

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS
“FRANCISCO GARCÍA SALINAS”



**UNIDAD ACADÉMICA DE
MATEMÁTICAS**



**UNIDAD DIDÁCTICA PARA EL TEMA DE
FUNCIÓN EN EL NIVEL SECUNDARIA: UNA
PROPUESTA DESDE EL ANÁLISIS DIDÁCTICO**

Informe de Práctica de Desarrollo Profesional
para obtener el grado de
Maestro en Matemática Educativa
con Orientación en el Nivel Secundaria

Presenta:

José Brigadier Córdoba Mambuscay

Directora:

Dra. Judith Alejandra Hernández Sánchez

Codirector:

Dr. Eduardo Briceño Solís

Zacatecas, Zac.,

junio, 2023



A QUIEN CORRESPONDA:

Por medio de la presente se hace constar que el trabajo de grado que lleva por nombre **“UNIDAD DIDÁCTICA PARA EL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN EL NIVEL SECUNDARIA: UNA PROPUESTA DESDE EL ANÁLISIS DIDÁCTICO”** y que fue realizado bajo nuestra asesoría por el C. José Brigadier Córdoba Mambuscay de la Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria; ha atendido las sugerencias y recomendaciones establecidas en el proceso de revisión por parte del comité evaluador, **por lo que se encuentra listo para su presentación y defensa**. Lo anterior en los términos de la legislación vigente, correspondiente a la Universidad Autónoma de Zacatecas y aquella establecida en la Maestría.

Atentamente,

Zacatecas, Zac., a 20 de junio del 2023

Judith A. Hdz. S.
Dra. Judith A. Hernández Sánchez

Directora de tesis

Eduardo Carlos Briceño Solís
Dr. Eduardo Carlos Briceño Solís

Director de tesis

CARTA DE RESPONSABILIDAD Y CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de Zacatecas, Zacatecas, el día 20 del mes de junio del año 2023, el que suscribe Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas José Brigadier Córdoba Mambuscay del Programa de Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria, con número de matrícula 42106976; manifiesta que es la autor intelectual del trabajo de grado intitulado “Unidad didáctica para el tema de función en el nivel secundaria: una propuesta desde el Análisis Didáctico” bajo la dirección de la Dra. Judith Alejandra Hernández Sánchez y el Dr. Eduardo Briceño Solís.

Por tal motivo asume la responsabilidad sobre su contenido y el debido uso de referencias, acreditando la originalidad del mismo. Así mismo cede los derechos del trabajo anteriormente mencionado a la Universidad Autónoma de Zacatecas para su difusión con fines académicos y de investigación.



José Brigadier Córdoba Mambuscay

Resumen

La enseñanza de un contenido escolar demanda en el profesor conocimientos para poder planear, organizar y evaluar sus clases, sin embargo, en su práctica se presentan ausencia de enfoques teóricos y metodológicos sustentados en la Matemática Educativa que guíen su enseñanza. Existen dificultades asociadas a la metodología que emplea el profesor dentro de su aula, lo que puede deberse a su formación inicial que no le permite adquirir las habilidades necesarias para desarrollar su práctica. Entre las dificultades asociadas al aprendizaje del tema de función se encuentra; el poder definir de manera correcta el tema de función, enunciar situaciones funcionales, el paso entre registros y el uso de representaciones y análisis e interpretación de gráficas. Estas dificultades en la enseñanza y aprendizaje de funciones siguen siendo objeto de investigación, lo cual ha llevado a la realización de diferentes propuestas y secuencias didácticas.

De esta manera, el objetivo del presente informe es diseñar, ejecutar y evaluar una unidad didáctica para el tema de función en el nivel secundaria utilizando el Análisis Didáctico como herramienta teórica y metodológica. El Análisis Didáctico se conforma de cuatro organizadores: análisis de contenido, cognitivo, de instrucción y de evaluación. Cada uno de ellos establece constructos teóricos que sustentan la planeación, ejecución y evaluación de un contenido matemático escolar por parte de los profesores. El método para la aplicación del análisis didáctico es el ciclo del análisis didáctico, este presenta seis fases que describen los procedimientos y herramientas metodológicas que el profesor debe poner en juego para realizar una unidad didáctica.

En este informe se reportan los resultados de la aplicación del ciclo del análisis didáctico y los cuatro organizadores del análisis didáctico para el tema de funciones para el nivel secundaria. Lo anterior, en el contexto de una escuela colombiana y como parte de una práctica de desarrollo profesional. Los resultados de esta experiencia permitieron la comprensión de conceptos y principios de la Matemática Educativa, así como establecer una conexión entre la teoría y la práctica. La unidad didáctica favoreció el reconocimiento de situaciones cercanas que expresan una relación funcional entre variables y permitió al profesor un mayor dominio sobre la enseñanza del contenido escolar. Los cuatro organizadores del currículo brindan al profesor herramientas para la planeación de un contenido escolar.

Palabras claves: Unidad didáctica, enseñanza, aprendizaje, conocimientos, análisis didáctico.

Abstract

The teaching of a school content demands in the teacher knowledge to be able to plan, organize and evaluate their classes, however, in their practice there is an absence of theoretical and methodological approaches supported by Educational Mathematics that guide their teaching. There are difficulties associated with the methodology used by the teacher in his classroom, which may be due to his initial training that does not allow him to acquire the necessary skills to develop his practice. Among the difficulties associated with learning the subject of function is; being able to correctly define the topic of function, enunciate functional situations, the passage between registers and the use of representations and analysis and interpretation of graphs. These difficulties in teaching and learning functions continue to be the subject of research, which has led to the realization of different proposals and didactic sequences.

In this way, the objective of this report is to design, execute and evaluate a didactic unit for the subject of function at the secondary level using Didactic Analysis as a theoretical and methodological tool. The Didactic Analysis is made up of four organizers: content, cognitive, instructional and evaluation analysis. Each one of them establishes theoretical constructs that support the planning, execution and evaluation of a school mathematical content by teachers. The method for the application of the didactic analysis is the didactic analysis cycle, this presents six phases that describe the procedures and methodological tools that the teacher must put into play to carry out a didactic unit.

