN 0957-4484. doi: 10.1088/0957-4484/23/11/112001.
- [70] Xinming Li, Hongwei Zhu, Kunlin Wang, Anyuan Cao, Jinquan Wei, Chunyan Li, Yi Jia, Zhen Li, Xiao Li, and Dehai Wu. Graphene-on-silicon schottky junction solar cells. *Advanced Materials*, 2010. ISSN 09359648. doi: 10.1002/adma.200904383.
- [71] Santanu Das, Pitchaimuthu Sudhagar, Yong Soo Kang, and Wonbong Choi. Graphene synthesis and application for solar cells. *Journal of Materials Research*, 29(03):299–319, feb 2014. ISSN 0884-2914. doi: 10.1557/jmr.2013.297. URL [http://www.journals.cambridge.org/abstract\\_S0884291413002975](http://www.journals.cambridge.org/abstract_S0884291413002975).
- [72] Dharmendar Reddy, Leonard F Register, Gary D Carpenter, and Sanjay K Banerjee. Graphene field-effect transistors. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 45(1):19501, 2012. ISSN 0022-3727. doi: 10.1088/0022-3727/45/1/019501.
- [73] Zhiwei Peng, Jian Lin, Ruquan Ye, Errol L G Samuel, and James M Tour. Flexible and Stackable Laser-Induced Graphene Supercapacitors. *ACS Applied Materials & Interfaces*, 7(5):3414–3419, feb 2015. ISSN 1944-8244. doi: 10.1021/am509065d.
- [74] Xiaoguang Luo, Teng Qiu, Weibing Lu, and Zhenhua Ni. Plasmons in graphene: Recent progress and applications. *Materials Science and Engineering R: Reports*, 74(11):351–376, 2013. ISSN 0927796X. doi: 10.1016/j.mser.2013.09.001.
- [75] Qiming Zhang, Xiangping Li, Md Muntasir Hossain, Yunzhou Xue, Jie Zhang, Jingchao Song, Jingying Liu, Mark D. Turner, Shanhui Fan, Qiaoliang Bao, and Min Gu. Graphene surface plasmons at the near-infrared optical regime. *Scientific Reports*, 4(1):6559, may 2015. ISSN 2045-2322. doi: 10.1038/srep06559.
- [76] L. A. Falkovsky and A. A. Varlamov. Space-time dispersion of graphene conductivity. *The European Physical Journal B*, 56(4):281–284, apr 2007. ISSN 1434-6028. doi: 10.1140/epjb/e2007-00142-3.
- [77] L. A. Falkovsky and S. S. Pershoguba. Optical far-infrared properties of a graphene monolayer and multilayer. *Physical Review B*, 76(15):153410, oct 2007. ISSN 1098-0121. doi: 10.1103/PhysRevB.76.153410.

- [78] T. Stauber, N. M R Peres, and A. H. Castro Neto. Conductivity of suspended and non-suspended graphene at finite gate voltage. *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, 78(085418):1–13, 2008. ISSN 10980121. doi: 10.1103/PhysRevB.78.085418.
- [79] K.M. Janavika and Ravi Prakash Thangaraj. Graphene and its application: A review. *Materials Today: Proceedings*, 2023. ISSN 2214-7853. doi: <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2023.05.446>. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214785323030821>.
- [80] L. a. Falkovsky. Optical properties of doped graphene layers. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 106(3):575–580, 2008. ISSN 1063-7761. doi: 10.1134/S1063776108030175.
- [81] P A D Gonçalves and N M R Peres. *An Introduction to Graphene Plasmonics*. WORLD SCIENTIFIC, 2016. doi: 10.1142/9948.
- [82] J Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, Limited, 2005. ISBN 9780471427643.
- [83] Pochi Yeh. *Optical Waves in Layered Media*. Wiley Inter-Science, 2005. ISBN 978-0-471-73192-4.
- [84] Peter Markos and Costas M. Soukoulis. *Wave Propagation: From Electrons to Photonic Crystals and Left-handed Materials*. Princenton University Press, Oxford, 1st.ed. edition, 2008. ISBN 9780691130033.
- [85] Jian Zi, Jun Wan, and Chun Zhang. Large frequency range of negligible transmission in one-dimensional photonic quantum well structures. *Applied Physics Letters*, 73(15): 2084–2086, 1998. ISSN 00036951. doi: 10.1063/1.122385.
- [86] M. Plihal, A. Shambrook, A.A. Maradudin, and Ping Sheng. Two-dimensional photonic band structures. *Optics Communications*, 80(3-4):199–204, jan 1991. ISSN 00304018. doi: 10.1016/0030-4018(91)90250-H. URL <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/003040189190250H>.

- [87] M. Plihal and A. A. Maradudin. Photonic band structure of two-dimensional systems: The triangular lattice. *Physical Review B*, 44(16):8565–8571, oct 1991. ISSN 0163-1829. doi: 10.1103/PhysRevB.44.8565.
- [88] John D. Joannopoulos, Steven G. Johnson, Joshua N. Winn, and Robert D. Meade. *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light (Second Edition)*. Princeton University Press, 2 edition, 2008. ISBN 0691124566.