Universidad Autónoma de Zacatecas

"Francisco García Salinas"

Unidad Académica de Docencia Superior

Doctorado en Gestión Educativa y Políticas Públicas

Generación 2020 – 2023

EL MODELO MTSK PARA EL DESARROLLO PROFESIONAL DEL DOCENTE DE BACHILLERATO

Doctorante:

Edgar Ponciano Bustos

Director (a) de Tesis:

Dra. Yanira Xiomara de la Cruz Castañeda

Co-Director (a) de Tesis:

Dr. Marcos Manuel Ibarra Núñez

Dra. Carla Beatriz Capetillo Medrano

Zacatecas, Zac. Agosto 2024

Zacatecas, Zac. a 30 de agosto de 2024.

Asunto: Liberación de Tesis

Dra. Samantha Deciré Bernal Ayala
Responsable del Departamento Escolar Central
De la Universidad Autónoma de Zacatecas
"Francisco García Salinas"
P r e s e n t e.

Después de haber asesorado la investigación y revisado cuidadosamente la tesis cuyo título es: **"El modelo MTSK para el desarrollo profesional del docente de bachillerato"** que el alumno Edgar Ponciano Bustos presenta para obtener el grado académico de *Doctor en Gestión Educativa y Políticas Públicas,* me permito comunicarle que dicha tesis cumple con los requisitos suficientes en contenido y forma que se exigen para los trabajos de esta naturaleza, por lo que se encuentra lista para su impresión y para que se realicen los trámites conducentes. De acuerdo a lo anterior, le informo que otorgo mi aval y voto para que sea defendida en el examen de grado correspondiente.

Sin más por el momento, hago propicia la ocasión para saludarla.

Atentamente

Dra. Yanira Xiomara de la Cruz Castañeda
Docente investigadora del DGEPP-UADS UAZ
y Directora de Tesis

ccp. Archivo
ccp. Interesado

Declaración de originalidad

Doctorado en Gestión Educativa y Politicas Publicas
Universidad Autónoma de Zacatecas
Presente.

Por este medio certifico que el trabajo titulado: "El modelo MTSK para el desarrollo profesional del docente de bachillerato", que presento para obtener el grado de Doctor en Gestión Educativa y Politicas Publicas, es un documento recepcional original, ya que sus contenidos son producto de mi directa contribución intelectual. Todos los datos y las referencias a materiales ya publicados, están debidamente identificados con su respectivo crédito e incluidos en las referencias bibliográficas y en las citas que destacan como tal. Por lo tanto, me hago responsable de cualquier reclamación relacionada con derechos de propiedad intelectual.

Para constancia de lo anteriormente expuesto, se firma esta declaración a los 30 días del mes de agosto del año dos mil veinticuatro, en laciudad de Zacatecas, Zac., Mexico.

Edgar Ponciano Bustos

Firma y nombre del alumno

Dedicatoria

La presente está dedicada en primer lugar a Dios, ya que sus bendiciones me han permitido la sabiduría y fortaleza para lograr concluir esta etapa de mi vida. A mi esposa Joselyne, que ha estado conmigo ayudando desde el inicio del Doctorado, su confianza, sus consejos, sus conocimientos, apoyo emocional y amor, me han dado esa fortaleza que se requiere en la escritura de este proyecto. A mis padres, hermano y hermanas, que a pesar de la distancia, siempre están presentes en mi corazón en todo momento, sé que este logro también es de ellos, pues han estado esperando esta meta en mi vida.

Finalmente, esta tesis está dedicada a mi asesora la Dra. Xiomara, que desde el primer momento confió en mí y en la investigación, gracias a su apoyo, sus consejos, paciencia, tiempo, conocimiento, se pudo lograr culminar este trabajo. Su ayuda y guía en cada etapa fue muy importante pues permitió enriquecer y pulir este proyecto, hasta su versión final.

Agradecimiento

Primeramente agradezco al programa del Doctorado en Gestión Educativa y Políticas Publicas adscrito a la Unidad Académica de Docencia Superior, por haberme aceptado, abrirme las puertas para estudiar y adquirir nuevos conocimientos.

También agradezco a mis estimados Docentes del Doctorado, quienes con su conocimiento y su guía constante, me han acompañado en este camino académico, y además, sus aportes fueron esenciales para el enriquecimiento de este trabajo.

Por último pero no menos importante, agradezco a los revisores de tesis: Dra. Leticia Ríos Rodríguez, Dr. Marco Manuel Ibarra Núñez, Dra. Lizeth Rodríguez González y a la Dra. Carla Beatriz Capetillo Medrano, por haber fortalecido este proyecto mediante sus comentarios y sugerencias tan oportunas.

Agradecimiento al CONAHCYT

Agradezco al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencia y Tecnología por el apoyo brindado para la realización de mis estudios de maestría.

Becario No. 626421

Resumen

El rol del profesorado en México está en constante cambio, su práctica pedagógica es en sí misma el elemento en el que se exige mayor atención debido a las Reformas Educativas que cada sexenio presidencial se promueven. En el caso de los docentes de Nivel Medio Superior (NMS), el proceso de enseñanza-aprendizaje del tema de la derivada se ha enfrentado a varias dificultades, tanto para los estudiantes como para los mismos profesores. La derivada es un tema importante de la asignatura de cálculo diferencial dentro del currículo del Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario (CBTA), este contenido es relevante ya que está vinculado con asignaturas posteriores de la currícula, también está presente en reactivos en la prueba PLANEA y PISA. El objetivo de esta investigación es analizar las características de los profesores del CBTA, particularmente las que se centran en el conocimiento especializado de la enseñanza de la derivada y sus creencias, para fortalecer su Desarrollo Profesional utilizando como referente teórico el modelo Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) y los indicadores del CEAM. La metodología empleada es cualitativa de corte descriptivo y la muestra fue considerada por conveniencia. Los instrumentos que se usaron para la recolección de información fueron las clases videograbadas, las planeaciones y entrevistas. Los resultados más importantes demostraron que los docentes objetos de estudio cuentan con mayores indicadores en el subdominio Conocimiento de los Temas, esto se puede deber a la propia naturaleza de la derivada y cómo se enseña de acuerdo al docente. En el caso de las creencias de los profesores, se obtiene como resultado principal que consideran el tema de la derivada se debe de enseñar fundamentando las reglas de derivación, propiedades y aplicaciones de la misma, de acuerdo al interés del alumno y al contexto de grupo; además creen que la planeación debe estar escrita de acuerdo a la estructura lógica del programa de estudios del 2017, aunque tenga carencias de contenido. A modo de conclusión, se propone que con los resultados de los indicadores del MTSK y del CEAM (más las características en torno a las concepciones de su enseñanza de acuerdo a las creencias), se podrían diseñar cursos, programas de actualización o formación continua para que el docente de matemáticas actualice su desarrollo profesional e impacte el aprendizaje de los estudiantes y los indicadores de las pruebas estandarizadas.

Palabras Claves: MTSK, creencias, desarrollo profesional, docente, derivada.

Abstract

The role of teachers in Mexico is constantly changing, their pedagogical practice is in itself the element that requires greater attention due to the Educational Reforms that are promoted every presidential term. In the case of teachers at the Upper Secondary Level (NMS), the teaching-learning process of the derivative topic has faced several difficulties, both for students and for the teachers themselves. The derivative is an important topic of the differential calculus subject within the curriculum of the Agricultural Technological Baccalaureate Center (CBTA), this content is relevant since it is linked to later subjects in the curriculum, it is also present in reagents in the PLANEA and PISA tests. The objective of this research is to analyze the characteristics of the CBTA teachers, particularly those that focus on the specialized knowledge of the teaching of the derivative and their beliefs, to strengthen their Professional Development using as a theoretical reference the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) model and the CEAM indicators. The methodology used is qualitative and descriptive, and the sample was considered for convenience. The instruments used for the collection of information were videotaped classes, planning and interviews. The most important results showed that the teachers studied have higher indicators in the Knowledge of Topics subdomain, this may be due to the very nature of the derivative and how it is taught according to the teacher. In the case of the teachers' beliefs, the main result is that they consider the derivative topic should be taught based on the rules of derivation, properties and applications of the same, according to the interest of the student and the group context; they also believe that the planning should be written according to the logical structure of the 2017 study program, even if it lacks content. In conclusion, it is proposed that with the results of the MTSK and CEAM indicators (plus the characteristics around the conceptions of their teaching according to beliefs), courses, updating programs or continuing education could be designed so that mathematics teachers can update their professional development and impact student learning and the indicators of standardized tests.

Keywords: MTSK, beliefs, professional development, teacher, derived.

Contenido

Índice de Tablas

Índice de figuras

Capítulo 1. Introducción

1.1. Planteamiento del Problema

El papel del profesorado en México está en constante cambio, su práctica pedagógica es en sí mismo el elemento en el que se exige mayor atención debido a las Reformas Educativas que cada sexenio presidencial se promulgan, las cuales han modificado el papel del maestro, principalmente en los aspectos que se refieren al compromiso social ante la exigencia por fortalecer la educación pública, laica y gratuita. El docente es un pilar importante para el éxito escolar y esencial para implementar procesos educativos y propuestas didácticas innovadoras. Por lo tanto, se requiere realizar investigaciones que promuevan avances para una formación adecuada, como menciona Moreno (2005), hablar del profesor implica hacerlo desde su desarrollo profesional. Así pues, este es un aspecto fundamental que coadyuva a resolver las problemáticas que emergen día a día en las aulas y alrededor de ellas, la educación profesional continua será fundamental para mejorar el logro de los indicadores y la promoción de un aprendizaje significativo.

Particularmente en los docentes de Nivel Medio Superior (NMS), el proceso de enseñanza aprendizaje del tema de la derivada se ha enfrentado a varias dificultades, tanto para los estudiantes como para los mismos profesores, de cara al entendimiento de sus conceptos básicos (Hitt, 2003). Estos problemas se han vinculado a que los docentes que enseñan estos conceptos basan sus estrategias en la memorización de los algoritmos, desarticulación de contenidos, poca aplicación a eventos reales y la falta de visualización (Artigue, 1995; Hitt, 2003).

La derivada es un tema importante de la asignatura de cálculo diferencial dentro del currículo del Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario (CBTA), contexto de esta investigación, este contenido es relevante por tres razones, la primera es que está vinculada con asignaturas posteriores de la curricula de este nivel (cálculo integral y matemáticas aplicadas); la segunda razón es que el tema de la derivada es pieza fundamental para los estudiantes que ingresan a una ingeniería, y en caso de que no lleven las bases, tendrán dificultades para asociar conocimientos relacionados con la carrera que están estudiando, lo que podría desencadenar problemas de reprobación y/o deserción; y la tercera razón es que la derivada aparece como reactivos en las pruebas del Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA) y el Plan Nacional de Evaluación del Aprendizaje (PLANEA), siendo los que más puntaje tienen y están catalogados en los niveles más relevantes, cabe mencionar que estos ítems se presentan como problemas de aplicación, por lo que, una comprensión deficiente de la utilidad de este concepto relacionado con otros temas en la vida cotidiana del estudiante, está directamente vinculado a las bajas calificaciones y el índice de reprobación, ya que en el plan de estudios del 2017, hace referencia a enseñar y aprender la derivada a eventos reales.

Si consideramos la información anterior, la caracterización del conocimiento y el Desarrollo Profesional Docente (DPD) en la formación del profesor de matemáticas es un elemento esencial si se quiere mejorar la educación matemática en el NMS y particularmente en el CBTA. Indagar sobre estos conceptos permitirá saber que está realizando el profesorado en su práctica, cómo lo está efectuando, particularmente en la enseñanza de la derivada. Cabe mencionar que los docentes de este subsistema son profesores que han sido formados bajo una disciplina particular, su preparación es ajena a un perfil didáctico, por tal motivo, adquieren esta formación en cursos de educación continua o en estudios de posgrado, con el fin de mejorar su práctica cotidiana.

De acuerdo a las estadísticas del INEE (2019), la mayor parte de los docentes (57.8%) del NMS poseen una formación disciplinar que no necesariamente pertenece a una línea pedagógica articulada a su práctica, la cual es indispensable para realizar su labor. Ello implica que el profesor de bachillerato requiere cursos de formación didáctica para que pueda enseñar de manera efectiva la disciplina que aprendió en su formación inicial.

La situación anterior, constituye el punto de partida para reflexionar sobre lo que está realizando el docente del CBTA en la enseñanza de la derivada, es decir, qué, cómo y por qué enseña este contenido; elementos nucleares que permean en su DPD, al cual los autores definen como un proceso que se origina a lo largo de toda la vida del profesor, integrando su etapa de formación inicial, dicho proceso va creciendo, evolucionando a lo largo del ámbito profesional y se adapta a los nuevos retos de la sociedad (Climent, 2002; Muñoz, 2009; OEI, 2013).

En los últimos años, investigaciones sobre el DPD se han enfocado en estudiar variables como la identidad del profesor, las creencias, la motivación, emociones, actitudes, conocimiento, reflexión, entre otras. Como expresa Muñoz (2009), esta conceptualización se aproxima a una formación continua del profesorado y se indaga desde una faceta cognitiva, considerado desde teorías provenientes de las ciencias sociológicas, fenomenología y antropología.

Las teorías relacionadas al DPD tratan de describir y explicar cómo se produce, en qué condiciones, cuáles sus fases comunes que pueden emerger en la mayoría de los docentes y en alguna situación particular (Climent, 2002; Muñoz, 2009). Estos referentes destacan el rol que tiene el profesorado en la guía de cambios sobre su práctica, se considera al docente como un aprendiz, en donde su desarrollo profesional se evidencia en adecuaciones a sus representaciones mentales, las cuales influyen en las acciones que realiza en su entorno.

Específicamente, el Desarrollo Profesional del Docente de Matemáticas se ha abordado desde diversos factores y contextos, es decir, puede ser centrado en profesores con experiencia o noveles, enfocados en los diversos niveles educativos, la enseñanza, el aprendizaje, los recursos tecnológicos, entre otros. Sin embargo, como lo señala Ponte (2012), las investigaciones que se han realizado sobre este tema no han sido suficientes, éstas se han centrado en indagar la práctica centrándose en aspectos esenciales que estructuran el desarrollo profesional, los aspectos que los condicionan, así como los contextos y recursos que ayudan a su desarrollo (Oliveira, 2004; Guimarães, 2004; Muñoz, 2009; Ponte 2012).

Así pues, el aporte de este trabajo radica en la caracterización del DPD desde dos elementos cruciales: el conocimiento del profesor y creencias didácticas y matemáticas. Se consideran estos factores porque interesa saber qué, cómo y por qué enseña el contenido de la derivada en su práctica.

El desarrollo profesional a lo largo de los años ha tenido diversas visiones teóricas de acuerdo al contexto donde se aplique. Un modelo que sirve como alternativa para analizarlo considerando sus vertientes en el conocimiento y creencias es el MTSK (Conocimiento Especializado del profesor de Matemáticas, MTSK, por sus siglas en inglés). El MTSK tiene la dualidad de ser una propuesta teórica que modela el conocimiento esencial profesional del docente de matemáticas, así como una herramienta metodológica que permite examinar distintas prácticas a través de sus dominios, subdominios y categorías. Sus principales dominios son: Conocimiento Matemático (MK, *Mathematical Knowledge*) y Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK , *Pedagogical Content Knowledge)*.

Las creencias son consideradas en el modelo MTSK en el centro, debido a que éstas influyen constantemente en la matemática, la enseñanza y aprendizaje, y en la toma de decisiones del que enseña. Lo anterior indica que, de acuerdo a Flores-Medrano *et al*. (2014), las creencias que tiene el profesor acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, influyen en el conocimiento que tiene en cada uno de los subdominios del modelo. Usar el modelo MTSK permitirá conocer lo que está realizando el profesor en su práctica y su desarrollo profesional particularmente en tema de la derivada, motivo de interés principal en la presente investigación.

En resumen, las investigaciones sobre la enseñanza de la derivada en NMS, han concluido que este contenido se ha impartido de forma mecanizada, y no se ha promovido la inclusión de otras estrategias de enseñanza y/o de recursos didácticos, esto ha originado que los estudiantes no logren comprender los conceptos básicos y extendidos y su aplicación, obteniendo resultados no satisfactorios tanto al interior de las instituciones, específicamente del Centro de Bachillerato Tecnológico Agropecuario (CBTA), como en los estándares internacionales, ya que éstos suelen usar más reactivos de situaciones reales que algorítmicas. Por tal motivo, se requiere analizar qué, cómo y por qué enseña el profesor de bachillerato el tema de la derivada, específicamente en saber cómo se despliega el DPD entorno a la enseñanza de este contenido, enfocándose en indagar su conocimiento y creencias didácticas y matemáticas, ya que son factores relevantes porque impactan de forma inmediata su labor. El análisis de estas variables permitirá crear propuestas de formación continua para fortalecer la enseñanza y mejorar los indicadores escolares en cuanto a índices de reprobación y deserción, cumplimiento del perfil de egreso e incorporación al siguiente nivel de estudios.

1.2. Preguntas de Investigación

Para llegar a los objetivos de investigación, y en relación a la problemática expuesta, la pregunta general de la investigación es: ¿Cuáles características del conocimiento especializado y de las creencias, de acuerdo modelo Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK), se presentan en el proceso de enseñanza de la derivada por parte de los profesores del Bachillerato Tecnológico Agropecuario y cómo impactan en su desarrollo profesional?

Las preguntas particulares son:

- ¿Qué características del conocimiento especializado demuestran los docentes del Bachillerato Tecnológico Agropecuario (CBTA) cuando enseña la derivada?
- ¿Cuáles son las creencias/concepciones de los docentes del CBTA sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, particularmente en el tema de la derivada?
- ¿Cuáles serían las recomendaciones apropiadas para el fortalecimiento del DPD de profesores de matemáticas del CBTA?

1.3. Objetivo General

Analizar las características de los profesores del Bachillerato Tecnológico Agropecuario (CBTA), particularmente las que se centran en el conocimiento especializado y las creencias de la enseñanza de la derivada, para fortalecer su Desarrollo Profesional utilizando como referente teórico el modelo Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK).

- Determinar los elementos del conocimiento especializado (didáctico y matemático) de los profesores del CBTA cuando enseñan la derivada.
- Identificar las creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, particularmente del tema derivada, y su relación con los subdominios del conocimiento especializado en los docentes del CBTA.
- Formular recomendaciones dirigidas a profesores de matemáticas y autoridades educativas del CBTA basadas en los hallazgos de la investigación para fortalecer su Desarrollo Profesional.

1.4. Hipótesis

El conocimiento especializado (matemático y didáctico) y las creencias influyen en la toma de decisiones y el fortalecimiento del Desarrollo Profesional en los docentes de Matemáticas del CBTA impactando en su práctica.

1.5. Justificación

Investigar el Desarrollo Profesional del docente de matemáticas cuando está enseñando la derivada permitirá conocer lo que está realizando en su práctica de acuerdo al contexto, y cómo las creencias influyen en dicha práctica y cómo se relacionan con su DPD.
Los resultados de este tipo de investigación son relevantes, ya que permitirán desarrollar estrategias de desarrollo profesional en contextos no sólo del estado de Zacatecas, sino a nivel nacional e internacional, ya que considerarán los aspectos y dimensiones que se detecten y analicen de la caracterización. Al respecto, Cardeñoso, Flores y Azcárate (2001) expresan que es importante que se sigan indagando todas las dimensiones del DPD ya que son muy amplias debido a los contextos donde se desenvuelve el profesorado. Cabe mencionar que en la búsqueda realizada hasta el momento, no existe información suficiente sobre estos tópicos desde el enfoque teórico metodológico que se plantea, menos en el estado en Zacatecas no se encontró evidencias de investigaciones sobre estos temas, en los escenarios de formación inicial y continúa, esto hace más importante la aportación de este trabajo.

Además, se podrán diseñar actividades de innovación didácticas de formación reflexivas, que se basen en la derivada y metodologías de enseñanza alternativas con el uso de recursos tecnológicos, dichas actividades serán implementadas por profesores-investigadores o formadores de docentes en servicio (continua) y de futuros docentes (inicial). También los resultados podrían ser utilizados para el diseño o rediseño de programas de desarrollo profesional (tutorías o talleres) de docentes en servicio y en formación. Todo con el fin de mejorar en la enseñanza, e impactar el aprendizaje de los estudiantes y los indicadores de los estándares nacionales e internacionales

1.6 Estado del Arte

En la exploración del fenómeno de interés y buscando literaturas referentes al problema de investigación, se dio a la tarea de revisar bibliografía en diversas bases de datos, buscando artículos, libros, tesis o memorias de congreso de la línea de investigación en la que se localiza el tema: Desarrollo Profesional Continuo. Los descriptores se centraron en las vertientes conocimiento y creencias, además de la búsqueda en información de la Derivada y su enseñanza. El orden de presentación de los documentos está desde un nivel internacional a local.

Los textos sobre el desarrollo profesional se encuentran en diversos continentes. En España Climent (2002) realiza una tesis doctoral, bajo la investigación cualitativa, se rescata la metodología, el marco conceptual y la caracterización que realizó sobre el desarrollo profesional que se produce en una maestra de primaria implicada en un proceso de reflexión y modificación de su práctica. Muñoz (2009) hizo una tesis de doctorado donde investigó el desarrollo profesional de un docente novel en un entorno colaborativo en la enseñanza de las matemáticas; se rescata la metodología, el marco conceptual y la caracterización realizada. Estas tesis se consideran relevantes para esta investigación pues aportan elementos metodológicos para la recolección y análisis de datos, así como los elementos teóricos a considerar.

Latinoamérica no se ha quedado atrás, en diversos países han manifestado tener mucho interés en estudiar el desarrollo profesional del docente de matemáticas. En Venezuela Pérez-Sánchez y Castillo-Vallejo (2017), en un artículo muestran la identificación de necesidades y expectativas de profesores de matemáticas de educación media, partiendo de las creencias y experiencias en torno a su desarrollo profesional; este tipo de trabajo puede ser útil para proponer políticas educativas para el sistema de ingreso y ascenso. De este texto se recupera como importante el enfoque de investigación y la metodología empleada, así como los diversos instrumentos empleados para indagar el desarrollo profesional.

En México Romo-Vázquez, Barquero y Bosch (2019), analizan los efectos de la implementación de una unidad de aprendizaje en un programa de desarrollo profesional online, y la forma en que ésta posibilita a los profesores analizar, adaptar, validar y desarrollar una propuesta didáctica sobre la enseñanza de la modelización matemática. Se concluye que existen limitaciones del proceso de formación que requieren mayor explotación de las herramientas multimedia, así como la necesidad de extender el proceso de formación impartido más allá de la estricta temporalidad de la unidad de aprendizaje. De este texto se recupera la metodología empleada para esta investigación, en donde el análisis clínico resulta una metodología pertinente para conocer el desarrollo profesional de los profesores y cómo esta influye en su toma de decisiones.

En Colombia Zapata-Cardona (2020) mediante un trabajo colaborativo de un programa de desarrollo profesional, apoya a los profesores en la enseñanza de la estadística mediante la planeación, implementación y reflexión de lecciones de estadística; en este artículo se concluye que la colaboración tuvo implicaciones importantes en el desarrollo profesional, tales como: establecimiento de relaciones profesionales, transformación de las creencias sobre la estadística y empoderamiento del profesor. Este artículo abona a la investigación en la diversidad de instrumentos que se emplearon, con el fin de triangular la información y caracterizar el desarrollo profesional.

En Chile Ramos-Rodríguez, Flores y Ponte (2017) en su artículo definen una noción más precisa del desarrollo profesional del docente vinculada al concepto de profesor reflexivo, a partir de la información de diferentes fuentes interdisciplinarias para enmarcar el concepto con claridad. Rodríguez y Vásquez (2020) en su artículo proponen un modelo de programas para el desarrollo profesional de profesores de matemáticas construido a la luz de las características de programas efectivos; el modelo resalta el carácter dinámico de la formación de profesores de matemática, donde convergen la reflexión, la investigación sobre la propia práctica y las tareas matemáticas escolares. De estas investigaciones se resalta la importancia de indagar el desarrollo profesional bajo la práctica diaria del docente, donde se puede obtener datos relevantes que ayuden a su profesionalización mediante el diseño de programas de formación

También en otras latitudes del mundo se han realizado investigaciones acerca del desarrollo profesional del docente de matemáticas. En Sudáfrica Nel y Luneta (2017) analizan un programa de desarrollo profesional de maestros que utilizó la tutoría como una de las intervenciones para su crecimiento; en este artículo se recupera al programa de tutoría como un medio para favorecer a los docentes de matemáticas en un programa de desarrollo profesional basado en las necesidades de los docentes; las tutorías ayudan a mejorar la preparación de clases y comprensión de las matemáticas, así como las habilidades necesarias para enseñarlas de manera efectiva. Este artículo aporta a esta investigación las características del programa de tutoría, basada en investigaciones de desarrollo profesional docente y en las necesidades de los profesores; el programa de tutoría es una referente a emplear para poder aplicar los resultados que se obtengan.

En Taiwan Chen, Lin y Yang (2018) examinan la evolución de las estrategias de tutorías de los profesores novatos, así como la adaptación y perfeccionamiento para resolver las tensiones que surgieron en el taller de desarrollo profesional; finalizan mencionado que se mejoró el aprendizaje de los docentes, también se facilitó el desarrollo profesional del profesor novato en diferentes en el aprendizaje de las matemáticas, la enseñanza de las matemáticas y la formación del profesorado. De este artículo aporta para esta investigación, la estrategia de los talleres de tutorías, enmarcadas en el desarrollo profesional, como oportunidades para que enriquezcan su conocimiento y aprendizaje profesional de los docentes, y el aprendizaje de los estudiantes. También muestra un panorama de los diversos instrumentos de recolección de información para triangular la información.

En el caso de Irlanda, Goos, O'Donoghue, Ríordáin, Faulkner, Hall y O'Meara (2020) realizan un artículo de investigación donde estudian los principios de diseño que sustentan el desarrollo y la entrega de un programa de aprendizaje de desarrollo profesional para profesores de matemáticas de secundaria fuera de su campo. Este texto contribuye para este trabajo el uso que se le pueden dar a las investigaciones de desarrollo profesional, al diseñar programas de formación basados en la práctica docente, que permiten actualizar el conocimiento matemático y didáctico del profesor de matemáticas.

Y en Estados Unidos DePiper, Louie, Nikula, Buffington, Tierney-Fife y Driscoll (2021) examinan un proyecto de acceso a las matemáticas y el desarrollo profesional y cómo este tiene un impacto positivo en la autoeficacia de los maestros para apoyar a los futuros profesores en matemáticas. Este artículo aporta a esta investigación las estrategias lingüísticas escritas, es un componente clave para el desarrollo profesional, que contribuyó a los resultados de la autoeficacia de los maestros, permitiendo la actualización de su conocimiento profesional y creencias.

Con base en las investigaciones del desarrollo profesional, es relevante establecer que para la indagación de este tema es importante acotar las vertientes del desarrollo profesional, ya que se pueden manifestar de varias formas. Estos textos analizados muestran que la metodología más idónea para este estudio es la cualitativa, además que existen una diversidad de instrumentos para analizar el desarrollo profesional (entrevista semiestructuradas, video de clases, ideograma, biografías, escritos reflexivos, observaciones de clases, correos electrónicos, foros y diarios del investigador).

También, estos trabajos evidencian que el DPC es pertinente y de interés a la comunidad de la matemática educativa, como expresa Ponte (2012), debido a que actualiza los conocimientos, cambia las creencias y la reflexión ayuda a modificar la práctica, esto mediante programa de actualización, talleres y tutorías. Por último, hasta el momento de la búsqueda y análisis en algunas bases de datos, no se encontró ninguna investigación que aborde el concepto de la derivada y el desarrollo profesional, evidenciando ausencia por este contenido esencial para la educación media superior.

En lo que respecta al conocimiento del profesor al enseñar la derivada. No se encontró investigaciones actualizadas, por mencionar algunas. Chávez (2009), estudia el conocimiento de docente de educación media superior de cálculo diferencial, sobre los temas del significado y las interpretaciones de la derivada; realizó un estudio de casos. Esta investigación es importante para este trabajo, pues evidencia los conocimientos que pueda manifestar el docente de media superior, esta caracterización es un referente inicial para diseñar un cuestionario.

Pino, Godino, Font y Castro (2012) en su artículo, presentan algunos de los resultados obtenidos de acuerdo a la aplicación de un cuestionario, con el fin de explorar las especificaciones del conocimiento didáctico-matemático de la derivada de los futuros profesores de secundaria. Evidencian que el conocimiento de la derivada simple que no es suficiente para hacer resolver tareas que emergen en el contexto de enseñanza, por lo que los futuros docentes requieren un grado de conocimiento del contenido tanto especializado y extendido; también que hay una desconexión entre los diferentes significados de la derivada. Este texto es relevante para esta investigación pues muestra las oportunidades de mejora que se manifiestan en la formación inicial cuando están aprendiendo la derivada y diseñando actividades de enseñanza

Por otro lado, con respecto a las creencias, García, Azcárate y Moreno (2006), realizan un estudio en ocho profesores del área de ciencias económicas para identificar sus creencias en torno a la derivada. Concluyen que los docentes creen que el contenido matemática de la derivada tiene relevancia en la solución de ejercicios, tanto matemáticos como económicos. Además, los docentes creen que la mejor metodología de enseñanza de la derivada es definición-ejemplo-aplicación; la cual es una metodología tradicional, ignorando otras alternativas y aplicaciones del contenido matemático. Estas creencias que tienen los docentes, aportan a este trabajo un primer acercamiento de lo que podría obtener sobre lo que creen los docentes de nivel superior en la enseñanza de la derivada; estas creencias son un referente inicial.

También, Vielma (2013), estudia las creencias de los docentes de Matemática Aplicada sobre la derivada y su enseñanza. Concluyen que los profesores participantes en esta investigación creen que es relevante que se enseñe: la derivada de una variable, razones de cambio y tasas de cambio; estas ideas están conectadas con las aplicaciones de la derivada. De igual manera, los educadores creen que se deben cambiar las metodologías de enseñanza de la derivada, evitar lo más posible la instrucción tradicional; sugiriendo como alternativas de enseñanza la modelación y la enseñanza basada en proyectos. Este artículo contribuye con esta investigación sobre qué creencias tienen los profesores sobre el acercamiento de la derivada a enseñar, y cómo instruirla, por ejemplo la modelación.

De lo anterior se puede concluir que el Desarrollo Profesional Continuo está en conexión con los conocimientos matemáticos y didácticos y las creencias. Indagar el desarrollo profesional permite actualizar los conocimientos y cambiar las creencias. Las investigaciones sobre el conocimiento y creencias evidencian la necesidad de seguir indagando sobre qué es lo que conoce el profesor de la derivada y cómo cree que es pertinente enseñarla.

También, estas investigaciones analizadas muestran que la metodología idónea para este estudio es la cualitativa, además que existen una diversidad de instrumentos para analizar el desarrollo profesional y sus vertientes: conocimiento y creencias.

Adicionalmente, se identificó que existe ausencia en la literatura relacionada con el desarrollo profesional del docente de bachillerato al enseñar la derivada. Se identificaron algunas investigaciones sobre el conocimiento y creencias del profesor al enseñar la derivada, pero hace falta indagar al profesor de educación media superior en su contexto. Esta investigación pretende aportar una caracterización del profesor de Bachillerato Tecnológico Agropecuario al enseñar la derivada, con el propósito de crear cursos, talleres y/o programas de actualización para ayudar al docente a mejorar su práctica.

Capítulo II. Antecedentes

2.1. Desarrollo profesional del profesor de matemáticas

El desarrollo profesional de acuerdo a diversas perspectivas está compuesto por su conocimiento, creencias, identidad, motivación, actitudes, afectividad y reflexión. El desarrollo profesional ha tenido cierto interés por los investigadores de didácticas de las matemáticas, pero hace falta realizar más investigaciones para conocer las múltiples dimensiones que se desprende de esa línea de investigación apegada a ciertos contextos. La didáctica de las matemáticas ha establecido una necesidad de mejorar la educación matemática con la sociedad actual; dicha calidad está conectada con el desempeño del profesor, y por consecuencia con su formación inicial y continua (Romo-Vázquez, Barquero y Bosch, 2019).

Al respecto, Artigue (2016) expresa que el desarrollo profesional de los docentes de matemáticas de debe estar centrada en una formación continua particular, permitiendo estar en asociación con la evolución de área disciplinar, ayudarse de los resultados de investigación, obtener las potencialidades de la tecnología, adaptar su enseñanza de los contenidos y práctica a las demandas sociales. Por su parte, Romo-Vázquez, Barquero y Bosch (2019) menciona que esto es un gran reto para el profesor de matemáticas, es decir, debe conocer marcos teóricos, marcos metodológicos, herramientas, postulados, resultados de la investigación en didáctica de las matemáticas, sin alejarse de su aula.

A continuación, expondremos algunas investigaciones que han abordado el desarrollo profesional del profesor de matemáticas, posteriormente se abordarán trabajos del conocimiento especializado del profesor de matemáticas y las creencias.

Climent (2002) realiza una investigación sobre el desarrollo profesional de una docente que enseña matemáticas de educación primaria, analiza su conocimiento, creencias y la reflexión de la docente. Analiza a la docente mediante un curso de formación sobre la resolución de problemas, se realizaron reuniones y entrevistas para intercambiar opiniones sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática; así como, se indaga sus creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática, y reflexionando durante su práctica. Finalizan que, la práctica es fuente de aprendizaje para el docente, es decir, de la práctica se aprende la práctica; en lo que respecta al conocimiento, manifiesta ausencia de conocimiento matemático, se dio cuento de dicha ausencia mediante la reflexión que iba realizando de quehacer, pero tiene un conocimiento para enseñar un contenido matemático del nivel educativo donde labora. En el caso de las creencias son manifestadas a su formación inicial y están ligadas a su labor, dichas creencias se pueden modificar con base a cursos de formación continua; con respecto a la reflexión es un medio y contenido importante y constante del quehacer y el desarrollo profesional de los docentes que lo llevan a cabo.

Climent y Carrillo (2002) analiza el desarrollo profesional de tres maestras de educación primaria que enseñan matemáticas, es decir, su conocimiento didáctico del contenido y las creencias de las enseñanzas y aprendizaje, con una experiencia de entre 12 y 25 años, una de ellas especialista en niños con necesidades educativas especiales, estas profesoras se encontraban formación permanente. En esta investigación se obtiene información mediante la grabación en video de las clases, además del diario de clases de las participantes en la investigación. Climent y Carrillo concluyen que, el desarrollo profesional de las docentes no puede pasar por una dedicación desinteresada; deben buscarse guías de formación que ayuden este proceso y se adecuen a la posibilidad de éstos. En lo que respecta al conocimiento profesional se evidencia que estos docentes tienen carencias, esto se puede deber a los contenidos de los programas de formación inicial y continua. También las docentes, movilizan conocimientos matemáticos y didácticos de acuerdo a la necesidad que emerja en la práctica. Además, los investigadores reflexionan sobre la dificultad de cambiar las creencias y el desarrollo de conocimiento matemático, pues es algo que traen muy arraigado desde el colectivo docente, y difícil de cambiar.

Por su parte Ramos-Rodríguez y Vásquez (2020) proponen un modelo de programas efectivos para el desarrollo profesional de profesores de matemáticas. Realizan esta investigación en profesores de formación inicial y continua de matemáticas de los niveles educativos de primaria, secundaria y universitaria. Esta investigación contempla un enfoque contempla tres fases: preliminar o teórica, empírica o de desarrollo de prototipos, y terminal o de evaluación. En la fase teórica o preliminar se identifican las carencias y el análisis del entorno, se realiza un análisis de investigaciones de programas efectivos de desarrollo profesional docente. En la fase empírica, se efectúan ejes del diseño, donde se especifica el modelo de formación para programas efectivos de desarrollo profesional docente, se especifican los tipos de modelos de intervención a través de ciclos de diseño, se realiza la evaluación formativa y la revisión, se pone en juego el modelo en un programa de desarrollo profesional docente específico. En la fase de evaluación formativa es la tarea de indagación más relevante dirigida a la mejora y el perfeccionamiento de la intervención del programa de desarrollo profesional docente.

Ramos-Rodríguez y Vásquez (2020) concluyen que con base en su modelo propuesto, que la formación del profesor de matemáticas es dinámica en el cual convergen la reflexión, la investigación sobre la práctica y las actividades matemáticas escolares, consideran como factor indispensable la presencia de teorías de la matemática educativa, y los problemas que se suscitan en la práctica sobre la enseñanza de las matemáticas.

Ponte (2012) menciona que es importante estudiar los procesos de desarrollo profesional, para saber cómo se va valorando el conocimiento a lo largo del ejercicio profesional. El desarrollo profesional del profesor de matemáticas ve las necesidades y potencialidades que tienen que indagar, valorar y ayudar a desarrollar. El desarrollo profesional es un proceso de crecimiento situado por una evolución constante y de vez en cuando, se pone en juego de situaciones específicas, siendo el docente el protagonista esencial, y no los cursos, talleres, u otras formas de formación.

Ponte también expresa que a pesar que se están realizando varias investigaciones en torno al conocimiento, creencias, la formación y el desarrollo profesional, se está muy lejos de entender todas las problemáticas. Se requiere estudiar las prácticas del profesor de matemáticas o que enseña matemáticas en distintos niveles educativos, desde preescolar hasta nivel universitario. Ponte y sus colaboradores procuran investigar los elementos esenciales que organizan esas prácticas, los que las condicionan, considerando los contextos y recursos que apoyan su evolución, considerando su desarrollo curricular.

Oliveira (2004) investiga los casos de cuatro profesores, quienes eran recién graduados. Se analiza el desarrollo profesional a través de la identidad, finaliza que éste es un proceso diferente, complejo y multidimensional, con cuatro aspectos dinámicas: ser, tener, aprender y hacer. También que existen diversas influencias en la edificación de la identidad profesional y que la formación inicial puede tener un impacto en la identidad. Se considera la relevancia de los contextos escolares y el rol relevante de los grupos de referencia en la etapa de formación inicial del ejercicio profesional.