This report reports the results of the application of the didactic analysis cycle and the four organizers of the didactic analysis for the theme of functions for the secondary level. The above, in the context of a Colombian school and as part of a professional development practice. The results of this experience allowed the understanding of concepts and principles of Educational Mathematics, as well as establishing a connection between theory and practice. The didactic unit favored the recognition of close situations that express a functional relationship between variables and allowed the teacher greater mastery over the teaching of school content. The four curriculum organizers provide the teacher with tools for planning school content.

Keywords: Didactic unit, teaching, learning, knowledge, didactic analysis.

Tabla de contenido

Resumen	4
Introducción.....	10
Capítulo 1. Problema de Desarrollo Profesional	13
1.1. Motivación	13
1.2. Antecedentes	13
1.2.1 Dificultades en la enseñanza de la función.....	14
1.2.2 Dificultades y errores en el proceso de aprendizaje de la función	17
1.2.3 Propuestas de secuencias didácticas en torno al tema de función	19
1.3. Reflexión.....	21
1.4. Planteamiento del problema.....	22
1.4.1 Problemática	22
1.4.2 Problema.....	23
1.4.3 Pregunta de desarrollo profesional	23
1.4.4 Objetivo general	23
1.4.5 Objetivos particulares	23
1.5. Justificación	24
Capítulo 2. Marco Teórico y Metodológico	25
2.1 Ciclo del análisis didáctico (método).....	26
2.2 Análisis de contenido	28
2.2.1 Sistemas de representación.....	28
2.2.2 Estructura Conceptual	29
2.2.3 Fenomenología.....	29
2.3 Análisis cognitivo	29
2.3.1 Las expectativas sobre el aprendizaje	30
2.3.2 Limitaciones de aprendizaje.....	30
2.3.3 Las demandas cognitivas.....	30
2.4 Análisis de instrucción.....	30
2.5 Análisis de evaluación	32
Capítulo 3. Ciclo del Análisis Didáctico para el tema de función.....	33
3.1 Fase 1: Diseño curricular global	33
3.1.1 Desarrollo curricular.....	33
3.1.2 Lineamientos y Estándares	33
3.1.3 Contexto	34
3.2 Fase 2: Análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de evaluación.	36

3.2.1	Análisis de contenido del tema de función.....	36
3.2.1.1	Historia de la función.....	36
3.2.1.2	Estructura conceptual del tema de función	41
3.2.1.3	Sistemas de representación	42
3.2.1.4	Fenomenología.....	44
3.2.2	Análisis cognitivo del tema de función	45
3.2.2.1	Expectativas de aprendizaje para el tema de función	45
3.2.2.2	Limitaciones de aprendizaje para el tema de función.....	47
3.2.2.3	Demandas cognitivas para el tema de función.....	48
3.2.3	Análisis de instrucción	49
3.2.4	Análisis de evaluación.....	60
3.2.4.1	Análisis de evaluación de la unidad didáctica	60
Capítulo 4.	Conclusiones.....	74
4.1	El análisis de contenido en mi desarrollo profesional	74
4.2	El análisis cognitivo en mi desarrollo profesional.....	77
4.3	El análisis de instrucción en mi desarrollo profesional	79
4.4	El análisis de evaluación en mi desarrollo profesional.....	81
4.5	El análisis didáctico y su ciclo en mi desarrollo profesional	82
Capítulo 5.	Reflexiones generales	84
Referencias	86

Índice de figuras

Figura 1 Adaptado del Análisis Didáctico (Gómez, 2007)	25
Figura 2 Ciclo del Análisis Didáctico (Gómez, 2007)	27
Figura 3 Elementos de una tarea (Gómez, Mora y Velasco, 2018, p. 212).....	31
Figura 4 Plan operativo de matemáticas grado 9° Colegio Encuentros	35
Figura 5 Representaciones utilizadas por Oresme (Ugalde, 2013, p. 10)	37
Figura 6 Figura 6 Tomado de Sastre, Rey y Boubée, (2008, p. 154)	39
Figura 7 Ejemplo sistema de representación gráfico digital	44
Figura 8 Mapa Conceptual para el tema de función – elaboración propia	45
Figura 9 Expectativas de aprendizaje para el tema de función – plan operativo del Colegio Encuentros	46
Figura 10 Objetivo de aprendizaje de la unidad didáctica.....	47
Figura 11 Respuesta de E3 a la pregunta 1 de la situación 1	61
Figura 12 Respuesta de E10 a la pregunta 2 de la situación 1.....	61
Figura 13 Respuesta de E8 a la pregunta 6 de la situación 1	62
Figura 14 Respuesta de E8 a la pregunta 7 de la situación 1	63
Figura 15 Respuesta de E7 a la pregunta 6 de la situación 1 ligada a la demanda cognitiva D3	65
Figura 16 Respuesta de grupo 2 a la pregunta 1 de la situación 2.....	67
Figura 17 Respuesta de grupo 1 a la pregunta 6 de la situación 2.....	67
Figura 18 Respuesta de grupo 5 a la pregunta 7 de la situación 2.....	68
Figura 19 Respuesta de grupo 3 a la pregunta 7 de la situación 2.....	68
Figura 20 Respuesta de grupo 5 a la pregunta 10 de la situación 2.....	69
Figura 21 Respuesta de grupo 3 a la pregunta 11 de la situación 2.....	69
Figura 22 Respuestas de los estudiantes tarea de cierre de la unidad didáctica	72
Figura 23 Implementación de unidad didáctica.....	73

Índice de tablas

Tabla 1 Ejemplo sistema de representación tabular	43
Tabla 2 Demandas cognitivas y su relación con los procesos generales.....	49
Tabla 3 Diseño de instrucción	51
Tabla 4 Registro de las demandas cognitivas que se promovieron en la situación 1	64
Tabla 5 Registro de las demandas cognitivas que se promovieron en la situación 2	70

Introducción

La enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos son aspectos de estudio para investigadores y profesores. La búsqueda y el interés por comprender estos procesos han llevado al desarrollo de diferentes propuestas de intervención que, a partir de los resultados, proponen acciones que pueden ser utilizadas en la práctica. Por otra parte, en la organización y planificación de un contenido escolar los profesores presentan limitaciones en la integración de herramientas teóricas y metodológicas (Pino et al., 2019; Ribeiro y da Ponte, 2019 y Trevisan et al., 2020) lo que puede generar dificultades en los aprendizajes que se esperan alcanzar con determinados contenidos como, por ejemplo, el tema de función. Este concepto matemático es uno de los temas escolares que presenta dificultad en su enseñanza y aprendizaje, esto puede deberse a la complejidad misma del concepto o a la forma en que se presenta en el aula (Cuevas y Delgado, 2016; Pino et al., 2019; Manrique et al., 2017 y Soto et al., 2019).

Las dificultades en la enseñanza y aprendizaje del tema de funciones, aún continúa siendo investigado, esto se evidencia en las diferentes propuestas y secuencias didácticas que se han presentado y que sugieren el uso de tecnología, el trabajo con situaciones de modelación y tareas que promuevan el tránsito entre los diferentes registros de representación (Russo et al., 2017, Pezoa y Morales, 2016 y Díaz 2021). Estas propuestas buscan proporcionar fundamentos teóricos y herramientas prácticas a los profesores, con el objetivo de mejorar sus prácticas docentes y reducir las dificultades asociadas al aprendizaje de este tema en el ámbito escolar.

De acuerdo con ello, el presente informe de desarrollo profesional tiene como finalidad el diseño de una unidad didáctica para el tema de función sustentado en el análisis didáctico y en la necesidad de obtener conocimientos y habilidades que permitan fortalecer mi práctica al diseñar, implementar y evaluar una clase.

Desde mi práctica he evidenciado algunas dificultades en torno a la enseñanza y aprendizaje del tema de función. Dificultades que también se reportan desde la literatura (Alpízar et al. 2018, González, 2015; Hernández et al. 2016; Soto et al., 2019) y que indican que en la enseñanza y aprendizaje del tema de función se presenta una falta de capacidad en poder definir de manera correcta el concepto de función, reconocer la variable, enunciar fenómenos o situaciones que involucren una relación funcional entre variables, dificultad en el paso de unos registros a otros, utilizar diferentes representaciones de funciones y analizar e interpretar el comportamiento de la gráfica de una función.

De lo anterior, el interés por fortalecer los conocimientos asociados a la enseñanza de un contenido, mediante sustentos teóricos y metodológicos que permitan orientar mi práctica en el aula. Así se da respuesta a mi pregunta de desarrollo profesional ¿Cuáles son los resultados en mi práctica docente al implementar el ciclo del análisis didáctico como herramienta metodológica para la enseñanza aprendizaje del tema de función?

Para dar respuesta a la pregunta y alcanzar el objetivo general del presente informe se utilizó el Análisis Didáctico como enfoque teórico y que se compone de cuatro organizadores del currículo: análisis de contenido, cognitivo, de instrucción y de evaluación. Tiene como finalidad fundamental, dirigir y sistematizar la planificación y puesta en práctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático escolar (Rico, 2013). En otras palabras, es un sustento teórico por medio del cual el profesor puede profundizar, explorar y trabajar con diferentes significados de un contenido escolar con el objetivo de diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje (Gómez, 2007). Proceso que le permite al profesor reflexionar y construir conocimiento a partir de su propia práctica.

El ciclo del análisis didáctico como método para el diseño, ejecución y evaluación de la unidad didáctica, se compone de seis fases dentro de las cuales se encuentran los cuatro organizadores del currículo. El ciclo del análisis didáctico describe los procedimientos y las herramientas conceptuales y metodológicas que el profesor debe usar para efectos de diseñar, ejecutar y evaluar una unidad didáctica para un contenido escolar. La fase 1 presenta el diseño curricular global del contenido escolar a enseñar, en la fase 2 se realiza el análisis de contenido, el análisis cognitivo y al de instrucción, la fase 3 surge como resultado de los análisis anteriores y consiste en diseño de las actividades para la enseñanza y aprendizaje del contenido escolar y se conecta con la fase 4 de la puesta en acto de las actividades, en la fase 5 se realiza el análisis de evaluación. Así en la última fase del ciclo se evalúan los resultados y se reflexiona sobre los aprendizajes y ajustes en la planeación.

Dentro de los resultados de esta práctica de desarrollo profesional se puede afirmar que el proceso de diseño, ejecución y evaluación de la unidad didáctica para el tema de función contribuyó al aprendizaje del tema de función y brindó al profesor un mayor dominio sobre la enseñanza del contenido escolar. De igual forma que el uso del ciclo del análisis didáctico permite al profesor adquirir herramientas y procedimientos de la Matemática Educativa para la planeación de un contenido escolar. Por último, el Análisis Didáctico es un procedimiento que permite al profesor dirigir y sistematizar su práctica a nivel local, brindando elementos para la organización del conocimiento y la toma de decisiones referente a su planeación.

A continuación, se describe brevemente el contenido de cada uno de los capítulos que integran este informe de práctica de desarrollo profesional:

En el capítulo 1 se presentan elementos que conforman el planteamiento del problema de desarrollo profesional: la motivación que orienta el desarrollo de mi práctica profesional, antecedentes sobre las dificultades asociadas a la enseñanza y aprendizaje de las funciones y las propuestas que se han realizado, la problemática, el problema, la pregunta, los objetivos y finalmente la justificación.

En el capítulo 2 se encuentra el marco teórico metodológico del Análisis Didáctico, en el cual se presentan los cuatro organizadores de currículo; el análisis de contenido, el análisis cognitivo, el análisis de instrucción y por último el análisis de evaluación. También se encuentra el ciclo del análisis didáctico que incluye los cuatro organizadores del análisis didáctico y las seis fases que lo componen.

En el Capítulo 3 se presenta la fase 1 del ciclo del análisis didáctico, en ella se encuentra el diseño curricular global asociado a los lineamientos y desarrollo curricular asociado al contenido escolar de la función y los objetivos de aprendizaje. También se describe el contexto sobre el cual se desarrolló la práctica de desarrollo profesional y la comprensión de los estudiantes con respecto a los conocimientos previos con los que cuentan dado su grado de escolaridad.