Guimarães (2004) estudia el proceso de desarrollo profesional de una profesora de matemáticas con mucha experiencia, subrayando la conexión entre los aspectos personales y profesionales. Guimarães identifica cuatro tendencias organizadas y orientadas del desarrollo profesional de la profesora:

(i) la indagación de la aseveración del profesional y de autonomía

(ii) el anhelo de reconocimiento de los otros y, a través de los otros maestros

(iii) el estudio de aspectos de colaboración y trabajo en equipo

(iv) la búsqueda de lograr una mayor incorporación, inclusión, perspectiva y libertad.

Los resultados de este trabajo proponen que el desarrollo profesional de la profesora sigue un proceso dialéctico entre ella y el mundo, cuyos elementos esenciales de influencia se organizan en cuatro aspectos: personal, contextual, de conocimiento profesional y existencial (Guimarães, 2004).

Ramos-Rodríguez, Flores, Ponte y Moreno (2015), estudiante el desarrollo profesional de dos docentes de matemáticas de secundaria, del desarrollo profesional, se centra en examinar la reflexión del profesor sobre su práctica en el desarrollo de un curso de formación continua, es decir, considerando las tareas de enseñanza propuestas por docentes en un curso de formación. Estos autores concluyen que los profesores afrontan los problemas de la práctica incorporando nuevos aspectos de actuación respecto al diseño de tareas, fortaleciendo sus conocimientos matemáticos y avanzando el proceso del desarrollo profesional.

Zapata-Cardona (2020) realiza una investigación que estudia los beneficios para el desarrollo profesional del trabajo colaborativo entre profesores de estadística en servicio e investigadores de una universidad, el trabajo colaborativo se llevó a cabo en un programa de formación continua de profesores de estadística en el cual se diseñaron e implementaron investigaciones estadísticas en el aula. Los informantes son 10 profesores que enseñan estadística en las instituciones educativas. Los resultados de esta investigación evidencian que el trabajo colaborativo entre profesores e investigadores tiene implicaciones muy importantes para el desarrollo profesional. Los profesores fomentaron relaciones de comunidades de colaboración, transformaron su visión de la estadística y fortalecieron su confianza en su enseñanza, tanto como profesores como investigadores. El trabajo de comunidades de colaboración, son importantes debido a que el docente se apoya con otros colegas para avanzar en su propia formación y en la de sus alumnos; la formación de un ciudadano no es un asunto individual, sino un proyecto social.

El desarrollo profesional del profesor de matemáticas también se ha abordado desde la perspectiva tecnológica digital, Romo-Vázquez, Barquero y Bosch (2019), analizan el desarrollo profesional online del docente de matemáticas de diversas latitudes de Latinoamérica. Se realiza un análisis clínico y exploratorio de las producciones de un grupo de profesores en servicio que estaban en un curso de posgrado sobre modelización matemática y de las dificultades o limitaciones de índole institucional. Romo-Vázquez, Barquero y Bosch concluyen que las potencialidades de las herramientas multimedia de la web 2.0 alcanza una mayor comunicación entre los formadores y los profesores a través del proceso de formación. Pero, se requiere que tanto formadores como los profesores estén en constante aprendizaje de las herramientas tecnológicas, esto permitiría formar a los docentes como actores de cambio. Fomentar el desarrollo profesional a través de unidades de aprendizaje y herramientas tecnológicas, forman docentes en el trabajo colaborativo, comunidades educativas, adaptables a una crítica de recursos didácticos, compartir con otros colegas, analizar y evaluar entre pares las actividades implementadas en salón de clases.

Por su parte, Revelo, Revuelta y González-Pérez (2018) desarrollan un modelo que integra la competencia digital del docente universitario para su desarrollo profesional en la enseñanza de la matemática, como escenario para el crecimiento y fortalecimiento del ejercicio profesional docente. Se realizó esta investigación a 87 docentes del área de matemáticas, se realizó un análisis documental como procedimiento para la creación del de la teoría llamada modelo de integración de la competencia digital del docente para su desarrollo profesional en la enseñanza de la matemática para construcción de una matriz de dimensiones.

Revelo, Revuelta y González-Pérez (2018) finalizan que el modelo de integración de la competencia digital del docente universitario para su desarrollo profesional en la enseñanza de la matemática, es una propuesta que emerge debido a que os docente no han incorporado las TIC de manera exitosa para mejorar la enseñanza-aprendizaje. Se reconoce la escasa formación de los docentes y la necesidad de efectuar transformaciones en las metodologías de enseñanza de la matemática; por lo tanto, se necesita una actualización docente para que sea competente en el uso y apropiación de las TIC con sentido pedagógico.

2.2. Conocimiento de profesor en la enseñanza de la derivada

El conocimiento del profesor de diversos niveles educativos ha sido analizado desde un panorama cognitivo, desde los primeros análisis centrados en el pensamiento del profesor sobre la planeación y la toma de decisiones en su quehacer (Clark y Peterson, 1986, citado por Llinares, 2009). Ponte y Chapman (2006) expresan que los trabajos efectuados dentro del campo de formación de profesores de matemáticas, se han enfocado en varios elementos del conocimiento y del quehacer del docente, los cuales sugieren que pueden ser organizados en cuatro categorías: 1) conocimiento matemático de los profesores, 2) conocimiento de los profesores para la enseñanza de las matemáticas, 3) creencias y concepciones de los profesores, y 4) la práctica del profesor.

En el campo del conocimiento del profesor existen varios modelos teóricos que tratan de describir y determinar los aspectos importantes en el conocimiento de los docentes de matemáticas para realizar su labor de forma eficiente y eficaz. En seguida, se mencionan algunas investigaciones sobre el conocimiento del profesor sobre la derivada.

García, Azcárate y Moreno (2006) investigan las creencias, concepciones y conocimiento profesional de diez docentes universitarios, sobre cómo enseñanza el cálculo diferencial, qué ejemplos matemáticos o no matemáticos son los más pertinentes para abordar el concepto de la derivada, y qué tipos de aplicaciones de la derivada enseñan. Con respecto al conocimiento del profesor concluyen que, el conocimiento del profesor está asociado con la formación inicial, el docente basa su práctica en lo empírico, los libros de texto y la propia experiencia que ha tenido, además los profesores vuelven a utilizar las mismas formas de enseñanza que tuvieron en su formación inicial, dejando a un lado las nuevas alternativas de enseñanza.

Asimismo, Chávez (2009), estudia el conocimiento de docente de educación media superior de cálculo diferencial, sobre los temas del significado y las interpretaciones de la derivada; realizó un estudio de casos. Este auto diseño varios cuestionarios, de los cuales las preguntas se centraban en el significado y las interpretaciones de la derivada, así como las condiciones de acceso indirecto a las creencias y conocimientos de los profesores; el cuestionario incluye tres tipos de tareas: calificación con valores de verdad de algunas afirmaciones, descripción de conceptos y resolución de problemas. El análisis se hace en dos niveles, micro y macro.

Chávez (2009) finaliza argumentando que, se debe reflexionar acerca de qué es lo que tendrá que conocer el profesor, no sólo entorno a la derivada, es decir, una reflexión sobre el uso la derivada en el estudio de las funciones, de las condiciones necesarias y suficientes que influyen en los teoremas y tienen una importancia en el cálculo diferencial; también expresa que se debe de reflexionar acerca del tópico de función y sus elementos, y el papel de los contraejemplos en la edificación del significado, entre otros. Los resultados de este tipo de investigación son importantes para diseñar programas adecuados de formación y actualización de profesores.

Por su parte, Pino, Godino y Font (2011), plantean la siguiente pregunta: ¿Qué debería conocer un profesor para que su enseñanza de las derivadas tenga la mayor idoneidad didáctica posible? Esta investigación caracteriza dos análisis guiados hacia el conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. El primer estudio se enfoca en la especificación del significado macro de la derivada, discerniendo los significados parciales de la misma y su articulación. En la segunda investigación, se realiza el análisis y síntesis de las investigaciones didácticas sobre la derivada, sistematizando los conocimientos de la enseñanza y aprendizaje de este concepto.

Pino, Godino y Font (2011) finalizan mencionando que, la reconstrucción de un significado macro de la derivada resulta importante, puesto que el diseño, implementación y evaluación de planes de formación y de metodologías de enseñanza de un contenido matemático específico, necesitan un estudio en profundidad sobre el significado de los objetos matemáticos que componen dicho contenido. Este estudio aporta criterios para seleccionar los problemas y prácticas matemáticas a incluir en los planes y procesos de formación, con base en los requerimientos sociales y profesionales del profesor y el contexto donde labora.

De igual manera, Pino, Godino, Font y Castro (2012), presentan algunos de los resultados obtenidos de acuerdo a la aplicación de un cuestionario, con el fin de explorar las especificaciones del conocimiento didáctico-matemático de la derivada de los futuros profesores de secundaria. De las respuestas proporcionadas mencionan que, los futuros docentes entienden a la derivada como la pendiente de la recta tangente, destacan la necesidad de mejorar el conocimiento de los futuros profesores, ya que esto ayudaría a resolver diversas actividades de enseñanza. También expresan que, los futuros profesores carecen de ciertos aspectos no sólo de conocimiento especializado (uso de diferentes representaciones, diferentes significados de la derivada, la solución del problema a través de diversos procedimientos, entre otros), además carecen de un conocimiento común necesario para resolver una actividad. Los futuros profesores manifestaron dificultades cuando tuvieron que usar la derivada como la tasa instantánea de cambio

El cuestionario aplicado por Pino, Godino, Font y Castro (2012) muestra que el conocimiento de la derivada simple que no es suficiente para hacer resolver tareas que emergen en el contexto de enseñanza, por lo que los futuros docentes requieren un grado de conocimiento del contenido tanto especializado y extendido; también que hay una desconexión entre los diferentes significados de la derivada.

Por último, en lo que respecta a investigaciones sobre el conocimiento de la derivada del profesor, se encuentra el estudio de Sánchez-Matamoros, Fernández y Llinares (2014) se enfoca en cómo poder usar los resultados de una investigación sobre la comprensión del concepto de la derivada, para ayudar a ocho estudiantes para profesores de educación secundaria en formación, se caracterizó cómo los profesores de matemáticas en formación conozcan y aprendan los significados de la derivada.

Sánchez-Matamoros, Fernández y Llinares (2014) menciona que su investigación, puede ser utilizado por los formadores de docentes como una herramienta para el diseño de programas de formación para los futuros profesores de matemáticas; además, la información sobre el procedimiento de esta habilidad podría ser una herramienta para evaluar el nivel de desarrollo de futuros profesores de matemáticas cuando los formadores de docentes describen su progreso en términos de niveles de creciente sofisticación.

Por su lado, Castro, Pino-Fan y Font (2015), caracterizan elementos importantes del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada de profesores colombianos en servicio sobre una tarea que explora diversos significados de la derivada. Menciona que los profesores conectan la derivada con la variación y el cambio, argumentando sus ideas con sus conocimientos matemáticos. Esto también muestra que los docentes tienen un conocimiento matemático amplio sobre la derivada; de igual manera los educadores identifican los probables conflictos que puedan tener los estudiantes ante este tema.

2.3. Creencias de profesor en la enseñanza de la derivada

Las creencias del profesor son ideas poco elaboradas, generales o específicas, son parte del conocimiento y tiene mucha influencia sobre ello. Pero las creencias no tienen un rigor para sostenerlas, y permean de manera directa la práctica docente, es decir, el proceso de enseñanza-aprendizaje (García, Azcárate y Moreno, 2006; Aguilar-González, Muñoz, Carrillo, 2019).

Las creencias han tenido un interés por grupos de investigadores en diversos países. En México han emergido grupos de investigación que han centrado sus intereses en las creencias de docentes de matemáticas en diversos niveles educativos y en diversos contextos. Por ejemplo, Martínez-Sierra, Valle-Zequeida, García, Dolores-Flores (2019), identifican las creencias matemáticas que tienen 18 docentes mexicanos de bachillerato. Estos autores mencionan que los docentes analizados manifiestan creencias en tres rubros:

1. Creencias acerca de las matemáticas
2. Creencias acerca del aprendizaje de las matemáticas
3. Creencias acerca de la enseñanza de las matemáticas

En lo que respecta al punto uno, se concluye que los participantes creen que las matemáticas son para ser utilizadas en la vida diaria y razonar para tomar decisiones; también creen que las matemáticas son números y es abstracta. En lo que respecta al punto dos, se finaliza expresando que los docentes creen que aprender matemáticas es: aplicarla, razonar para solucionar problemas y tomar decisiones (Martínez-Sierra, Valle-Zequeida, García, Dolores-

Flores, 2019). En el punto tres, los profesores creen que enseñar matemáticas implica: explicar procedimientos, temas con ejemplos y aplicación; enseñar a razonar para resolver problemas y tomar decisiones; también creen que enseñar debe hacer que los alumnos se interesen por las matemáticas, y tomar en cuenta los tiempos de aprendizaje de los estudiantes, enseñar matemáticas es transmitir conocimientos (Martínez-Sierra, Valle-Zequeida, García, Dolores-Flores, 2019).

Por otro lado, en lo que respecta a las investigaciones sobre creencias del docente en la enseñanza de la derivada. García, Azcárate y Moreno (2006), realizan un estudio en ocho profesores del área de ciencias económicas para identificar sus creencias en torno a la derivada. Expresan que los docentes creen que el contenido matemático de la derivada tiene relevancia en la solución de ejercicios, tanto matemáticos como económicos. Pero, se inclinan más por el contenido matemático que por el económico. Además, los docentes creen que la mejor metodología de enseñanza de la derivada es definición-ejemplo-aplicación; la cual es una metodología tradicional, ignorando otras alternativas y aplicaciones reales del contenido matemático.

De igual manera, Vielma (2013), estudia las creencias de los docentes de Matemática Aplicada sobre la derivada y su enseñanza. Concluyen que los profesores participantes en esta investigación creen que es relevante que se enseñe la derivada: la derivada de una variable, razones de cambio y tasas de cambio; estas ideas están conectadas con las aplicaciones de la derivada. También los educadores participantes creen que se deben cambiar las metodologías de enseñanza de la derivada, evitar lo más posible la instrucción tradicional; sugiriendo como alternativas de enseñanza la modelación y la enseñanza basada en proyectos.

Es importante mencionar que las creencias y el conocimiento del profesor de matemáticas están en constante conexión, por tal motivo también su relación merece un análisis. Al respecto, Aguilar Muñoz, Carrillo, y Rodríguez (2018) investigan el caso de una maestra de 5º grado de primaria. Los resultados resaltan que las creencias no sólo se exploran, sino que se deben entender de forma más profunda, aportando evidencias acerca de su naturaleza, y cómo los docentes las sostienen en conexión con su conocimiento especializado.

Capítulo 3. Marco teórico

El papel del docente ha ido cambiando en la sociedad debido a las políticas educativas de los gobiernos en turno tanto nacionales como internacionales, y también a la misma exigencia de la sociedad por tener profesores bien preparados. Los profesores tienen muchos desafíos y retos en la actualidad, uno de estos es continuar con su formación y actualizarse para realizar mejor su labor profesional. Dicho aprendizaje se puede lograr en cursos, talleres, diplomados, y estudiando un posgrado, pero un proceso en el que el docente se involucre y genere impacto en su vida profesional, se llama *desarrollo profesional*. De acuerdo con Nemiña, García, y Montero (2009) este concepto se comprende como “un proceso de largo alcance en el que se incluyen oportunidades y experiencias planificadas que promueven el crecimiento y el desarrollo en la profesión docente” (p.6).

En este sentido el presente texto, aborda las conceptualizaciones del desarrollo profesional del profesor de matemáticas centrándose en tres elementos: conocimiento, las creencias y la reflexión. Se abordarán los elementos teóricos que le dan sustento a esta investigación. En un primer momento presenta el paradigma educativo cognitivo que sustenta el enfoque de este trabajo. Posteriormente, se describe la teoría con respecto al desarrollo profesional del profesor y sus vertientes: conocimiento especializado del profesor de matemáticas, describiendo el conocimiento matemático y conocimiento del contenido, así como algunas caracterizaciones de las creencias y cómo permea las acciones del profesor de matemáticas, y por último la reflexión sobre la práctica

3.1. El concepto de la derivada en el Nuevo Modelo Educativo (2017)

El cálculo diferencial es una rama importante de la matemática, su surgimiento se asocia a problemas físicos y gran parte de su potencia deriva de la variedad de sus aplicaciones en problemas contextuales. El cálculo es ciencia que tiene mucha asociación con otras áreas de las matemáticas, como: la probabilidad, la topología, la teoría de grupos y aspectos del álgebra, la geometría y la teoría de números. Kleiner (2001) menciona que sin el cálculo, la tecnología moderna y la física podrían ser difíciles de imaginar. Un concepto importante del cálculo diferencial es la derivada, este contenido es relevante por las diversas aplicaciones que tiene en las ciencias, por mencionar algunas: naturales, económicas y sociales. La derivada implica varios aspectos que se consideran en su enseñanza y aprendizaje que van desde su perspectiva gráfica, como pendiente de la tangente a la curva; su perspectiva analítica, como límite del cociente incremental; su carácter puntual o global y, según exija la solución de una determinada tarea, como velocidad y aceleración, optimización de áreas, máximos y mínimo de funciones, y puntos de inflexión.

Por otro lado, en el gobierno del ex-presidente Enrique Peña Nieto (2012-2018) se estableció una nueva reforma educativa, a la que llamaron Nuevo Modelo Educativo (NME). La Secretaría de Educación Pública (SEP), a través de la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS), se propuso adecuar los programas de las asignaturas del componente de formación básica del Bachillerato General y del Bachillerato Tecnológico en todas las áreas disciplinares que conforman el currículo de la EMS. En esta nueva reforma educativa y en los programas de estudios se coloca a los jóvenes en el centro de la acción educativa y se pone a su disposición una red de aprendizajes, llamados *Aprendizajes Clave*; que se adecuan para cada campo disciplinar, y que se pone en práctica en el aula mediante una *Comunidad de Aprendizaje*. En este NEM hubo un cambio de roles, el estudiante pasó de ser pasivo a uno proactivo y con pensamiento crítico; y el profesor instructor a uno que es guía del aprendizaje.

En el caso del programa de estudio vigente de la educación media superior, el tema de la derivada se encuentra en la asignatura de cálculo diferencial en el cuarto semestre, el cual tiene asignadas 4 horas a la semana. El tema de la derivada se encuentra en la tercera unidad de la asignatura. En la siguiente tabla se muestra la esquematización del programa de estudios vigente obtenidos textualmente de la SEP (2017):

Tabla 1.*Contenido de la derivada en los programas de estudio del 2017*

Eje	Componente	Contenidos centrales	Aprendizaje Esperado	Producto Esperado
Pensamiento y lenguaje variacional.	Cambio y predicción: elementos del cálculo.	Usos de la derivada en Diversas situaciones contextuales. Tratamiento intuitivo: numérico, visual y	● Encuentra en forma aproximada los máximos y mínimos de una función. ● Opera algebraica y aritméticamente, representa y trata gráficamente a las funciones. ● Determina algebraica y visualmente las	Estimar si una población crece exponencialmente, ¿cómo se estima su valor unos años después?

		algebraico de los límites. Tratamiento del cambio y la variación: estrategias variacionales.	asíntotas de algunas funciones racionales básicas. ● Utiliza procesos para la derivación y representan a los objetos derivada y derivada sucesiva como medios adecuados para la predicción local.	
		Graficación de funciones por diversos métodos. Introducción a las funciones continuas y a la derivada como una función. Criterios de optimización: Criterios de localización para máximos y mínimos de funciones.	● Localiza los máximos, mínimos, las inflexiones de una gráfica para funciones polinomiales y trigonométricas.	● Localizar en el plano cartesiano las regiones de crecimiento y de decrecimiento de una función dada en un contexto específico. ● Calcular el máximo de la trayectoria en el tiro parabólico.
		Nociones básicas de derivación de orden uno y orden dos (primera y segunda derivada). Optimización y graficación de funciones elementales (algebraicas y trascendentes).	Calcula y resuelve operaciones gráficas con funciones para analizar el comportamiento local de un función (los ceros de f, f ‘ y f ‘’). En algunos casos, se podrán estudiar los cambios de f‘’ mediante la tercera derivada.	Localizar los ceros de f y sus derivadas hasta el orden tres.

Fuente: SEP (2017)

La tabla anterior muestra que la derivada se enseña de diversas maneras, es decir, se enseña de forma intuitiva, numérica, algebraica y gráfica. Se resalta la enseñanza de la derivada en situaciones reales de acuerdo al contexto: se consideran aspectos físicos, crecimiento o decrecimiento de alguna situación específico, cambio y variación, optimización y sus elementos los máximos y mínimos, así como las reglas de derivación; en todos estos estos aspectos también se considera la graficación, ya que los problemas numérico y algebraicos están acompañados de una visualización.

Por otro lado, la derivada ha sido foco de interés de diversas investigaciones en la didáctica de las matemáticas. Este contenido matemático se ha indagado desde diversas perspectivas teóricas y metodológicas. Las investigaciones analizadas dan muestra de que el concepto de derivada es considerado fundamental para el cálculo y otras áreas. Sin embargo, la enseñanza y el aprendizaje de conceptos de cálculo, ha sido una fuente de serios problemas, tanto para los estudiantes como para los profesores, de cara al entendimiento de sus conceptos básicos. Estos problemas pueden estar ligados a que los profesores que enseñan este concepto basan su instrucción en la memorización de los algoritmos entorno a la derivada, originando en los estudiantes dificultades en la comprensión de la derivada; los métodos tradicionales de enseñanza de las matemáticas tienden a enfocarse en una práctica algorítmica y algebraica del cálculo diferencial que acaba siendo rutinaria (Artigue, 1995; Hitt, 2003).

También, Selden, Mason y Selden (1994) señalan que algunos de los problemas detectados como consecuencia de enseñar la derivada de forma algorítmica es que si bien el conocimiento adquirido por los alumnos les puede ser útil para resolver ejercicios y problemas rutinarios, en el momento en el que se les enfrentan a contexto y situaciones que requieran mayor conocimiento conceptual de la derivada, muchos de los estudiantes fallan y no saben abordar la situación.

Por su parte, Hitt (2003) y Marquez y De los Ríos (2013) mencionan que algunos problemas a los que se enfrentan los profesores y los estudiantes en el proceso de enseñanza del cálculo diferencial y de la derivada, es la falta de acercamiento visual para el entendimiento de los conceptos, y propone usar diferentes representaciones en forma coherente para los problemas, como podría ser el uso de softwares educativos. De igual modo Asiala, Cottrill, Dubinsky y Schwingendorf (1997) enfatizan que se debe realizar una enseñanza de la derivada sobre la coordinación entre los modos de representación gráfico y analítico, así como sobre la relación explícita entre los significados gráficos de la función y los correspondientes a la derivada, de esta manera ayudarán a que los estudiantes lleguen a coordinar los dos modos de representación.

3.2. Paradigma cognitivo de la educación

En esta sección se adentra en explicar el paradigma educativo en el que está enfocada la investigación. Pero, primero explicaremos qué se comprende por paradigma, para después explicar los elementos más importantes del Cognitivismo, que permitirán comprender los elementos teóricos del desarrollo profesional, conocimiento, y las creencias, con el fin de alcanzar el objetivo de la investigación: caracterizar el Desarrollo Profesional que se produce en dos docentes del Bachillerato Tecnológico Agropecuario para la enseñanza de la derivada. La postura de este trabajo se centra las ideas de paradigma de Hernández (1998) y Kuhn (1971), ya que se coincide que un paradigma se comprende como la forma en que una delimitada comunidad científica comprende la realidad, y en tal sentido es un fenómeno social, un paradigma tiene una organización definida mezclada de supuestos teóricos, fundamentos epistemológicos y criterios metodológicos**.** También que el paradigma es todo lo compartido por una comunidad de científicos, en donde los científicos de una disciplina científica particular desarrollan su participación en la elaboración de conocimientos.

Por otro lado, en los que respecta al paradigma educativo en el que está centrada esta investigación es el cognitivo, ya que de acuerdo a Muñoz (2009), Climent (2002) y Ponte (2012), las investigaciones sobre el desarrollo profesional, conocimiento del profesor y creencias se abordan desde esta visión, pues se estudian las estructuras mentales de los individuos, y cómo estas influyen en sus prácticas. Del paradigma cognitivo, se abordan varios aspectos, pero esta investigación se centra en la enseñanza y el docente, este último es el que interesa a este trabajo.

El paradigma cognitivo tuvo su relevancia gracias a los trabajos de Piaget a inicios de 1920, y posteriormente, a las aportaciones de Bruner y de Ausubel. Este paradigma también contribuyó en las décadas de los sesenta y principios de los setenta, enmarcado en la teórica instruccional, que fueron aportaciones por parte de Gagné, Rohwer y Glaser. El paradigma cognitivo indaga las cuestiones mentales de los sujetos, y cómo estas representaciones mentales inciden en la conducta del ser humano. De acuerdo con Hernández (1998), el paradigma cognitivo está interesado en la investigación de las representaciones mentales, el cual está compuesto por problemas propios cercanos al nivel sociológico o cultural. Gardner (1987) expresa que las representaciones mentales se pueden considerar: esquemas, marcos, guiones, planes, mapas cognitivos, categorías, estrategias o modelos mentales.

Los estudios de corte cognitivista describen investigaciones enfocadas en explicar las representaciones mentales, además de cómo estas representaciones impactan en las acciones y conductas de los sujetos de estudios. De acuerdo a Hernández (1998) la problemática que tratan de responder los cognitivista, se engloban en las siguientes preguntas (p.122):

- ¿Cómo las representaciones mentales guían los actos (internos o externos) del sujeto con el medio físico y social?
- ¿Cómo se elaboran o generan dichas representaciones mentales en el sujeto que conoce?
- ¿Qué tipo de procesos cognitivos y estructuras mentales intervienen en la elaboración de las representaciones mentales y en la regulación de las conductas?

Estas cuestiones se apegan a la pregunta de investigación: ¿Cuál es el Desarrollo Profesional que manifiestan dos profesores del Bachillerato Tecnológico Agropecuario para la enseñanza de la derivada? Ya que se indaga las representaciones mentales (conocimiento y creencias), y cómo estas impactan en las acciones de los dos profesores en su labor docente. El planteamiento epistemológico de este paradigma considera que el sujeto elabora las representaciones internas (ideas, conceptos, planes, etc.), dichas representaciones mentales establecen las actividades que efectúa el sujeto. En este paradigma el sujeto tiene un rol activo, cuyos actos se basan en las representaciones o procesos mentales, que ha construido como factor de las relaciones anteriores con su entorno social y cultural.

Para indagar las representaciones mentales, De Vega (1984) propone las siguientes estrategias metodológicas:

- La introspección.
- La investigación empírica: cronometría mental, el aprendizaje verbal y las técnicas para la investigación de procesos.
- La entrevista: han analizado varias líneas de investigación entre ellas: expertos-novatos y solución de problemas.
- La simulación: se emplea en el ámbito de la inteligencia artificial.

En lo que respecta al cognitivismo en la educación. Centrando en la enseñanza, se sugiere que, independientemente de cualquier teoría de enseñanza, se centra en que el alumno fomente su potencialidad cognitiva y se transforme en un estudiante que conozca cómo aprender y solucionar problemas; para apropiarse significativamente del currículum (Hernández, 1998). En lo que respecta al papel del profesor, parte de la esencia de un estudiante adulto activo que aprende significativamente, que aprende a aprender y a pensar. El rol del profesor, en este sentido, se enfoca esencialmente en el diseño y estructura de experiencias didácticas dentro del aula y fuera de ella. Cabe destacar que la formación del profesorado deberá orientarse en tal dirección, para lograr los objetivos planteados.

Los trabajos desde el paradigma cognitivo, no sólo se han centrado en la interacción profesor-alumnos. También se ha enfocado en las prácticas que giran alrededor sólo del profesor; al respecto Hernández y Sancho (1993) expresan que las investigaciones desde el paradigma cognitivo se han enfocado en la indagación de: planeación, creencias, toma de decisiones, intuiciones y saberes derivados del sentido común, de sus propias experiencias, sesgos por ideas y expectativas en la enseñanza-aprendizaje, y del saber contextual de cada circunstancia que el profesor tiene sobre las cuestionamiento didáctico. Por tal motivo, este trabajo se centra sólo en el profesor, pues se desea conocer su desarrollo profesional, y se centrará sólo en tres vertientes: conocimiento, y las creencias. El arduo trabajo efectuado con este paradigma cognitivo y los demás, empezaron a emerger otros nuevos de mayor y menor amplitud, y que se circunscribe a aspectos más restringidos de las distintas cuestiones educativas. Shulman (1989) describió los diversos paradigmas educativos que hoy pueden observarse en el análisis de los procesos de aprendizaje y enseñanza. Shulman (1989) distingue diversas variables involucradas en las situaciones de enseñanza-aprendizaje a las que se han orientado los paradigmas y que les han dado cierta identidad. Estas variables son las siguientes:

a) Variables de presagio: características (clase social, capacidad docente, rasgos de personalidad, etc.) y experiencias formativas del profesor (por ejemplo, experiencia docente, tipos de programas de entrenamiento)
b) Variables de proceso: cognición del alumno (procesos cognitivos, motivacionales y afectivos del alumno) y cognición del profesor (procesos de pensamiento, planificación, expectativas, etc., del profesor)
c) Variables de producto: efectos a corto y a largo plazos de los episodios instruccionales en los alumnos (rendimiento académico, aprendizaje de habilidades, desarrollo de actitudes, etc.)

d) Variables de contexto: situación física, psicológica y social en la que ocurre la enseñanza (nivel de saturación, contexto intersubjetivo, clima de clase y composición étnica) (p.72)

Con base en lo anterior, Shulman propone la existencia de los siguientes paradigmas:

a) Paradigma proceso-producto. Investiga las conexiones entre las actividades docentes y los productos del aprendizaje realizados en los estudiantes.
b) Paradigma del tiempo de aprendizaje. Es una extensión del paradigma anterior, y a su vez es una explicación alternativa al mismo.
c) Paradigma de la cognición del alumno. En este paradigma se centra en el estudio de los procesos cognitivos y motivacionales que padecen los alumnos, los cuales son mediadores decisivos en los procesos de enseñanza-aprendizaje.
d) Paradigma ecológico (etnográfico). Este paradigma indaga los procesos contextúales físicos, cognitivos y socioculturales que suceden durante y alrededor al proceso de enseñanza.
e) Paradigma de la cognición del profesor. En este paradigma se estudian los procesos cognitivos y las expectativas de los profesores cuando planean, cuando efectúan y después de que terminan el proceso de enseñanza.

Centrando el interés en el paradigma de la cognición del profesor, se considera relevante pues es lo que desea efectuar este trabajo, profundizar en los procesos cognitivos del profesor de matemáticas desde la planeación hasta su puesta en escena en el espacio áulico, específicamente en el tema de la derivada. Por otro lado, Shulman ha sido de los pioneros en investigar las prácticas del profesor desde una visión cognitiva, su aportación se ha centrado en el conocimiento del profesor; este tema se describe más adelante.

3.3. Desarrollo profesional del profesor de matemáticas

Después de haber descrito la política educativa que permean el quehacer de los docentes de la Educación Media Superior, la RIEMS; posteriormente se describió el paradigma cognitivo que influye los elementos principales de este trabajo. En este apartado se describirán algunas caracterizaciones en lo que respecta al desarrollo profesional, específicamente del docente de matemáticas, ya que el objetivo de investigación es caracterizar el Desarrollo Profesional que se produce en tres docentes del Bachillerato Tecnológico Agropecuario para la enseñanza de la derivada.

El desarrollo profesional del profesor de matemáticas, se ha abordado desde diversas problemáticas que giran en torno a los diversos factores y contextos del docente, es decir, puede ser centrado en docentes con experiencia o noveles, profesores en servicio, futuros profesores, los diversos niveles educativos, la enseñanza, aprendizaje, recursos tecnológicos, entre otros factores. Las investigaciones que se han realizado sobre el desarrollo profesional del profesor de matemáticas no han sido suficientes como dice Ponte (2012). Las investigaciones se han centrado en indagar las prácticas del profesor en servicio, futuros docentes, docentes con años de experiencia, estudiando a educadores de diversos niveles educativos, centrándose en aspectos esenciales que estructuran el desarrollo profesional, los aspectos que los condicionan, así como los contextos y recursos que ayudan a su desarrollo (Climent, 2002; Oliveira, 2004; Guimarães, 2004; Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz, 2007; Muñoz, 2009; Ponte 2012)

Por su parte, Cardeñoso, Flores y Azcárate (2001) expresan que los problemas que han sido tratados desde el desarrollo profesional del docente de matemáticas se han clasificado en cuatro grupos de investigaciones: sobre el currículum, procesos de enseñanza / aprendizaje, formación didáctico-matemática de los profesores y cuestiones epistemológicas y/o teóricas. Rico (1996) citado por Cardeñoso, Flores y Azcárate (2001), realizó un estudio sobre las problemáticas que se han abordado en la educación matemática, concluye que sólo el 10% de las investigaciones abordan problemas asociados con el docente y su desarrollo profesional, el 50% de los problemas están conectados con el aprendizaje de las matemáticas, el 25% está relacionados con el currículum o a la enseñanza de las matemáticas, y sólo un 15% vinculados con aspectos teóricos o epistemológicos. Sumado a lo que presenta Rico, Ponte (2012) menciona la necesidad de seguir investigando esta línea, expresa que a pesar que se están efectuando diversas investigaciones en torno al conocimiento, creencias, la formación y el desarrollo profesional, se está muy lejos de entender todas las problemáticas. Se requiere estudiar las prácticas del profesor de matemáticas de los distintos niveles educativos.

El desarrollo profesional ha tenido interés de ser indagado en las últimas décadas, y su investigación ha ido cambiando a través del tiempo por el contexto social que atañe al docente, así como las corrientes y perspectivas teóricas y epistemológicas. En las década de los 90 el docente era visto como transmisor del conocimiento, y sujeto que implementa estrategias didácticas, que ha adquirido anticipadamente. Desde la década de los 70 las investigaciones se centran en analizar el conocimiento necesario para la enseñanza. De acuerdo a Muñoz (2009) desde el inicio de la década de los setenta el desarrollo profesional no se consideraba objeto de estudio, debido a que se creía que era suficiente con la formación inicial para el desempeño profesional. En el transcurrir de las décadas de los setenta, emergieron investigaciones enfocadas en la asociación del desarrollo profesional y éxito en la aplicación de innovaciones, en estas circunstancia el foco lo realiza el docente en aula (Muñoz, 2009). Estas investigaciones tenían el objetivo de identificar las oportunidades de mejora y dificultades en el quehacer docente, además de conocer las metodologías y estrategias didácticas más pertinentes.

El inicio de estas investigaciones reveló la importancia que tiene indagar el pensamiento del profesor en la enseñanza, estos trabajos tenían mucha influencia de teorías sobre el procesamiento de la información y del paradigma cognitivo. Las indagaciones sobre el conocimiento del profesor proporcionaron resultados que clarificaron su contenido, organización y estructura, con una visión de sugerir una formación pertinente a lo que requería el profesorado (Muñoz, 2009; Guimaraes, 2005). Estas aportaciones fueron el inicio de la epistemología que ayudó a la conceptualización del desarrollo profesional.

El desarrollo profesional no sólo se centró en el conocimiento. Desde su caracterización ha ido evolucionando y adaptándose a las nuevas necesidades que permean al profesor; se ha centrado en indagar la experiencia, la reflexión sobre la práctica para el desarrollo del conocimiento profesional. En la última década de este siglo XXI, el desarrollo profesional también se ha enfocado en indagar la identidad del profesor, las creencias, la motivación, emociones, y actitudes que giran alrededor del profesor. Estos aspectos resaltan de promover el desarrollo profesional a los de toda la vida profesional del profesorado, como expresa Muñoz (2009) esta conceptualización del desarrollo profesional se aproxima a una formación continua del profesorado. Esto confirma que el desarrollo profesional se indaga desde una faceta cognitiva, también expresa Muñoz (2009) que el desarrollo profesional se considera desde teorías provenientes de las ciencias sociológicas, fenomenología y antropología.

Las indagaciones que giran sobre el desarrollo profesional ha evolucionado desde un aspecto que los docentes son iguales de acuerdo a la disciplina que enseñan o nivel educativo, manifiestan las mismas inquietudes, necesidades y mismos procesos psicológicos, es decir, los docentes son sujetos únicos con una formación inicial y continua particular requerimientos esenciales, debido al contexto donde desempeña su labor y las vivencias que experimenta a lo largo de su vida profesional.

Esto ha generado que surjan teorías para acercarse al desarrollo profesional del profesor que trata de describir y explicar cómo se produce, cuáles son las condiciones, y también trata de mostrar las fases comunes que pueden emerger en la mayoría de los docentes y alguna situación (Climent, 20002, Muñoz, 2009). Además, estos marcos teóricos resaltan el rol que tiene el profesorado en la guía de cambios sobre su práctica. Se considera al docente cómo un aprendiz profesional, en donde su desarrollo profesional se evidencia en adecuaciones a sus representaciones mentales, las cuales influyen en las acciones que realiza en su entorno.

Al respecto, Brown y Borko (1992) describen al desarrollo profesional del docente como una visión del profesor como un alumno adulto, cuyo desarrollo es el producto de variaciones en "estructuras cognitivas; se asume que estas estructuras cognitivas son los modelos de pensamiento por los cuales una persona se relaciona con el entorno" (p. 227). También Muñoz (2009) caracteriza el desarrollo profesional como un proceso que se origina a lo largo de toda la vida del profesor, integrando su etapa de formación inicial, dicho proceso debe crecer y ser evolutivo, además debe adaptarse a los nuevos retos.