En la fase 2 se encuentra el análisis de contenido; en este análisis se realiza la revisión histórica del tema de función, se determinan los sistemas de representación, la estructura conceptual y la fenomenología del contenido escolar. Luego se encuentra el análisis cognitivo el cual está compuesto por las categorías: expectativas sobre el aprendizaje, limitaciones de aprendizaje y las demandas cognitivas asociadas. Por último, el análisis de instrucción en el cual tomando como base los resultados de los análisis anteriores se organiza la planeación de clase, es decir, la fase 3 relacionado con las situaciones, tareas y estructura por medio de la cual se desarrolló la clase. La siguiente fase es la puesta en práctica de las actividades que da paso al análisis de evaluación, en el cual se analizó los datos de la ejecución de la planeación de clase. Se determinaron las potencialidades de la aplicación como los ajustes a realizar en la planeación y se reflexionó sobre los resultados obtenidos.

En el capítulo 4 se encuentran las conclusiones respecto a todo el proceso realizado entorno al diseño, ejecución y evaluación de la unidad didáctica y su incidencia en mi práctica docente. Por último, el capítulo 5 que presenta las reflexiones sobre la experiencia con el enfoque teórico y metodológico del Análisis Didáctico.

Capítulo 1. Problema de Desarrollo Profesional

En el presente capítulo se muestran los elementos que hacen parte del problema de desarrollo profesional: la motivación que expone la intención del informe de desarrollo profesional, los antecedentes organizados por categorías de acuerdo con lo encontrado en la literatura revisada, la problemática, el problema, la pregunta de investigación, los objetivos y por último la justificación.

1.1. Motivación

En mi experiencia docente he intentado llevar a mi práctica todos los conocimientos adquiridos dentro de mi formación, de tal manera que mis clases integren mis saberes y la enseñanza que deseo generar en mis estudiantes. Sin embargo, he identificado que existen contenidos que pueden demandar un tratamiento adicional debido a su complejidad o las dificultades que se pueden presentar en su enseñanza. Por lo cual, me he sentido sin elementos o herramientas sobre las cuales apoyarme para proponer acciones diferentes que me permitan generar cambios en la forma como planeo y organizo mis clases.

En mi práctica docente al enseñar el tema de funciones trigonométricas he identificado que los estudiantes llegan sin una comprensión clara del tema de función, al punto de no poder identificar, argumentar o explicar elementos sobre este contenido. El tema de función dentro de la estructura curricular colombiana se aborda en el grado 9° (14- 15 años), así, al llegar a grado 10° (15 -16 años) se espera que se tenga comprensión del tema de función, sin embargo, la realidad resulta ser diferente.

Desde mi planeación he tratado de abordar elementos que permita a mis estudiantes afianzar la comprensión del tema de función; esto me ha permitido identificar lo complejo de su enseñanza y la necesidad de adquirir conocimientos que me ayuden a brindar una mejor instrucción. Por esto, considero de gran importancia profundizar y adquirir herramientas para la planeación, ejecución y evaluación de mis clases, no sólo desde lo teórico sino también desde lo práctico.

Por estos motivos, en este trabajo se pretende diseñar, implementar y evaluar una unidad didáctica para la enseñanza del tema de función, para de esta forma adquirir elementos que contribuyan a fortalecer mi práctica en la enseñanza de un contenido escolar.

1.2. Antecedentes

A fin de conocer estrategias, herramientas, metodologías y dificultades en la enseñanza de un contenido matemático, se realizó una revisión de antecedentes que brindaron un panorama acerca de las dificultades asociadas a la enseñanza y aprendizaje de la función, además de propuestas de enseñanza planteados por diferentes investigadores. La búsqueda de literatura se realizó por medios virtuales, en ésta se usaron bases de datos y revistas como Google Académico, Redalyc y Dialnet. Las palabras clave empleadas para la búsqueda fueron:

enseñanza, dificultades, secuencias didácticas, aprendizaje, unidad didáctica, secuencia, conocimiento, funciones, desarrollo profesional.

A partir de las lecturas realizadas, a continuación, se presentan tres tópicos sobre los cuales se organizó la información obtenida en las diferentes investigaciones, el primero relacionado con las dificultades en la enseñanza de la función, el segundo las dificultades en el proceso de aprendizaje del tema de función y por último se presentan las propuestas de secuencias didácticas en torno al tema de función.

1.2.1 Dificultades en la enseñanza de la función

La enseñanza y aprendizaje de un contenido escolar son aspectos por considerar, ya que para llevar a cabo estos procesos el profesor debe realizar una planeación orientada hacia unos aprendizajes esperados, por lo que debe contar con conocimientos y estrategias metodológicas sobre las cuales pueda sustentar su práctica.

Manrique et al. (2017) realizaron una investigación de tipo documental centrado en el tema de función, visto desde las dificultades de enseñanza y de aprendizaje. Evidenciaron que los elementos que generan dificultad en la enseñanza pueden estar asociados a la complejidad del concepto mismo, así como también a la metodología que implementa el profesor desde su práctica. Así, la metodología puede ser generadora de una falta de comprensión del tema de función donde su presentación al estudiante y articulación desde diferentes tipos de representación es escasa.

De acuerdo con lo anterior, la metodología que utiliza el profesor es un elemento importante dentro de la enseñanza de un contenido, por ejemplo, para la enseñanza del tema de función Manrique et al. (2017) indican que “los docentes definen el concepto de función solo como un proceso algebraico, preparando al estudiante para resolver cierto ejercicio sin ningún tipo de análisis” (p. 4) siendo necesario ahondar en diferentes metodologías a fin de fortalecer las herramientas y estrategias que pueden ser de apoyo para la enseñanza, de modo que se pueda adquirir conocimientos en la mejora de la práctica.

Hernández et al. (2016) evaluaron la capacidad de los estudiantes en comprender y articular los diversos registros de representación semiótica en torno a la noción de función. La evaluación fue realizada por medio de ejercicios prácticos relacionados con la identificación gráfica y conceptual de funciones. Los resultados arrojaron una escasa comprensión en el trabajo con distintas representaciones, además, proponen que se reflexione sobre ello en la educación. Por tanto, sugieren que el profesor debe proponer variedad de conductas y de esquemas para hacer comprender al estudiante conceptos complejos como el de la función.

Para Hernández et al. “los docentes ofrecen a sus estudiantes herramientas mecánicas para realizar algunos procesos” (2016, p. 3), sin embargo, este tipo de metodologías enfocadas en lo procedimental donde los estudiantes replican un algoritmo para dar solución

a un ejercicio, no deben ser los únicos indicadores para determinar si un estudiante ha logrado la apropiación y comprensión de un objeto matemático. También es necesario contemplar la exigencia o dificultades que están asociadas a un concepto cuando el estudiante se enfrenta a un aprendizaje. Así, la metodología empleada por el profesor, enmarcada en procedimientos que buscan replicar ejercicios bajo un algoritmo, no se deben convertir en la única forma enseñanza.

García (2017) considerando los bajos desempeños reportados por sus estudiantes, diseñó e implementó un conjunto de secuencias didácticas con situaciones problema adaptadas al contexto de los estudiantes. Las actividades estaban enfocadas a la construcción del tema de función a partir de sus representaciones: verbal, tabular, gráfica y algebraica. Concluye que el trabajo con secuencias didácticas favorece el desarrollo del tema de función de forma dinámica y resalta la importancia de la interacción entre estudiantes y profesor en el proceso. Además, menciona que las situaciones problema contextualizadas para este concepto favorecen la comprensión en el estudiante y reconoce la importancia de conocer los presaberes de los estudiantes.

En el diseño e implementación de una secuencia didáctica el profesor debe contar con conocimientos que le permitan integrar actividades acordes a las necesidades de sus estudiantes. La aplicación de este tipo de metodología puede favorecer el aprendizaje, por lo que el profesor debe contar con saberes que le permitan justificar y sustentar la planeación en su clase.

Pino et al. (2019) analizaron la representatividad de los significados pretendidos por el currículo y libros de texto de matemáticas en Chile sobre la noción de función. Encontraron que los significados pretendidos no son representativos del significado holístico de referencia (que sean representativos del verdadero significado de la función); esto se debe a que las tareas propuestas aluden a aspectos procedimentales o algorítmicos que no propician aprendizajes significativos. Las actividades propuestas en libros de texto deben ser analizadas por el profesor para identificar los aprendizajes que se pueden promover desde su implementación. El profesor debe contar con conocimientos que le permitan adaptar o generar actividades adicionales en su práctica de modo que pueda salir de la estructura que pueda presentar un texto guía.

De acuerdo con Pino et al. “la noción de función es muy importante, debido a su naturaleza unificadora y modelizadora” (2019, p. 2), al tiempo que lo mencionan como un concepto que tiene complejidad alta y esto se debe a los diferentes registros representativos que se pueden producir y que exigen niveles de abstracción en los estudiantes. Sin embargo, la forma tradicional de enseñanza del tema de función sólo como un proceso algebraico o trazado de una gráfica a partir de una expresión algebraica, tiene como consecuencia que el estudiante resuelva ejercicios sin favorecer ningún tipo de análisis. Es decir, este tipo de metodología de enseñanza propicia la falta de comprensión e interpretación del tema de

función, lo que puede llevar a dificultades evidenciables cuando llegan a la universidad (Uribe, 2019).

Ribeiro y da Ponte (2019) exploraron el potencial de las oportunidades de aprendizaje brindadas a los profesores de matemáticas con relación a su conocimiento matemático y didáctico del tema de función. Concluyeron que el conocimiento matemático presenta una brecha con respecto al uso de diferentes representaciones de conceptos matemáticos. Con respecto al conocimiento didáctico, se evidenció un vacío en el conocimiento de los profesores en cuanto a las posibles dificultades que los estudiantes pueden presentar al resolver tareas matemáticas similares.

De acuerdo con Ribeiro y da Ponte (2019) los profesores deben contar con unos conocimientos tanto de corte didáctico como de contenido a fin de poder propiciar el aprendizaje de un contenido escolar. Sin embargo, la formación del profesor presenta limitaciones en el dominio e integración de estos conocimientos lo que puede repercutir en la enseñanza. De esta forma, realizar propuestas de enseñanza desde la Matemática Educativa que contribuya a que el profesor obtenga sustentos a partir de los cuales se pueda apoyar para adoptar o adaptar herramientas que le permitan fortalecer su práctica.

Gallo et al. (2018) se interesaron por analizar los efectos de la aplicación de una secuencia didáctica para el aprendizaje del tema de función bajo la teoría de las representaciones semióticas a profesores en formación. En los resultados evidenciaron que un alto porcentaje de los profesores en formación presentan inconvenientes en el reconocimiento de los elementos de una función y en la comprensión e interpretación en la resolución de un problema. Siendo importante que los recursos didácticos implementados para el aprendizaje contribuyan a una apropiación adecuada de los conceptos. Los profesores en formación presentan dificultades en la comprensión e interpretación del tema de función, lo que de fondo puede estar asociado a la misma enseñanza que recibieron y que no propició o logró desarrollar estos aprendizajes.

Trevisan et al. (2020) en su investigación sobre el conocimiento profesional de los profesores, se interesaron por identificar las oportunidades de aprendizaje experimentada por dos profesores, en un contexto de aprendizaje basado en la práctica, en relación con el conocimiento matemático y didáctico para la enseñanza de la función; cada profesor elegía el plan de clase con el que más se identificaba y que consideraba más adecuado para su clase. Desde la perspectiva de la indagación se analizó la práctica de los dos profesores en torno a la planificación, representación y reflexión sobre la lección de matemáticas en la escuela secundaria. Los resultados indican que los conocimientos de los profesores y su experiencia son aspectos que les permiten reconocer el potencial de una lección de clase.

En la enseñanza en los diferentes niveles educativos, el profesor desempeña un rol fundamental en cuanto al aprendizaje de los estudiantes, sin embargo, de acuerdo con Trevisan et al. “los enfoques de su propia educación inicial y continua a menudo no ayudan

a los maestros a desarrollar el conocimiento necesario para la práctica” (2020, p. 1), a pesar de contar con unos conocimientos, éstos suelen ser de poca ayuda con la realidad que acontece dentro del aula, por lo que las experiencias de la práctica son fuente para comprender y adquirir conocimientos a favor de tener mayores herramientas para la enseñanza de un contenido.

Los conocimientos obtenidos desde la práctica pueden contribuir a identificar las necesidades y dificultades que pueden estar asociados a la enseñanza de un concepto. Los profesores cuando asumimos nuestra práctica en el aula no siempre contamos con herramientas teóricas y metodológicas que nos permitan la integración, orientación y diseño de una clase que favorezca de forma adecuada el aprendizaje de un contenido escolar; por lo que se puede caer en metodologías de enseñanza sobre las cuales nosotros hemos aprendido y en el caso de la función puede suceder que su enseñanza se aborde desde una metodología centrada en lo procedimental.