Por su parte, Marcelo (1989) caracteriza el desarrollo profesional en dos vertientes esenciales. Por un lado, la considera como un proceso evolutivo que va creciendo y cambiando con el transcurrir del tiempo, y por otro lado, lo caracteriza desde el punto de vista profesional, es decir, es un proceso de adaptarse ante los nuevos retos, y dar una respuesta pertinente a problemáticas del contexto. Además, este autor agrega que el concepto de desarrollo profesional supone un enfoque que considera el contexto, sistematizado y guiado al cambio profesional. También, agrega que este enfoque sugiere una visión de superación del perfeccionamiento de las actividades del profesorado.

También, la Organización de los Estados Iberoamericanos (OEI, 2013) caracteriza el concepto del desarrollo profesional docente, como “un proceso a lo largo de toda la vida, y refiere, por tanto, a los procesos mediante los cuales los profesores aprenden a enseñar, y desarrollan y mejoran su repertorio de capacidades profesionales, individuales y colectivas, apoyados desde una perspectiva institucional” (p.91). Otra caracterización del desarrollo profesional es lo que propone De Agüero (2019), quien la concibe como aquellas prácticas y actividades eficaces, pertinentes y relevantes socialmente estructuradas en actividades y acciones a lo largo del ejercicio profesional docente de forma tanto individual como colectivamente, también considerando la competencia, el compromiso, autonomía y la responsabilidad. De igual manera este autor considerando: conocimiento disciplinar y técnicos; la pedagogía; identidad y bienestar; epistemología; axiología; y lo sociocultural. Con el fin de cumplir con el objetivo esencial del docente de formar jóvenes en la atención, análisis y solución de los problemas nacionales.

Las investigaciones de Muñoz (2009) y Climent (2002), analizan el desarrollo profesional del profesor de matemáticas bajo tres ejes: 1) el conocimiento profesional del profesor de matemáticas, 2) sus creencias, y 3) y sus reflexiones. Estos tres ejes están centrados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y son subsidiarios del desarrollo profesional, de acuerdo con estos autores. Para estos autores el desarrollo profesional es un proceso continuo que inicia desde la formación inicial y se va edificando en su práctica, a lo largo de su vida profesional, por tal motivo para estos autores son relevantes estos tres ejes pues influyen de manera inmediata la labor del profesor, es decir, permean lo que hace el docente cuando da una clase particular, por tal motivo son del interés de este trabajo, ya que se desea saber esas características del desarrollo profesional del docente de bachillerato bajo estos tres ejes.

Recordemos que el objetivo principal de esta investigación es caracterizar el Desarrollo Profesional que se produce en dos docentes del Bachillerato Tecnológico Agropecuario para la enseñanza de la derivada. Por tal motivo, la postura de esta investigación respecto al desarrollo profesional, es que se comprende como un proceso cognitivo que se produce a los largo de la vida profesional del docente, considerando su etapa desde su formación inicial hasta su incursión al servicio, tomando en cuenta aspectos de la experiencia y su formación continua. De los elementos que se consideran en el desarrollo profesional este trabajo se enfocará en la enseñanza, considerando sus conocimientos, y las creencias sobre la instrucción de la derivada.

3.4. Conocimiento del profesor de matemáticas

Antes de describir el MTSK, se explica sobre el concepto del conocimiento del profesor. La formación de profesores es una línea de investigación que ha sido estudiada por la matemática educativa desde hace varios años. Pino (2013) agrega que, una de las problemáticas que más ha interesado y preocupado a investigadores y formadores de profesores, está vinculada con el conocimiento matemático y didáctico del profesor de matemáticas. Al respecto, existen diversos modelos, que tratan de definir y describir los componentes que integran el conocimiento que los docentes de matemáticas deberían tener para ejercer eficientemente su práctica y favorecer el aprendizaje de sus alumnos, los cuales mencionaremos más adelante.

3.4.1. Conocimiento del profesor

Antes de adentrarse al expresar sobre el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, mencionaremos algunos aspectos sobre la caracterización del concepto de conocimiento. Al respecto, Thompson (1992) afirma que “el conocimiento depende de encontrar criterios tales como cánones de evidencia que se discute como parte del conocimiento sintáctico del profesor” (p. 31). Por otra parte, Alexander, Shallert y Hare (1991), señalan que por conocimiento se refieren a "un stock personal de información, destrezas, experiencias, creencias y memoria de una persona" (p. 317).

También, Llinares (2009) menciona que el conocimiento y creencias, son procesos cognitivos del profesor; son variables potenciales para llegar a comprender los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, generados en las situaciones de aprender a enseñar matemáticas, y de desarrollo profesional de los profesores de matemáticas.

Siguiendo en la misma línea, Llinares, Clark y Peterson (1986, citado por Llinares, 2009) afirman que “el constructo conocimiento del profesor ha sido investigado desde una óptica cognitiva desde los primeros análisis enfocados en el pensamiento del profesor sobre planificación y toma de decisiones” (p. 2). Asimismo, Brophy (1991, citado por Llinares, 2009) sugiere que el interés del conocimiento del profesor “se ha enfocado en las investigaciones de los procesos mentales de los profesores (conocimiento, percepciones y creencias), y en describir las relaciones entre estas cogniciones y la enseñanza" (p. 2).

Como se ha descrito el constructo conocimiento se ha indagado desde una perspectiva cognitiva, centrados en lo que sabe el docente, el cual ha adquirido en su formación inicial y ha ido edificando a lo largo de su desarrollo profesional. El conocimiento del profesor es un elemento que influye en el quehacer del profesorado, se centra en qué contenido enseñar y cómo enseñarlo; este constructo mental es verdadero para los docentes, pues, como se ha mencionado, fue adquirido en su formación inicial, y ha ido construyendo y modificando debido a cursos de formación continua y de actualización, así como a libros de textos y experiencia docente.

3.4.2. Conocimiento profesional del profesor de matemáticas

El término conocimiento del profesor, ha sido indagado desde una óptica cognitiva. En seguida se describen caracterizaciones sobre lo que corresponde al conocimiento profesional del profesor de matemáticas, es decir, a las características que efectúa el docente en su labor dentro del aula. En consecuencia, Llinares (2009) menciona que en el análisis de los procesos del conocimiento profesional del profesor de matemáticas se enfatiza en los siguientes roles de desempeño:

- Caracterizar la enseñanza de las matemáticas,
- La manera en el docente edifica su conocimiento base para la enseñanza durante los procesos de aprender a enseñar matemáticas,
- Los cambios, adecuación o consolidación de las creencias y concepciones de los futuros profesores como consecuencia de estar en entornos de aprender a enseñar matemáticas en específicas o en la actuación de las prácticas de enseñanza, y
- La creación de un nuevo conocimiento base para la enseñanza y análisis, cambios de sus creencias y concepciones originadas durante las actividades de formación continua.

Por su parte, Brommer (1998) argumenta que el conocimiento profesional del profesor se considera como los conocimientos científicos indispensables para desempeñar una profesión. Otros autores (Estepa, 2000; Llinares y Sánchez, 1990; Climent, 2002) señalan que el conocimiento profesional del profesor se estima como resultado de la experiencia práctica apilada en la realización de los quehaceres docentes específicos, que se va edificando desde su formación inicial y durante toda su profesión.

El tema del conocimiento profesional del profesor ha sido de gran interés a investigadores, formadores de profesores, y en general a la educación matemática; ya que en el conocimiento están inmersos los conocimientos matemáticos y didácticos que el docente implementa en su práctica docente. Esto ha provocado el creciente interés de investigadores, que se ha visto reflejado en el incremento exponencial de investigaciones (Llinares y Krainer, 2006; Sowder, 2007; Llinares, 2009), con el propósito de determinar el conocimiento que debería tener el docente para que su práctica de enseñanza de las matemáticas sea lo más favorable para el aprendizaje del estudiante.

Dentro de la matemática educativa existen varias propuestas de modelos que tratan de determinar y describir los componentes que integran el conocimiento que los profesores de matemáticas deberían tener para desarrollarse eficazmente en su práctica y facilitar el aprendizaje de sus estudiantes.

El trabajo de Shulman (1986) se considera como el pionero en determinar el carácter específico del conocimiento del profesor que necesita para enseñar, y su propuesta ha tenido un rol importante en el desarrollo de investigaciones. Su trabajo inicial considera en su trabajo tres elementos para el conocimiento del profesor:

- Conocimiento del contenido.
- Conocimiento didáctico del contenido (PCK).
- Conocimiento curricular.

El conocimiento didáctico del contenido (PCK) es descrito por Shulman (1986) como:

> Aquél que va más allá del conocimiento de la materia en sí misma a la dimensión del conocimiento de la materia para la enseñanza, es la forma particular del conocimiento del contenido que incorpora el aspecto del contenido que guarda más relación con la educabilidad. (p. 9)

Además, Shulman (1986) agrega que el PCK incluye:

> Las formas más útiles de representación de estas ideas, las más fuertes analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones – en una palabra, las formas de representar y formular la materia que la hace más comprensible para otros. También incluye el entendimiento de lo que hace que el aprendizaje de temas específicos sea fácil o difícil; las concepciones y preconcepciones que los estudiantes de diferentes edades y conocimientos que traen consigo para el aprendizaje de aquellos temas y lecciones más frecuentemente enseñados. (p. 9)

En otro trabajo de Shulman (1987) se proponen siete categorías para el conocimiento del profesor que llamó categorías del conocimiento base:

1. Conocimiento de los contenidos.
2. Conocimientos pedagógicos generales, con especial referencia a los principios generales de las estrategias de gestión del aula y de la organización que aparecen para trascender la materia.
3. Conocimiento curricular, con especial comprensión de los materiales y los programas que sirven como herramientas de trabajo para los profesores.
4. Conocimiento didáctico del contenido (PCK), es esa amalgama especial de contenido y la didáctica que es el campo propio de los maestros, su propia forma especial de comprensión profesional.
5. Conocimiento de los alumnos y sus características.
6. Conocimiento de los contextos educativos, que van desde el funcionamiento del grupo o aula, el gobierno y el financiamiento de los distritos escolares, hasta el carácter de las comunidades y culturas.
7. Conocimiento de los fines educativos, propósitos y valores, y sus fundamentos filosóficos e históricos. (p. 8)

Entre esas siete categorías, la que más relevancia le otorga este autor es el conocimiento didáctico del contenido (PCK). Para Shulman es de especial interés debido a que identifica los diversos elementos de los conocimientos para la enseñanza, pues representa la unión del contenido y la didáctica en el entendimiento de cómo un tópico particular, problema o tema se organiza, representa y adapta para la instrucción.

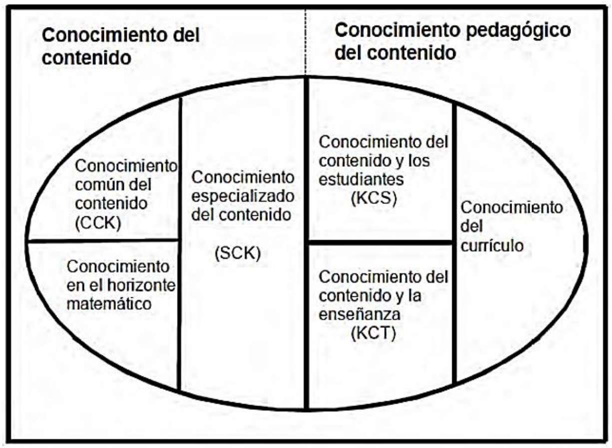
Además de lo anterior, Shulman (1987) menciona que hay por lo menos cuatro fuentes principales de las categorías del conocimiento base de enseñanza las cuales son:

1. Formación académica en las disciplinas de contenido,
2. Los materiales y el contexto del proceso educativo institucionalizado (por ejemplo, planes de estudio, libros de texto, las organizaciones escolares y las finanzas, y la estructura de la profesión docente),
3. La investigación sobre la educación, las organizaciones sociales, el aprendizaje humano, la enseñanza y el desarrollo, y el resto de los fenómenos sociales y culturales que afectan a lo que los profesores pueden hacer, y
4. La sabiduría de la práctica misma que permiten desarrollar en cada uno de estos (p.8).

3.4.4. Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT)

Los aportes de Shulman fueron los pioneros en esta línea de investigación del conocimiento del profesor, pero dentro de la educación matemática se reflexionó sobre la importancia de adecuar esta propuesta de Shulman a la matemática educativa, por tal motivo emergieron modelos para caracterizar los conocimientos del profesorado. Un modelo importante para la didáctica de la matemática es el propuesto por Ball, Thames y Phelps (2008), tomando como base las ideas de Shulman (1986), sólo se basa en las nociones del conocimiento didáctico del contenido y conocimiento del contenido. Estos autores proponen un modelo llamado Conocimiento Matemático para la Enseñanza (*Mathematical Knowledge for Teaching,* por su siglas en inglés MKT). El MKT está definido como el "el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y crecimiento en el alumno" (Hill, Ball y Schilling, 2008, p. 374), en particular en el nivel primaria. El MKT está constituido por dos categorías denominadas el Conocimiento del Contenido (CC) y el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK). En lo que respecta al CC, se divide entre subcategorías: conocimiento común del contenido, conocimiento en el horizonte matemático y el conocimiento especializado del contenido. En lo que respecta al PCK, se divide en tres subcategorías: conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento de contenido y la enseñanza y conocimiento del currículo. Los elementos del MKT, se pueden ver de forma más clara en la Figura 1.

Figura 1
Modelo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT)



Fuente: Hill, Ball y Schilling (2008, p. 377).

El MKT ha sido pionero en la disciplina de la matemática educativa, ya que considera el conocimiento matemático desde el punto de vista de la enseñanza, incluyendo el conocimiento de la estructura de la disciplina, las normas que rigen su funcionamiento, es decir, el curriculum, y una cuidadosa reflexión sobre el contenido y sus relaciones Carrillo *et al*. (2013) han identificado diversas dificultades sobre el MKT, que los ha orillado a plantear preguntas sobre el modelo. Agregan que las principales deficiencias fueron reconocidas por Ball *et al*. (2008) y existe preocupación en el conocimiento del contenido (SCK) y el conocimiento contenido común (CCK).

También Carrillo *et al*. (2013) afirman que las dificultades en el MKT existen cuando se desea decidir dónde termina CCK y donde comienza el SCK, como resultado de la definición misma de la CCK. El CCK se define como “el conocimiento en manos de alguien educado para el nivel correspondiente bajo análisis” (p.2) (Ball *et al*., 2008).

Otra dificultad está en la demarcación de SCK y HCK; de SCK y KCS, de nuevo como resultado de la definición de SCK.

> SCK se entiende como una forma de pensar sobre las matemáticas que se produce sólo cuando se considera como algo que se enseña. Sin embargo, a veces es difícil determinar si esta reflexión se refiere a las relaciones entre el artículo a ser enseñado y otros (HCK) o para el aprendizaje del material (KCS) (Carrillo *et al*., 2013, p.3).

Con base a lo anterior, Carrillo *et al*. (2013) concluyen que en el modelo del MKT se han encontrado problemas sobre la delimitación de las subcategorías, y que se requiere definir de una forma ligeramente diferente, es decir, más adecuada, con el conocimiento de los docentes en relación con las matemáticas escolares. De igual manera indican que las dificultades llevan a pensar qué sería más adecuado para alterar el centro del conocimiento del profesor de tal manera que, por un lado, se pueda entender mejor, y por otro, su contenido puede ser mejor de discernir.

El interés de Carrillo *et al*. (2013) es la extensión del conocimiento profesional de los profesores vinculados a las matemáticas como el enfoque del proceso de enseñanza-aprendizaje, el cual era una de las principales contribuciones del trabajo de Shulman (1987). Por su parte Ball *et al*. (2008) y Ball y Bass (2009) delinearon el conocimiento matemático en el área especializada, y es precisamente este aspecto matemático que provoca problemas cuando se aplica al conocimiento didáctico del contenido.

Carrillo *et al*. (2013) trataron de enfocar la especialización de los conocimientos de matemáticas de los profesores desde otra óptica. En lugar de hablar de conocimiento contenido especializado, como parte del conocimiento del docente, se habla del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) como parte del saber del profesorado. Esta reflexión de Carrillo *et al*. (2013), nos da pauta a determinar que el MTSK es el modelo idóneo para indagar la práctica del profesor de bachillerato, ya que sus dominios, subdominios, y categorías, centradas en la especialización de los docentes de matemáticas, nos van a permitir alcanzar los objetivos y responder las preguntas de investigación. A continuación, se explica más sobre el marco teórico del MTSK.

3.4. 5. Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)

El Conocimiento Especializado del profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés) emerge por la necesidad de profundizar en el conocimiento del profesor de matemáticas que realiza en práctica diaria, es decir dentro del aula. El MTSK tiene la dualidad de ser una propuesta teórica que modela el conocimiento esencial profesional del profesor de matemáticas, y como una herramienta metodológica que permite examinar distintas prácticas del profesor de matemáticas a través de sus subdominios y sus categorías.

El MTSK aparece como respuesta a las dificultades detectadas en el MKT, mencionadas anteriormente, y adquiere como origen las potencialidades de éste y de otros modelos que caracterizan el conocimiento del profesor de matemáticas. Este modelo considera el carácter especializado del conocimiento del profesor de manera plena en todas sus subdimensiones y evita hacer mención a referentes externos (conocimientos de otras profesiones). Conserva la separación que hace Shulman (1986), y toma en cuenta dos dominios: conocimiento matemático y conocimiento didáctico del contenido matemático, proporcionando a cada uno de estos dominios tres subdominios y categorías internas a éstos.

El MTSK está compuesto por dos dominios de conocimiento cuya esencia y medios de validación difieren entre sí. Por un lado, considera el conocimiento que tiene el profesor de las matemáticas como disciplina científica en un ambiente escolar. En el modelo, se llama a este dominio el MK (*Mathematical Knowledge*). El otro dominio es el conocimiento relacionado con el contenido matemático como objeto de enseñanza-aprendizaje. Este dominio se llama PCK (*Pedagogical Content Knowledge*. Cabe mencionar que en cada subdominio del MTSK hay algunas categorías definidas en cada subdominio las cuales pueden consultarse más detalladamente en Flores-Medrano, Escudero, Montes, Aguilar (2014), las cuales surgen de la reflexión teórica y de los datos empíricos de investigaciones previamente realizadas en el grupo del cual emerge el MTSK (ver Figura 2). Así pues, con esta investigación se espera contribuir en caracterizar en el desarrollo profesional del docente de matemáticas, sustentando en el conocimiento especializado del profesor de bachillerato cuando enseña el contenido de la derivada, con el fin de clarificar y profundizar más sobre el conocimiento matemático y conocimiento didáctico del contenido, así como sus categorías de cada uno de ellos.

Enseguida se describe cada una de los dominios que sustenta al MTSK, así como sus respectivos subdominios y categorías, con el objetivo de conocer las prácticas del profesorado de bachillerato.

3.4.5.1. Conocimiento Matemático (MK)

Un componente esencial en el conocimiento del profesor es el conocimiento de la misma disciplina que enseña. Por lo tanto, resulta necesario plantearlo como objeto de investigación saber qué y cómo conoce/debe conocer matemáticas un profesor de matemáticas (Flores-

Medrano *et al*., 2014). En el MTSK tiene tres subdominios que componen al conocimiento matemático: el conocimiento de los temas matemáticos, conocimiento de la estructura matemática y conocimiento de la práctica matemática.

3.4.5.1.1. Conocimiento de los temas matemáticos (KoT)

El profesor debe conocer los contenidos que enseña a sus estudiantes y sus significados de manera fundamentada. Integra el contenido que queremos que aprenda el alumno y permite la apreciación de un conocimiento con un nivel de profundización mayor al esperado para los alumnos (Flores-Medrano *et al*., 2014). Está compuesta de cuatro categorías:

- ***Fenomenología y aplicaciones.*** Tiene un carácter de dos valores. Por un lado, considera el conocimiento que el profesor tiene acerca de modelos a un tema, vistos estos como fenómenos que pueden servir para generar conocimiento matemático, entre ellos, los que aparecen en la génesis del propio concepto. Por otro lado, considera el conocimiento que tiene acerca de usos y aplicaciones de un tema (Flores-Medrano *et al*., 2014).
- ***Definiciones, Propiedades y sus Fundamentos.*** Es el conocimiento del conjunto de propiedades que hacen definible a un objeto, así como las maneras alternativas que utilice el profesor para definir, también son los conocimientos establecidos a un tópico o procedimiento en particular.
- ***Registros de Representación,*** es el conocimiento que tiene el profesor sobre las diversas maneras en que puede representar el tópico (numérica, gráfica, verbal, analítica, etc.), así como el conocimiento de la notación y vocabulario apto relacionado a dichas representaciones**.**
- ***Procedimientos*** es el conocimiento de algoritmos convencionales y alternativos; las condiciones suficientes para proceder; los fundamentos de los algoritmos y las características que tendría el objeto resultante asociadas al tema en cuestión (Flores-Medrano *et al*., 2014).

3.4.5.1.2. Conocimiento de la estructura matemática (KSM)

Es el conocimiento de la correspondencia que el docente realiza entre diversos contenidos (Montes, Aguilar, Carrillo y Muñoz-Catalán, 2013), ya sea de la asignatura que está enseñando o con contenidos de otras materias o niveles educativos. Las categorías son:

- ***Conexiones de Complejización***. Es el conocimiento sobre la relación de los contenidos enseñados con contenidos consecuentes. Una visión de la matemática elemental desde un punto de vista avanzado (Klein, 1933), se refleja en la proyección de los contenidos enseñados como potenciadores para futuros contenidos (Flores-Medrano *et al*., 2014).
- ***Conexiones de Simplificación***. Es el conocimiento acerca de la asociación de los contenidos enseñados con contenidos previos o a los actuales.
- ***Conexiones Transversales***. Es el conocimiento acerca de las relaciones entre distintos tópicos y contenidos matemáticos que manifiestan un aspecto en común, ya sea a la manera de entenderlas o la forma de pensamiento conectado entre ellos (Espinoza-Vásquez, 2020).
- ***Conexiones Auxiliares***. Se refiere al conocimiento "sobre las relaciones del contenido actual con otros objetos o procedimientos que prestan ayuda o sirven como herramienta para la comprensión del trabajo con el objeto y que están fuera de su estructura conceptual" (Espinoza-Vásquez, 2020, p.47)

3.4.5.1.2. Conocimiento de la práctica matemática (KPM)

En este subdominio se enfoca en la importancia de que el profesor no sólo conozca las soluciones matemáticas, sino también la forma de guiarse para llegar a ellos y las características del trabajo matemático (Flores-Medrano *et al*., 2014). Se trata de conocer cómo se descubre y se crea conocimiento en matemáticas, cómo se establecen relaciones, correspondencias y equivalencias, cómo se argumenta, se razona y se generaliza, y qué características tienen algunos de los elementos con los que se hacen matemáticas (Flores-Medrano *et al*., 2014). Cabe mencionar que este subdominio no cuenta con categorías, sino que tiene indicadores para su edificación, los cuales han cambiado a lo largo de la construcción del MTSK (Carrillo et al., 2018). Los indicadores son:

- Jerarquización y planificación como forma de proceder en la resolución de problemas matemáticos
- Formas de validación y demostración
- Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal
- Procesos asociados a la resolución de problemas como forma de producir matemáticas
- Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación)
- Condiciones necesarias y suficientes para generar definiciones

3.4.5.2. Conocimiento didáctico del contenido (PCK)

Este dominio hace mención al conocimiento específico del docente, específicamente de la labor de enseñanza (Flores-Medrano *et al*., 2014). El PCK se centra en que el docente comprenda el contenido matemático desde la perspectiva de un contenido a enseñar (conocimiento de la enseñanza de las matemáticas), desde una perspectiva de un contenido a aprender (conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas) y desde una perspectiva general de los estándares de aprendizaje que se pueden/pretenden lograr (conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas) (Flores-Medrano *et al*., 2014).

3.4.5.2.1. Conocimiento de las características del aprendizaje (KFLM)

En este subdominio se abarca los conocimientos acerca de las características de aprendizaje inseparables al contenido matemático. Evita mirar al estudiante como el foco principal del proceso cambiando la mirada hacia el contenido matemático como objeto de aprendizaje, sin dejar de aun lado al alumno. Sus categorías son:

- ***Teorías de aprendizaje asociadas a un contenido matemático.*** Es el conocimiento que tiene el docente acerca de las probables formas de comprensión afiliada a la esencia misma del contenido matemático. Abarca el conocimiento de estructuras o teorías personales o institucionalizadas sobre el desarrollo cognitivo del estudiante tanto para la matemática en general como para contenidos particulares (Flores-Medrano *et al*., 2014).
- ***Formas de Interacción de los Alumnos con el Contenido Matemático***. Es el conocimiento que tiene el docente acerca de los "procesos y estrategias de los estudiantes, tanto los usuales como los no habituales, y a los conocimientos sobre el posible lenguaje o vocabulario usado comúnmente al abordar un determinado contenido" (Flores-Medrano *et al*., 2014, p.10).
- ***Intereses y expectativas de los estudiantes al abordar un contenido matemático***. Se refiere al conocimiento docente sobre las concepciones de los alumnos con respecto a la facilidad o dificultad de algún contenido matemático; además acerca de los intereses, motivaciones, expectativas o ansiedad de los estudiantes sobre la matemática o un tema en particular (Espinoza-Vásquez, 2020).

- ***Fortaleza y dificultades asociadas al aprendizaje de un contenido***. Es el conocimiento del docente acerca de las dificultades y/o fortalezas que pudieran tener los estudiantes con un contenido matemático, es decir, sus creencias, los obstáculos y/o errores con respecto al tema.

3.4.5.2.2. Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las Matemáticas (KMLS)

Este subdominio considera el conocimiento que tiene el profesor acerca de aquello que el alumno debe/puede alcanzar en un curso escolar determinado (o lo que ha alcanzado en uno anterior, o lo que alcanzará en uno posterior) (Flores-Medrano *et al*., 2014). Es aquello que el profesor sabe sobre las capacidades conceptuales, procedimentales y de razonamiento matemático que se promueven en determinados momentos educativos (Flores-Medrano *et al*., 2014). Sus categorías son:

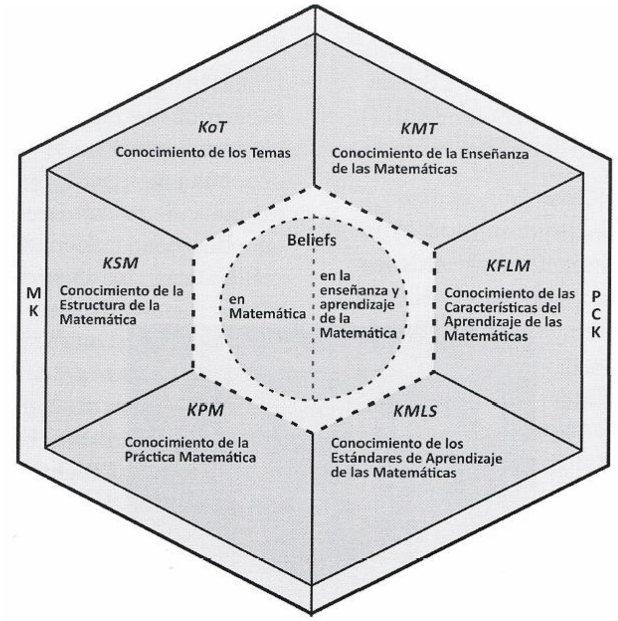
- ***Expectativas de aprendizaje***. Este conocimiento puede ser adquirido por el profesor, ya sea mediante la consulta de un documento rector que indique cuáles son esos contenidos que se requieren ser enseñados y que se espera ser aprendidos por el estudiantado de cierto nivel educativo.
- ***Nivel de Desarrollo Conceptual y Procedimental esperado.*** Se refiere a los niveles de abstracción, de complejización, procedimiento y profundidad, para un concepto en una específica situación escolar, que un estudiante debe de aprender en un nivel escolar.
- ***Secuenciación con temas anteriores y posteriores*****.** Es el conocimiento sobre las capacidades y conocimientos que los alumnos desarrollarán, "ya sea dentro del mismo curso o pensando en cursos anteriores (conocimientos y capacidades previas que tiene un estudiante para enfrentar tareas) o cursos posteriores (conocer las potencialidades que debe desarrollar para un determinado tópico)" (Flores-Medrano *et al*., 2014, p.12).

3.4.5.2.3. Conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT)

En este subdominio se incluye la categoría en el que se centra esta investigación; en él se incluye el conocimiento de recursos, materiales, modos de presentar el contenido y el potencial que pueden tener para la instrucción; además, del conocimiento de ejemplos adecuados para cada contenido, intención o contexto determinado. En este subdominio habla de conocimientos intrínsecamente dependientes de los contenidos matemáticos en sí. No se trata de conocimiento de matemáticas por un lado y de la enseñanza por otro, sino que se incluyen tan sólo aquellos conocimientos en donde el contenido matemático condiciona la enseñanza. Las categorías que integran este subdominio son:

- ***Teorías de enseñanza asociadas a un contenido matemático***. Es el conocimiento sobre lo que puede tener conocimiento el docente sobre teorías de enseñanza personales o institucionalizadas específicas de la educación matemática (Flores-Medrano *et al*., 2014).
- ***Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos para la enseñanza de un contenido matemático.*** Es el conocimiento sobre la potencialidad matemática que pueden tener ciertas secuencias de actividades, tareas, estrategias o técnicas didácticas, que los docentes examinan potentes en el abordaje de un contenido matemático y un momento de enseñanza, así como sus limitaciones, o los obstáculos que deberán superarse para que la estrategia alcance el objetivo planteado, además de los ejemplos elegidos para representar un contenido, las metáforas, las situaciones y las explicaciones, son utilizados de acuerdo al conocimiento que se tenga sobre sus características y repercusiones en la enseñanza del contenido (Escudero-Ávila, 2015).
- ***Recursos materiales y virtuales.*** Están asociados al contenido a enseñar. Se refiere a los conocimientos del profesor sobre los recursos y materiales en sí mismos y los beneficios o dificultades asociadas al uso de éstos como apoyo para la enseñanza de un determinado contenido matemático. Escudero-Ávila (2015), señala que esta categoría no sólo se refiere a que el profesor conozca un determinado material como puede ser un libro de texto de matemáticas, sino que sepa sobre las características matemáticas y didácticas de ese libro para la enseñanza de un contenido matemático.

Figura 2
Modelo MTSK con sus respectivos dominios y subdominios



Fuente: Carrillo *et al*. (2013, p.5).

Las creencias son consideradas en el modelo MTSK en el centro, debido a que éstas influyen constantemente en la matemática, la enseñanza y aprendizaje, y en la toma de decisiones del que enseña. Las creencias son colocadas en el MTSK en el centro del esquema y con líneas punteadas. Lo anterior indica que, de acuerdo a Flores-Medrano *et al*. (2014), las creencias que tiene el profesor acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, influyen en el conocimiento que tiene en cada uno de los subdominios del modelo.

En resumen a lo mencionado en esta sección, el MTSK considera el conocimiento especializado específico del profesor de matemáticas, es decir, los conocimientos que debe poseer un docente que enseña matemáticas; en el conocimiento especializado están incluidos el conocimiento matemático, didáctico y el currículo que giran en torno al profesor de matemáticas de acuerdo al nivel educativo donde desarrolla su práctica, y no hace referencia a conocimientos de otras disciplinas. Además, este modelo considera que las creencias que tiene el profesor acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, influyen en el conocimiento que tiene en cada uno de los subdominios. La caracterización en subdominios y categorías intrínsecas a estos es la estructura fundamental en el modelo MTSK. Este modelo permitirá proporcionar indicadores basados en datos empíricos, que permiten una caracterización cada vez más fina del conocimiento del profesor, y por consecuencia del desarrollo profesional. Los datos empíricos se basan en las diversas prácticas del profesor, ya sea dentro y fuera del aula, anexando los procesos de formación inicial y continua, factores del desarrollo profesional del docente. Coincidiendo con Flores-Medrano *et al*. (2014) se considera que el actuar del profesor no está únicamente "basado en aquello que conoce y que el buen desempeño de éste no guarda una relación directa con el *buen conocer*, pero también reconocemos que es necesario delimitar aquellos conocimientos fundamentales que dan entidad a la profesión" (p.13).

3.6. Creencias del profesor

Como se mencionó anteriormente las creencias permean al conocimiento del profesor, en el caso del MTSK, se encuentran en medio del modelo, ya que influyen en conocimiento matemático y conocimiento didáctico del contenido, así como en sus respectivas subdimenciones y categorías. Las creencias del profesor no tienen un modelo como tal que las indague, ya que las creencias pueden variar de acuerdo al profesor, su formación y/o sus experiencias. Pero las creencias han sido caracterizadas en diversos trabajos, estos debido a las particularidades y especificaciones de dichas investigaciones.

Dentro de los trabajos que han considerado el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas y las creencias del profesor, se tuvo dos discusiones sobre el tema de creencias, de acuerdo a Aguilar(2016), Aguilar, Muñoz, et al. (2018) y Aguilar, Rodríguez y Muñiz (2022) la primera discusión se centró en que las creencias y el conocimientos tiene conexiones muy cercanas, pero nunca llegarán a ser lo mismo, por tal motivo sugieren que cuando se indague el conocimiento del profesor de matemáticas es importante y útil agregar a las creencias como un factor diferente del conocimiento. La segunda discusión se centró en consensuar que no existe distinción entre los términos de creencias y concepciones cuando se investiga bajo el modelo del MTSK, ya que diversos autores bajo diversas perspectivas teóricas suelen hacer dicha separación. En este trabajo no habrá una distinción al decir creencias o concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y derivada, como los menciona Climent (2002), es decir, las concepciones son "el conjunto de creencias y posicionamientos que el investigador interpreta posee el individuo, a partir del análisis de sus opiniones, respuestas a preguntas sobre y su descripción de su práctica, su acción y los documentos que produce en torno a ésta" (p. 23).

La primera década de los años setenta las creencias tuvieron un interés al igual que las investigaciones sobre el conocimiento del profesor. Garritz (2014) menciona que en esta década los estudios se centraron en conocer a mayor profundidad la toma de decisiones de los docentes, que fue analizada como la asociación entre el pensamiento y la acción y entre la enseñanza pre-activa e interactiva. En el transcurrir del tiempo, los trabajos acerca del pensamiento de los docentes se diferenció para agregar sus percepciones, capacidades, pensamiento, juicios de valor, reflexiones, evaluaciones y hábitos.

Esto ha proporcionado que en los últimos años las investigaciones sobre los aspectos y las maneras en que los docentes creen, dicha argumentación se sustenta en la suposición de que las creencias son los mejores indicadores de las toma de decisiones que ejercen los docentes de forma individual en sus vidas en su práctica diaria (Calderhead, 1996; Garritz, 2014). Las creencias han sido un criterio importante, pues muestra evidencias de los que el profesorado realiza en su labor, y cómo afecta el proceso de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo a pesar de las diversas aportaciones, no se logra caracterizar un concepto principal de creencias, esto se puede deber a las diversas situaciones que atraviesan el profesorado. Pero, es importante conocer algunas de las diversas caracterizaciones.

Al respecto, Fishbein y Ajzen (1975) mencionan que en su momento las creencias no habían sido consideradas como un tema importante, se habían desarrollado muy pocas investigaciones sobre esos contenidos. Para estos autores las creencias tienen un papel muy importante, pues las creencias de un contenido muestran el cimiento para la formación de las actitudes sobre el objeto, y éstas son mediciones para evaluar las creencias de un sujeto. Dicho lo anterior caracterizan las creencias como ‘‘la probabilidad subjetiva de una relación entre el objeto de la creencia y algún otro objeto, valor, concepto o atributo” (p.132). También estos autores mencionan que una persona puede creer que tiene ciertos aspectos en su ser, como: inteligencia, honestidad, puntualidad, entre otros; es decir, expresan que un comportamiento dado conducirá a ciertas conclusiones, que algunos eventos sucederán repentinamente.

Por su lado, también Dewey (1993) caracteriza las creencias, menciona que abarcan interrogantes sobre las cuales no tiene de un conocimiento seguro, sin embargo confía tanto en ellas como para actuar con base en las creencias. Por su parte, Pajares (1992) menciona que, las creencias son construcciones cognitivas individuales desordenadas, proposiciones consideradas como ciertas por el sujeto; son no evidentes debido a que se sustenta en el juicio y la evaluación personal. Además, agrega que las creencias están sujetas a un alias de: "actitudes, valores, juicios, axiomas, opiniones, ideología, percepciones, concepciones, sistemas conceptuales, preconcepciones, disposiciones, teorías implícitas, teorías personales, procesos mentales internos, estrategias de acción, reglas de práctica, principios prácticos, perspectivas, repertorios de entendimiento y estrategia social", entre otras (p. 309).

También, Ortega y Gasset (2001) mencionan por su parte que, "las creencias constituyen la base de nuestra vida, el terreno sobre qué acontece", de tal forma que en ellas "vivimos, nos movemos y somos. Por lo mismo, no solemos tener conciencia expresa de ellas, no las pensamos, sino que actúan latentes, como implicaciones de cuanto expresamente hacemos o pensamos" (p. 5). Luft, Roehrig, Brooks y Austin (2003) caracterizan las creencias como suposiciones consideradas como verdaderas por un sujeto, "no están basadas en pruebas, sino en el juicio y la evaluación personales" (p. 2). Siguiendo en la misma línea, Jones y Carter (2007) menciona que las creencias son: 1) pensamientos individuales; 2) juicios, supuestos o proposiciones sobre el entorno sostenidos psicológicamente, que se sienten cierto; 3) Proposiciones consideradas como verdaderas por un sujeto, no están centradas en pruebas, sino en premisas y la consideración personal.

Otra caracterización es la realizada por Skott (2015) este autor identifica cuatro aspectos esenciales que están en el centro del concepto:

1. "Las creencias se usan generalmente para describir construcciones mentales individuales, que son subjetivamente verdaderas para la persona en cuestión" (p.18).
2. "Existen aspectos cognitivos y afectivos en las creencias, o al menos las creencias y los problemas afectivos se consideran intrínsecamente vinculados, incluso si se consideran distintos" (p.18)
3. "En general, las creencias se consideran como temporales y contextualmente estables, y es probable que cambien sólo como resultado de un compromiso sustancial en prácticas sociales relevantes" (p. 18).
4. "Se espera que las creencias influyan significativamente en las formas en que los maestros interpretan y se relacionan con los problemas de la práctica" (p. 19).