1.2.2 Dificultades y errores en el proceso de aprendizaje de la función

A continuación, se describen referentes que exponen algunas de las dificultades presentes en los estudiantes en el proceso de aprendizaje del tema de función, las cuales pueden deber a la complejidad del objeto matemático o a las actividades propuestas para su aprendizaje.

González (2015) realizó una lectura de diversas investigaciones a fin de identificar las dificultades en el aprendizaje de las funciones a lo largo de su estudio durante la Educación Secundaria. A partir de la revisión clasificó las siguientes dificultades:

- Falta de entendimiento de los conceptos asociados al de función
- Dificultad en el paso de unos registros a otros y la correcta relación entre ellos
- Problemas con los cambios y equivalencia de notaciones
- Diferenciación entre la variable dependiente y la variable independiente y
- Conflicto en la representación de gráficas que son funciones.

De esta forma, identificar las dificultades que se presentan en el aprendizaje de la función puede servir de base para el diseño de tareas que le permitan al estudiante superar las diferentes dificultades.

González-García et al. (2018) realizaron un estudio exploratorio con el objetivo de analizar los errores que cometen los estudiantes al estudiar el concepto de derivada de una función. Los autores reportan que las dificultades encontradas son causadas por un aprendizaje deficiente relacionado con los conocimientos previos de los estudiantes en torno a la función; presentan errores con el manejo del lenguaje algebraico, incapacidad para analizar funciones dadas en forma de tabla o mediante su representación gráfica, el desconocimiento de las funciones elementales y sus características principales. La apropiación adecuada de un contenido escolar como el de la función toma mayor importancia cuando se debe emplear o usar para la comprensión de otro contenido, de allí la necesidad de

favorecer un adecuado aprendizaje que busque la superación de las diferentes dificultades que se pueden presentar.

Cuevas y Delgado (2016) manifiestan la importancia de comprender y estudiar el tema de función, dado que es uno de los primeros temas a tratar en los libros de texto de Análisis Matemático o Cálculo y uno de los conceptos más analizados en la investigación educativa. Al presentar la evolución del concepto, mencionan algunas de las razones por la que los estudiantes pueden tener dificultades en su aprendizaje. Una de ellas hace referencia a la misma complejidad y generalidad del concepto, ya que se puede presentar en muchas facetas y contiene una multiplicidad de representaciones. También mencionan que otra de las dificultades se relaciona con el tipo de registro que utiliza el profesor para visualizar el concepto en el cual emplea un conjunto de signos, sintaxis y semántica con la cual el estudiante no está familiarizado. En la matemática existen conceptos que por su misma naturaleza pueden presentar una mayor dificultad al momento de su aprendizaje, en este sentido es necesario el poder contar con estrategias que puedan favorecer y facilitar su comprensión.

Hernández et al. (2016) al realizar la interpretación teórica de los significados otorgados por los participantes a los elementos de las funciones, encontraron que los estudiantes de nuevo ingreso a la universidad presentan deficiencias en el manejo del tema de función y sus elementos; también que existen dificultades asociadas a las distintas representaciones semióticas, es decir, problemas en el tránsito entre los diversos registros de representación del concepto.

Soto et al. (2019) analizaron la coordinación entre registros de representación semiótica en el aprendizaje de la función lineal. Utilizaron un cuestionario, cuyo objetivo era analizar si identifican una función a partir de diferentes registros de representación y, además, realizar actividades cognitivas de tratamiento y conversión entre dichos registros. De acuerdo con los resultados reportados, los estudiantes presentan: dificultades en las conversiones del registro gráfico al algebraico, del registro tabular al gráfico y en la interpretación de situaciones presentadas en un registro coloquial. La coordinación entre diferentes registros de representación de la función lineal puede ser fortalecida con el uso de diferentes herramientas tecnológicas en la etapa instructiva del estudio de funciones, ya que por medio de ellas es posible trabajar con más de una representación al mismo tiempo. Lo anterior muestra que en el aprendizaje inicial de la función el considerar actividades que involucren sus diferentes registros puede ayudar a que el estudiante reconozca y se apropiando de cada una de sus representaciones.

Las funciones hacen parte de los contenidos que se abordan en la secundaria y que se continúa en los grados posteriores y la universidad. Entre las dificultades que se reportan se encuentran el escaso dominio de los elementos de una función, manejo del lenguaje algebraico, interpretación y tránsito en los diferentes registros de representación, es decir, son aspectos que están y que aún se siguen presentando en el aprendizaje de la función. El

reconocer las dificultades en el tema de funciones permite tener una base para reflexionar y proponer acciones para que en su enseñanza se eviten o contemplen las posibles dificultades que pueden estar a la hora de su abordaje, aspectos que pueden ser necesarios a la hora de pensar en el diseño de actividades que lleven al estudiante al aprendizaje esperado.

1.2.3 Propuestas de secuencias didácticas en torno al tema de función

En este tópico se presentan referentes que proponen secuencias didácticas en torno al tema de función, con el fin de mostrar un panorama sobre las diferentes propuestas empleadas para abordar un mismo contenido.

Uribe (2019) diseñó una propuesta de aula relacionada con el aprendizaje del concepto de función tomando como referente el enfoque de resolución de problemas y la mediación instrumental. Concluye que la incorporación de TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje del tema de función favorece el trabajo con diferentes registros de representación, que el diseño de tareas bajo contextos matemáticos reales o hipotéticos se constituye en dinamizadores y favorecedores del proceso de aprendizaje.

Cuevas et al. (2018) realizan una propuesta para incorporar actividades al inicio del curso de cálculo para reforzar el pensamiento funcional. Para ello emplearon tecnología para simular fenómenos reales y actividades didácticas para desarrollar el pensamiento funcional, donde la variación, dominio, variable y rango fueran evidentes para el estudiante. Los resultados indicaron que el diseño de actividades didácticas con fenómenos reales promueve substancialmente la comprensión del concepto de función real. Además, que es necesario trabajar el tema desde diversos registros, para alcanzar un pensamiento funcional.

Russo et al. (2017) tenían como objetivo introducir el estudio del gráfico de una función polinómica de primer grado, por medio de una secuencia implementada en GeoGebra. Consideran que el software de geometría dinámica brinda mejores posibilidades en cuanto a fluidez representacional en comparación con el trabajo a lápiz, papel y pizarra, lo que permite al estudiante el tránsito entre los distintos registros de representación. Los resultados muestran que la secuencia conlleva a que los estudiantes trabajen con más de un registro de representación. Los autores sugieren tener presente que el tema de función puede ser representado en diferentes registros, y que cada registro y el cambio entre ellos, tiene su dificultad.

Pezoa y Morales (2016) analizaron la construcción del conocimiento matemático que los estudiantes realizan cuando el tema de función es puesto en juego en una situación de modelación; para ello, analizaron los significados y usos que los estudiantes son capaces de construir respecto a las nociones matemáticas que emergen en un proceso de modelación en una situación. Encontraron que la construcción de saberes matemáticos articulados con otros sectores de aprendizaje y con vivencias del estudiante, otorgan un sentido funcional al aprendizaje. Por medio de la situación, los estudiantes lograron establecer conocimientos en torno al tema de función, tales como la dependencia entre las variables, el comportamiento

de las variables con relación a un fenómeno y la representación gráfica como medio para establecer intervalos de dominio.

Díaz (2021) analizó una propuesta didáctica basada en transformaciones semióticas en torno al concepto de función en estudiantes de quinto de secundaria, en el ambiente virtual de GeoGebra. La propuesta consistía en un conjunto de actividades que buscaban llevar al estudiante al tratamiento y conversiones en diferentes registros de representación. Concluyendo que la incorporación de nuevas propuestas didácticas debe tener como base actividades pensadas que permitan articular modelos matemáticos con el mundo real. De igual forma, que la teoría de registros de representación semiótica permite articular y mostrar la importancia de los tratamientos y conversiones de las representaciones y que estas a su vez ayudan a los sujetos a reflexionar sobre las más convenientes al momento de resolver un problema.

Williner (2018) implemento una situación de aprendizaje basada en ideas variacionales y en el uso de diversos sistemas de representación con el objetivo de describir y analizar el aprendizaje; las tareas contemplaban distintas formas de brindar la información (verbal, tabular, algebraica y gráfica), el armado de tablas, la confección de gráficos, la expresión verbal de lo que se iba obteniendo y la manipulación algebraica. Concluyendo que las instancias de debate grupal, la formalización de conceptos y propiedades son fundamentales para aclarar ideas y evitar fijación de errores; además que el presentar las tareas en diferentes registros de representación propicia la comprensión de conceptos teniendo en cuenta que cada uno brinda una característica particular del objeto matemático en estudio.

De acuerdo con Williner (2018), el determinar espacios de socialización entre estudiantes y profesor y las ideas que surgen a partir de las actividades propuestas, contribuyen a que los estudiantes puedan aclarar inquietudes o reafirmar los conocimientos obtenidos a partir de la misma práctica; al tiempo que permite al profesor reconocer el avance en el objetivo de la clase y poder redireccionar hacia el cumplimiento del mismo. Las interacciones en el aula hacen parte de las estrategias que el profesor puede utilizar para conocer de cerca las necesidades de sus estudiantes y los aprendizajes que han alcanzado.

García (2017) diseñó e implementó secuencias didácticas con situaciones problema contextualizadas para cada una de las representaciones de la función y actividades complementarias enfocadas en la construcción del tema de función a partir de su representación verbal, tabular, gráfica y expresión algebraica. Concluyendo que el trabajo con situaciones problema contextualizadas favorecen en el estudiante la comprensión de conceptos; las secuencias didácticas favorecen el desarrollo de un tema de forma dinámica, resaltando la importancia en el proceso de las interacciones entre estudiantes y profesor.

Las diferentes propuestas presentan estrategias que han sido favorables y que aportan a los profesores elementos en los que puedan apoyar su enseñanza; metodologías que

involucren al estudiante, contextos y situaciones cercanas, situaciones mediadas por tecnologías que buscan dinamizar su enseñanza y comprensión. En ellas también se resalta la importancia de presentar el tema de función desde sus diferentes registros de representación indicando que son una forma que ha mostrado favorecer su enseñanza. De igual forma el diseño y puesta en acto de secuencias didácticas muestran la necesidad de desarrollar propuestas de enseñanza que aporten en la mejora de la práctica del profesor. El conocer las diferentes propuestas nos permite identificar tareas o actividades que podrían ser parte de la unidad didáctica para la enseñanza y aprendizaje del tema de función.

1.3. Reflexión

La revisión de antecedentes permitió el análisis de diferentes investigaciones y propuestas que se han implementado en favor de brindar elementos metodológicos y teóricos sobre los que se puede apoyar el profesor para la enseñanza de un contenido, a partir de ello es posible resaltar los siguientes aspectos:

- Algunos autores (Pino et al., 2019; Ribeiro y da Ponte, 2019 y Trevisan et al., 2020) indican que brindar herramientas a los profesores para abordar un contenido matemático que ayude en la enseñanza es una parte importante para mejorar las metodologías implementadas al tiempo de contribuir a ambientes y maneras diferentes para que los estudiantes aprendan matemáticas.
- Varias investigaciones (Cuevas et al., 2018; Díaz, 2021 y Russo et al., 2017) manifiestan la necesidad de abordar e implementar diferentes propuestas de enseñanza como recurso para favorecer la comprensión adecuada de un contenido matemático. De allí la pertinencia de realizar mi unidad didáctica, una propuesta para la enseñanza al tiempo que me brinda elementos para mejorar mi práctica.
- El uso de tecnología y la modelación por medio de situaciones cercanas a los estudiantes se convierten en estrategias que han favorecido el aprendizaje problemas (Uribe, 2019; García, 2017; Díaz, 2021 y Pezoa y Morales, 2016). Aspectos que me orientan hacia la búsqueda de problemas que sean cercanos a los estudiantes y se su adaptación a la tecnología con el contenido de la función.
- La enseñanza y aprendizaje del tema de función es un tema que sigue generando interés en la educación matemática (Cuevas y Delgado, 2016; Pino et al., 2019; Manrique et al., 2017 y Soto et al., 2019).
- Varias investigaciones (Hernández et al., 2016; Uribe, 2019; Russo et al., 2017; Cuevas et al., 2018 y Williner, 2018) determinan que el uso de diferentes representaciones en las cuales se puede presentar un contenido matemático permite un panorama más amplio y mayores oportunidades para que el estudiante aprenda, como es el caso del tema de función. El profesor debe favorecer en sus planeaciones y enseñanza la integración de diferentes registros de representación.