Como se podrá reflexionar, existen diversas caracterizaciones del concepto de creencias, no hay una definición como tal, esto se puede a diversas particularidades que tienen los individuos como seres sociales, Durkheim (1999) menciona que los seres sociales están inmersos en un sistema de costumbres, sentimientos e ideas que expresan creencias religiosas, morales, tradiciones, profesiones u opiniones colectivas, de cualquier clase. Se puede analizar en las caracterizaciones que las creencias se han abordado desde las perspectiva cognitiva, es decir, son construcciones mentales individuales, que son intrínsecamente ciertas para el sujeto; esto también es un factor de que existan diversas caracterizaciones, pero, a pesar de la diversidad, se podría homogeneizar, para tener un sistema de creencias con ciertas particularidades comunes.

Dicho lo anterior, el término de creencias se emplea en este trabajo como construcciones mentales, que son verdaderas por el sujeto en cuestión, así como proposiciones sobre objetos y fenómenos que las personas toman ciertas. Ello permitirá la construcción de instrumentos apropiados para su análisis y determinación de las condiciones que favorecen.

3.6.1. Creencias del profesor de matemáticas

Las creencias del profesor han sido investigadas desde la visión cognitiva, ya que se indaga las construcciones mentales, cómo estás influyen en la toma de decisiones de los profesores, desde la planeación de estrategias didácticas hasta la puesta en escena, coincidiendo con Skott (2015) menciona que, el campo de las creencias del docente, han sido enfocadas como construcciones mentales relativamente estables y estructuradas, permean relevantemente en el comportamiento y actitudes de los profesores.

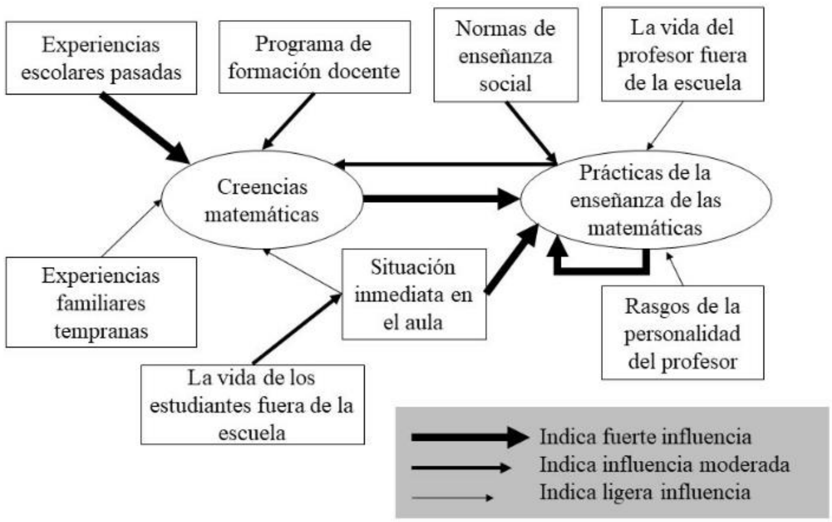
Las creencias hacías las ciencias, y particularmente hacia las matemáticas, han sido un foco de interés prioritario, ya que evidencia elementos para interpretar las variadas características de la labor del profesorado; y como expresa Garritz (2014) comprende la planeación de las clases, la enseñanza, las evaluaciones, la comunicación con otros profesores, los padres de familia y los estudiantes; así como su desarrollo profesional y las maneras que se desarrollan las políticas educativas. También, Pajares (1992) sostiene que “las creencias de los profesores influyen sobre sus percepciones y juicios, los cuales, afectan su comportamiento en el aula” (p. 307).

Por tal motivo, existe interés por conocer los sistemas de creencias que tienen los docentes de matemáticas, pues se podrán entender algunas de las problemáticas que se muestra en la educación matemática desde una visión del profesorado. Al respecto, Wilson y Cooney (2002, p. 148) comentan que la causa esencial para indagar las creencias de los docentes de matemáticas, se centra en la razón de que es una variable determinante de conocer de lo que enseña y cómo lo enseña. Esto se ha visto reflejado en los resultados de trabajos que muestra la relación estrecha entre las creencias y el comportamiento de los maestros, Martínez, Valle, García, y Dolores (2019), nos comparten que algunas investigaciones han encontrado en sus resultados solidez entre las acciones realizadas por el docente y las creencias que podrían explicar el quehacer en el aula del docente, también otros trabajos notaron inconsistencia.

Esta consistencia e inconsistencia se pueden a diversos factores que giran en torno al profesor, que pueden ser desde la formación inicial y continua, hasta las situaciones contextuales (sociales, económicas y culturales) que influyen en la labor docente. Estos factores resaltan la importancia de conocer las creencias ya que se puede obtener un sistema diferente de creencias, pero esto a su vez, podría obtener elementos homogeneizar las creencias de acuerdo a ciertas particularidades, y provocar cambios significativos en la labor docente. Coincido con Martínez, Valle, García, y Dolores (2019) quienes sugieren que las creencias tienen mucha importancia, ya que algunas intervenciones se han realizado con el fin de realizar cambios de éstas en profesores en servicio y futuros docentes de matemáticas hacia creencias más centradas con el curriculum o con las teorías modernas del aprendizaje de las matemáticas.

En lo que respecta a las investigaciones sobre creencias realizadas en la educación matemática, muchas de éstas se han enfocado en las creencias matemáticas y sus elementos didácticos; estos trabajos evidencian el rol principal de las creencias sobre la propia matemática, también sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, elementos esenciales del quehacer docente. Por mencionar algunas, Raymond (1997) mostró la necesidad de permear en las creencias de los docentes de matemáticas para cambiar sus prácticas, específicamente sobre las matemáticas. Propone elementos de éstas, en las que destacan: 1)la asociación mutua entre creencias y práctica, 2) experiencias escolares anteriores, 3)eventos en el aula: competencias, actitudes y conducta de los alumnos, poco de tiempo en el aula y el tema matemático a enseñar, 4) característica de personalidad del docente, y 5)programas de formación dónde se formó el docente. Esto se analiza más detalladamente en la siguiente Figura.

Figura 3
Factores que influyen en las creencias matemáticas del docente



Fuente: Martínez, Valle., García, y Dolores (2019, p. 99)

Siguiendo en la misma línea. Las investigaciones sobre creencias de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas han evidenciado que éstas se relacionan con el enfoque didáctico y pedagógico de la clase, así como la percepción que tiene el profesor del alumno u otros docentes, y la misma interpretación de los programas de estudio. En el mismo sentido, Cross (2009) encontró entre otros aspectos que, las creencias fueron influyentes en las decisiones pedagógicas diarias de los docentes y “que sus creencias sobre la naturaleza de las matemáticas sirvieron como fuente primaria de sus creencias sobre la pedagogía y el aprendizaje de los estudiantes” (p. 325).

La investigaciones internacionales sobre las creencias matemáticas se ha centrado ampliamente en indagar las creencias de profesores en los niveles de primaria y secundaria, y escasamente se ha indagado en profesores de los niveles bachillerato y superior (Donoso, Rico, y Castro, 2016; Lebrija, Flores, y Trejos, 2010). Por ejemplo, Lebrija, Flores y Trejos (2010) encontraron que los profesores tenían una visión tradicional de las matemáticas y su enseñanza, y promueven un aprendizaje más centrado en aspectos algorítmicos y menos en la solución de problemas. De igual manera, encontraron que para la mayoría de los participantes las matemáticas son importantes por su aplicación en la vida cotidiana y por ser una ciencia exacta con aplicación para resolver problemas.

Por su parte, Donoso, Rico y Castro (2016) indagaron las creencias de profesores, todos con formación pedagógica, sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje; mediante una encuesta tipo Likert encontraron que entre los docentes se resalta la importancia de enseñar contenidos matemáticos que sean útiles para la vida, destacando su utilidad y conexión con situaciones reales. Además, García et al. (2006) indagaron las creencias de profesores de matemáticas que impartían Cálculo Diferencial en el nivel superior. A través del análisis cualitativo de las respuestas, a un cuestionario de preguntas abiertas, encontraron que casi todos los participantes siguen una línea tradicional a la hora de abordar la enseñanza del cálculo, dándole fuerte peso al contenido matemático en sí. También que los participantes recurren a ejemplos de su vida laboral previa a la de maestro o cuando fueron aprendices en matemáticas, para generar estrategias didácticas. En síntesis, los profesores en servicio, sin importar su formación profesional inicial, las matemáticas son útiles para ser aplicadas en la vida cotidiana o profesional y para resolver problemas.

Las creencias del profesor en matemáticas se diferencian en dos vertientes según Green (1971) y Pajares (1992), estos autores las conceptualizan en centrales y periféricas; las creencias más fuertemente arraigadas son las centrales, y las menos sostenidas son las periféricas. Cuanto más central es una creencia, más fuerte es a discutir y modificar. En este mismo tenor, Pajares (1992) define la centralidad como aquellas creencias que está conectada con otras; agrega que cuanto mayor sea su relación, mayor serán sus implicaciones para otras creencias, y será menos posible cambiar.

Por su parte, Liljedahl (2009) caracteriza las creencias centrales del docente sobre las matemáticas de la siguiente forma: 1) creencia de las matemáticas como una herramientas que enseñará matemáticas centrado en las reglas, fórmulas y procedimientos de manera mecanizada para imponer su dominio y la memorización, 2) creencia de las matemáticas como un sistema, se hace un uso constante de las definiciones y las pruebas tanto como una estrategia pedagógica como contenido para ser aprendido, y 3) creencia de las matemáticas como proceso, agrega metodologías de enseñanza constructivista en su enseñanza para que sus estudiantes experimenten el “hacer” matemáticas. Por otra parte, se considera la distinción teórica entre las creencias declaradas (son expresadas por el docente y conscientemente reconocidas) y creencias promulgadas (son deducidas por la investigación) (Šapkova, 2013; Martínez, Valle, García, y Dolores, 2019). Esta investigación se centra en las creencias como declaradas ya que se aplicará un cuestionario para conocer lo que expresan los profesores usando el instrumento CEAM (Concepciones sobre la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas), el cual se describe más adelante.

En lo que respecta a las creencias en matemáticas, la postura de este trabajo es que consideran que éstas, están presentes en la práctica diaria del profesor, experiencia a lo largo de su vida profesional, influencias por el alumno; también por la propia personalidad docente y su formación. Estos aspectos se deben considerar al momento de indagar el desarrollo profesional del profesor de matemática en la educación media superior. También, esta investigación considera las creencias centrales de las matemáticas, como un factor que puede presentarse, ya que estos tipos de creencias están asociadas a otras, y suelen ser muy difíciles de cambiar. Pero, este trabajo pretende conocer esas creencias y cómo cambiarlas, con el fin de mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y de alguna manera cambiar, con el fin de mejorar las evaluaciones de PLANEA.

Capítulo 4. Marco contextual

4.1. Contexto Histórico

El 15 de septiembre de 2020, se publicó en el Diario Oficial de la Federación (DOF), el Nuevo Reglamento Interior de la SEP, en el cual se le confiere nivel de Dirección General a la UEMSTAYCM, quedando como Dirección General de Educación Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar (DGETAyCM), con las atribuciones establecidas en el artículo 18 del Reglamento en mención (SEP, 2020).

La DGETAyCM, proporciona servicios de Bachillerato Tecnológico, con especialización en actividades Agropecuarias, Acuícolas, Forestales y de Ciencias del Mar, los qué, están dirigidos a jóvenes de entre 15 y 18 años de edad, que han concluido su preparación básica (secundaria), que buscan continuar con sus estudios de nivel medio superior, que tienen como meta concluir el tipo superior y/o buscan incorporarse al mercado laboral (SEP, 2020).

El modelo educativo medio superior de bachillerato bivalente que brinda la DGETAyCM aporta una formación integral, social, humanista y tecnológica agropecuaria, forestal, del mar y aguas continentales centrada en la persona, que consolida el conocimiento, fortalece la pertinencia y fomenta la mentalidad emprendedora y de liderazgo; además de brindar servicios de capacitación, vinculación con el entorno y asistencia técnica (SEP, 2020).

Los centros educativos, de servicios de capacitación y vinculación con el entorno que integran la DGETAyCM son:

- Centros de Bachillerato Tecnológico Agropecuaria (CBTA)
- Centros de Bachillerato Tecnológico Forestal (CBTF)
- Centros de Estudios Tecnológicos del Mar (CETMAR)
- Centros de Estudios Tecnológicos de Aguas Continentales (CETAC)
- Unidades de Capacitación para el Desarrollo Rural (UNCADER)
- Centro de Investigación para los Recursos Naturales (CIRENA)
- Brigadas de Educación para el Desarrollo Rural (BEDR)

El compromiso de la Dirección General de Educación Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar en materia educativa es desarrollar enfoques innovadores en los sectores agrícola y pesquero para incrementar la productividad, conservar los recursos naturales y utilizar los insumos de manera sostenible y eficiente (SEP, 2020).

4.2. Contexto político

4.2.1. Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS)

Analizar la RIEMS permite contextualizar las características de desempeños profesionales, específicamente en el modelo educativo vigente: Competencias. Lo que permite al estudio obtener información relevante para caracterizar el Desarrollo Profesional del docente de Bachillerato Tecnológico Agropecuario, uno de los objetivos de esta investigación.

En México cada sexenio se ha marcado por proponer reformas educativas que tratan de mejorar la calidad en los distintos niveles educativos; estas reformas se apegan a intereses políticos, económicos y sociales que tienen los gobiernos en turno. En el 2008 en el gobierno de Felipe Calderón, se creó la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS). Esta reforma se creó en el acuerdo número 422 por el que se establece el Sistema Nacional de Bachillerato (SNB) en un marco de diversidad, se publicó en el Diario Oficial de la Federación en el 2008. El objetivo principal es que los alumnos aumenten su nivel de logro educativo; además que tengan las herramientas y competencias para un mayor bienestar, y colaboren al progreso del país. También la RIEMS propuso unir los diferentes subsistemas de Nivel Medio Superior (NMS) que pertenecen a la Secretaría de Educación Pública (SEP), y así ayudar hacia una identidad que fomente los objetivos y oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. La RIEMS propone cuatro ejes para la Educación Media Superior:

1. *Marco curricular común (MCC) basado en competencias*. Diseñado para relacionar los diversos subsistemas, y construir un perfil de egreso de acuerdo a los servicios de la EMS, se proponen competencias (profesionales, genéricas y disciplinares) a desarrollar en el currículo.
2. *Definición y regulación de las distintas modalidades de la Educación Media Superior (EMS)*. Se centró en cambios en la estructura de la oferta educativa, ya que las instituciones educativas de este nivel educativo, tiene un perfil de egreso muy diverso, pero un tronco común de asignatura
3. *Mecanismos de gestión de la reforma*. Se enfocó en garantizar el éxito de la reforma a través de: generar espacios de orientación educativa y atención a las necesidades de los

alumnos; formación y actualización docente; mejorar las instalaciones y el equipamiento; profesionalizar la gestión; evaluar el sistema de forma integral; e implementar mecanismos para el tránsito entre subsistemas.

4. *Certificación nacional complementaria*. Se centró en la parte oficial para la identidad compartida en el nivel educativo. Esto mediante el éxito de los tres primeros ejes planteados en la RIEMS.

De los cuatro ejes descritos, el primero está enfocado directamente a las prácticas y los aprendizajes en el aula. El MCC está basado en competencias, es el eje que tiene una estrecha relación con los quehaceres del profesor en el aula en todos los niveles educativos. El término competencia fue integrado en la RIEMS a partir de la caracterización de Perrenoud (2004), las define como las aptitudes de movilizar recursos cognitivos para solucionar una situación específica, usando sus habilidades o actitudes.

El MCC está compuesto por competencias genéricas, se refieren a los aprendizajes que se logran en el aula; competencias disciplinares, se centran a los logros aprendidos de una asignatura en particular; y competencias profesionales, se enfocan en aprendizajes para el trabajo y nivel técnico. Esta última cambia de acuerdo a la oferta profesional que ofertan los subsistemas. Las competencias dentro de MCC se simplifican en la siguiente imagen.

Tabla 2. *Competencias del Marco Curricular Común*

<table>
<tr><th colspan="2">Competencias</th><th>Objetivo</th></tr>
<tr><td colspan="2">Genéricas</td><td>Comunes a todos los egresados de la EMS. Son competencias clave, por su importancia y aplicaciones diversas a lo largo de la vida; transversales, por ser relevantes a todas las disciplinas y espacios curriculares de la EMS, y transferibles, por reforzar la capacidad de los estudiantes de adquirir otras competencias.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Disciplinares</td><td>Básicas</td><td>Comunes a todos los egresados de la EMS. Representan la base común de la formación disciplinar en el marco del SNB.</td></tr>
<tr><td>Extendidas</td><td>No serán compartidas por todos los egresados de la EMS. Dan especificidad al modelo educativo de los distintos subsistemas de la EMS. Son de mayor profundidad o amplitud que las competencias disciplinares básicas.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Profesionales</td><td>Básicas</td><td>Proporcionan a los jóvenes formación elemental para el trabajo.</td></tr>
<tr><td>Extendidas</td><td>Preparan a los jóvenes con una calificación de nivel técnico para incorporarse al ejercicio profesional.</td></tr>
</table>

Fuente: DOF (2008)

La RIEMS no sólo se centró en el currículo y en la unificación de los subsistemas de la educación media superior. También, planteó unas series de competencias que deberían lograr los profesores; estas reformas se establecieron en el *Acuerdo número 447 por el que se establecen las competencias docentes para quienes impartan educación media superior en la modalidad escolarizada*. Las competencias docentes formulan cualidades individuales, éticas, académicas, profesionales y sociales. De acuerdo al DOF (2008b) estas competencias son las que deben de reunir los docentes de la EMS, y definen el perfil del profesor, que permean a los casos de estudio de este trabajo. A continuación, se muestra las ocho competencias que fueron obtenidas textualmente de DOF (2008b)

1. Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional.
2. Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo
3. Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios
4. Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional
5. Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo
6. Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo
7. Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano e integral de los estudiantes
8. Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional

Estas competencias docentes describen el perfil del docente de bachillerato, además están conectadas al quehacer que realiza el docente de matemáticas, pero buscando en las bases de datos, no existe un perfil idóneo del docente de matemáticas de la educación media superior en México. Por tal motivo, se relaciona el perfil del profesor de matemáticas con las competencias disciplinares de las matemáticas, ya que dan indicios de los que debe conocer el profesor, y lo que tendría que realizar en labor, las cuales son (SEP, 2013):

1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Estas competencias en matemáticas, se presentan en el contenido de la derivada, ya que hablar de variación, es hablar de la derivada, también se manifiesta en el análisis de las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento. De igual manera, se presenta en las diferentes representaciones de la derivada, es decir, verbal, tabular, numérica, algebraica y gráfica, tanto su argumentación análisis e interpretación de fenómenos reales.

De las competencias, las que interesan a esta investigación son:

- ✓ Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional
- ✓ Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo
- ✓ Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios.

- ✓ Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora en su contexto institucional.

Se consideran estas competencias, pues son las que permean las prácticas del profesor y su desarrollo profesional y sus vertientes el conocimiento matemático y didáctico, y las creencias; además estas competencias junto con las disciplinares de las matemáticas, influyen en las prácticas que realiza el docente de matemáticas en su aula, ya que dan pauta a reflexionar que son estructuras mentales que deben tener el docente, y las que debe poner en juego en el aula.

4.3. Contexto Institucional

El CBTA 189 se encuentra ubicado en la comunidad de Nieves, Gral. Francisco R. Murguía, Zacatecas. Cuenta con una población estudiantil de 390 alumnos. Cuenta con 12 salones para tomar clases. Dos salas de cómputo y una sala audiovisual de inglés (60 computadoras), un laboratorio de química. Tienen tres canchas deportivas de usos múltiples, donde se practican Futbol, Voleibol, Basquetbol y Béisbol. También cuenta con área para elaborar productos cárnicos y dulces como son: chorizo, jamón, chuletas ahumadas; mermeladas, cajeta y mazapanes. De igual manera tiene un invernadero y terreno adecuado para la siembra y práctica de los alumnos de: frijol, maíz, cebolla, jitomates, chile poblano y serrano, además de tener una nopalera. También cuenta con áreas pecuarias para practicar, que cuenta con: 30 borregas, 2 marranas y 8 gallinas.

Tiene una plantilla de 30 docentes, 10 administrativos, 2 intendentes que se encargan al mantenimiento de áreas verdes, limpieza de la escuela y baños; además de 3 manuales que se encargan de área de producción, es decir, siembra y cosecha, elaboración de cárnicos y cuidado de los animales que tiene el CBTA 189.

Los CBTA se encuentran en varias zonas de la república, cuya particularidad para su instalación depende de que la región o comunidad sea territorio de siembra agrícola o crianza pecuaria. En el estado de Zacatecas existen trece CBTA a lo largo de su territorio. Como se mencionó en el planteamiento del problema, los profesores que trabajan en esta institución educativa, la mayoría de los docentes que estudiaron una licenciatura o una ingeniería ajena a la docencia, esto ha provocado que el profesorado estudie un posgrado enfocado a la educación, con el propósito de mejorar su práctica.

Esta diversidad de formación inicial que tienen los docentes del CBTA así como su experiencia influye en la asignación de materias por parte del subdirector académico; es decir, las materias que asignan cada semestre en muchas ocasiones depende si el docente la ha impartido con anterioridad o dicha materia la llevó en su formación inicial. Esto ha provocado que no exista información exacta sobre cuántos docentes imparten cálculo diferencial, ya que es muy variada la información. De acuerdo al encargado de oficinas centrales de Zacatecas de los CBTA, aproximadamente la cantidad de profesores que imparte cálculo diferencial oscila entre 1 a 3 docentes, esto depende de la cantidad de alumnos y de grupo en cada plantel.

Capítulo 5. Metodológico

5.1. Paradigma Interpretativo-Cualitativo

Esta investigación se basa en el paradigma interpretativo, ya que se analiza la práctica de lo que están realizando en el aula los docentes; es decir, su conocimiento especializado, identificando las creencias didácticas y matemáticas en torno a este concepto. La filosofía de los objetivos de este trabajo no persigue "explicar, controlar y predecir como pretende el paradigma positivista, ni conseguir la emancipación y transformación de la realidad, como pretende el paradigma socio-crítico" (Muñoz, 2009, p. 149). En contraste con la normativa, se caracteriza por una preocupación del sujeto en su experiencia humana.

La metodología que se emplea en este estudio es de tipo cualitativa, la cual está orientada a describir, cualificar y profundizar la comprensión de una realidad, desde el análisis de sus elementos, relaciones y procesos, sin la pretensión de generalizar los resultados (Bernal, 2006), ya que interesa conocer la realidad del docente del CBTA, qué y cómo está enseñando, con el fin de describir las particularidades de los profesores en su entorno. Esta investigación es a su vez de naturaleza descriptiva, porque busca determinar los aspectos relevantes de sujetos o grupos, o cualquier otro fenómeno sometido a indagación (Dankhe, 1989). Los estudios descriptivos se enfocan en medir de forma cualitativa a la mayor exactitud posible, para este caso, se busca especificar con una mayor exactitud el conocimiento y las creencias de los maestros que enseñan el tópico de la derivada.

5.2. Estudio de caso: Docentes del CBTA

Este trabajo usará el estudio de caso como método principal para la obtención de información y datos a analizar, siendo además de tipo *instrumental* (Stake, 2007), se indaga en las particularidades de dos profesores para establecer una caracterización sobre el desarrollo profesional del docente de matemáticas del CBTA 189, esta identificación se logrará analizando el conocimiento especializado y las creencias que manifiestan en su práctica.

Estos dos maestros se consideran un caso debido a que laboran en el CBTA 189, institución educativa que ha tenido bajos resultados en la prueba PLANEA. Los docentes conocen los resultados que se obtienen año con año en esta prueba, además saben el contexto social, cultural y económico del plantel, así como las características de los alumnos.

Para esta investigación se consideran como muestra dos profesores, elegidos por conveniencia con base en las necesidades anteriormente descritas. Los docentes A y B laboran en el CBTA 189 que se encuentra ubicado en el municipio de Gral. Francisco R. Murguía, Zacatecas.

Tabla 3**.** *Descripción de los docentes considerados para la investigación*

	Formación educativa	**Años de experiencia docente**	**Años de experiencia en los CBTA**	**Experiencia impartiendo Cálculo Diferencial**	**Aprendizaje de Cálculo durante su formación**
Docente A	- Ingeniero en electromecánica -Maestro en Tecnología Educativa	30 años	27 años	20 años	Cálculo Diferencial Cálculo Integral Cálculo de varias variables
Docente B	-Ingeniero en Sistemas Computacionales -Maestro en Educación	6 años	4 años	Primera ocasión	Cálculo Diferencial Cálculo Integral

Nota al pie: Elaboración propia con datos proporcionados por los profesores.

El profesor A lleva los 27 años laborando en el CBTA 189, ha vivido las diversas reformas educativas que se han realizado a lo largo de su experiencia docente, además ha dado cursos de preparación para los estudiantes para la prueba PLANEA, y en su momento también lo realizó para la prueba ENLACE. El docente B es la primera ocasión que impartirá esta asignatura, ya que le fue asignada por necesidades del plantel.

5.3. Instrumentos de recolección y análisis de la información

En este trabajo se aplicaron diversos instrumentos para recolección de información, con el fin de triangular los resultados en cada variable a investigar: conocimiento y las creencias; y de esta manera tener mayor sustento en la interpretación de la información para capítulos posteriores.

5.3.1 Planeación de clases

Un primer instrumento de información es la planeación de la clase de los docentes, se considera relevante, ya que es un insumo importante que permite evidenciar la secuencia de actividades a implementar en el aula para conseguir los objetivos planteados en el Plan y Programa de Estudios. Para la investigación, el analizar la información proveniente de este instrumento, exhibe las guías cognitivas que manifiestan los profesores antes y durante su práctica, así como las posibles modificaciones (ver Anexo 1).

5.3.2 Videograbación de sesiones

Se grabarán las clases del profesor de bachillerato mediante video y audio, lo anterior permitirá una interacción entre el que está investigando y los informantes, cuya potencialidad es ir una y otra vez a los datos para corroborar el análisis que se está efectuando. Sowder (2007) expresa que los casos videograbados muestran una oportunidad para que el profesorado evidencie las experiencias de su práctica, y puede funcionar como una asociación para fomentar la teoría sobre la práctica y aplicar la teoría al quehacer diario. La transcripción de los videos se encuentra en el Anexo 2.

5.3.3 Entrevista semiestructurada

En el caso del CEAM (Climent, 2002; Carrillo, 1998), se usará una entrevista semiestructurada como fuente secundaria de información para saber las creencias de los docentes sobre la educación matemática. Esta fue diseñada con los indicadores del CEAM que se encuentra en el Anexo 3, y en el Anexo 4 se localiza la estructura de la entrevista.

5.3.4 Formato de análisis para indicadores o descriptores de los subdominios del MTSK

Para realizar el análisis de la información de la planeación, video y/o entrevista se empleará el formato propuesto por Sosa (2011), ya que este trabajo sigue el modelo del MTSK. Con el fin de caracterizar los elementos del conocimiento especializado (didáctico y matemático) de los profesores del CBTA cuando enseña la derivada. Este instrumento es implementado para el análisis de dos escenarios: la planeación y la clase. El análisis de los datos tiene por objetivo obtener indicadores o descriptores de los subdominios del MTSK para el caso del profesor. Los indicadores permiten identificar y comprender los subdominios y categorías, con el fin de tener una caracterización más fina (Sosa, 2011). Los indicadores se obtendrán de subindicadores, que emergieron del análisis de la planeación y las grabaciones de las clases (ver Anexo 5).

Tabla 4. *Instrumento para el análisis de la planeación y de las clases video grabadas*

❖ [i.j] [1] Descripción del episodio.
Contenido Matemático: Se explicita qué acercamiento de la derivada se evidencia.
Objetivo general: Identificar el objetivo del contenido matemático que pretende enseñar el profesor.
Evento desencadenante[2]Evento que funciona como causa de inicio del episodio.
[A, i.j] [3]Acción tomada por el profesor para enseñar el contenido matemático.
Dominio del MTSK[4]
Subdominios del MTSK[5]
Categorías del MTSK[6]
Subindicador del MTSK: Enumeración con un orden ascendente de los subindicadores que vayan identificándose de acuerdo al escenario, el dominio, el subdominio, y un número asignado de forma ascendente, por ejemplo: P-PCK-KoT1 **Subindicador encontrado:** Descripción del subindicador que se identificó.
Evidencia: Evidencia que se toma de la planeación o de los videos con la finalidad de corroborar el subindicador identificado.
Evento de término: Evento que funciona como causa de término de ese episodio. ❖ [i.j.k] [7] Descripción del subepisodio.
Objetivo particular: Identificación del objetivo del contenido matemático que pretende enseñar el profesor.
Evento desencadenante: Evento que funciona como causa de inicio del subepisodio.
[A, i.j.k] Acción tomada por el profesor para enseñar el contenido matemático.
Conocimiento Didáctico del Contenido(PCK)
Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática(KMT)

Nota al pie: Elaboración propia; instrumento de análisis de la planeación y vídeos.

5.3.5 Formato análisis creencias (Modelo CEAM)

Además de los instrumentos mencionados, se analizarán las clases videograbadas con el fin de identificar las creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, particularmente del tema derivada, y su relación con los subdominios del conocimiento

[1] [i.j] representa el escenario i y la fecha del episodio j, al que corresponde la situación específica. En el caso de la planeación el episodio también se interpreta como una situación o actividad específica escrita por el docente.

[2] En la planeación, el evento desencadenante y el evento de término se considera como una descripción de inicio y fin que el docente pone en juego en la planeación para lograr su objetivo.

[3] En esta adaptación, en la etiqueta de la acción, antecede la letra A para que no se confunda la etiqueta del subepisodio con la de la acción, lo mismo que en la adaptación de Sosa (2011). En el caso de la planeación la acción(A) se utiliza como ayuda para comprender y modelar el conocimiento del docente.1

[4] Se escribirá el dominio que se está analizando del MTSK

[5]En este apartado se escribirá el subdominio que se está analizando.

[6] Esta investigación analiza todas las categorías que se presentan.

[7] En el caso en el que haya subepisodios, estos siguen la misma estructura interna que los episodios, cambiando el tamaño de letra para diferenciarlos de los episodios. La ubicación de los subepisodios depende de la propia naturaleza del objetivo general y/o particular y de la acción que realice el profesor para enseñar el contenido (Sosa, 2011).

especializado en los docentes del CBTA. En este aspecto se utilizará como referente el modelo CEAM (Climent, 2002; Carrillo, 1998, ver Anexo 3) para el análisis de las creencias en el tema de la derivada en la práctica diaria del maestro, y su conexión con el MTSK. De igual manera, se realiza una entrevista previamente para identificar las creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de la derivada.

Tabla 5. *Instrumento de análisis para las creencias*

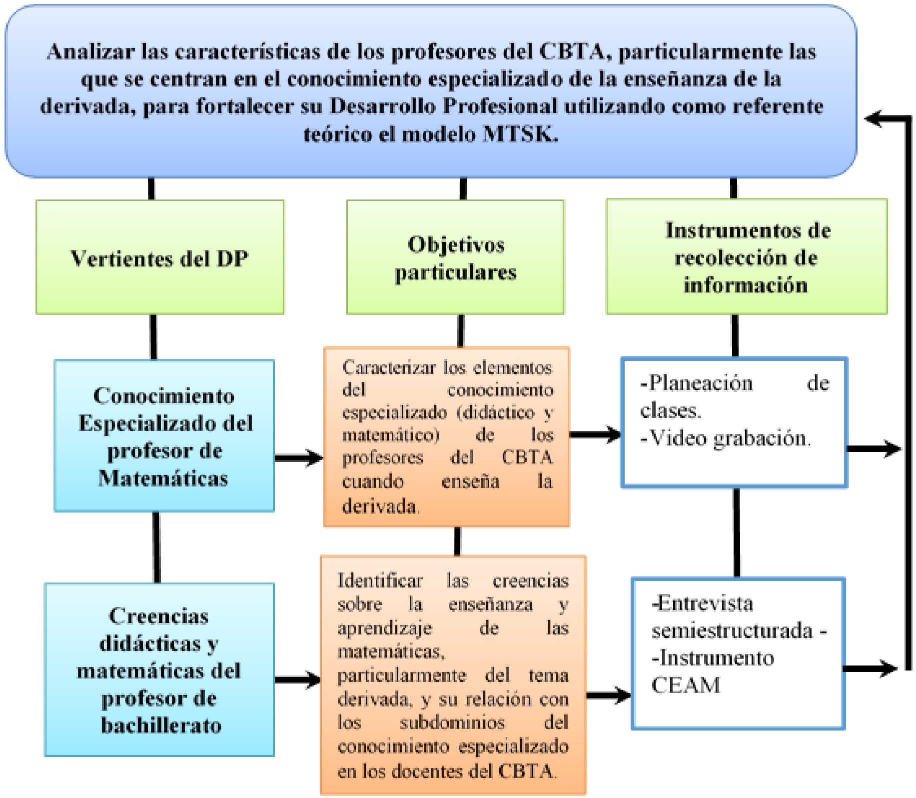
Episodio clase y objetivo general	Su episodio clase y objetivo particular	Evidencia	Descripción y relación con el CEAM
[A[8]-Fecha[9]. i-j[10]] Objetivo general del episodio	[A-Fecha. y-z[11]] Objetivo particular del subepisodio	Se toma evidencia de la planeación y transcripción de la clase.	Se describe el episodio, agregando las concepciones del CEAM que tiene relación

Nota al pie: Elaboración propia que se usó para el análisis de la creencia.

Finalmente, para una mayor comprensión de los instrumentos, modelos y metodologías para la recolección de la información y análisis de los datos previamente descritos, en la Figura 4 se muestran tanto los objetivos particulares como los instrumentos que se emplearán en cada uno de ellos, todo con el fin de alcanzar el objetivo general de la investigación.

Figura 4
Esquema que muestra las vertientes del Desarrollo Profesional con sus objetivos e instrumentos.

[8] Esta literal se llama acción, y puede variar de acuerdo a lo que se está analizando ya sea la planeación (P) o la clase videograbada (V)
[9] Se coloca la fecha en la que fue realizada la planeación o en qué fecha se grabó la clase
[10] En el caso de la clase videograbadas se toma las líneas del episodio que se van a analizar la literal “i” corresponde al inicio y la “j” al final
[11] En el caso de la clase videograbadas se toma las líneas del subepisodio que se van a analizar la literal “y” corresponde al inicio y la “z” al final



Nota al pie: Elaboración propia para mostrar los objetivos con sus instrumentos.

5.4. Bottom-Up y Top-Down

De acuerdo con Merriam (1988) y Niss (2006), *Bottom-Up* es la esquematización de un conjunto de estudios a un fenómeno de investigación, con el fin de categorizar la información mediante la indagación y detección de conexiones; esto establece indicadores teóricos particulares del fenómeno a estudiar, que emergen a raíz de los propios datos y no desde la teoría. Es un acercamiento en el que se toman los casos específicos y se asocian con diversos instrumentos para proponer una idea o constructo general.

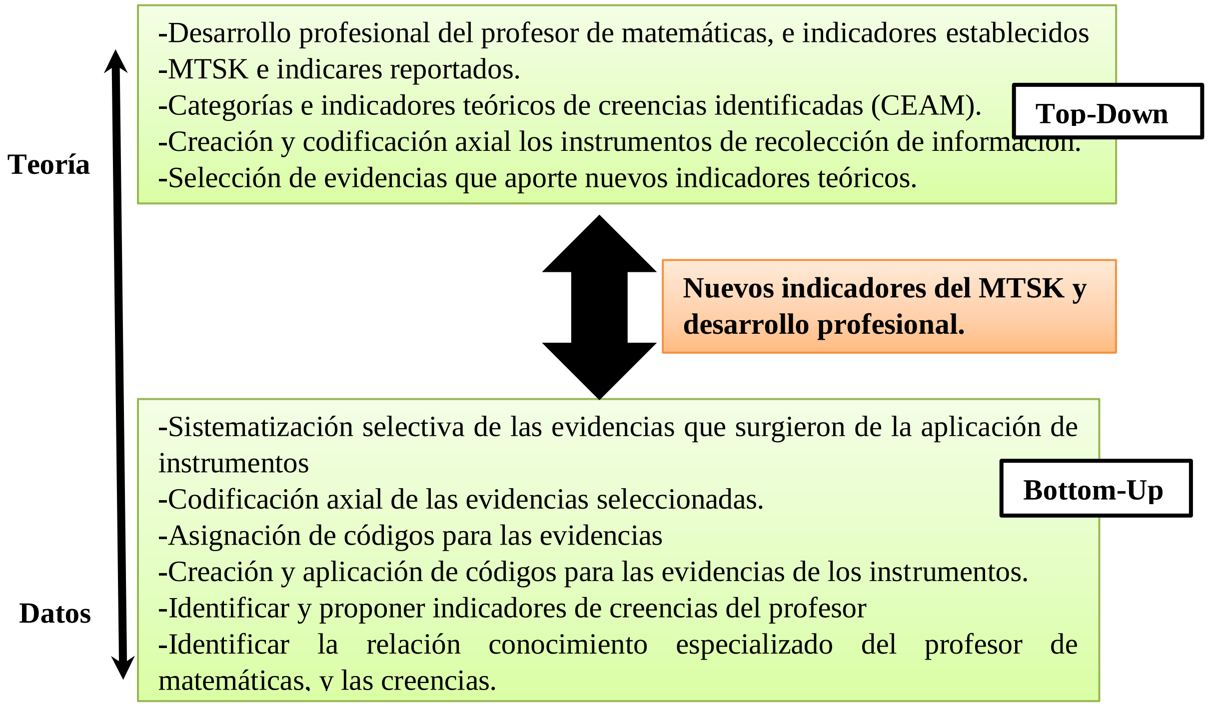
Según Niss (2006), *Top-Down* es un acercamiento que usa conceptos teóricos previamente argumentados para observar situaciones, procedimientos y elementos que se encuentran en la información recolectada, estos aspectos son evidentes desde el marco teórico que se está empleando. Cabe mencionar que, como lo expresa Merriam (1988), en el Top-Down los elementos teóricos usados en una investigación pueden sufrir fragmentación durante el proceso de análisis de la información. Así pues, en este acercamiento se indagan datos para tener una idea general que pueda ser como un bosquejo formal (Nestingen, 2002).

Bajo la perspectiva Top-Down, en esta investigación se refiere al primer acercamiento que se tiene teóricamente en torno al Desarrollo Profesional del profesor de bachillerato al enseñar la derivada y sus vertientes el conocimiento y las creencias. Este primer análisis surgió de los trabajos consultados desde el estado del arte, ya que fueron seleccionados debido a que ofrecen un panorama de indicadores teóricos de lo que se ha realizado en tanto al MTSK y a las creencias. El Top-Down, también da pauta para poder realizar la triangulación de instrumentos que se usarán para la recolección de información, ya que las categorías teóricas que existen serán un punto de partida para guiar los instrumentos de investigación así como su análisis.

En lo que respecta al Bottom-Up, se usarán diversos instrumentos (especificados en el apartado anterior) para lograr la caracterización del Conocimiento Especializado de los profesores del Bachillerato Tecnológico Agropecuario en la enseñanza de la derivada y su Desarrollo Profesional.

En la Figura 5 se muestra la forma en que se aplicará la perspectiva Bottom-Up y Top-Down a esta investigación. En lo que respecta al Top-Down, que se refiere a los indicadores teóricos, que ya han sido reportados en trabajos en torno al DP, al MTSK, y las creencias del profesor y lo que reflexiona, estos indicadores dan pauta a suponer lo que se podría esperar entorno a estos elementos. También, son una guía de cómo diseñar algunos de los cuestionarios y entrevista, y de esta manera obtener información relevante de las evidencias para proponer nuevos indicadores. En lo que respecta a la visión Bottom-Up, que se refiere a los datos que recolectarán de los instrumentos; para realizar esa propuesta de nuevos indicadores del MTSK, categorías e indicadores de creencias, se requiere seleccionar las evidencias mediante una codificación axial de seleccionar los indicadores y categorías que se evidencia en la práctica del maestro. Se realiza asignación, creación y aplicación de códigos para las evidencias de cada uno de los instrumentos, para tener un orden, saber de dónde son obtenidas cada una de las evidencias para realizar la triangulación de forma pertinente, lo que permitirá no se confunda o se pierda alguna información.

Figura 5
Organización e interpretación del Bottom-Up y Top-Down en el DP y MTSK



Nota al pie: Elaboración propia que muestra la aplicación del Bottom-Up y Top-Down en ésta investigación.

En ambas perspectivas de Bottom-Up y Top-Down existe una codificación axial (Hernández-Carrera, 2014; Flick, 2012), esta sistematización permite filtrar las categorías o indicadores que han emergido tanto de los elementos teóricos ya existentes como de las evidencias que se seleccionaron de la recolección de la información. Se usa este enfoque ya que permite analizar la información desde las investigaciones que ya se realizaron sobre estas temáticas y discutirla de forma natural y no forzada con la interpretación de los datos que se obtuvieron de los nuevos indicadores del conocimiento del profesor al enseñar la derivada

Capítulo 6. Análisis y Resultados de la Información

En este capítulo se muestran los resultados arrojados del análisis de la información (ver Anexo 5). El propósito es proporcionar respuesta a las preguntas de investigación: ¿Qué características del conocimiento especializado demuestran los docentes del Bachillerato Tecnológico Agropecuario (CBTA) cuando enseña la derivada? ¿Cuáles son las creencias de los docentes del CBTA sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, particularmente en el tema de la derivada?

El análisis de la información se efectuó bajo dos acercamientos (Bottom-Up y Top-Down). El Top-Down se centra en los análisis de los resultados y conclusiones arrojados por las investigaciones (mostradas en el estado del arte) que se han centrado en el conocimiento y creencias del profesor. Por tal motivo, se describen algunos indicadores que muestran dichos trabajos, con el fin de tener un panorama de lo que los datos han informado. Después, se realiza el Bottom-Up, es decir, el análisis de la información recabada, el cual se realiza directamente a lo indagado de la planeación, de las grabaciones de las clases y entrevistas. Ambas perspectivas permiten enriquecer la sección de Discusión y Conclusión, que se encontrará más adelante.

6.1. Resultados de análisis de indicadores (Top-Down)

En esta sección se menciona el análisis y resultados de los indicadores del Conocimiento y Creencias del profesor que se han investigado en la literatura revisada en el Estado del Arte hasta la escritura de este trabajo, asociadas principalmente a la enseñanza de la derivada. Estos indicadores se redactarán de acuerdo a los resultados y conclusiones reportadas en dichos estudios, y en caso de ya contar con indicadores se considerarán de forma textual; estas revisiones de literatura permiten ser un antecedente de la relación con los indicadores del análisis, y también permiten sensibilizar al investigador de lo que arrojaría el estudio de los datos, es decir, lo que se muestra más adelante en el Bottom-Up. En la siguiente tabla se muestran los indicadores, así como las investigaciones de donde fueron obtenidas.

Tabla 6. *Indicadores del conocimiento matemático y didáctico*.

Nivel educativo	Indicadores del conocimiento matemático y didáctico del contenido	Investigaciones
Superior	● Conoce que su labor está asociada a lo empírico, los libros de texto y la propia experiencia que tuvo como estudiante. ● Conoce la importancia de enseñar aplicaciones de la derivada de acuerdo al interés de la profesión del estudiantado. ● Conoce la importancia de usar recursos tecnológicos para la enseñanza del cálculo diferencial. ● Conoce que el tema de la derivada se puede instruir de acuerdo a metodologías de enseñanza que tuvo en su formación inicial.	García, Azcárate y Moreno (2006)
Medio superior	● Conoce que el salón de clases no es el lugar donde se construye conocimiento, sino es un espacio donde se recrean las creencias del profesor, en torno a la derivada. ● Conoce que las creencias del profesor pueden provocar obstáculos en los estudiantes. ● Conoce que el profesor de bachillerato debe saber a profundidad el uso de la derivada, las condiciones necesarias y suficientes que están alrededor de teoremas del cálculo diferencial. ● Conoce que el concepto de la derivada tiene vinculación inmediatamente con las funciones, dominio, y rescata la importancia de contraejemplos en las construcciones del significado de dicho contenido. ● Conoce que este tipo de estudio son estudios importantes para la investigación que permiten diseñar programas de formación y actualización de profesores.	Chávez (2009)

Secundaria/Media superior	• Conoce que se requiere determinación de saber el conocimiento didáctico-matemático en torno de la derivada con base en las investigaciones actuales de la enseñanza de la derivada. • Conoce la importancia de reconstruir el significado de la derivada para el diseño, implementación y evaluación de los programas de formación. • Conoce que es necesario diseñar y elaborar instrumentos que permitan evaluar en conocimiento matemático -didáctico de la derivada de docentes en formación inicial y de servicio. • Conoce que es necesario diseñar, implementar y evaluar situaciones didácticas y procesos de estudios que permitan la reflexión de los futuros profesores y docentes en servicio.	Pino, Godino y Font (2011)
Superior	• Conoce que los futuros docentes resuelven tareas en las que la derivada se entiende como la pendiente de la recta tangente. • Conoce que los futuros docentes tuvieron dificultades al demostrar, mediante la definición formal de la derivada, la proposición "la derivada de una función constante es siempre cero". • Conoce que los futuros docentes tienen dificultades al utilizar la derivada como tasa de cambio instantánea en una situación relativamente compleja. • Conoce que los futuros docentes carecen de ciertos aspectos de la derivada como: uso de diferentes representaciones, uso de diferentes significados de la derivada, resolución del problema a través de varios procedimientos. • Conoce que los futuros docentes tienen una desconexión entre los diferentes significados de la derivada.	Pino, Godino, Font y Castro (2012)

Nota al pie: Elaboración propia que muestra los indicadores de los conocimientos matemáticos y didácticos.

Tabla 7. *Indicadores de creencias matemáticas y didácticas*

Nivel educativo	Indicadores de creencias matemáticas y didácticas	Investigaciones

Superior	• La derivada tiene importancia en la resolución de ejercicios, tanto matemáticos como de aplicación; sin embargo, terminan dando más peso al contenido matemático que a las aplicaciones. • La metodología tradicional es mejor para enseñar el concepto de derivada, basada en aspectos físicos, matemáticos o geométricos. • Las aplicaciones de la derivada deben ser orientadas más a resolver ejercicios que a la resolución de problemas.	García, Azcárate y Moreno (2006)
Superior	• Importante definir la derivada de una función de una variable real, como el límite del cociente incremental • La derivada se puede estudiar a través de razones de cambio, tasas de cambio o como una tasa de variación, considerando que estas ideas están asociadas con las aplicaciones de la derivada. • Las representaciones de la derivada permiten estudiar su esencia y/o significado matemático y extramatemático, considerando la variedad de actividades basadas en el lenguaje matemático.	Vielma (2013)
Medio superior	• Las matemáticas son para ser usadas y aplicadas • Las matemáticas son razonar, para resolver problemas y para tomar decisiones • Aprender matemáticas es aprender a aplicar/usar las matemáticas en la actividad diaria. • Aprender matemáticas es aprender a razonar para resolver problemas y tomar decisiones. • Aprender matemáticas es aprender a resolver problemas. • Enseñar matemáticas es explicar procedimientos con ejemplos • Enseñar matemáticas es enseñar a razonar para resolver problemas y tomar decisiones • Enseñar matemáticas es explicar los temas con ejemplos de aplicación/uso	Martínez, Valle, García, y Dolores (2019)

Nota al pie: Elaboración propia que muestra los indicadores sobre las creencias matemáticas y didácticas.

La revisión de la literatura muestra que el conocimiento del profesor al enseñar la derivada es un tema que sigue vigente, pues a pesar que se ha indagado desde la formación de profesores hasta los docentes en servicio, evidencia que éste contenido aún genera dificultades para su comprensión, y para su enseñanza en los diversos niveles educativos. Esto puede deberse a que la derivada tiene diversos acercamientos de ser entendida como: pendiente de la recta tangente a una curva, tasa de variación instantánea y velocidad, y las formas tradicionales de su enseñanza. En el caso de las creencias son pocas investigaciones enfocadas en la derivada, los resultados evidencian que el profesor cree que es un contenido relevante para la solución de ejercicios de aplicación, pero aún se sigue empleando su enseñanza de forma tradicional. También se analiza que las aplicaciones de las derivadas son aspectos importantes a considerar para su estudio, ya que le da un sentido práctico a este tópico.

6.2. Resultados de la planeación y de las clases grabadas en video (Bottom-Up)

En esta sección se analizan las planeaciones y clases de los docentes A y B, las cuales se grabaron del día 15 de mayo al 16 de junio del 2023. Fueron un total de 5 semanas, cada semana se trabajó 4 horas de acuerdo al programa de estudios 2017, cabe mencionar que durante ese tiempo existió pérdida de clases por motivos de eventos institucionales, lo que acortó el número de grabaciones que se tenían consideradas. En la siguiente tabla se muestran los días que fueron grabados, para tener un control de las sesiones.

Tabla 8. *Número de clases que fueron grabadas*

Total de sesiones grabadas (cada clase se le asigna 50 minutos)					
	Semana 1	**Semana 2**	**Semana 3**	**Semana 4**	**Semana 5**
Docente A	16-05-2023 18-05-2023	22-05-2023 23-05-2023	29-05-2023 30-05-2023	05-06-2023	No hubo grabaciones por que los docentes evaluaron el parcial
Docente B	Aún no comenzaba con el tema	23-05-2023	29-05-2023 30-05-2023	05-06-2023	

Nota al pie: Elaboración propia que muestra las fechas de las clases videograbadas.

Para identificar cada subindicador se agregará una codificación para diferenciar unos de otros, esta clave está compuesta por las siglas de dominio, subdominio y un número de forma ascendente, esto permitirá agruparse de acuerdo a la categoría y subdominios para proponer indicadores de conocimiento.

Se inicia con el análisis y resultados de la planeación, y después con las clases videograbadas. Para el caso de la planeación se entregó una por los dos docentes participantes, ya que la realizaron de forma colectiva por acuerdo de la institución donde trabajan. Tanto la planeación como el video se caracteriza por la literal “P” y “V” respectivamente, seguida de las siglas del dominio, subdominio encontrado, y un número asociado de forma cronológica.

Por ejemplo, P-MK-KoT1, donde el significado sería: P (Planeación), MK (Conocimiento Matemático), KoT (Conocimiento de los temas matemáticos) y en número 1, debido a que fue el primer subindicador que se detectó del análisis de la información. En la siguiente tabla se muestra un ejemplo de cómo se realizó el análisis para obtener los subindicadores. Antes de adentrar a los subindicadores que se identificaron, a modo de recapitulación se retoma el modelo MTSK y sus elementos para recordar sus siglas, para mejor claridad de la información que se presenta.

Tabla 9. *Dominios y subdominios del MTSK*

Dominio	Subdominio
Conocimiento Matemático (MK)	Conocimiento de los temas matemáticos (KoT)
	Conocimiento de la estructura matemática (KSM)
	Conocimiento de la práctica matemática (KPM)
Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)	Conocimiento de las características del aprendizaje (KFLM)
	Conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT)
	Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las Matemáticas (KMLS)

Nota al pie: Elaboración propia que muestra los dominios y subdominios.

La siguiente tabla es un ejemplo de cómo se realizó el análisis de planeación y de las clases videograbadas. Lo que se muestra es el estudio de la clase del día 22 de mayo del 2023, en donde se puede ver en la evidencia que el profesor en dicha clase siguió practicando las reglas de derivación (constante, lineales y de potencia) de forma algorítmica en funciones polinomiales, además propone un problema de aplicación sobre el cálculo de la velocidad de un cohete en cierto tiempo.

Tabla 10. *Ejemplo de Análisis de la clase*

❖ [Clase.1.22-05] Practicar reglas de derivadas de constante, lineales y de potencia, y problemas de aplicación. (1-9).
Contenido Matemático: Reglas de derivadas de constante, lineales y de potencia, y problemas de aplicación.
Objetivo general: Realizar el cálculo de derivadas, así como de un problema de aplicación.
Evento desencadenante: El docente menciona que se va a concluir el cálculo de derivadas algebraicas, para proseguir con otro tipo de derivadas.
[Clase.1.22-05] El docente envía por WhatsApp las actividades a realizar en la clase, esto lo realiza con anticipación.

Dominio del MTSK: MK
Subdominios del MTSK: KoT
Categorías del MTSK: ***Fenomenología y aplicaciones, Procedimientos***
Subindicador del MTSK: V-MK-KoT6 **Subindicador encontrado:** Conoce que la derivada de una potencia se puede emplear para calcular la velocidad de móvil en cierto tiempo. **Subindicador del MTSK:** V-MK-KoT7 **Subindicador encontrado:** Conoce que las reglas de derivación de potencia son procedimientos algorítmicos necesarios para derivar otro tipos de funciones polinomiales.
Evidencia: El docente envía las actividades mediante recurso otros recursos tecnológicos como WhatsApp para que los estudiantes sigan practicando con los diversos tipos de derivación, así como aplicaciones. **1)** Utiliza las **Reglas** de **Derivación** propuestas en sesiones pasadas de cálculo diferencial para obtener la **Primera Derivada** de las funciones algebraicas que se enlistan a continuación. **a)** $f(x)=4$ **b)** $y=-6x$ **c)** $y=-19+3x$ **d)** $y=5x^2+3x$ **2)** A **t** segundos del despegue, la altura de un cohete es **h(t)= 3t²** pies. ¿Cuál es la velocidad de ascenso del cohete 10 segundos después del lanzamiento?
Evento de término: El docente deja a sus estudiantes realizar la actividad de forma autónoma.

Nota al pie: Elaboración propia que muestra un ejemplo del análisis de la clase del docente.

De este análisis se obtienen dos subindicadores:

- V-MK-KoT6: Conoce que la derivada de una potencia se puede emplear para calcular la velocidad de móvil en cierto tiempo.
- V-MK-KoT7: Conoce que las reglas de derivación de potencia son procedimientos algorítmicos necesarios para derivar otro tipos de funciones polinomiales

Estos subindicadores reflejan conexión estrecha con el dominio del Conocimiento Matemático, particularmente con el subdominio Conocimiento de los Temas Matemáticos (KoT), y especialmente con las categorías: procedimientos, fenomenología y aplicaciones. Se relacionan debido a que en la evidencia se puede observar que las actividades de ese día son procedimientos algorítmicos y considerando una actividad de aplicación de la derivada.

6.3. Características del MTSK de los profesores A y B obtenida de la planeación

En seguida se muestran de manera cronológica los subindicadores que se identificaron en la planeación de los profesores A y B. Se analiza una sola planeación debido a que la elaboraron de forma colectiva.

P-MK-KoT1. Conoce que para el tema derivada se requiere saber las aplicaciones de este tópico tanto en el área de las matemáticas como de otras asignaturas, así como su representación gráfica y algebraica.

P-MK-KSM1.Conoce que la derivada se conecta con otros tópicos anteriores como funciones, factorización, máximo y mínimo, además de asociaciones con temas de otras áreas como la física.

P-PCK-KMLS1.Conoce que la derivada tiene un nivel conceptual, se estructura de acuerdo a los criterios de la primera derivada, puntos de inflexión, aplicaciones de la derivadas, derivadas sucesivas y predicción de comportamiento de acuerdo al programa de estudios.

P-PCK-KMLS2. Conoce que la expectativa de la derivada va desde los criterios de la derivada hasta sus diversas aplicaciones de varias disciplinas.

P-MK-KoT2. Conoce que para iniciar con el tema de la derivada se requiere hacer una exposición de preguntas de enganche para que los estudiantes se interesen por este tema para que reflexionen sobre aplicación, definiciones y propiedades.

P-MK-KSM2.Conoce que el tema de función creciente y decreciente se emplea en contenidos posteriores de la derivada, como lo son máximos y mínimos, optimización, puntos de inflexión y predicción de comportamientos.

P-MK-KoT3. Conoce que para fortalecer el tema de funciones crecientes y decrecientes requiere de problemas reales para que se comprenda este concepto.

P-PCK-KMT1. Conoce de recursos tecnológicos como YouTube y el simulador de GeoGebra como herramientas que le permiten enseñar el tema de funciones crecientes y decrecientes, y el criterio de la primera derivada.

P-MK-KoT4.Conoce que para el tema de tasa de variación media se requiere de aplicaciones de este tópico, así como sus diversas formas de ser representado

P-MK-KSM3. Conoce que el tema de tasa de variación media es primordial en la derivada ya que está conectado con el contenido de la tasa de variación instantánea.

P-MK-KoT5. Conoce que los procedimientos son esenciales para aprender máximos y mínimos, asociados a aplicaciones del mismo tema.

P-PCK-KMT2. Conoce que los simuladores de GeoGebra son recursos que ayudan a aprender el contenido de máximos y mínimos de funciones cuadráticas**.**

P-MK-KoT6. Conoce que las reglas de derivación permitirán derivar diversas funciones, así mismo derivar funciones polinomiales hasta llegar al 0.

P-MK-KoT7. Conoce las propiedades de las reglas de derivación y las aplica a resolver diversos tipos de funciones.

6.4. Características del MTSK del profesor A obtenida de los videos

En seguida se muestran de manera cronológica los subindicadores que se identificaron en las clases videograbadas del profesor A.

V-MK-KSM1. Conoce que se requiere de temas anteriores como sistema de coordenadas y límite para seguir con la enseñanza de la derivada.

V-MK-KSM2. Conoce que se requiere el tema de la derivada de forma analítica para poder comprender su representación geométrica, así como sus aplicaciones.

V-MK-KoT1. Conoce que es importante enseñar la pendiente de la recta tangente a una curva para saber la interpretación geométrica de la derivada.

V-MK-KoT2. Conoce que debe asociar la representación algebraica de la derivada como el límite del cociente de dos incrementos para con la representación gráfica.

V-MK-KSM3. Conoce que la pendiente y el ángulo de una recta es un contenido que se conecta con la derivada.

V-PCK-KMT1. Conoce que el software de GeoGebra permite enseñar la pendiente de la recta tangente a una curva, ya que tiene la potencialidad de realizar movimientos con sus diversas herramientas.

V-MK-KoT3. Conoce que la regla de derivación es un procedimiento esencial para derivar funciones lineales.

V-MK-KPM1. Conoce que la modelación es un tema que se puede usar en el tema de la derivada, especialmente en la optimización de un recipiente.

V-MK-KoT4. Conoce que para derivar una función lineal, debe usar la regla de derivación de una constante, de identidad asociado a una suma o resta.

V-MK-KSM4. Conoce que es importante vincular la regla de derivación de identidad y de constante con el ángulo de la pendiente de una función lineal

V-MK-KSM5. Conoce que es importante vincular el límite de una función cuando Δx tiende a 0 para asociar a la derivada de una función lineal.

V-MK-KMT2. Conoce que la Teoría de Situaciones Didácticas le permite diseñar estrategias estructuradas para enseñanza de la derivada, que va desde conocimiento previos, conocimiento a enseñar y retroalimentación de dicho contenido

V-MK-KoT5. Conoce que la derivada se puede emplear para calcular la velocidad de un móvil.

V-MK-KSM6. Conoce que el cálculo de la primera derivada de una función es la velocidad de un objeto, que se asocia con el tema de velocidad visto en física.

V-MK-KoT6. Conoce que la derivada de una potencia se puede emplear para calcular la velocidad de móvil en cierto tiempo.

V-MK-KoT7. Conoce que las reglas de derivación de potencia son procedimientos algorítmicos necesarios para derivar otros tipos de funciones polinomiales.

V-MK-KoT8. Conoce que las reglas de derivación de una constante, de una lineal, de una potencia asociada a operaciones de suma y resta les permitirá derivar funciones polinomiales.

V-MK-KPM2. Conoce que en la derivada se emplean diversos símbolos para su estudio, emplea la nomenclatura de Leibniz y Lagrange.

V-PCK-KMLS1. Conoce que para usar las reglas de derivación se puede emplear la estrategia didáctica del método socrático será de utilidad para que los estudiantes inicien a aprender y a derivar funciones lineales.

En seguida se muestran las características que se aprecian de los subindicadores con base en un análisis detallo que se realizó. Para determinar dichas características de los subindicadores se detectaron aspectos generales de los mismos, en la tabla 11 se exponen esos aspectos detectados que fueron asignados a literales y sus respectivos significados. Encontrar las características de cada subindicador nos proporciona mayor factibilidad de agruparlos en indicadores de cara a la caracterización del conocimiento especializado del profesor.

Tabla 11. *Relación entre subindicadores, categorías y subdominios del MTSK*.

Subdominio	Categorías	Subindicadores
KoT	Fenomenología y aplicaciones	• P-MK-KoT1, • P-MK-KoT2, • P-MK-KoT3, • P-MK-KoT4, • P-MK-KoT5, • V-MK-KoT5, • V-MK-KoT6
	Definiciones, Propiedades y sus Fundamentos.	• P-MK-KoT1, • P-MK-KoT2, • P-MK-KoT, • P-MK-KoT7
	Registros de Representación	• P-MK-KoT1, • P-MK-KoT4, • V-MK-KoT1, • V-MK-KoT2
	Procedimientos	• P-MK-KoT7, • V-MK-KoT3, • V-MK-KoT4, • V-MK-KoT7, • V-MK-KoT8,
KSM	Conexiones de Complejización	• P-MK-KSM2, • P-MK-KSM3, • V-MK-KSM2.
	Conexiones de Simplificación	• P-MK-KSM1, • V-MK-KSM1, • V-MK-KSM3, • V-MK-KSM4, • V-MK-KSM5
	Conexiones Auxiliares	• P-MK-KSM1, • V-MK-KSM6
KPM	Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal	• V-MK-KPM2

	Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación)	• V-MK-KPM1
KMT	Recursos materiales y virtuales	• **P**-PCK-KMT1, • P-PCK-KMT2, • V-PCK-KMT1
KFLM	Teorías de enseñanza asociada a un contenido matemático	• V-MK-KMT2 • P-PCK-KMT2
	Formas de Interacción de los Alumnos con el Contenido Matemático	• V-PCK-KFLM1
KMLS	Expectativas de aprendizaje.	• P-PCK-KMLS2
	Nivel de Desarrollo Conceptual y Procedimental esperado	• P-PCK-KMLS1

Nota al pie: Elaboración propia que muestra la agrupación de los subindicadores del profesor A.

En la Tabla 12 se muestran los indicadores que se proponen de acuerdo a las características que se sustentan de los subdominios del MTSK, los indicadores son:

Tabla 12. *Indicadores propuestos sobre el conocimiento del profesor A*

Subdominio	Categorías	Subindicadores	Indicador propuesto
KoT	Fenomenología y aplicaciones	P-MK-KoT1, P-MK-KoT2, P-MK-KoT3, P-MK-KoT4, P-MK-KoT5, V-MK-KoT5, V-MK-KoT6	Conoce que para el tema de la derivada se requiere aplicaciones en diferentes contextos como es la velocidad, optimización de espacio, crecimiento y decrecimientos de situaciones (A-KoT1)
	Definiciones, Propiedades y sus Fundamentos	P-MK-KoT1, P-MK-KoT2, P-MK-KoT6	Conoce que la definición y propiedades de la derivada son fundamentales abordarlas desde un inicio para evitar algún obstáculo en el alumno (A-KoT2)
	Registros de Representación	P-MK-KoT1, P-MK-KoT4, V-MK-KoT1, V-MK-KoT2	Conoce que para entender el tema de la derivada se requiere la representación gráfica de la pendiente de la recta tangente a la curva, así como su conexión con representación del límite de

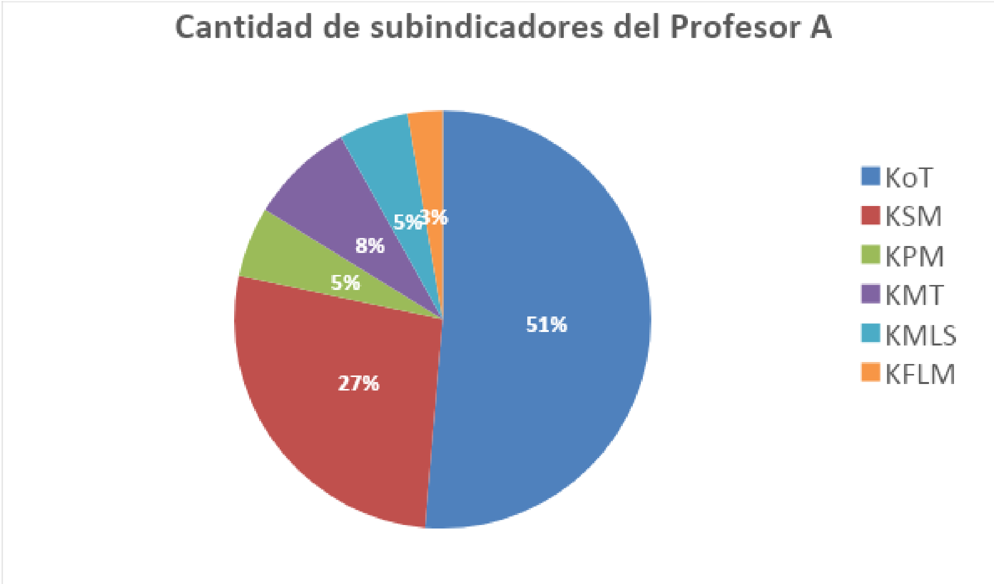
			una función cuando Δx se aproxima a 0 (A-KoT3)
	Procedimientos	P-MK-KoT7, V-MK-KoT3, V-MK-KoT4, V-MK-KoT7, V-MK-KoT8,	Conoce que las reglas de derivación de constantes, lineales, de potencia en el caso de suma y resta de polinomios son esenciales para derivar funciones polinomales (A-KoT4)
KSM	Conexiones de Complejización	P-MK-KSM2, P-MK-KSM3, V-MK-KSM2.	Conoce que las reglas de derivación y su interpretación geométrica son fundamentales para comprender aplicaciones de la derivada como velocidad y optimización (A-KSM1).
	Conexiones de Simplificación	P-MK-KSM1, V-MK-KSM1, V-MK-KSM3, V-MK-KSM4, V-MK-KSM5	Conoce que se requiere de temas anteriores como sistema de coordenadas, la pendiente, el ángulo de una recta, y límite para seguir con la enseñanza de la derivada (A-KSM2).
	Conexiones Auxiliares	P-MK-KSM1, V-MK-KSM6	Conoce que la derivada se conecta con otros tópicos de otras áreas como la física para el estudio de la velocidad (A-KSM3).
KPM	Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal	V-MK-KPM2	Conoce que la representación simbólica de Leibniz y Lagrange permite saber las diversas formas de presentar una derivada (A-KPM1).
	Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación)	V-MK-KPM1	Conoce que la modelación de problemas permite aplicar la derivada a fenómenos de aplicación como velocidad y optimización (A-KPM2).
KMT	Recursos materiales y virtuales	**P**-PCK-KMT1, P-PCK-KMT2, V-PCK-KMT1	Conoce que GeoGebra y la simulación permite comprender la derivada como pendiente de recta tangente y como el límite de una función cuando Δx se aproxima a 0 (A-KMT1).

	Teorías de enseñanza asociada a un contenido matemático	V-MK-KMT2 P-PCK-KMT2	Conoce que la Teoría de Situaciones Didácticas es esencial para la planeación de la enseñanza de la derivada hasta su puesta en escena (A-KMT2).
KFLM	Formas de Interacción de los Alumnos con el Contenido Matemático	V-PCK-KFLM1	Conoce que en las reglas de derivación se emplea la estrategia del método socrático, será de utilidad para que los estudiantes aprendan a derivar funciones lineales (A-KFLM1).
KMLS	Expectativas de aprendizaje.	P-PCK-KMLS2	Conoce que la expectativa de aprendizaje de la derivada va desde los criterios de la derivada hasta sus diversas aplicaciones (A-KMLS1).
	Nivel de Desarrollo Conceptual y Procedimental esperado	P-PCK-KMLS1	Conoce que la derivada tiene un nivel conceptual, se estructura de acuerdo a: los criterios de la primera derivada, puntos de inflexión, aplicaciones de la derivadas, derivadas sucesivas y predicción de comportamiento de acuerdo al programa de estudios (A-KMLS2).

Nota al pie: Elaboración propia que muestra los indicadores que evidencia el profesor A.

Para saber cuál fue el subdominio que tuvo una mayor cantidad de subindicador, se presenta la siguiente figura para tener una visualización del subdominio que más predominó y el que menos se evidenció. La siguiente gráfica corresponde al profesor A, se puede observar que el subdominio del KoT (Conocimiento de los Temas Matemáticos) posee mayor porcentaje; esto se puede deber a la naturaleza del propio contenido matemático, que tiene muchas vertientes que se evidencian en sus categorías: procedimientos, aplicaciones, definiciones y registros de presentaciones.

Figura 6
Subindicadores del profesor A



Nota al pie: Elaboración propia que muestra visualmente cual es el subdominio que se evidencio más.

Por otro lado, a modo de conclusión del MTSK del profesor A:

- En lo que respecta al Conocimiento de los Temas Matemáticos (KoT) desde la planeación hasta la clase el docente emplea aplicaciones de la derivada que se centran en situaciones de velocidad, y optimización de cajas, dejando a un lado otros aspectos como aceleración, crecimiento o decrecimiento de una población entre otras. Además, usa definiciones y aplica los procedimientos al usar las reglas de derivación también se apoya del registro visual como la pendiente de la recta tangente a una curva, pero centra su clase en la parte algebraica
- En cuanto al Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM), el docente se apoya de temas anteriores vistos en otras asignaturas como geometría y trigonometría, así como geometría analítica, esencialmente como sistema de coordenadas, ecuaciones lineales, ángulo y tangente. También se apoya de contenidos propios de la asignatura de cálculo diferencial como lo es tipos de funciones y su gráfica, así como el tema de límite, este último importante para entender la pendiente de la recta tangente a la curva. De igual manera asocia la derivada con el tema de velocidad que el estudiante lo aprende en la asignatura de física, dejando a un lado algunas actividades de crecimiento o decrecimiento que se suele enseñar en la asignatura de biología o química.

- En el caso del Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) el profesor usa dos tipos de simbología que se emplea para definir una derivada es la nomenclatura de Leibniz (1646) y Lagrange (1736), esto propicia una diversificación para comprender cómo la definen en otras áreas, ya que en estudios de nivel licenciatura se suelen emplear. También emplea actividades de modelación como el de la caja, esto permite un enriquecimiento en el aprendizaje, ya que aplica los conceptos de la derivada sobre el primer y segundo criterio para la optimización de superficies. Sin embargo, faltó ver más ejemplos de modelación y de demostración de las reglas de derivación.
- Para el Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (KMT), se rescata la herramienta tecnológica de GeoGebra especialmente la modelación como un medio que permite visualizar el comportamiento de la pendiente de la recta tangente a una curva, así como el aspecto algebraico. Pero faltó potencializar la derivada con las diversas herramientas que contiene dicho software, para enriquecer el aprendizaje mediante la visualización y la solución de problemas de aplicación.
- En cuanto al Conocimiento de las Características del Aprendizaje (KFLM) el profesor emplea el método socrático en el cual los estudiantes mediante los conocimientos previos aprendidos en el tema, asignatura y otras asignaturas resolverán los ejercicios que propone el docente.
- En lo que respecta al Conocimiento de los estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS), el docente muestra evidencia del conocimiento del programa de estudios de la asignatura de cálculo diferencial para estructurar las expectativas de aprendizaje de los alumnos sobre el tema de la derivada; además organiza la forma de enseñar la derivada de forma no tan tradicional; comienza desde aplicaciones de la misma, pero en la práctica realiza todo lo contrario comienza los algoritmos de la derivada, y en ciertas clase incluye ejercicios de aplicación.

Para finalizar esta sección, se puede observar en las tablas anteriores que el docente A moviliza más conocimientos que se encuentran en el dominio del Conocimiento Matemático (MK) en comparación del Conocimiento Didáctico del Contenido, esto se podría deber a la formación inicial, así como a su vasta experiencia que tiene como maestro de la asignatura de cálculo diferencial.

6.5. Características del MTSK del profesor B obtenida de los videos

En seguida se muestran de manera cronológica los subindicadores que se identificaron en las clases videosgrabadas del profesor B. Cabe recordar que los subindicadores de la planeación son los mismos que el docente A debido a que la realizaron de forma colectiva.

V-MK-KoT1. Conoce que para el tema de razón de cambio se requiere de usar ejercicios de aplicación para obtener el interés del estudiante.

V-MK-KoT2. Conoce que para el contenido de razón de cambio se requiere de registros de representación que son: verbal, numérico y gráfico.

V-MK-KPM1. Conoce que la modelación de funciones es necesaria para calcular la razón de cambio de cualquier problema.

V-MK-KoT3. Conoce que para el tema de variación lineal se requiere de usar ejercicios de aplicación para obtener el interés del alumnado.

V-MK-KoT4. Conoce que para el tema de variación lineal utiliza representaciones verbal, tabular y algebraica.

V-MK-KPM2. Conoce que la modelación de funciones lineales son necesarias para modelar variaciones lineales.

V-MK-KSM1. Conoce que la regla de tres es un concepto que le permitirá calcular las variaciones lineales de una forma fácil, así como de encontrar el modelo de la función lineal.

V-MK-KoT5. Conoce que para la derivada es esencial iniciar con su definición como pendiente de la recta tangente.

V-MK-KoT6. Conoce que para la derivada se requiere su representación gráfica como pendiente de la recta de la recta tangente a una función.

V-MK-KoT7. Conoce que para la derivada se requiere de las reglas de derivación de constante potencia, producto, cociente, suma y resta, cadena de funciones polinomiales.

V-MK-KSM2. Conoce que para la derivada se requiere el tema de tangente a un contenido que aprendió en la asignatura de geometría y trigonometría.

V-MK-KMT1. Conoce que para recordar el contenido de tangente emplea metáforas como que es una recta que pasa por un lado de una función

V-MK-KoT8. Conoce que para derivar funciones polinomiales requiere de la regla de derivación de una constante, potencia, cociente, producto, suma y resta.

V-MK-KSM3. Conoce que para aplicar las reglas derivación de funciones polinomiales se requiere el tema de simplificación de términos semejantes, propiedades de potencia y radicales aprendidos en la asignatura de álgebra.

En seguida se muestran las características que se aprecian de los subindicadores con base en un análisis detalladamente que se realizó. Para determinar dichas características de los subindicadores al igual que el análisis del profesor A se detectaron aspectos generales de los mismos, en la siguiente tabla se exponen esos aspectos detectados que fueron asignados a literales y sus respectivos significados.

Tabla 13. *Relación entre subindicadores y categorías y subdominios del MTSK*

Subdominio	Categorías	Subindicadores
KoT	Fenomenología y aplicaciones	• P-MK-KoT1, • P-MK-KoT2, • P-MK-KoT3, • P-MK-KoT4, • P-MK-KoT5, • V-MK-KoT1 • V-MK-KoT3
	Definiciones, Propiedades y sus Fundamentos.	• P-MK-KoT1, • P-MK-KoT2, • P-MK-KoT, • P-MK-KoT7 • V-MK-KoT5
	Registros de Representación	• P-MK-KoT1, • P-MK-KoT4, • V-MK-KoT2 • V-MK-KoT4 • V-MK-KoT6
	Procedimientos	• P-MK-KoT7, • V-MK-KoT7 • V-MK-KoT8
KSM	Conexiones de Complejización	• P-MK-KSM2, • P-MK-KSM3,
	Conexiones de Simplificación	• P-MK-KSM1, • V-MK-KSM1 • V-MK-KSM2 • V-MK-KSM3
	Conexiones Auxiliares	• P-MK-KSM1,
KPM	Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación)	• V-MK-KPM1 • V-MK-KPM2
KMT	Recursos materiales y virtuales	• **P**-PCK-KMT1, • P-PCK-KMT2,
	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos para la enseñanza de un contenido matemático	• V-MK-KMT1
KMLS	Expectativas de aprendizaje	• P-PCK-KMLS2

	Nivel de Desarrollo Conceptual y Procedimental esperado	• P-PCK-KMLS1

Nota al pie: Elaboración propia que muestra la agrupación de los subindicadores del profesor B.

En la siguiente tabla se muestran los indicadores que se proponen de acuerdo a las características que se sustentan de los subdominios del MTSK, los indicadores son:

Tabla 14. *Indicadores propuestos sobre el conocimiento del profesor B*

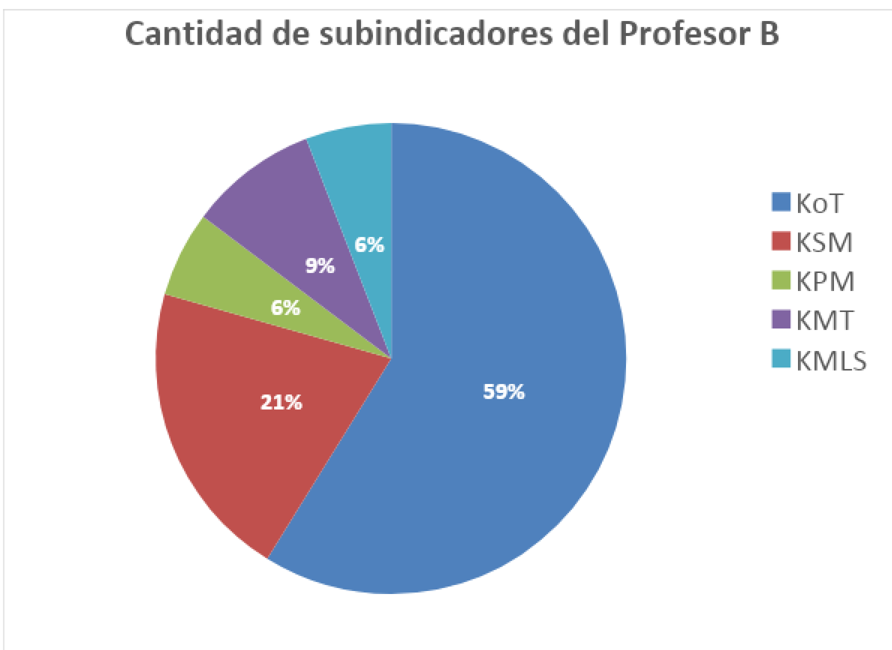
Subdominio	Categorías	Subindicadores	Indicador Propuesto
KoT	Fenomenología y aplicaciones	P-MK-KoT1, P-MK-KoT2, P-MK-KoT3, P-MK-KoT4, P-MK-KoT5, V-MK-KoT1 V-MK-KoT3	Conoce que para el tema de la derivada se requiere usar problemas de aplicación con base al programa de estudios (B-KoT1). Conoce que para el contenido de razón de cambio y variación lineal se requiere ejercicios de aplicación (B-KoT2).
	Definiciones, Propiedades y sus Fundamentos.	P-MK-KoT1, P-MK-KoT2, P-MK-KoT, P-MK-KoT7 V-MK-KoT5	Conoce que la definición y propiedades de la deriva son fundamentales abordarlas desde un inicio para que se comprenda sus diversas manifestaciones (B-KoT2).
	Registros de Representación	P-MK-KoT1, P-MK-KoT4, V-MK-KoT2 V-MK-KoT4 V-MK-KoT6	Conoce que para la razón de cambio y variación lineal requiere de registros de representaciones como lo verbal, tabular y gráfica (B-KoT3). Conoce que para entender el tema de la derivada se requiere la representación gráfica de la pendiente de la recta tangente a la curva (B-KoT4).
	Procedimientos	P-MK-KoT7, V-MK-KoT7 V-MK-KoT8	Conoce que las reglas de derivación de una función constante, potencia, producto, cadena, suma y resta son esenciales para derivar funciones polinomales (B-KoT5).
KSM	Conexiones de Complejización	P-MK-KSM2, P-MK-KSM3,	Conoce que las reglas de derivación y su interpretación geométrica son fundamentales para comprenden aplicaciones de

			la derivada como velocidad y optimización (B-KSM1).
	Conexiones de Simplificación	P-MK-KSM1, V-MK-KSM1 V-MK-KSM2 V-MK-KSM3	Conoce que los temas de tangente, simplificación de términos semejantes, propiedades de potencia y radicales se requiere para poder emplear las reglas de derivación (B-KSM2).
	Conexiones Auxiliares	P-MK-KSM1,	Conoce que la derivada se conecta con otros tópicos de otras áreas como la física para el estudio de la velocidad (B-KSM3).
KPM	Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación)	V-MK-KPM1 V-MK-KPM2	Conoce que la modelación de funciones se requiere para modelar situaciones de razón de cambio y variación lineal (B-KPM1).
KMT	Recursos materiales y virtuales	**P**-PCK-KMT1, P-PCK-KMT2,	Conoce que GeoGebra permite comprender la derivada como pendiente de recta tangente (B-KMT1).
	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos para la enseñanza de un contenido matemático	V-MK-KMT1	Conoce que usar analogías le permitirá ejemplificar el tema de tangente de un objeto (B-KMT2).
KMLS	Expectativas de aprendizaje.	P-PCK-KMLS2	Conoce que la expectativa de aprendizaje de la derivada va desde los criterios de la derivada hasta sus diversas aplicaciones (B-KMLS1).
	Nivel de Desarrollo Conceptual y Procedimental esperado	P-PCK-KMLS1	Conoce que la derivada tiene un nivel conceptual, se estructura de acuerdo a: los criterios de la primera derivada, puntos de inflexión, aplicaciones de la derivadas, derivadas sucesivas y predicción de comportamiento de acuerdo al programa de estudios (B-KMLS2).

Nota al pie: Elaboración propia que muestra los indicadores del profesor B.

Al igual que la representación gráfica que se hizo del profesor A. Se presentan en la figura 7 para tener una visualización del subdominio que más predominó y el que menos se evidenció en docente B. El subdominio que más se evidenció fue el KoT (Conocimiento de los Temas Matemáticos), particularmente se muestran las categorías procedimientos, aplicaciones, definiciones y registros de presentaciones; esto se puede deber a la naturaleza del contenido y cómo inició la temática de la derivada. Cabe mencionar que el profesor B comenzó con la definición de la derivada y continuó con la tasa de variación lineal, esto marca diferencias en cómo perciben la derivada ambos docentes, y por lo tanto influye en su labor. También el segundo subdominio que se presentó fue el KSM (Conocimiento de la Estructura Matemática), al igual que el maestro A esto se podría deber a que en la enseñanza de cálculo se requiere de conocimientos anteriores para emplearlo en conocimientos actuales, posteriores y de otras disciplinas. El subdominio que no obtuvo ningún indicador fue el KFLM (Conocimiento de las Características del Aprendizaje), esto se puede deber a que es la primera ocasión que da clase de matemáticas.

Figura 7
Subindicadores del profesor B



Nota al pie: Elaboración propia que muestra visualmente cual es el subdominio que se evidencio más.

Por otro lado, a modo de conclusión del MTSK del profesor B:

- Conocimiento de los Temas Matemáticos (KoT), conoce que tanto la razón de cambio lineal y de la derivada requiere de actividades de aplicación para que el estudiantado tenga interés en el contenido. También para él es relevante enseñar la definición de la derivada como pendiente de la recta tangente a la curva, empleando los registros de representación como la algebraica, gráfica y tabular. Además, emplea procedimientos propios de la derivada como las reglas de derivación esencialmente: constante, potencia, producto, cadena, suma y resta de polinomios.

- En el subdominio Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM), el docente hace uso de conocimiento anteriores aprendidos en las materias de álgebra y geometría como lo son: tangente, simplificación de términos semejantes, propiedades de potencia y radicales; estos contenidos se requieren para en las reglas de derivación, así como en la interpretación geométrica de la derivada, y en el cálculo de velocidades de objetos físicos.
- En el caso del Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM), el profesor hace uso de la modelación matemática para enseñar los temas de situaciones de razón de cambio y variación lineal, empleando representación verbal, algebraica, gráfica y tabular.
- Para el Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (KMT), conoce que GeoGebra es una herramienta tecnológica que la puede usar en la derivada. Además, emplea analogías para enseñar la tangente, tema importante para comprender la representación gráfica de la derivada. En el caso del subdominio Conocimiento de las Características del Aprendizaje (KFLM), no se encontró ningún indicador de este conocimiento.
- Al igual que el profesor A, en el caso del Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS), el docente B muestra evidencia del conocimiento del programa de estudios de la asignatura de cálculo diferencial para estructuras las expectativas de aprendizaje de los alumnos sobre el tema de la derivada; además estructura la forma de enseñar la derivada de forma no tan tradicional comienza desde aplicaciones de la misma, pero en la práctica realiza todo lo contrario comienza los algoritmos de la derivada, y en ciertas clase incluye ejercicios de aplicación.

Para finalizar esta sección, se puede observar en las tablas anteriores que el docente B, al igual que el profesor A, moviliza más conocimientos que se encuentran en el dominio del Conocimiento Matemático, esto se podría deber a su la formación inicial, así como a su novatez en la asignatura de cálculo diferencial que la efectuó mediante un cuadernillo

6.7. Similitudes y diferencias del MTSK de los profesores A y B

En esta sección se abordarán similitudes y diferencias entre los indicadores que se obtuvieron de los profesores A y B (ver la tabla 15). En el caso del KoT (Conocimiento de los Temas Matemáticos), ambos docentes emplean actividades de aplicación; por un lado el docente A usa tareas apegadas a las aplicaciones de las derivadas tanto en conceptos propios de las derivadas como su conexión con otras disciplinas. El maestro B también usa actividades de aplicación, pero en situaciones donde emplea la tasa de variación lineal. También, ambos definen la derivada y sus propiedades, las cuales usan como procedimientos en las reglas de derivación. Además, se apoyan de diferentes registros de representaciones como son: verbal, algebraica, tabular y gráfica; en el caso del docente B utiliza el cálculo tabular como antesala para realizar la gráfica de variaciones lineales.

Para el Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM), tanto el profesor A y B utilizan conceptos de contenidos anteriores vistos en aritmética, álgebra, geometría, geometría analítica y temas del propio cálculo para resolver problemas de variación lineal, de derivación y de otras disciplinas (esta última se evidencia en la planeación); en el caso del docente A si desarrolla actividades de cálculo de velocidad y de optimización. En el Conocimiento de la Práctica Matemática el maestro A utiliza diversas simbologías para referirse a la derivada; ambos maestros utilizan la modelación de situaciones reales, pero el docente A la usa en temas de la derivada, y el docente B en la tasa de variación lineal.

Respecto al Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática ambos maestros reconocen la importancia de usar la aplicación de GeoGebra en el diseño de actividades de la asignatura de cálculo diferencial, ya sea como visualización o como simulación de fenómenos; en el caso del profesor B, emplea analogías como apoyo de la enseñanza de la derivada. En el caso del Conocimiento de las Características del Aprendizaje, el maestro A evidenció que una forma en que el alumno pueda interactuar con la derivada, es por medio del método socrático, en el cual realiza una retroalimentación mediante cuestionamientos para resolver problemas de regla de derivación. Cabe mencionar que el docente B, también realiza dichos cuestionamientos en su práctica desde la perspectiva socrática, pero no lo menciona en su labor, su puede ver en la videograbación.

Por último, en lo que respecta al Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas, en la planeación se puede observar que ambos estructuran su planeación de acuerdo a las expectativas del programa de estudios, también la estructura, de acuerdo al nivel de complejidad de la derivada, parte de lo general a lo particular, es decir, el programa de estudios 2017, menciona iniciar este tema con aplicaciones hasta las reglas de derivación, pero ambos docentes realizan lo contrario; de igual manera, la planeación diseñada no se relaciona de forma coherente con lo que realizan en clases.

Tabla 15. *Diferencias y similitudes de los indicadores del MTSK de los dos profesores*.

MTSK		**Profesor A**	**Profesor B**
Subdominio	**Categorías**	**Indicador**	**Indicador**
KoT	Fenomenología y aplicaciones	Conoce que para el tema de la derivada se requiere aplicaciones en diferentes contextos como es la velocidad, optimización de espacio, crecimiento y decrecimientos de situaciones	Conoce que para el tema de la derivada se requiere usar problemas de aplicación con base al programa de estudios. Conoce que para el contenido de razón de cambio y variación lineal se requiere ejercicios de aplicación.
	Definiciones, Propiedades y sus Fundamentos	Conoce que la definición y propiedades de la derivada son fundamentales abordarlas desde un inicio para evitar algún obstáculo en el alumno	Conoce que la definición y propiedades de la deriva son fundamentales abordarlas desde un inicio para que se comprenda sus diversas manifestaciones.
	Registros de Representación	Conoce que para entender el tema de la derivada se requiere la representación gráfica de la pendiente de la recta tangente a la curva, así como su conexión con representación del límite de una función cuando Δx se aproxima a 0	Conoce que para la razón de cambio y variación lineal requiere de registros de representaciones como lo verbal, tabular y gráfica. Conoce que para entender el tema de la derivada se requiere la representación gráfica de la pendiente de la recta tangente a la curva.
	Procedimientos	Conoce que las reglas de derivación de constante, de lineales, de potencia en el caso de suma y resta de polinomios son esenciales para derivar funciones polinomales	Conoce que las reglas de derivación de una función constante, potencia, producto, cadena, suma y resta son esenciales para derivar funciones polinomales

KSM	Conexiones de Complejización	Conoce que las reglas de derivación y su interpretación geométrica son fundamentales para comprender aplicaciones de la derivada como velocidad y optimización	Conoce que las reglas de derivación y su interpretación geométrica son fundamentales para comprender aplicaciones de la derivada como velocidad y optimización.
	Conexiones de Simplificación	Conoce que se requiere de temas anteriores como sistema de coordenadas, la pendiente, el ángulo de una recta, y límite para seguir con la enseñanza de la derivada	Conoce que los temas de tangente, simplificación de términos semejantes, propiedades de potencia y radicales se requiere para poder emplear las reglas de derivación.
	Conexiones Auxiliares	Conoce que la derivada se conecta con otros tópicos de otras áreas como la física para el estudio de la velocidad.	Conoce que la derivada se conecta con otros tópicos de otras áreas como la física para el estudio de la velocidad.
KPM	Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal	Conoce que la representación simbólica de Leibniz y Lagrange permite saber las diversas formas de presentar una derivada	No aplica
	Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación)	Conoce que la modelación de problemas permite aplicar la derivada a fenómenos de aplicación como velocidad y optimización	Conoce que la modelación de funciones se requiere para modelar situaciones de razón de cambio y variación lineal.
KMT	Recursos materiales y virtuales	Conoce que GeoGebra y la simulación permite comprender la derivada como pendiente de recta tangente y como el límite de una función cuando Δx se aproxima a 0	Conoce que GeoGebra permite comprender la derivada como pendiente de recta tangente
	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos para la enseñanza de un contenido matemático	No aplica	Conoce que usar analogías le permitirá ejemplificar el tema de tangente de un objeto
KFLM	Formas de interacción con los alumnos con el Contenido Matemático	Conoce que en las reglas de derivación se emplea la estrategia del método socrático, será de utilidad para que los estudiantes aprendan a derivar funciones lineales	No aplica

KMLS	Expectativas de aprendizaje.	Conoce que la expectativa de aprendizaje de la derivada va desde los criterios de la derivada hasta sus diversas aplicaciones
	Nivel de Desarrollo Conceptual y Procedimental esperado	Conoce que la derivada tiene un nivel conceptual, se estructura de acuerdo a: los criterios de la primera derivada, puntos de inflexión, aplicaciones de la derivadas, derivadas sucesivas y predicción de comportamiento de acuerdo al programa de estudios

Nota al pie: Elaboración propia que muestra un comparativo de los indicadores de conocimientos del profesor A y B.

6.8 Concepciones de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas (CEAM) del profesor A y B

El objetivo particular sobre este tema es: Identificar las creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, particularmente del tema derivada, y su relación con los subdominios del conocimiento especializado en los docentes del CBTA. En esta sección se muestran los resultados que se obtuvieron de la entrevista semiestructurada, la planeación y las clases tanto del profesor A como del profesor B. En el caso de la entrevista las preguntas fueron diseñadas con base en los indicadores de las Concepciones de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas (CEAM), con el propósito de saber cuáles expresan los profesores antes de iniciar con el tema de la derivada (ver en el Anexo 6 las transcripciones de la entrevista del profesor A y profesor B). Y en el caso de la planeación y clase se analizan fragmentos de episodios, y se identifican indicadores del CEAM y del conocimiento del profesor (ver en el Anexo 7 en el análisis del profesor A y profesor B).

En la tabla 16 se muestran los indicadores del CEAM y del conocimiento que evidencia el profesor A, cabe mencionar que cada uno de estos indicadores tienen asociadas una etiqueta que se emplea para realizar las conexiones entre indicadores del CEAM y Conocimiento del profesor A.

Tabla 16. *Indicadores del CEAM y del MTSK que evidenció el profesor A*

Indicador del CEAM	Indicador del Conocimiento del Profesor A
● I2: El maestro tiene organizado el proceso que llevará al alumno a la adquisición de unos conocimientos determinados, a través de su investigación. ● I15: El aprendizaje se produce a través de investigaciones que han sido planificadas por el	● Conoce que para el tema de la derivada se requiere aplicaciones en diferentes contextos como es la velocidad, optimización de espacio, crecimiento y decrecimientos de situaciones (A-KoT1)

maestro. Además, para que se produzca aprendizaje éste debe institucionalizarse. ● TE12: La asignatura ha de tener un carácter práctico que permita su aplicación utilitaria en la vida cotidiana y como instrumento para el estudio tanto de otras disciplinas como el estudio futuro de la propia matemática (tanto por los conocimientos que aporta como por contribuir al desarrollo del razonamiento en el alumno). ● E28: Por su marcado carácter humanista y especialista en dinámica de grupos, induce al alumno a participar en las actividades que promueve, analizando las reacciones y respuestas a sus propuestas. ● TR18/TE18: La única forma de agrupamiento que permite un verdadero aprendizaje es el trabajo individual. ● I10: La matemática escolar tiene su punto de partida en la etnomatemática de los alumnos y recoge las dades socio-políticas, culturales... “Hacer matemáticas” con un carácter más formal (con la formalidad que tiene sentido alcanzar en esta etapa educativa) proviene del análisis de lo concreto. Como contenidos matemáticos escolares se consideran tanto los numéricos propios de la etapa, como los geométricos, la medida, el tratamiento de la información y la resolución de problemas, destacando este último. ● I8: El maestro dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, pero no está vinculado a un recorrido concreto. Existe una trama que vincula y organiza el conocimiento por la que el maestro se mueve dependiendo de los intereses, nivel... de los alumnos. ● TR9: La asignatura está orientada, exclusivamente, hacia la adquisición de conceptos y reglas. ● I1: Los alumnos se enfrentan habitualmente a situaciones para las que no poseen procesos de resolución dados (situaciones problemáticas, ya sean problemas o investigaciones, frecuentemente contextualizadas en problemáticas reales). ● I13: Los objetos de aprendizaje no sólo tienen significado, sino también la capacidad de ser aplicados en contextos diferentes de donde fueron aprendidos, adquiriendo así un carácter móvil a través de una malla conceptual. ● E14: El aprendizaje se produce a partir de la participación activa del alumno en procesos inductivos.	● Conoce que la definición y propiedades de la derivada son fundamentales abordarlas desde un inicio para evitar algún obstáculo en el alumno (A-KoT2) ● Conoce que para entender el tema de la derivada se requiere la representación gráfica de la pendiente de la recta tangente a la curva, así como su conexión con representación del límite de una función cuando Δx se aproxima a 0 (A-KoT3) ● Conoce que las reglas de derivación de constantes, lineales, de potencia en el caso de suma y resta de polinomios son esenciales para derivar funciones polinomales (A-KoT4) ● Conoce que las reglas de derivación y su interpretación geométrica son fundamentales para comprender aplicaciones de la derivada como velocidad y optimización (A-KSM1). ● Conoce que se requiere de temas anteriores como sistema de coordenadas, la pendiente, el ángulo de una recta, y límite para seguir con la enseñanza de la derivada (A-KSM2). ● Conoce que la derivada se conecta con otros tópicos de otras áreas como la física para el estudio de la velocidad (A-KSM3). ● Conoce que la representación simbólica de Leibniz y Lagrange permite saber las diversas formas de presentar una derivada (A-KPM1). ● Conoce que la modelación de problemas permite aplicar la derivada a fenómenos de aplicación como velocidad y optimización (A-KPM2). ● Conoce que GeoGebra y la simulación permite comprender la derivada como pendiente de recta tangente y como el límite de una función cuando Δx se aproxima a 0 (A-KMT1).

● I30: La información que se moviliza en el aula es validada por el grupo, por el maestro o por el propio alumno. En cualquier caso, se potencia la reflexión de los alumnos y el desarrollo de estrategias para su autocorrección, propicián que los estudiantes asuman responsabilidad a la hora de juzgar la adecuación de sus ideas ● I23: El alumno condiciona directa e indirectamente el diseño didáctico. ● TE2: El maestro expone los contenidos pero no en su fase final, sino simulando su proceso de construcción, apoyado en estrategias expositivas (uso de ejemplos, cuestiones a los alumnos, uso de material para ejemplificar...). ● TR/TE4: El maestro "enseña" para un alumno ficticio que identifica con el alumno "medio" del grupo-clase, homogeneizando el grupo. No se realiza diferenciación individual en el proceso de enseñanza ● TE28: El maestro organiza los contenidos de aprendizaje, los cuales transmite mediante exposición, utilizando estrategias organizativas/expositivas que procuran ser atractivas. Actúa como un técnico del contenido y del diseño didáctico. ● TR1: La actividad del aula se caracteriza por la repetición de ejercicios tipo. ● TR25: El alumno escucha la explicación del maestro para poder repetir posteriormente el proceso explicado. ● TE7: Para el maestro la programación es un documento cerrado, que elabora previamente en función de sus conocimientos (de la materia escolar, de sus alumnos, de su experiencia previa en la enseñanza de esos contenidos...). ● I12: La finalidad última de la asignatura es favorecer el desarrollo de una forma de pensamiento (matemático) que permita al alumno organizar, interpretar y comprender la realidad que le rodea, dotándolo de unos instrumentos que le posibiliten el aprendizaje autónomo.	● Conoce que la Teoría de Situaciones Didácticas es esencial para la planeación de la enseñanza de la derivada hasta su puesta en escena (A-KMT2). ● Conoce que en las reglas de derivación se emplea la estrategia del método socrático, será de utilidad para que los estudiantes aprendan a derivar funciones lineales (A-KFLM1). ● Conoce que la expectativa de aprendizaje de la derivada va desde los criterios de la derivada hasta sus diversas aplicaciones (A-KMLS1). ● Conoce que la derivada tiene un nivel conceptual, se estructura de acuerdo a: los criterios de la primera derivada, puntos de inflexión, aplicaciones de la derivadas, derivadas sucesivas y predicción de comportamiento de acuerdo al programa de estudios (A-KMLS2).

Nota al pie: Elaboración propia que muestra los indicadores del CEAM y del MTSK del profesor A

En la tabla 17 se muestran los indicadores del CEAM y su relación con el conocimiento que evidencia el profesor A; en el primer apartado corresponde a la entrevista, la primera columna es el número de pregunta, en el segundo apartado corresponde al subepisodio de clase; esto se realiza con el fin de especificar la conexión del CEAM con el conocimiento del docente.

Tabla 17. *Relación de indicadores del CEAM y del MTSK del profesor A*

Relación del CEAM y del MTSK del profesor A analizados de la entrevista		
Pregunta	**Indicadores del CEAM**	**Indicadores del MTSK del profesor A**
1	I2-I15- TE12	A-KMT2; A-KoT1; A-KSM
2	E28-TE12-TR18/TE18-I10-TE12	A-KMT2; A-KFLM1; A-KoT1; A-KSM1
3	I15-E28- TE28	A-KMT2; A-KFLM1
5	I8	A-KMLS1; A-KMLS2; A-KMT2
6	I10	A-KMLS1- A-KMLS2- A-KoT1
7	TR9	A-KPM1
8	I1-I13	A-KoT1; A-KSM1; A-KMT1
9	E14- I30	A-KFLM1
10	E28	A-KFLM1
11	I23	A-KFLM1; A-KFLM2
12	I30	A-KFLM1; A-KFLM2
13	E28	A-KFLM1; A-KFLM2
Relación del CEAM y del MTSK del profesor A analizados de la clase		
Subepisodio de clase	**Indicadores del CEAM**	**Indicadores del MTSK del profesor A**
V1.1-16-05. 2-6	TE2- I2	A-KMT1
V1.2-16-05. 13-21	TE28- TR/TE4	A-KMT1; A-KoT3; A-KoT4; A-KSM1
V1.3-16-05. 22-39	TR1- TR9-TR25	A-KoT4; A-KSM1; A-KFLM1
V2.1-18-05. 20-70	TR1-TR9-TR25	A-KoT4; A-KSM1; A-KFLM1
V2.2-18-05. 73-104	TR9- I13	A-KoT1;A-KoT4; A-KSM1; A-KPM2
V2.3-18-05. 7-12	TE7- I12	A-KMT2; A-KFLM1
V3.1-22-05.3-8	TR1- TR9	A-KoT4; A-KSM1; A-KFLM1
V3.2-22-05. 3-8	TR9- I13	A-KoT1; A-KSM3; A-KPM2; A-KFLM1
V4.1-23-05. 6-70	TR1- TR25	A-KSM1; A-KoT4; A-KFLM1
V5.1-29-05. 9-32	TR1- TR9-TR25	A-KSM1; A-KoT4; A-KFLM1

Nota al pie: Elaboración propia que muestra la relación de indicadores de la entrevista y la clase del profesor A

De la entrevista se concluye que el Profesor A comenta ciertas creencias matemáticas y didácticas que tiene un rol e impactan impacto en su conocimiento y labor, las cuales se rescatan:

- Realiza su planeación bajo el esquema de secuencia didáctica, rescatando conocimientos previos, proponiendo adquisición de conocimientos situados y transversales con otras asignaturas
- La motivación del alumno es fundamental para desarrollar la reflexión de contenidos. Además, usa actividades individuales, binas o en equipo, con el propósito de que logren aprendizajes significativos y contextualizados. La retroalimentación y reforzamiento de tareas es fundamental para lograr el aprendizaje. Y el rol del alumno

es tener mayor participación en el aula, y del docente ser un guía. El docente debe diseñar sus actividades partiendo de las necesidades del alumno.

- Es una obligación del profesorado revisar los programas de estudios, ya que son la base para diseñar la planeación. Posteriormente se debe revisar bibliografía, libros de texto, material impreso, material didáctico, software (GeoGebra) o algunos videos materiales en YouTube. Por otro lado, el docente menciona que los programas de estudios no se adecuan a todas las necesidades del alumno, que se debe de buscar la manera de ajustarlo. También expresa que el programa de estudios 2017 es ambicioso, ya que considera nuevas estrategias de aprendizaje; además sugiere que los programas no tienen una articulación de contenidos desde lo básico hasta lo general, y se requiere adecuarlos a las necesidades de los alumnos
- Expresa que la matemática escolar debe coincidir con problemáticas contextuales o sociopolíticas, todo el contenido debe partir del contexto y regresar al contexto, no todo es teoría.
- Menciona que, para cambiar las aptitudes y actitudes de los alumnos hacia la matemática, es que vean que el profesor tenga un gusto por las matemáticas, que los contagie mediante su enseñanza, aunque no funcione para todos los estudiantes.

Para el caso de las clases videograbadas también se identifican las siguientes creencias que impactan en el conocimiento y su práctica:

- Expone los conocimientos de forma verbal los contenidos de la asignatura de cálculo diferencial, así como la estructura de la enseñanza de la derivada.
- Su sesión de clase está centrada en una etapa de secuencia didáctica: inicio, desarrollo y cierre. Tiene organizadas las actividades con el fin de fomentar la metacognición con sus estudiantes enfocada en el tema de la derivada. La metacognición proporciona a los alumnos la capacidad de las para reflexionar acerca de sus procesos de mentales y la forma en que aprenden
- enseña la pendiente de la recta tangente a la curva de forma grupal. Usa la estrategia organizativa mediante un simulador en GeoGebra que utiliza como inicio de la clase, para mostrar la parte gráfica de la derivada, así como la algebraica; esto permite reflexionar que emplea diversos registros de representaciones.

- Plantea ejercicios repetitivos e iterados, con el fin de adquirir las diversas formas de entender la derivada, así como las reglas de derivación, y los alumnos escucha la explicación del profesor, para después reproducirlo en la actividad de ese día.
- Realiza actividades de enseñanza usando las reglas de derivación: regla de una constante, lineal, de potencia, producto, cociente y suma y resta; solo realiza ejercicios de derivadas polinomiales. Las reglas de derivación se caracterizan por la repetición de ejercicios para adquirir conceptos, y dominar las reglas. El papel de alumnos es observar y escuchar la explicación de las reglas de derivación del docente, para después hacerlo repetidamente.
- Conceptualiza en aplicaciones de la derivada; se centra en la solución de una actividad del cálculo de la velocidad de un móvil. Esta temática es una aplicación de la derivada que se conecta con otra asignatura como física.

En la tabla 18 se visualiza los indicadores del CEAM y del conocimiento que evidencia el profesor B, es importante recordar que cada uno de estos indicadores tiene asociadas una etiqueta (en el caso del CEAM está compuestas por sus categorías e indicadores, y para conocimiento del profesor está asociado al dominio y subdominio) que se emplea para realizar las conexiones entre indicadores del CEAM y Conocimiento del profesor A.

Tabla 18. *Indicadores del CEAM y del MTSK del profesor B que se evidenciaron*

Indicador del CEAM	Indicador del Conocimiento del Profesor B
● I10: La matemática escolar tiene su punto de partida en la etnomatemática de los alumnos y recoge las dades socio-políticas, culturales... "Hacer matemáticas" con un carácter más formal (con la formalidad que tiene sentido alcanzar en esta etapa educativa) proviene del análisis de lo concreto. Como contenidos matemáticos escolares se consideran tanto los numéricos propios de la etapa, como los geométricos, la medida, el tratamiento de la información y la resolución de problemas, destacando este último. ● I8: El maestro dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, pero no está vinculado a un recorrido concreto. Existe una trama que vincula y organiza el conocimiento por la que el maestro se mueve dependiendo de los intereses, nivel... de los alumnos.	● Conoce que para el tema de la derivada se requiere usar problemas de aplicación con base al programa de estudios (B-KoT1). ● Conoce que para el contenido de razón de cambio y variación lineal se requiere ejercicios de aplicación (B-KoT2). ● Conoce que la definición y propiedades de la deriva son fundamentales abordarlas desde un inicio para que se comprenda sus diversas manifestaciones (B-KoT2). ● Conoce que para la razón de cambio y variación lineal requiere de registros de representaciones

● I1: Los alumnos se enfrentan habitualmente a situaciones para las que no poseen procesos de resolución dados (situaciones problemáticas, ya sean problemas o investigaciones, frecuentemente contextualizadas en problemáticas reales). ● I13: Los objetos de aprendizaje no sólo tienen significado, sino también la capacidad de ser aplicados en contextos diferentes de donde fueron aprendidos, adquiriendo así un carácter móvil a través de una malla conceptual. ● TE2: El maestro expone los contenidos pero no en su fase final, sino simulando su proceso de construcción, apoyado en estrategias expositivas (uso de ejemplos, cuestiones a los alumnos, uso de material para ejemplificar...). ● TE28: El maestro organiza los contenidos de aprendizaje, los cuales transmite mediante exposición, utilizando estrategias organizativas/expositivas que procuran ser atractivas. Actúa como un técnico del contenido y del diseño didáctico. ● TR1: La actividad del aula se caracteriza por la repetición iterada de ejercicios tipo. ● TE7: Para el maestro la programación es un documento cerrado, que elabora previamente en función de sus conocimientos (de la materia escolar, de sus alumnos, de su experiencia previa en la enseñanza de esos contenidos...). ● I12: La finalidad última de la asignatura es favorecer el desarrollo de una forma de pensamiento (matemático) que permita al alumno organizar, interpretar y comprender la realidad que le rodea, dotándolo de unos instrumentos que le posibiliten el aprendizaje autónomo. ● TR28: El maestro transmite verbalmente los contenidos de aprendizaje, mediante explicación de lo reflejado en el libro de texto, realizando una reproducción literal de éste. Actúa como un especialista en el contenido. ● TR2: Explicación del maestro, a menudo siguiendo la presentación del libro de texto, como técnica habitual. ● E3/ I3: La información que se moviliza en el aula puede provenir del maestro, de los alumnos, de otras personas que intervengan, de situaciones cotidianas... ● I4: Se atiende explícitamente a la diferenciación individual mediante el planteamiento de actividades que permiten el trabajo en distintos niveles y con actividades específicas para cada necesidad	como lo verbal, tabular y gráfica (B-KoT3). ● Conoce que para entender el tema de la derivada se requiere la representación gráfica de la pendiente de la recta tangente a la curva (B-KoT4). ● Conoce que las reglas de derivación de una función constante, potencia, producto, cadena, suma y resta son esenciales para derivar funciones polinomales (B-KoT5). ● Conoce que las reglas de derivación y su interpretación geométrica son fundamentales para comprender aplicaciones de la derivada como velocidad y optimización (B-KSM1). ● Conoce que los temas de tangente, simplificación de términos semejantes, propiedades de potencia y radicales se requiere para poder emplear las reglas de derivación (B-KSM2). ● Conoce que la derivada se conecta con otros tópicos de otras áreas como la física para el estudio de la velocidad (B-KSM3). ● Conoce que la modelación de funciones se requiere para modelar situaciones de razón de cambio y variación lineal (B-KPM1). ● Conoce que GeoGebra permite comprender la derivada como pendiente de recta tangente (B-KMT1). ● Conoce que usar metáforas le permitirá ejemplificar el tema de tangente de un objeto (B-KMT2). ● Conoce que la expectativa de aprendizaje de la derivada va desde los criterios de la derivada hasta sus diversas aplicaciones (B-KMLS1). ● Conoce que la derivada tiene un nivel conceptual, se estructura de acuerdo a: los criterios de la primera derivada, puntos de inflexión, aplicaciones de la

● TE30: El maestro es quien valida las ideas que se movilizan en el aula, planteando interrogantes a los alumnos cuyas respuestas llevan a la “autocorrección” (en verdad es una corrección enmascarada del maestro). ● TR5: No se usan materiales manipulativos. ● TE9: Interesan tanto los conceptos y reglas como los procesos lógicos que los sustentan. ● TE13: El aprendizaje se sigue concibiendo como memorístico, organizándose internamente según la lógica estructural de la materia ● TE6: Se persiguen objetivos terminales y funcionales, poniéndose más énfasis en objetivos procedimentales locales (De los contenidos procedimentales de la matemática de Primaria se consideran los específicos de tópicos concretos (como por ejemplo la suma de fracciones) más que los procedimientos generales como heurísticos o establecer conjeturas). ● TR3: La principal fuente de información para el alumno la constituyen el maestro y el libro de texto. ● TR15: El alumno se hace con los conocimientos por el simple hecho de que el maestro se los presente. ● TR22: La actitud del alumno hacia el aprendizaje es raramente transformable. ● I13: Los objetos de aprendizaje no sólo tienen significado, sino también la capacidad de ser aplicados en contextos diferentes de donde fueron aprendidos, adquiriendo así un carácter móvil a través de una malla conceptual. ● I9: Interesan tanto la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia las propias materias, el trabajo escolar en general y como ciudadano, siendo las materias y el trabajo escolar los que determinan el peso específico de cada una de las componentes citadas.	derivadas, derivadas sucesivas y predicción de comportamiento de acuerdo al programa de estudios (B-KMLS2).

Nota al pie: Elaboración propia que muestra los indicadores que evidencian del CEAM y del MTSK del profesor B

En la tabla 19 se muestran los indicadores del CEAM y su relación con el conocimiento que evidencia el profesor B; en el primer apartado corresponde a la entrevista, la primera columna es el número de pregunta, en el segundo apartado corresponde al subepisodio de clase; esto se realiza con la fin de especificar las conexión del CEAM con el conocimiento del docente.

Tabla 19. *Relación de indicadores del CEAM y del MTSK del profesor B*.

Relación del CEAM y del MTSK del profesor B de la entrevista

Pregunta	Indicadores del CEAM	Indicadores del MTSK del profesor B
1	TE2	B-KSM2
3	TR2- TR3	B-KMLS2
5	TR5	B-KMT1
6	TE7	B-KMLS1; B-KMLS2
7	TE7- I8	B-KMLS1; B-KMLS2
8	I9- I10	B-KMLS1; B-KMLS2
9	I10	B-KoT1; B-KSM3; B-KMLS2
10	I11-I10- I12	B-KoT1; B-KSM3; B-KMLS2
11	I10- I12	B-KMLS2
13	I13- TE13	B-KoT1; B-KoT2; B-KoT5; B-KSM1
14	TE28	B-KoT5; B-KoT2; B-KPM1
15	E28- I9	B-KMT1; B-KMT2
Relación del CEAM y del MTSK del profesor B de la clase		
Subepisodio de clase	**Indicadores del CEAM**	**Indicadores del MTSK del profesor B**
V6.1-23-05-2023. 4-37	I1-TR28-TR2-E3/I3-I4-TE30)	B-KoT2; B-KoT3; B-KoT4 ; B-KPM1
A6.2-23-05-2023. 38-93	TR1-TE30-TR28-TR2- E3/ I3-TR5-TE9-TE13	B-KoT2; B-KoT3; B-KoT4 B-KPM1
V7.1-29-05-2024. 4-80	I1-TR1-TE30-TR2- E3/ I3-TE30).	B-KoT2; B-KoT4; B-KSM2
V8.1-30-05-2024. 4-27	TR2-TE9-TE6-TE13- TR1-TR28- TR5)	B-KoT2; B-KoT3; B-KoT4; B-KSM2
V9.1-05-06-2023. 3-80	TR2- TR3- R28-TR1-TE13-TR15- TR22-TR5	B-KoT2; B-KoT3; B-KoT4; B-KSM2
V10.1-12-06-2023	TR1- TE13-TR25	B-KoT2; B-KoT3; B-KoT4; B-KSM2

Nota al pie: Elaboración propia que muestra la relación de indicadores de la entrevista y la clase del profesor B

De la entrevista se concluye que el Profesor B comenta ciertas creencias matemáticas y didácticas que tiene un rol e impactan impacto en su conocimiento y labor, las cuales se rescatan:

- Expresa que los alumnos vienen con memoria de corto plazo en la adquisición de los contenidos matemáticos que se les olvida lo aprendido, por lo tanto se requiere retomar temas anteriores para poder enseñar el tema que se está instruyendo. También cuestiona a los alumnos sobre si conocer ciertos contenidos, reglas o procedimientos, con el fin de saber sus conocimientos previos
- Emplea los cuadernillos de la DGETAYCM el de cálculo diferencial

- Menciona que se debe de individualizar el aprendizaje de las matemáticas, no generalizar tanto al grupo, porque unos aprenden más rápido y otros tardan más, se aprende de manera diferente aunque sea el mismo problema, a veces la forma de enseñanza influye.
- El profesor menciona que actualmente no ha usado ningún recurso tecnológico para su práctica; pero si pretende emplear algunas aplicaciones, y que GeoGebra es una excelente herramienta para graficar y ver como se visualiza una función.
- Menciona que cada los programas tiene una secuencia estructurada, y que se le debe de dar su importancia a cada tema. También menciona que los objetivos del programa de estudios son adecuados en la necesidad del estudiante, están más enfocados a la creación de un ciudadano crítico, ya que el alumno puede relacionar el uso de la asignatura en su vida. Además, agrega que le faltan más contenidos, están reducidos en comparación con los temas anteriores.
- Expresa que la matemática escolar debe coincidir con las necesidades del entorno para generar interés en el estudiantado, esto provocaría que los alumnos comprendan los contenidos, y entiendan de una forma más fácil. También menciona que la matemática escolar está en constante construcción, ya que está asociada a problemas de la vida real.
- Expresa que aprender matemáticas en bachillerato son contenidos con sentidos lógicos y aplicativos a situaciones realistas, en algunas ocasiones se necesita lo memorístico.
- Alude a que es importante que el docente no llegue sin suficientes actividades; el papel del alumno es aprender y hacer las tareas. Sugiere que cambiar las aptitudes y actitudes de los alumnos con las matemáticas se pueden deber a cómo se enseña las matemáticas, también se debe de tener esa emoción para explicarlo, emplear herramientas tecnológicas. Las matemáticas deben ser divertidas, que no vean que son difíciles.

Para el caso de las clases videosgrabadas se identifican las siguientes creencias:

- Inicia el tema de la derivada con el contenido de la tasa de variación lineal. La primera actividad en situación real en donde se movilizan conocimientos anteriores como la regla de tres, que es necesario para solucionar ejercicios de variación lineal. El planteamiento de la actividad, así como su solución, son basadas por un cuadernillo como su técnica constante, el papel central de la explicación la lleva el docente, donde toma lo que menciona el cuadernillo de forma literal, así como la participación de los estudiantes que van aportando sus ideas de forma dinámica, en caso de ser necesario el maestro corrige dichas aportaciones. También se puede observar que emplea diversos registros representaciones (verbal, algebraica y tabular) con el fin de diversificar los estilos de aprendizaje de los alumnos.

- La actividad se considera de forma articulada con las actividades realizadas en clases anteriores, donde se evidencia un razonamiento lógico y conceptual, pues se parte de la regla de tres pasando por el cálculo de la variación hasta llegar a la función que modela la situación. El planeamiento de la actividad así como su solución, son obtenida por un cuadernillo como su técnica constante, el papel central de la explicación la lleva el docente.
- El docente sigue basando su clase en un cuadernillo, el cual sigue siendo su elemento habitual, y obteniendo la solución de los ejercicios de forma literal como se expone en el documento, en donde expone el concepto de la derivada, así como las reglas de derivación y los ejemplos. Las actividades en salón de clase que se presentan son conceptuales, considerando lo memorísticos y los procedimentales, cuya estructura es lógica de cálculo diferencial. También considera el concepto de la derivada como pendiente de la recta tangente hasta la mención y ejemplificación de las reglas, éstas tienen una iteración que parte de lo particular a lo general. En esta clase el docente es el que transmite verbalmente lo que está en el cuadernillo, y no usa ningún material manipulativo.
- Emplea repetición de ejercicios de las reglas de derivación, manifestando un aprendizaje memorístico de éstas de acuerdo a la materia. Después de escuchar la explicación del docente el alumno repite lo que explicó el profesor en la clase para la solución de los ejercicios.

En la tabla 20 se muestran los indicadores del CEAM y su relación con el conocimiento que evidencia el profesor A y B en la planeación de la clase de la derivada; se secciona por episodio con la fin de especificar las conexión del CEAM con el conocimiento del docente.

Tabla 20. *Relación de indicadores del CEAM y del MTSK del profesor A y B analizadas de la planeación*

Relación del CEAM y del MTSK del profesor A y B de la planeación			
Planeación	**CEAM**	**MTSK del profesor A**	**MTSK del profesor B**
Planeación 1.1	E10-TE6-I9	A-KoT1; A-KPM2; A-KMLS1; A-KMLS2	B-KSM1; B-KMLS1; B-KoT1; B-KMLS2
Planeación1.2	TE30-I30-TR1-E2-TE9- TE12	A-KoT2; A-KoT4; A-KoT1 A-KSM1; A-KMT1; A-	B-KoT1; B-KoT2; B-KoT3; B-KoT5; B-KMT1; B-

		KSM3; A-KPM2; A-KMLS1	KSM1; B-KSM2; B-KSM3; B-KMLS1
Planeación1.3	TR1-TE9-E5-TE13-TR15	A-KoT2; A-KoT4; A-KoT1 A-KSM1; A-KMT1; A-KSM3; A-KPM2; A-KMLS1	B-KoT1; B-KoT2; B-KoT3; B-KoT5; B-KMT1; B-KSM1; B-KSM2; B-KSM3; B-KMLS1

Nota al pie: Elaboración propia que muestra la relación de los indicadores del CEAM y del MTSK del profesor A y B de la planeación

La planeación del tema de la derivada se realizó de manera colectiva de los profesores, se idéntica las siguientes creencias:

- Se observa que se pretende enseñar a la derivada en problemas reales de acuerdo a las necesidades de los estudiantes en su entorno. En los contenidos específicos y centrales se puede reflexionar que el docente tiene una organización de lo general a lo particular, esta organización está influenciada por los programas de estudios. También se interesa en la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas.
- Plantean interrogantes en torno a la derivada, sus reglas y propiedades, así como aplicación; todo con el fin de potenciar la reflexión con las actividades que se proponen en la apertura, para diseñar actividades didácticas en las siguientes tareas escritas en la planeación. En la sección de desarrollo de la planeación se muestran actividades de repetición como lo son la tasa de cambio promedio, reglas de derivación, y aplicaciones. Para estas actividades los docentes proponen materiales manipulativos de características tecnológicas como GeoGebra, en donde se puede observar simuladores que se centran en la enseñanza de la tasa de cambio y la derivada. Cabe mencionar que en las actividades de enseñanza se encuentran tareas algorítmicas, y también prácticas, que permiten al estudiante nutrir su aprendizaje tanto en las reglas como en lo conceptual, que es las aplicaciones de la derivada en situaciones específicas, como de otras asignaturas como la física, ´cálculo integral y matemáticas aplicadas.
- Las actividades de aprendizaje planeadas se enfocan principalmente en la repetición de ejercicios y reglas de la derivada, así como procesos lógicos y los conceptos esenciales de la derivada. Se promueve el uso de recursos tecnológicos de características didácticas como GeoGebra, así como recursos tecnológicos como WhatsApp y Facebook para facilitar la comunicación. En varias de las actividades de aprendizaje se considera un

aprendizaje memorístico organizado desde la razón de cambio hasta aplicaciones de la derivada. Lo que están aprendiendo los estudiantes es lo que en su mayoría los docentes se los comparte, pero en algunas partes de la planeación se menciona que compartirán algunos links de videos de YouTube como reforzamiento.

A modo de cierre de este capítulo, se puede concluir que los dos profesores entienden que la derivada se debe de enseñar considerando las reglas de derivación, propiedades y aplicaciones de la misma, de acuerdo al interés del alumno y al contexto de grupo. La planeación debe estar escrita de acuerdo a la estructura lógica del programa de estudios del 2017, aunque tenga sus carencias de contenido, los docentes deben proponer actividades de interés para los estudiantes. La planeación debe tener una estructura que parta desde los aprendizajes previos hasta el reforzamiento y retroalimentación de las actividades de la derivada.

La enseñanza de la derivada suele ser compleja por las diversas manifestaciones que se emplean en su instrucción, por ejemplo: tasa de variación lineal, pendiente de la recta tangente a una curva, tasa de variación instantánea, reglas de derivación velocidad, y optimización. También esa complejidad se arraiga con las diversas formas en que se escriben la derivada, pero la definición y los cálculos son los mismos:

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$f'(x)$$

$$\frac{d\,(f)}{dx}$$

$$D_x f(x)$$

$$y'$$

En el caso del profesor B fue el único que inició con el tema de la tasa de variación lineal, y el profesor A comenzó la derivada como pendiente de la recta tangente, posteriormente ambos usaron las reglas de derivación pero sólo las polinomiales. El profesor A vio algunos ejemplos de velocidad y optimización, y el profesor B no los enseño; además, a pesar de comentan en la entrevista y en la planeación la importancia de usar recursos tecnológicos como GeoGebra, no las utilizan en clase

Capítulo 7. Conclusiones

Es importante comenzar retomando la hipótesis de esta investigación: El conocimiento especializado (matemático y didáctico) y las creencias influyen en la toma de decisiones y el fortalecimiento del Desarrollo Profesional en los docentes de Matemáticas del CBTA impactando en su práctica; después de realizado el proceso teórico metodológico, se puede confirmar que la hipótesis se cumple, ya que las evidencias permiten reflexionar que el MTSK, así como las creencias, tienen similitudes y diferencias en los profesores A y B e influyen en qué y cómo enseñar la derivada, esto se debe a la formación inicial, cursos de actualización y al nivel de experiencia instruyendo este contenido.

Continuando en este orden de ideas, la pregunta de investigación: ¿Cuáles características del conocimiento especializado y de las creencias, de acuerdo modelo Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK), se presentan en el proceso de enseñanza de la derivada por parte de los profesores del Bachillerato Tecnológico Agropecuario y cómo impactan en su desarrollo profesional? y el objetivo general: Analizar las características de los profesores del Bachillerato Tecnológico Agropecuario (CBTA), particularmente las que se centran en el conocimiento especializado de la enseñanza de la derivada, para fortalecer su Desarrollo Profesional utilizando como referente teórico el modelo MTSK. Se concluye que el Desarrollo Profesional (DP) de los dos docentes del CBTA 189 es distinto bajo la visión del MTSK y CEAM en la enseñanza de la derivada, esto debe a la formación académica y a la experiencia docente en la enseñanza de las asignaturas del área de las matemáticas en el Nivel Medio Superior (NMS), así como en la enseñanza de la derivada.

El DP del profesor A es el más fortalecido, ya que como expresó en la entrevista, ha tomado cursos de formación en las asignaturas que ha impartido y en la enseñanza del cálculo, además se ha actualizado en temáticas de competencias y metodologías alternativas de enseñanza. Durante los años que lleva de experiencia en el NMS ha vivenciado diversas reformas educativas que influyen en su conocimiento didáctico y matemático, y en sus creencias, y, por consecuencia, en su proceso de enseñanza; este último se realizó de forma tradicional partiendo desde su representación gráfica (pendiente de la recta tangente a la curva) hasta su enseñanza algorítmica que es la regla de derivación de funciones polinomiales. Cabe mencionar que, en la primera clase usó herramientas tecnológicas como computadora, proyector y un simulador de GeoGebra que iba interactuando con las herramientas propias del simulador.

En el caso del DP del profesor B, este es limitado, ello se debe a que no cuenta con cursos de fortalecimiento en la asignatura de matemáticas, su perfil profesional está centrado en el área de la ofimática, así como de cultural digital. Su falta de experiencia se vió reflejada en la enseñanza de la derivada, pues se apoyó de un cuadernillo proporcionado por el subsistema de la DGETAYCM para la asignatura de cálculo diferencial. A pesar de ser su primera vez con el tema, comenzó con el contenido de la tasa de variación lineal, el cual es esencial para entender dicho concepto, este tema es básico porque permite entender que la derivada es la variación de cambio de un fenómeno u objeto, y si se le compara con el profesor A, éste no enseño el tema, a pesar que lo sugiere el programa de estudios de la asignatura de cálculo diferencial. Posteriormente el profesor B se centró en aplicaciones de la tasa de variación lineal y en las reglas de derivación de sólo funciones polinomiales, durante la enseñanza de este tópico no usó ningún recurso tecnológico, pero durante la entrevista comentó que si había escuchado hablar sobre GeoGebra, pero nunca lo ha utilizado.

7. 1. Respecto a la MTSK

Recordando la pregunta que se planteó: ¿Qué subdominios del conocimiento especializado revelan dos docentes del Bachillerato Tecnológico Agropecuario cuando enseñan la derivada? y el objetivo específico: caracterizar los elementos del conocimiento especializado (didáctico y matemático) de los profesores del CBTA cuando enseña la derivada. En este apartado se concluye con respecto al MTSK de los dos docentes.

En lo que respecta al profesor A, obtuvo muchos indicadores en el dominio del Conocimiento Matemático en los escenarios de la planeación y la clase grabada. Enseguida se reflexiona sobre cada uno de los subdominios:

- Conocimiento de los Temas Matemáticos (KoT), las categorías que se evidenciaron fueron: Fenomenología y aplicaciones: Definiciones, Propiedades y sus Fundamentos; Registros de Representación; y Procedimientos. Se reflexiona que se evidencio varias categorías de este subdominio debido a la naturaleza de la derivada, ya que se puede manifestar desde su definición las propiedades de la derivada, y las diversas representaciones en que se puede manifestar, algebraica, gráfica y tabular. También, este concepto mediante sus reglas de derivación es el procedimiento más usado para resolver problemas rutinarios, todas las categorías descritas le permiten al profesor A conectar con aplicaciones de actividades de velocidad de un objeto y optimización.

- Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM), las categorías que se evidenciaron: Conexiones de Complejización, Conexiones de Simplificación y Conexiones Auxiliares. Se concluye que el contenido de la derivada permite emplear conceptos vistos previamente en el propio cálculo como funciones y límites, así como contenidos vistos en el tema del plano cartesiano y recta, estudiado en geometría analítica. Estos temas el docente los asocio con actividades de resolución de problemas de la derivada, para que aprendieran a como se dice coloquialmente a “derivar”, y de esta manera podrán resolver problemas de velocidad vistó en la asignatura de Física 1.
- Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM), las categorías que se evidenciaron: Papel de los símbolos y uso del lenguaje formal y Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación). Se concluye que la simbología de la derivada puede ser un potencial o una dificultad para el estudiantado, ya que como existen diversas formas de ser escrita un método de derivación, puede generar confusión de ser diversos temas, pero en realidad es el mismo procedimiento. La nomenclatura que usó el profesor A fue la propuesta por Leibniz y Lagrange. También, el profesor realiza modelación matemática, el cual es un nivel de abstracción del aprendizaje de la derivada.
- Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (KMT), las categorías que se evidenciaron: Recursos materiales y virtuales, y Teorías de enseñanza asociada a un contenido matemático. El profesor A conoce y emplea GeoGebra, y una de tantas herramientas que tiene este software que es el simulador. Los simuladores de GeoGebra tiene la potencialidad de enriquecer la enseñanza-aprendizaje de la derivada, debido a la manipulación en tiempo real de la pendiente de una recta tangente a una función, esto permite visualizar su comportamiento. Además, el profesor para el diseño de su planeación y posteriormente su clase, se apoya de la teoría de situaciones didácticas, la cual le permite estructurar su ejercicio profesional de forma eficiente.
- Conocimiento de las Características del Aprendizaje (KFLM), la categoría que se evidenció: Formas de Interacción de los Alumnos con el Contenido Matemático. El profesor utiliza el método socrático para la enseñanza y aprendizaje de las reglas de

derivación. Este método consiste en desarrollar el pensamiento crítico y el auto cuestionamiento.

- Conocimiento de los estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS), las categorías que se evidenció: Expectativas de aprendizaje y Nivel de Desarrollo Conceptual y Procedimental esperado. De este subdominio se concluye que la expectativa de aprendizaje, un nivel conceptual, y su estructura en el tema de la derivada se apega al programa de estudios 2017, pero en la realidad el profesor A no se apega tanto a lo plasmado en su planeación de acuerdo al programa de estudios.

En lo que respecta al profesor B, también obtuvo muchos indicadores en el Conocimiento Matemático en los escenarios de la planeación y la videoclase, pero algunos subdominios a través de sus categorías fueron los que más reflejaron. Enseguida se reflexiona sobre cada uno de los subdominios:

- Conocimiento de los Temas Matemáticos (KoT), las categorías que se evidenciaron fueron: Fenomenología y aplicaciones: Definiciones, Propiedades y sus Fundamentos; Registros de Representación; y Procedimientos. Se concluye que, el profesor B inicia con el tema de la tasa de variación lineal, después con las definiciones y propiedades de la derivada, así como de sus procedimientos que son las reglas de derivación polinomial. Las reglas que más usó fueron: constante, potencia, producto, cadena, suma y resta. En el caso de la de la tasa de variación lineal si aplico aplicaciones, pero en la derivada fue más algorítmico. Las representaciones que empleo tanto en el tema de la variación lineal y de la derivada fueron la algebraica, gráfica, y la tabular la aplico en la variación lineal.
- Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM), las categorías que se evidenciaron: Conexiones de Complejización, Conexiones de Simplificación y Conexiones Auxiliares. El profesor B utiliza temas anteriores como tangente, simplificación de términos semejantes, propiedades de potencia y radicales se requiere para poder emplear las reglas de derivación; cabe mencionar que en la planeación se especifican actividades de aplicación con otras asignaturas, y con temas posteriores de la derivada como velocidad, optimización y criterios de la derivada, pero en la clase el docente no desarrolla actividades de estos contenidos.
- Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM), la categoría que se evidenciaron: Prácticas particulares del quehacer matemático (por ejemplo, modelación). Se concluye

que el docente plantea actividades de modelación en tareas de la tasa de variación lineal; este tipo de actividades contiene una abstracción cognitiva importante, ya que es muy difícil plantear un modelo algebraico o gráfica para resolver la situación didáctica.

- Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (KMT), las categorías que se evidenciaron: Recursos materiales y virtuales, y Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos para la enseñanza de un contenido matemático. De este subdominio se concluye que el profesor a pesar de que conoce a GeoGebra como una herramienta para emplearse en la enseñanza de la derivada, no las utiliza en su clase, sólo están plasmada en la planeación. Por otro lado, el profesor en su labor emplea metáforas como estrategia para solventar la enseñanza de un tema científico, como lo es la tangente, con situaciones de su vida común.
- Conocimiento de las Características del Aprendizaje (KFLM), la categoría que se evidencio: Formas de Interacción de los Alumnos con el Contenido Matemático.
- Conocimiento de los estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS), las categorías que se evidencio: Expectativas de aprendizaje y Nivel de Desarrollo Conceptual y Procedimental esperado.

7.2. Respecto al CEAM

En cuanto al objetivo específico respecto al CEAM: Identificar las creencias sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, particularmente del tema derivada, y su relación con los subdominios del conocimiento especializado en los docentes del CBTA; y la pregunta de investigación: ¿Cuáles son las creencias de los docentes del CBTA sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, particularmente en el tema de la derivada?

A continuación se describen de forma general las creencias que se identificaron por medio de los intrumentos aplicados al profesor A y que están asociadas en el conocimiento didáctico y el conocimiento matemático de la derivada:

- El profesor A cree que tiene organizado el proceso que llevará al alumno a la adquisición de unos conocimientos determinados a través de su investigación, lo plasma en su planeación y éste debe institucionalizarse. También opina que el alumno condiciona directa e indirectamente el diseño didáctico.

- Considera que la derivada tiene carácter práctico que permite su aplicación utilitaria en la vida cotidiana y como instrumento para el estudio tanto de otras disciplinas (Física 1) como el estudio futuro de la propia matemática, como cálculo integral y matemáticas aplicadas.
- Concibe que se requiere incitar al alumno en algunas ocasiones a participar en las actividades que él promueve, analizando las reacciones y respuestas a sus actividades o cuestionamientos. También cree que promover el trabajo individual es una técnica que garantiza un verdadero aprendizaje, así como la participación activa del alumno en procesos inductivos.
- El maestro A cree que la enseñanza de la derivada parte de elementos socioculturales donde se encuentra el alumno, esto lo realiza mediante el diseño de actividades contextuales de los contenidos matemáticos escolares, los numéricos, los geométricos, la medida, el tratamiento de la información y la resolución de problemas, destacando este último.
- Considera que dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, pero no está vinculado a un recorrido concreto, al inicio del tema de la derivada se mueve de un tema a otro. Además, cree que existe una trama que vincula y organiza el conocimiento por la que el maestro se mueve dependiendo de los intereses de los alumnos.
- Opina que en el cálculo diferencial, especialmente en el tema de la derivada, la enseñanza esta orientada exclusivamente hacia la adquisición de conceptos y reglas. La actividad del aula se caracteriza por la repetición iterada de ejercicios de algunas de las reglas de derivación.
- El facilitador cree que los alumnos se enfrentan a situaciones para las que no poseen procesos de resolución dados, deben de indagar para resolver la situación.
- Considera que la derivada no sólo tiene significados, sino también la capacidad de ser aplicados en contextos diferentes de donde fueron aprendidos, adquiriendo así un carácter móvil a través de una malla conceptual.
- El docente cree que la información que se moviliza en el aula es validada por el grupo, por el maestro o por el propio alumno. Supone que se potencia la reflexión de los alumnos

y el desarrollo de estrategias para su autocorrección propiciando que los estudiantes asuman responsabilidad a la hora de juzgar la adecuación de sus ideas

- Cree que expone los contenidos, pero no en su fase final, sino simulando su proceso de construcción, apoyado en estrategias de este tipo (uso de ejemplos o cuestiones a los alumnos). También no considera relevante la diferenciación individual en el alumnado en el proceso de enseñanza.
- El maestro opina que organiza los contenidos de aprendizaje utilizando estrategias organizativas/expositivas que procuran ser poco atractivas. Actúa como un técnico del contenido y del diseño didáctico.
- El profesor cree que la planeación es un documento cerrado, que se elabora previamente en función de sus conocimientos (de la materia escolar, de sus alumnos, de su experiencia previa en la enseñanza de esos contenidos).
- El docente concibe que la finalidad del cálculo diferencial, y en particular de la derivada, es favorecer el desarrollo de una forma de pensamiento (matemático) que permita al alumno organizar, interpretar y comprender la realidad que le rodea, dotándolo de instrumentos que le posibiliten el aprendizaje autónomo.
- El maestro cree que si el alumno lo escucha, podrá repetir posteriormente el proceso explicado.

Para el profesor B, se describen también de forma general las creencias que se identificaron, y que están asociadas con el conocimiento didáctico y el conocimiento matemático de la derivada:

- El maestro B cree que la enseñanza de la derivada parte de elementos socioculturales donde se encuentra el alumno; esto se realiza mediante el diseño de actividades contextuales mediante los contenidos matemáticos escolares, los numéricos, los geométricos, la medida, el tratamiento de la información y la resolución de problemas, destacando este último.
- Considera que tiene su planeación de acuerdo al programa de estudios, pero no está vinculado a un recorrido concreto, se estanca en algún momento. Además, cree que existe una trama que vincula y organiza el conocimiento, por lo que el maestro B realiza las actividades dependiendo de los intereses de los alumnos.

- Concibe que los alumnos se enfrentan habitualmente a situaciones de la derivada para las que no poseen procesos de resolución dados (situaciones problemáticas, ya sean problemas o investigaciones, frecuentemente contextualizadas en problemáticas reales). Esto suele suceder en la inducción al tema de la derivada.
- El docente cree que la derivada no sólo tiene un significado, sino también la capacidad de ser aplicada en contextos diferentes de donde fue aprendida, adquiriendo así un carácter móvil a través de una malla conceptual.
- Expone los contenidos, pero no en su fase final, sino simulando su proceso de construcción, apoyado en estrategias como el uso de ejemplos o cuestionando a los alumnos.
- Cree que organiza los contenidos de aprendizaje, los cuales transmite mediante exposición, utilizando estrategias organizativas/expositivas que procuran ser atractivas. Actúa como un técnico del contenido y del diseño didáctico.
- Opina que las actividades en el aula se caracterizan por la repetición iterada de ejercicios que se usan en las reglas de derivación. Además, supone que el aprendizaje se sigue concibiendo como memorístico, organizándose internamente según la lógica estructural de cálculo diferencial. También, cree que la enseñanza se centra tanto los conceptos y reglas como los procesos lógicos que los sustentan. No se usan materiales manipulativos.
- El maestro cree que el programa es un documento cerrado, que elabora previamente en función de sus conocimientos (de la materia escolar, de sus alumnos, de su experiencia previa en la enseñanza de esos contenidos...).
- Concibe que la finalidad de la asignatura es favorecer el desarrollo de una forma de pensamiento (matemático) que permita al alumno organizar, interpretar y comprender la realidad que le rodea, dotándolo de unos instrumentos que le posibiliten el aprendizaje autónomo.
- El profesor B transmite verbalmente los contenidos de aprendizaje, mediante explicación de lo reflejado en el libro de texto, realizando una reproducción literal de éste. Actúa como un especialista en el contenido, es su técnica habitual. La información que se moviliza en el aula puede provenir del maestro y de los alumnos.

- Cree que atender explícitamente a la diferenciación individual del alumnado mediante el planteamiento de actividades permite el trabajo en distintos niveles y con actividades específicas para cada necesidad del estudiante
- El maestro considera que sólo sus ideas son válidas, planteando interrogantes a los alumnos cuyas respuestas, supone él que llevan a la "autocorrección".
- Cree que persigue objetivos terminales y funcionales del contenido, poniéndo más énfasis en objetivos procedimentales de la derivada (por ejemplo la regla de tres, contenido visto en la secundaria).
- Opina que la principal fuente de información para el alumno la constituyen él y el libro de texto. Supone que el alumno adquiere los conocimientos por el simple hecho de que el maestro se los presente. La actitud del alumno hacia el aprendizaje es raramente transformable.
- El docente cree que interesan tanto la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia la derivada, siendo la asignatura de cálculo diferencial y el trabajo escolar los que determinan hasta qué profundidad se aprenderá con el concepto de derivada, ya que suele enseñar lo básico.

A modo de cierre, se puede concluir que los profesores A y B manifiestan creencias parecidas, esto se debe a que realizan la planeación de forma colegiada, además a que el concepto de la derivada se enseña de forma tradicional, como lo han aprendido en su formación inicial y terminan por replicar dichas metodologías. En cuanto a las diferencias que existen en ambos profesores, éstas se deben a la experiencia que han tenido con el proceso de la enseñanza de asignaturas de matemáticas y con la derivada.

7.3. Recomendaciones maestros expertos y principiantes/ autoridades

Con base en la información anterior, en esta sección se proponen algunas recomendaciones a docentes en servicio y principiantes, así como a las autoridades educativas del plantel:

- Para los docentes en práctica y principiantes se sugiere que dentro de las reglas de derivación abran un espacio para recordar temas anteriores de aritmética, álgebra y geometría analítica; estos temas los estudiantes los aprendieron en semestres anteriores. Otra recomendación es que los maestros no sólo se centren en enseñar derivadas de funciones polinomiales, es importante considerar las derivadas de funciones trigonométricas, exponenciales y logarítmicas, ya que los alumnos que se inclinen en estudiar el bachillerato físico – matemático en sexto semestre los van a retomar también en la asignatura de cálculo integral, así como los que van estudiar alguna ingeniería.

- Además, se sugiere en el caso de los docentes expertos que usan algún recurso tecnológico de apoyo, que profundicen la derivada con la potencialidad de las herramientas tecnológicas, es decir, que si va a enseñar las diversas manifestaciones de la derivada como: pendiente de una recta tangente a una curva, tasa de variación instantánea, velocidad, aceleración y optimización de áreas; puede usar tecnologías educativas (software de matemáticas, o los que han sido adaptados a la enseñanza, así como simulaciones visuales). También, se recomienda emplear estrategias pedagógicas activas (aprendizaje basado en problemas, proyectos, retos o aula invertida) y métodos para integrar la derivada en contextos aplicados a la vida real. Estas herramientas tecnológicas en asociación con las estrategias pedagógicas, podrían promover en el estudiante un fortalecimiento de las habilidades digitales, así como fomentar un rol protagónico dentro de su aprendizaje en su contexto (De la Cruz Castañeda et al., 2023) y que no se quede limitado a lo que enseña el docente o lo que muestre un libro.
- Finalmente, para el caso de autoridades educativas, principalmente directores y subdirectores académicos, se les sugiere realizar programas de reforzamiento de materias como aritmética y álgebra, ya que en cálculo diferencial se retoman muchos conceptos de estas asignaturas. También se propone a las autoridades que los docentes que impartan por primera vez cálculo diferencial les propongan un profesor con experiencia como tutor académico con experiencia en el área, para propiciar apoyo continuo tanto en los conocimientos matemáticos y didácticos.

7.4. Aportes de la investigación

En las siguientes líneas se describen elementos importantes proporcionados por esta investigación, estos elementos podrían ayudar a fortalecer, actualizar o diseñar programas para la formación de profesores del Nivel Medio Superior mediante indicadores del MTSK del CEAM.

Los datos proporcionados por los indicadores tanto del profesor A y B, nos da pauta para saber las características de cada uno de ellos con la enseñanza de la derivada. De acuerdo a su formación y experiencia, cada docente instruye el contenido de acuerdo a los conocimientos y creencias que han tenido desde su formación inicial hasta su desempeño profesional actual. Los indicadores tienen diferencias y similitudes, es decir, que la experiencia en la enseñanza dentro de este tema es evidente; los indicadores MTSK y del CEAM podrían ser consideradas para diseñar actividades para la formación de profesores nivel superior o nivel medio superior que tengan experiencia o no, ya que en la realidad la enseñanza de la derivada se apega más a necesidades institucionales, que a necesidades didácticas, o mejora de algunos indicadores de pruebas estandarizadas.

También los indicadores del MTSK y del CEAM muestran información para dar un seguimiento al conocimiento o como va evolucionando los indicadores de cada profesor cuando les toque impartir la asignatura de cálculo diferencial o si hubo cambios en sus creencias en la enseñanza de este contenido. De igual manera, el conocimiento de indicadores de estos modelos puede ser un punto de partida para el estudio del conocimiento y creencias de otros profesores con las mismas características. Con el fin de saber si se presentan los mismos indicadores o cambian. Por tal motivo, los indicadores arrojados en esta investigación podrían ser útiles para estudios futuros dentro o fuera del marco teórico abordado en este trabajo, todo con el motivo de apoyar para mejorar su labor docente.

Las subcategorías permiten ser más puntuales sobre las características en la enseñanza de la derivada de acuerdo su experiencia y formación. También, las subcategorías nos permiten asociar las características entre los indicadores del MTSK, y su relación con el CEAM, esto para saber que están realizando los profesores bajo ciertas características en práctica diaria.

Las potencialidades de los indicadores del MTSK y del CEAM que manifestaron los profesores A y B, así como sus oportunidades de mejora, pueden servir como una guía para aquellos formadores de profesores para crear actividades o programas de formación con base en las características de los docentes. Dichas actividades o programas de formación deben considerar las derivadas de las funciones: polinomiales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas, así como el uso de GeoGebra para diseñar actividades de simulación y de aplicaciones.

7.5 Limitaciones del estudio y futuras investigaciones

Una limitación de este trabajo es que se pretendía investigar todo lo referente de la derivada durante 5 semanas, donde cada semana se estudiaba 4 horas, esto de acuerdo al programa de estudios; pero debido a diversas cuestiones como las suspensiones de clases, en el caso del profesor B no se realizaron todas las clases planeadas, por lo tanto no impartió todo lo referente al tema y sólo enseñó lo básico.

Por otro lado, las futuras investigaciones podrían realizar actividades como:

- Implementar actividades formativas mediante los indicadores del conocimiento del profesor para fortalecer su conocimiento didáctico y matemático y trabajar en la modificación de su proceso de enseñanza a partir de la actualización de sus creencias.
- Diseñar actividades formativas en torno a la derivada con el uso de tecnología digital, particularmente con GeoGebra.
- Investigar la interacción y enseñanza de la derivada con otros tópicos matemáticos referentes al cálculo diferencial e integral con recursos didácticos tecnológicos.
- Analizar cómo evoluciona el conocimiento del profesor A y B si les vuelven asignar la asignatura de cálculo diferencial y realizar un comparativo sobre su conocimiento y creencias.

Referencias Bibliográficas

Aguilar, Á. (2016). *El conocimiento especializado de una maestra sobre la clasificación de las figuras planas. Un estudio de caso* [Tesis doctoral, Universidad de Huelva]. Recuperada de http://hdl.handle.net/10272/12006.

Aguilar, Á., Muñoz, M. C., y Carrillo, J. (2019). An example of connections between the mathematics teacher's conceptions and specialised knowledge. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education 15*(2), p. 1-15.

Aguilar, A., Muñoz, C., Carrillo, J. y Rodríguez, J. L. (2018). ¿Cómo establecer relaciones entre conocimiento especializado y concepciones del profesorado de matemáticas? *PNA, 13*(1), 41-61.

Albertín, P. (2007). La formación reflexiva como competencia profesional. Condiciones psicosociales para una práctica reflexiva. El diario de campo como herramienta. *Revista de Enseñanza Universitaria, 30, 7-18.*

Alexander, P., Schallert, D. y Hare, V. (1991) Coming to Terms: How Reserchers in Learning and Literacy talk about knowledge. *Review of Educational Research, 61*(3), 315-343.

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: Problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En M. Artigue, R. Douady y P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 97-140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Archenti, N. (2007). El sondeo. En A. Marradi, N. Archenti y J.I. Piovani (Eds.), *Metodología de la Ciencias Sociales* (pp. 203-2014). Buenos Aires: Emecé.

Badillo, E. (2003). *La derivada como objeto matemático y como objeto de enseñanza y aprendizaje en profesores de matemáticas de Colombia* (Tesis de Doctorado inédita). Universidad Autónoma de Barcelona, Barcelona, España.

Bakker, A., Cai, J., & Zenger, L. (2021). Future themes of mathematics education research: an international survey before and during the pandemic. *Educational Studies in Mathematics, 107*(1), 1-24.

Becher, T. (2001). *Tribus y territorios académicos. La indagación intelectual y las culturas de las disciplinas*. Barcelona: Gedisa

Calderhead, J. (1996). Teachers: Beliefs and knowledge.

Carrillo, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de la investigación y relaciones*. Universidad de Huelva.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., y Muñoz-Catalán, M. C. (2007). Un modelo cognitivo para interpretar el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas. Ejemplificación en un entorno colaborativo. *Enseñanza de las Ciencias*, *25*(1), 033-44.

Cardeñoso, J., Flores, P., y Azcárate, P. (2001). El desarrollo profesional de los profesores de matemáticas como campo de investigación en educación matemática. *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*, 233-244.

Carrillo, J., Escudero, D y Flores, E. (2014). *El uso de MTSK en la formación inicial de profesores de matemáticas de primaria*. Recuperado el 9 de junio del 2015, de http://www.researchgate.net/publication/263086221_El_uso_de_MTSK_en_la_formacin_inicial_de_profesores_de_matemticas_de_primaria

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C., y Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Haser y M.A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8)*, 2985-2994. Middle East Technical Universitiy: Ankara, Turquía.

Chávez, M. (2009). *Conocimientos de los profesores preuniversitarios de Cálculo acerca del significado y las interpretaciones de la derivada*. Recuperado el 30 de marzo de 2015, de http://www.matedu.cinvestav.mx/~elcalculoysuensenanza/investigacion/articulosPDF/MDiaz.pdf

Climent, N. (2002). *El desarrollo profesional del maestro de primaria respecto de la enseñanza de la matemática: Un estudio de caso* (Tesis de Doctorado). Universidad de Huelva, España.

Climent, N., y Carrillo, J. (2002). Ejemplificación de una propuesta formativa: el uso de situaciones de primaria en la formación inicial. En L.J Blanco, y L.C. Contreras (Eds.), *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: una* *mirada a la práctica docente* (pp. 119-180). Extremadura, España: Universidad de Extremadura.

Cohen, L. y Manion, L. (1990). *Métodos de Investigación Educativa*. Madrid: Ediciones La Muralla.

Cohen, Manion y Morrison (2007). *Research Methods in Education*. Sixth edition. United Kingdom: Taylor y Francis e-Library.

Contreras, J. (1985). ¿El pensamiento o el conocimiento del profesor?: una crítica a los postulados de las investigaciones sobre el pensamiento del profesor y sus implicaciones para la formación del profesorado. *Revista de educación*.

Cross, D. I. (2009). Alignment, cohesion, and change: Examining mathematics teachers' belief structures and their influence on instructional practices. *Journal of Mathematics Teacher Education, 12*(5), 325–346.http://doi.org/10.1007/s10857-009-9120-5

Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo. Barcelona*, España: Paidós.

De Agüero, M. (2019). La formación y el desarrollo profesional de los profesores: conceptos, iniciativas y modelos. *Sánchez, M., & Martínez, A. Formación Docente en la UNAM: Antecedentes y la Voz de su Profesorado*, 33-73.

Denzin, N. y Lincoln, Y. (2005). *The Sage Handbook of Qualitative Research* (3.ªed.). Londres: Sage.

Denzin, N. K. y Lincoln, Y.S. (2012). *Manual de investigación cualitativa*. Londres: Sage.

De la Cruz Castañeda, Y. X., Ibarra Núñez, M. M., y Rodríguez González, L.(2023). El blog como recurso del practicum en posgrados. *Revista Practicum, 8*(1), 36–52. https://doi.org/10.24310/RevPracticumrep.v8i1.16713

Díaz-López, y Kong-Toledo, A. (2020). Reflexiones del logro académico en matemáticas en evaluaciones estandarizadas: el caso de estudiantes mexicanos. *Revista Electrónica en Educación y Pedagogía, 4(7),* 78-90. doi: http://dx.doi.org/10.15658/rev.electron.educ.pedagog20.11040707

DOF. (2008). *Acuerdo número 442 por el que se establece el sistema nacional de bachillerato en un marco de diversidad*. SEP: México.

DOF. (2008b). *ACUERDO número 447 por el que se establecen las competencias docentes para quienes impartan educación media superior en la modalidad escolarizada*.

Durkheim, É. (1999). *Per una sociologia della famiglia*. Armando Editore.

Escudero, D. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria* (Tesis de Doctorado inédita). Universidad de Huelva, España.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. London: The Falmer Press. [Vol. I: 86]

Fernándes, J., y Manrique, A. (2021). Reflexiones emergentes de prácticas de un grupo colaborativo de profesores sobre los conocimientos necesarios para enseñar Matemática. *Paradigma*, 42.

Fishbein, M. y Ajzen, I. (1975). *Belief Attitude, Intention and Behavior. An Introduction to Theory and Research*, Addison-Wesley, EUA

Flores, E., Escudero, D.I., y Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275-282). Bilbao:SEIEM.

Flores-Medrano, E., Escudero D., Montes M. y Aguilar, A. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. Recuperado el 06 de octubre del 2015, de http://www.researchgate.net/publication/267392675_Un_marco_terico_para_el_Conocimiento_especializado_del_Profesor_de_Matemticas.

Flick, U. (2012). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid: Ediciones Morata.

García-Alonso, I. (2020). ProyectaMates: Reflexiones sobre la práctica docente como medio de formación de profesores de matemáticas. *Unión-Revista Iberoamericana De Educación Matemática*, *16* (60), 177-195.

García, L., Azcárate, C. y Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 9*(1), 85-116.

Garritz, A. (2014). Creencias de los profesores, su importancia y cómo obtenerlas. *Educación química*, *25*(2), 88-92.

Guimarães, F. (2004). *O desenvolvimento de uma professora de Matemática do ensino básico: Uma história de vida*. Tesis Doctoral. Lisboa, Portugal: Universidade de Lisboa.

Goos, M., O'Donoghue, J., Ríordáin, M. N., Faulkner, F., Hall, T., y O'Meara, N. (2020). Designing a national blended learning program for "out-of-field" mathematics teacher professional development. *ZDM*, 1-13.

Goodell, J. (2006). Using critical incident reflections: a self-study as a mathematics teacher educator. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 221-248.

Grbich, C. (2013). *Qualitative data analysis: An introduction*. California: Sague Publications.

Hernández, G. (1998). *Paradigmas en psicología de la educación*. Educador: Paidós

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (1997). *Metodología de la Investigación.* (3ª. ed.). Colombia: Panamericana Formas e Impresos S.A.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M.P. (2008). *Metodología de la investigación*. México: McGrawHill.

Hernández-Carrera, R. M. (2014). La investigación cualitativa a través de entrevistas: su análisis mediante la teoría fundamentada. *Cuestiones Pedagógicas, 23, 187-210*.

Hitt, F. (2003). Dificultades en el aprendizaje del cálculo. *Décimo Primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior*, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Morelia, México.

INEE (2019). *Condiciones básicas para la enseñanza y el aprendizaje en los planteles de educación media superior en México. Informe complementario*. México

Jay, J. y Johnson, K. (2002). Capturing complexity: a tipology of reflective practice for teaching education.eaching and Teacher Education, 1(18), 73-85.

Jones, M. G., y Carter, G. (2007). Science teacher attitudes and beliefs. In *Handbook of research on science education* (pp. 1067-1104). Routledge.

Korthagen, F. y Vasalos, A. (2005). Levels in reflection: core reflection as a means to enhance professional growth. *Teachers and Teaching: theory and practice, 11*(1), 47-71

Llinares, S. (2009). Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función. *Colección Digital Eudoxus*,(15).

Luft, J., Roehrig, G., Brooks, T., y Austin, B. (2003, March). Exploring the beliefs of secondary science teachers through interview maps. In *annual meeting of the National Association for Research in Science Teaching, Philadelphia, PA*.

Martínez, G., Valle, M., García, J., y Dolores, C. (2019). 'Las matemáticas son para ser aplicadas': Creencias matemáticas de profesores mexicanos de bachillerato. *Educación matemática*, *31*(1), 92-120.

Merriam, S. (1988). *Case study research in Education: A qualitative approach*. Jossey-Bass Publishers.

Meneses, J. y Rodríguez, D. (2011). El cuestionario y la entrevista. Construcció d'instruments d'investigació en e-learning

Moreno, M. y Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias 21* (2), 265-280.

Moreno, A., Flores, P. y Ramos, E. (2019). Reflexión de profesores de matemáticas durante un curso sobre desarrollo profesional. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 329-350). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca.

Morine, G. Teaeher plan and classroom reality: The South Bay Study, Part !V (Reseazch Series, N.° 60). East Lansing: IRT, Michigan State University, 1979.

Muñiz, M. (2010). Estudios de caso en la investigación cualitativa. *División de estudios de posgrado universidad autónoma de nuevo León. Facultad de psicología. México*, 1-8.

Monte, M. (2015). *Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas acerca del infinito: un estudio de caso* (Tesis de Doctorado). Universidad de Huelva, España.

Muñoz, N. (2009). *El desarrollo profesional en un entorno colaborativo centrado en la enseñanza de las matemáticas: el caso de una maestra novel* (Tesis de Doctorado). Universidad de Huelva, España.

Nel, B., y Luneta, K. (2017). Mentoring as professional development intervention for mathematics teachers: A South African perspective. *Pythagoras, 38*(1), 1-9.

Nestingen, M. (2002). Reading Your Way Into Culture: A Materials Development Project. Master's thesis. School for International Training, Brattleboro, Vermont

Niss, M. (2006). The concept and role of theory in mathematics education. En C. Bergsten, B. Grevholm, H. Måsøval y F. Rønning (Eds.), *Relating Practice and Research in Mathematics Education. Proceedings of Norma* (pp. 97-110).IMFUFA

Luft, J. A., Roehrig, G. H., Brooks, T., y Austin, B. A. (2003). Exploring the beliefs of secondary science teachers through interview maps. *In annual meeting of the National Association for Research in Science Teaching, Philadelphia, PA*.

Obando, L. A.(1993). El diario de campo. *Revista Trabajo Social*, *18*(39), 308-319.

Oliveira, H. (2004). *A construção da identidade profissional de professores de Matemática em início de carreira*. Tesis Doctoral. Lisboa, Portugal: Universidad de Lisboa.

Ortega J. y Gasset, J. (2001). ***Ideas y Creencias*****.** Obras Completas, 5, España: Alianza Editorial, Madrid (2001).

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research, 62*(3), 307–332. http://doi.org/10.3102/00346543062003307

Perrenoud, P. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar. Invitación al viaje*. Barcelona,. Graó.

Pino, L., Godino, J. y Font, V. (2011). Conocimiento didáctico-matemático sobre la enseñanza y aprendizaje de la derivada. *Memoria de la XIII Escuela de Invierno en Matemática Educativa*, 206-213.

Pino, L., Godino, J., Font, V., y Castro, W. F. (2012). Key epistemic features of mathematical knowledge for teaching the derivative. En *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, pp. 297-304).

Ponte, J. P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83-98). Barcelona: Graó.

Ponciano, E. y Sosa, L. (2018). Reflexión sobre el conocimiento del profesor. El caso de la enseñanza de la derivada. *El Cálculo y su Enseñanza, 11*, pp. 83-97.

Pozzo, M. I., Borgobello, A., y Pierella, M. P. (2018). Uso de cuestionarios en investigaciones sobre universidad: análisis de experiencias desde una perspectiva situada. *Revista Latinoamericana de Metodología de las Ciencias Sociales*, *8*(2).

Razo, A. E. (2018). La Reforma Integral de la Educación Media Superior en el aula: política, evidencia y propuestas. *Perfiles educativos*, *40*(159), 90-106.

Rodríguez, D. y Valldeoriola, J. (2009). *Metodología de la Investigación*. Barcelona: UOC.

Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Aljibe.

Santos, L. (2000). A prática lectiva como atividade de resoluçao de problemas: um estudo de três professoras do ensino secundário. Lisboa: Associaçao de Profesores de Matemática. [Vol. I: 124]

Strauss, A., y Corbin, J. (1994). *Grounded Theory Methodology: An overview*. En N. Denzin, & Y. Lincoln (Eds.), Handbook of qualitative research (pp. 273-285). Thousand Oaks, C.A.

Stake, R. (2007). *Investigación con estudio de casos*. Cuarta Edición. España:Ediciones Morata.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1-22.

Sherer, P. y Steinbring, H. (2006). Noticing children's learning processes-teachers jointly reflect on their own classroom interaction for improving mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *9*, 157-185.

Ramos-Rodríguez, E. y Vásquez, C. (2020). Un modelo de programas efectivos para el desarrollo profesional docente de profesores de Matemáticas. *PNA*, *15*(1), 27-49

Ramos-Rodríguez, E., Martínez, P. F., y Ponte, J. P. (2017). An approach to the notion of reflective teacher and its exemplification on mathematics education. *Systemic practice and action research*, *30*(1), 85-102.

Ramos-Rodríguez, E., Flores, P., Ponte, J., y Moreno, A. M. (2015). Desarrollo profesional del docente de matemáticas a través de sus tareas para el aula propuestas en un curso de formación. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *29*(51), 389-402.

Ramos-Rodríguez, E., Flores, P., y Ponte, J. (2017). Práctica y reflexión de profesores de matemáticas chilenos bajo la perspectiva del estudio de clases. *Quadrante*, *26*(2), 69-97.

Raymond, A. M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathe- matics beliefs and teaching practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(5), 550–576.

Revelo, E., Revuelta, F., y González-Pérez, A. G. (2018). Modelo de integración de la competencia digital del docente universitario para su desarrollo profesional en la enseñanza de la matemática–Universidad Tecnológica Equinoccial de Ecuador. *Edmetic*, *7*(1), 196-224.

Romo-Vázquez, A., Barquero, B., y Bosch, M. (2019). El desarrollo profesional online de profesores de matemáticas en activo: una unidad de aprendizaje sobre la enseñanza de la modelización matemática. *Uni-pluriversidad*, *19*(2), 161-183.

Robert, A. y Rogalski, J. (2005). A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class. *Educational Studies in Mathematics*, *59*(3), 269-298.

Siso-Martínez, R. (2013). Concepciones y creencias sobre la derivada y su enseñanza. *Congreso Venezolano de Educación Matemática*, p.457-470

Skott, J. (2015). The promises, problems, and prospects of research on teachers' beliefs. In H. Fives & M. G. Gill (Eds.), *International Handbook of research on teachers' beliefs* (pp. 13–30). New York, NY: Routledge.

Thompson, A. (1992). Teacher's belief and conceptions: a synthesis of the research. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127-146). Macmillan: New York.

Vasilachis de Gialdino, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. Barcelona: Gedisa.

Vielma, R. (2013). Concepciones y creencias sobre la derivada y su enseñanza. *Congreso Venezolano de Educación Matemática*, p.457-470

Walen, S. B., y Williams, S. R. (2000). Validating classroom issues: Case method in support of teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *3*(1), 3-26.

Yin, R. K. (2009). *Case Study Research: design and methods* (4a. ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Zapata-Cardona, L. (2020) Collaboration among Statistics Teachers and Researchers: Contributions to Professional Development. *Bolema, 34* (68), pp.1285-1303. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v34n68a21.

Anexos

Anexo 1. Planeación didáctica de la clase de la derivada

<table>
<tr><td colspan="8">SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR
INSTRUMENTO DE REGISTRO DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS</td></tr>
<tr><td colspan="8">IDENTIFICACIÓN</td></tr>
<tr><td>Institución:</td><td colspan="7">Dirección General de Educación Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar</td></tr>
<tr><td>Plantel:</td><td colspan="5">CENTRO DE BACHILLERATO TECNOLÓGICO AGROPECUARIO 189</td><td>Profesor(es):</td><td></td></tr>
<tr><td>Asignatura</td><td>Calculo Diferencial</td><td rowspan="3">Semestre:</td><td rowspan="3">Feb – Jul 2023</td><td rowspan="3">Carrera:</td><td rowspan="3">TA,TO</td><td>Periodo de aplicación:</td><td>16 de mayo al 16 de junio del 2023</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ciclo escolar:</td><td rowspan="2">2022-2023</td><td>Duración en horas</td><td>20</td></tr>
<tr><td>Fecha de elaboración:</td><td>23 de Marzo 2023</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">INTENCIONES FORMATIVAS</td></tr>
<tr><td colspan="3">PROPÓSITO DE LA ASIGNATURA: Que el estudiante aprenda a identificar, utilizar y comprender los sistemas de representación del cambio continuo y su discretización numérica con fines predictivos, además el logro de los aprendizajes Clave.</td></tr>
<tr><td>EJE :</td><td colspan="2">Pensamiento y lenguaje variacional</td></tr>
<tr><td>Componente:</td><td colspan="2">Cambio y Predicción: Elementos del Cálculo</td></tr>
<tr><td colspan="2">CONTENIDO CENTRAL</td><td>CONTENIDO(S) ESPECÍFICOS</td></tr>
<tr><td colspan="2">● Graficación de funciones por diversos métodos.
● Introducción a las funciones continuas y a la derivada como una función.
● Criterios de optimización: Criterios de localización para máximos y mínimos de funciones.
▪ Nociones básicas de derivación de orden uno y orden dos (primera y segunda derivada).
▪ Optimización y graficación de funciones elementales (algebraicas y trascendentes).</td><td>● Determinar el máximo o el mínimo de una función mediante los criterios de la derivada ¿Dónde se crece más rápido?
● Encontrar los puntos de inflexión de una curva mediante el criterio de la segunda derivada. ¿Cómo se ve la gráfica en un punto de inflexión? ¿Podrías recortar el papel siguiente esa gráfica?, ¿qué observas?
▪ Reconocer las propiedades físicas como posición, velocidad aceleración y su correspondencia con la función, la derivada primera y la segunda derivada de una función. Interpretación física de los puntos singulares.
▪ Calcular derivadas sucesivas funciones polinomiales trigonométricas mediante algoritmos, no mayor a la tercera derivada. ¿Existen caminos directos para derivar?, ¿qué métodos conocemos?</td></tr>
</table>

	▪ Predice el comportamiento en el crecimiento de un proceso de cambio en el dominio continuo (variables reales) y en el dominio discreto (variables enteras).
APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S):	
● Localiza los máximos, mínimos, las inflexiones de una gráfica para funciones polinomiales y trigonométricas. ▪ Calcula y resuelve operaciones gráficas con funciones para analizar el comportamiento local de una función (los ceros de f, f‘ y f‘’). En algunos casos, se podrán estudiar los cambios de f ‘’ mediante la tercera derivada.	
COMPETENCIAS GENÉRICAS Y ATRIBUTOS	
1.- Se conoce y Valora así mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.1.1 Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consciente de sus valores, fortalezas y debilidades. 5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.	
COMPETENCIAS DISCIPLINARES	
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.	
HABILIDADES SOCIOEMOCIONALES	
Lección 11. Ayudando ando (Colaboración)	
TÉCNICA DE ENSEÑANZA	
Solución de problemas mediante el uso del conocimiento social de acuerdo al entorno de la institución.	

Nota. Para ver toda la planeación acceder al siguiente link:
https://drive.google.com/file/d/1hrpN4lzI4f18t_dRKZz_Gd9aDF7uk8nf/view?usp=drive_link

Anexo 2. Transcripción de clase

Clase del Profesor A

Video de Clase del día 16 de mayo del 2023

1. Lo que vamos a aprender en el tercer parcial
2. A ver jóvenes la primera pregunta qué es parcial qué sé pues lo del primero y
3. Segundo parcial yo ya me adelanté porque como no, tenemos 50 minutos
4. Su definición el cálculo de límites determinados y determinados y algunas aplicaciones de los límites que fue lo que vimos en el Segundo parcial
5. Qué aprenderé en este tercer parcial, derivadas, cómo calcularlas, cómo interpretar la derivada el concepto de la derivada tanto analítico como geométrico su importancia, y lo que me trae aquí en el tercer parcial el cálculo de derivadas, para qué lo voy a aprender
6. Siempre, todos los máximos preguntamos para qué aprendemos derivadas si no les encuentro aplicabilidad pues aquí lo vamos a lograr a través de la metacognición, y para la solución de problemas de optimización
7. Sí bueno lo primero que vamos a hacer es una,
8. Alumno: ¿Lo copiamos?
9. No se preocupe no, no es necesario, que tome una ya en su momento yo se los compartiré en el grupo de WhatsApp este documento para que lo impriman y lo peguen en su cuaderno
10. o el que sepa en base a sus estilos de aprendizaje, que son reales sus estilos de aprendizaje y lo pasen a su portafolio de evidencias que en el plan de evaluación lo reviso con el instrumento que se llama lista de cotejo tres
11. Usted sabe que el portafolio de evidencias es importante en el plan de evaluación entonces lo primero que vamos a ver es la interpretación geométrica de la derivada
12. siempre que hemos dado clases de cálculo diferencial durante muchos años nos hemos encontrado con esta controversia, de que los alumnos mis alumnos principalmente no entienden esa transición entre el concepto algebraico el límite su derivada, y la, y el concepto de la derivada
13. Sí, entonces aquí tenemos una, una, un esquema, ustedes en geometría analítica vieron el sistema de ejes coordenadas aquí tenemos el sistema de sus coordenadas aquí ya nada más simulé yo una, una media parábola
14. Sí, un lugar geométrico que es muy importante en las matemáticas por su uso de las antenas parabólicas y aquí tracé una recta secante la s, es recta secante, la p es la recta tangente esta recta secante es el punto inicial vamos a mover la recta secante hacia la recta tangente

Nota. Para ver toda la transcripción del profesor A y B acceder al siguiente link: https://drive.google.com/file/d/1hrpN4lzI4f18t_dRKZz_Gd9aDF7uk8nf/view?usp=drive_link

Anexo 3. Instrumento Concepciones sobre la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática (CEAM)

El instrumento para analizar las Concepciones sobre la Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática (CEAM) fue propuesto por Carrillo (1998) y ha sido adaptado por Climent (2002) para analizar a docentes de educación primaria. En esta investigación lo aplicaremos a docentes de nivel medio superior. Este modelo se aplicará con la intención de saber qué concepciones tiene los dos docentes de bachillerato en torno a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, también se emplea para identificar las conexiones que pudieran existir entre los subdominios del MTSK y el CEAM. Además, se usará para identificar creencias en torno a la enseñanza de la derivada. El motivo de usar este instrumento no es para categorizar a los estudios de casos en algunas de las tendencias consideradas por este instrumento, sino que, conocerlo ha permitido tener hacia el investigador una sensibilidad teórica de acuerdo con Strauss y Corbin (1994) con el fin de identificar las concepciones de los participantes.

El instrumento está formado por indicadores de tendencias didácticas: tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa. Las cuales están organizadas por categorías e indicadores, esto permite un análisis de manera vertical y horizontal (Climent, 2002; Carrillo, 1998). Climent (2002) distingue las cuatro tendencias con las siguientes terminologías: Tradicional (TR), tecnológica (TE) espontaneaste (E) e investigativa (I), a continuación se describe cada una de ellas de acuerdo con Climent (2002) y Aguilar (2016).

- Tradicional. Se centra esencialmente en el aprendizaje de conceptos y uso de la enseñanza de tipo magistral como técnica primordial. La asignatura se imparte por una planeación previamente diseñada, y se cree que se aprende de manera memorística, el alumno es sólo receptor, y el docente es el único que instruye. En esta tendencia el libro de texto es un material importante curricular que se emplea en salón de clases.
- Tecnológica. Se caracteriza porque el profesor emplea aparenta la enseñanza de un contenido ayudándose de herramientas técnicas siguiendo una planeación cerrada, a pesar de esto se interesa en procesos lógicos y prácticos. Tiene la creencia de que el alumno aprende comprendiendo e incorpora el saber externo, es decir, el estudiante es el primordial responsable de su aprendizaje. Además, el alumno emula y reproduce el proceso lógico que muestra el docente cuando enseña un contenido.
- Espontaneísta. Se determina por un saber que no está estructurado a partir de una propuesta didáctica de actividades. Las situaciones didácticas no tienen una organización inicial ya que está sujeta a cambios repentinos. La asignatura adquiere un fin formativo, con el fin de que funja como una guía para un cambio respecto a la vida y al aprendizaje del alumno; también se considera que el aprendizaje le permita adquirir un razonamiento lógico ante la solución de situaciones cotidianas. El rol del profesor es humanista y especialista en el trabajo dinámico grupal, el alumno es partícipe constante de las actividades didácticas diseñadas por el maestro.
- Investigativa. Esta tendencia se determina por el aprendizaje de conocimientos específicos mediante la investigación. El docente ni tiene una planeación guía concreta, ya que se centra en la obtención de conceptos, el desarrollo de procedimientos y promover actitudes eficientes e importantes hacia la asignatura y la labor escolar institucional. El profesor cree que el aprendizaje se realiza por las

> investigaciones que él planeó, sosteniendo un equilibrio entre los intereses y la cognición de los estudiantes y la propia matemática. Los conceptos de aprendizaje, posee la capacidad de ser a usado en distintos contexto diferentes al aula

Dicho lo anterior, en las siguientes tablas se muestra el instrumento CEAM propuesto por Carrillo (1998) y adaptado por Climent (2002). Cabe mencionar que para el pre-cuestionario se seleccionarán los indicadores que más se apeguen al contexto de los casos de estudios, de esos indicadores que se seleccionen se adecuarán en su redacción al contexto EMS en México.

Nota. Para ver todo lo referente al CEAM, así como sus categorías e indicadores acceder al siguiente link: https://drive.google.com/file/d/1hrpN4lzI4f18t_dRKZz_Gd9aDF7uk8nf/view?usp=drive_link

Anexo 4. Entrevista para creencias

Objetivo: recabar información sobre las concepciones de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que ha adquirido a lo largo de su experiencia docente.

1. ¿Describa el proceso de enseñanza (actividades propuestas) de la Matemática en el aula (repetición de ejercicios, investigación o problemática reales)?
2. ¿Cómo inicia la explicación de las actividades didácticas en el aula (uso de libros, usa ejemplos o material didáctico, o parte de un diagnóstico)?
3. ¿Cuál es su principal fuente de información para el diseño de actividades empleadas en el salón de clase?
4. ¿Cree usted que las actividades de enseñanza de las Matemáticas en el aula deben ser individualizadas? ¿Si, no, por qué?
5. ¿Usted considera el uso de materiales manipulativos en la enseñanza de las matemáticas?
6. ¿Describa el proceso de uso, sentido y aplicación que le merecen los programas de estudios de matemáticas dentro de su práctica docente?
7. ¿Qué opinión le merecen los objetivos del programa de estudios de matemáticas? ¿Piensa se adecuan a las necesidades de los estudiantes? ¿Por qué?
8. ¿Considera usted que la matemática escolar está orientada hacia la adquisición de conceptos, reglas, procedimiento, fomento de actitudes positivas hacia la propia materia o como la creación de un ciudadano crítico? ¿Por qué?
9. ¿Cree usted que la matemática escolar debe coincidir con los libros de texto, problemáticas contextuales o necesidades socio políticas? ¿Por qué?
10. ¿Estima que la matemática escolar es exacta y se concibe acabada o, en otro caso, está asociada a contextos reales y está en constante construcción? ¿Por qué?
11. ¿Cómo cree usted que debe ser la finalidad de la matemática escolar en el alumno (aplicación utilitaria en la vida cotidiana, posee un carácter formativo, es decir un cambio actitudinal del alumno; permite al alumno organizar, interpretar y comprender la realidad que le rodea)?
12. ¿Qué es para usted aprender matemáticas en bachillerato (activa, artística, estructura lógica o aplicativo)?
13. ¿Cree usted que para aprender matemáticas se requiere de una participación activa del alumno y/o del maestro? ¿Por qué?
14. ¿Cómo cree que se puedan cambiar las actitudes y las aptitudes de los alumnos hacia las matemáticas?
15. ¿Cuál cree que sea el papel fundamental del estudiantado en el diseño de las actividades de E-A?
16. ¿Cree que es importante que el alumno reflexione sobre su propio aprendizaje o es importante que el docente tenga ese papel?
17. ¿Cuál cree que sea el rol de los docentes en el aprendizaje de las matemáticas?

Anexo 5. Análisis de la Información del profesor A y B

Ejemplo de análisis de la información del profesor A

Para identificar cada subindicador se agregará una codificación para diferenciar uno de otros, esta clave está compuesta por las siglas de dominio, subdominio y un número de forma ascendente, esto permitirá agruparse de acuerdo a la categoría y subdominios para proponer indicadores de conocimiento.

Se iniciará con el análisis de la planeación, y después con las clases videograbadas. Para el caso de la planeación se entregó una por los dos docentes participantes, ya que la realizaron de forma colectiva por acuerdo de la institución donde trabajan.

❖ [Planeación.1] Se muestran los elementos principales a desarrollar en el tema de la derivada tomados del programa de estudios 2017 de bachillerato.
Contenido Matemático: Máximos y mínimos, puntos de inflexión, derivaciones, aplicaciones de la derivada y predicción.
Objetivo general: Evidenciar los contenidos centrales, específicos y aprendizajes esperados a desarrollar del tema de la derivada.
Evento desencadenante: Los docentes conocen los elementos fundamentales del programa de estudios a desarrollar sobre el tema, así como el propósito de la asignatura.
[A, Planeación.1] Los profesores estructuran su planeación considerando los aspectos relevantes en el que está sustentada su labor, que es el curriculum, agregando: objetivo de la asignatura, los contenidos centrales, específicos y aprendizajes esperados.
Dominio del MTSK: Conocimiento Matemático
Subdominios del MTSK: KoT, KSM y KMLS
Categorías del MTSK: KoT (Fenomenología y aplicaciones, Definiciones, Propiedades y sus Fundamentos, Registros de Representación) y KSM (Conexiones de Simplificación, Conexiones Auxiliares), KSML (***Expectativas de aprendizaje***)
Subindicador del MTSK: P-MK-KoT1. **Subindicador encontrado:** Conoce que para el tema derivada se requiere saber las aplicaciones de este tópico tanto en el área de las matemáticas como de otras asignaturas, así como su representación gráfica y algebraica. **Subindicador del MTSK: P-**MK-KSM1. **Subindicador encontrado:** Conoce que la derivada se conecta con otros tópicos anteriores como funciones, factorización, máximo y mínimo, además de asociaciones con temas de otras áreas como la física.

Subindicador del MTSK: P-PCK-KMLS1.

Subindicador encontrado: Conoce que la derivada tiene un nivel conceptual, se estructura de acuerdo a los criterios de la primera derivada, puntos de inflexión, aplicaciones de la derivadas, derivadas sucesivas y predicción de comportamiento de acuerdo al programa de estudios.

Subindicador del MTSK: P-PCK-KMLS2.

Subindicador encontrado: Conoce que la expectativa de la derivada va desde los criterios de la derivada hasta sus diversas aplicaciones de diversas disciplinas.

Evidencia: Los docentes A y B estructuran su planeación de acuerdo a los requerimientos que le pide su programa de estudios vigente para sus clases. Se puede observar que la derivada mantiene vinculación con tópicos propio de la asignatura, y diversas representaciones como la algebraica y gráfica, además se nota que no solo se estudia la derivada de forma mecanizada, también buscando aplicaciones de ésta dentro de la misma materia como de otras áreas, para tener una mejor comprensión del tema.

INTENCIONES FORMATIVAS	
PROPOSITO DE LA ASIGNATURA: Que el estudiante aprenda a identificar, utilizar y comprender los sistemas de representación del cambio continuo y su discretización numérica con fines predictivos, además el logro de los aprendizajes Clave.	
EJE :	Pensamiento y lenguaje variacional
Componente:	Cambio y Predicción: Elementos del Calculo
CONTENIDO CENTRAL	**CONTENIDO(S) ESPECÍFICOS**
• Graficación de funciones por diversos métodos. • Introducción a las funciones continuas y a la derivada como una función. • Criterios de optimización: Criterios de localización para máximos y mínimos de funciones. ▪ Nociones básicas de derivación de orden uno y orden dos (primera y segunda derivada). ▪ Optimización y graficación de funciones elementales (algebraicas y trascendentes).	• Determinar el máximo o el mínimo de una función mediante los criterios de la derivada ¿Dónde se crece más rápido? • Encontrar los puntos de inflexión de una curva mediante el criterio de la segunda derivada. ¿Cómo se ve la gráfica en un punto de inflexión? ¿Podrías recortar el papel siguiente esa gráfica?, ¿qué observas? ▪ Reconocer las propiedades físicas como posición, velocidad aceleracióny su correspondencia con la función, la derivada primera y la segunda derivada de una función. Interpretación física de los puntos singulares. ▪ Calcular derivadas sucesivas funciones polinomiales trigonométricas mediante algoritmos, no mayor a la tercera derivada. ¿Existen caminos directos para derivar?, ¿qué métodos conocemos? ▪ Predice el comportamiento en el crecimiento de un proceso de cambio en el dominio continuo (variables reales) y en el dominio discreto (variables enteras).
APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S):	
• Localiza los máximos, mínimos, las inflexiones de una gráfica para funciones polinomiales y trigonométricas. ▪ Calcula y resuelve operaciones gráficas con funciones para analizar el comportamiento local de una función (los ceros de f, f' y f''). En algunos casos, se podrán estudiar los cambios de f '' mediante la tercera derivada.	

Evento de término: Se contempla los aprendizajes esperados de la temática, en los cuales se pueden observar que hacen mención aplicaciones de la derivada, tanto de forma algebraica como gráfica.

Nota. Para ver toda en el análisis de la planeación y clases del profesor A y B acceder al siguiente link:
https://drive.google.com/file/d/1hrpN4lzI4f18t_dRKZz_Gd9aDF7uk8nf/view?usp=drive_link

Anexo 6. Transcripción de la entrevista del profesor A y B sobre el CEAM

Entrevista al Profesor A

1. **Entrevistador:** Buenos días el objetivo de esta entrevista es para recabar información sobre su práctica docente que ha tenido a lo largo de su experiencia, está enfocado a todo lo usted conoce desde su formación inicial hasta su experiencia docente que ha tenido en esta institución educativa o en todas las que ha trabajado toda que ha trabajado. No necesariamente un tema particular es en toda su percepción de todo lo que es la matemática
2. **Entrevistador**: primero cuántos años tienes de experiencia docente
3. **Profesor A**: voy para 39 años 39 años, aquí en CBTA llevo 26 años, y los otros 13 en secundaria
4. **Entrevistador**: Ah Okay, ¿qué formación tiene?
5. **Profesor A**: pues mi carrera como Soy ingeniero en comunicaciones electrónica y técnico electricista auxiliar de soldadura, en la secundaria técnico electricista ces bates y ingeniero en comunicación electrónica, en la escuela superior de ingeniería mecánica eléctrica unidad profesional cacán, y ya del 95 al 97 hice una maestría en el instituto de ciencias y estudios Superiores de Tamaulipas en maestría en educación en con especialidad en organización de educación superior. Esa es mi formación académica he asistido a muchos cursos, a cursos de verano principalmente cuando estuve en México en las en el instituto federal en la secundaria técnica número 15, y en la secundaria técnica número 31; me mandaban a cursos de capacitación de electrónica, cursos de verano de, de matemáticas, técnicas de aprendizaje todo eso y aquí en los CETA, pues a, a cursos de, de manejo de herramientas tecnológicas para el aprendizaje, eh cursos sobre estrategias de aprendizaje instrumentos de evaluación habilidades docentes, y ahora lo último con lo de la estrategia de formación docente en cuanto a la nueva escuela mexicana o sea he transitado desde el 84, el 6 de octubre del 84 en, en todas estas escuelas secundaria técnica 15, Secundaria Técnica 17. Y CBTA 167, CBTA 306, CBTA 322 y aquí, pues he estado desde el 10 de desde julio del 97 en éste es
6. **Entrevistador**: Okay muy bien
7. **Profesor A**: 26 años, voy 26 años de experiencia en esta escuela, esta escuela
8. **Entrevistador**: muy bien, ¿cuándo estaba en la en la carrera o en la maestría, llevó algunos cursos de cálculo?

Nota. Para ver toda la transcripción de la entrevista acceder al siguiente link:
https://drive.google.com/file/d/1hrpN4lzI4f18t_dRKZz_Gd9aDF7uk8nf/view?usp=drive_link

Anexo 7. Análisis del CEAM del profesor A y B en las planeaciones y clases

Análisis del CEAM en la planeación del profesor A y B

<table>
<tr><th>Episodio clase y objetivo general</th><th>Subepisodio clase y objetivo particular</th><th>Evidencia</th><th>Descripción y relación con el CEAM</th></tr>
<tr>
<td>[Planeación1]
Planear las actividades de la derivada</td>
<td>[Planeación 1.1]
Planear los contenidos y competencias vigentes del programa de estudios 2017</td>
<td>INTENCIONES FORMATIVAS
PROPOSITO DE LA ASIGNATURA: Que el estudiante aprenda a identificar, utilizar y comprender los sistemas de representación del cambio continuo y su discretización numérica con fines predictivos, además el logro de los aprendizajes Clave.
EJE : Pensamiento y lenguaje variacional
Componente: Cambio y Predicción: Elementos del Calculo
CONTENIDO CENTRAL
• Graficación de funciones por diversos métodos.
• Introducción a las funciones continuas y a la derivada como una función.
• Criterios de optimización: Criterios de localización para máximos y mínimos de funciones.
▪ Nociones básicas de derivación de orden uno y orden dos (primera y segunda derivada).
▪ Optimización y graficación de funciones elementales (algebraicas y trascendentes).
CONTENIDO(S) ESPECIFICOS
• Determinar el máximo o el mínimo de una función mediante los criterios de la derivada ¿Dónde se crece más rápido?
• Encontrar los puntos de inflexión de una curva mediante el criterio de la segunda derivada. ¿Cómo se ve la gráfica en un punto de inflexión? ¿Podrías recortar el papel siguiente esa gráfica?, ¿qué observas?
▪ Reconocer las propiedades físicas como posición, velocidad aceleración y su correspondencia con la función, la derivada primera y la segunda derivada de una función. Interpretación física de los puntos singulares.
▪ Calcular derivadas sucesivas funciones polinomiales trigonométricas mediante algoritmos, no mayor a la tercera derivada. ¿Existen caminos directos para derivar?, ¿qué métodos conocemos?

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S):
• Localiza los máximos, mínimos, las inflexiones de una gráfica para funciones polinomiales y trigonométricas.
▪ Calcula y resuelve operaciones gráficas con funciones para analizar el comportamiento local de una función (los ceros de f, f' y f''). En algunos casos, se podrán estudiar los cambios de f '' mediante la tercera derivada.
COMPETENCIAS GENERICAS Y ATRIBUTOS
1.- Se conoce y Valora así mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.
1.1 Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consciente de sus valores, fortalezas y debilidades.
5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos
5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
COMPETENCIAS DISCIPLINARES
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.
HABILIDADES SOCIOEMOCIONALES
Lección 11. Ayudando ando (Colaboración)
TÉCNICA DE ENSEÑANZA
Solución de problemas mediante el uso del conocimiento social de acuerdo al entorno de la institución.</td>
<td>De acuerdo a la planeación del docente, este primer apartado se observa que pretende enseñar a la derivada en problemas reales de acuerdo a las necesidades de los estudiantes en su entorno (E10). En los contenidos específicos y centrales se puede reflexionar que el docente tiene una organización de lo general a lo particular, esta organización está influenciada por los programas de estudios (TE6). También se interesa la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas (I9).

E10: La matemática inmersa en la problemática real es el único referente de los conocimientos a movilizar en el aula. (Se trata de la matemática del entorno sociocultural, que no se circunscribe</td>
</tr>
</table>

			en principio a los números y sus operaciones (tiene cabida, por ejemplo, la geometría del entorno o la organización de la información). TE6: Se persiguen objetivos terminales y funcionales, poniéndose más énfasis en objetivos procedimentales locales (De los contenidos procedimentales de la matemática de Primaria se consideran los específicos de tópicos concretos (como por ejemplo la suma de fracciones) más que los procedimientos generales como heurísticos o establecer conjeturas). I9: Interesan tanto la adquisición de conceptos, como el desarrollo de procedimientos y el fomento de actitudes positivas hacia las propias materias, el trabajo escolar en general y como ciudadano, siendo las materias y el trabajo escolar los que determinan el peso específico de cada una de las componentes citadas

Nota. Para ver todo el análisis del CEAM del profesor A y B acceder al siguiente link:
https://drive.google.com/file/d/1hrpN4lzI4f18t_dRKZz_Gd9aDF7uk8nf/view?usp=drive_link