Por lo tanto, en el diseño de mi unidad didáctica se debería considerar el uso de diferentes registros de representación.

Los antecedentes se convierten en una fuente que ayuda a orientar la forma en que se desea abordar un contenido matemático y los aspectos que se deben considerar, también muestran la necesidad de propuestas para la enseñanza y de brindar herramientas al profesor para fortalecer su práctica.

1.4. Planteamiento del problema

1.4.1 Problemática

Los conocimientos de los profesores y su experiencia son aspectos que les permiten reconocer el potencial de una lección de clase (Trevisan et al., 2020); sin embargo, algunos profesores presentan dificultad en integrar estos aspectos a sus clases. De igual manera la formación del profesor presenta limitaciones en el dominio e integración de conocimientos didácticos y de contenido, lo cual puede repercutir en la metodología de enseñanza (Ribeiro y da Ponte, 2019); por lo que los textos guías se vuelven una herramienta a replicar. Gómez (2007) indica que los profesores planean y realizan sus clases con ayuda de su experiencia y de materiales, pero muchos de ellos se basan únicamente en las propuestas de los libros de texto.

La metodología para enseñar un contenido escolar es un aspecto importante dentro la práctica de un profesor. Sin embargo, los profesores presentan dificultades o ausencia de sustentos o referentes teóricos a la hora de planear o evaluar una clase. Lo anterior, se evidencia en algunos casos en una enseñanza enfocada en lo procedimental y la repetición de ejercicios sin promover ningún tipo de análisis. Aspecto que se complejiza cuando se abordan contenidos que de por sí ya presentan un grado de dificultad alto en cuanto a su enseñanza. Con el tema de función se presentan dificultades y esto se debe a los diferentes registros representativos que se pueden producir y a la forma tradicional de enseñanza (Pino et al., 2019).

Las dificultades presentes en la enseñanza y aprendizaje del tema de funciones aún son objeto de estudio, de allí las diferentes propuestas o secuencias que se han realizado, como por ejemplo estudio gráfico de una función por medio de GeoGebra (Russo et al., 2017) situaciones de modelación (Pezoa y Morales, 2016) y actividades de tratamiento y conversiones en diferentes registros de representación (Díaz, 2021) las cuales buscan brindar sustentos y herramientas a los profesores sobre la forma en la que se puede presentar la enseñanza de un contenido, en favor de la mejora de la práctica del profesor y de disminuir las dificultades asociadas al aprendizaje de un tema escolar.

De esta forma, el problema que dirige esta práctica de desarrollo profesional y que a continuación se presenta, surge de la necesidad de obtener herramientas teóricas y metodológicas que me permitan sistematizar y mejorar mi práctica docente.

1.4.2 Problema

Uno de los problemas que enfrenta el profesor es la planeación de la clase, lo cual se debe a que generalmente no cuenta con herramientas teórico-metodológicas provenientes de la Matemática Educativa que sistematicen y sustenten su práctica docente (Gómez, 2007). Desde mi práctica docente he podido evidenciar que, a la hora de planear y ejecutar actividades relacionadas con un objeto matemático, existen momentos en los que me ha faltado claridad sobre los fundamentos que debo considerar para poder diseñar una clase que guíe hacia los aprendizajes que espero poder desarrollar con mis estudiantes. Es decir, la necesidad de sustentos teóricos como su contraste con la práctica que me ayuden a obtener elementos que me permitan adquirir herramientas para reflexionar y poder proponer estrategias diferenciadas en su aula.

Este problema que se presenta en mi práctica se reporta también en la literatura cuando Trevisan et al. (2020) indica que la formación que recibe el profesor a menudo no lo ayuda a desarrollar el conocimiento necesario para la práctica, aspecto que puede influir al momento de la planeación, ejecución y evaluación de un contenido escolar. Motivo por el cual se propone la siguiente pregunta de desarrollo profesional.

1.4.3 Pregunta de desarrollo profesional

¿Cuáles son los resultados en mi práctica docente al implementar el ciclo del análisis didáctico como herramienta metodológica para la enseñanza aprendizaje del tema de función?

1.4.4 Objetivo general

Diseñar, ejecutar y evaluar una unidad didáctica para el tema de función en el nivel secundaria utilizando el ciclo del análisis didáctico como medio para mejorar mi práctica docente.

1.4.5 Objetivos particulares

2. Realizar el análisis de contenido, identificando y organizando los significados y objetivos de enseñanza aprendizaje del tema de función en el nivel secundaria.
3. Realizar el análisis cognitivo para determinar las expectativas y limitaciones asociadas al aprendizaje del tema de función.
4. Analizar y seleccionar las tareas para el diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje del tema de función.
5. Evaluar los aprendizajes alcanzados por parte del estudiante con respecto al tema de función.
6. Reflexionar sobre el proceso del diseño, desarrollo y evaluación de la unidad didáctica del tema de función y su incidencia en mi práctica docente.

1.5. Justificación

Los profesores en el proceso de enseñanza deben contar con unos conocimientos que le permitan estructurar y desarrollar actividades encaminadas hacia el aprendizaje de un contenido escolar. Sin embargo, la formación del profesor no ha favorecido el dominio e integración de estos saberes en su práctica (Ribeiro y Da Ponte, 2019). Los aprendizajes que el profesor logra adquirir desde su experiencia le permiten fortalecer conocimientos relacionados con su propia práctica, pero, por si solos, no van a producir cambios significativos en la forma que realiza sus clases. Así, es necesario que el profesor fundamente su práctica a fin de obtener elementos sobre los cuales pueda reflexionar en la mejora de su enseñanza.

Una forma para que los profesores puedan reflexionar sobre su práctica de forma sistemática, consiste en que ellos puedan “conocer y utilizar principios, procedimientos y herramientas que, fundamentados en la didáctica de la matemática, les permitan diseñar, evaluar y comparar las tareas y actividades de enseñanza y aprendizaje que pueden conformar su planificación de clase” (Gómez, 2007, p. 18), de allí la necesidad de brindar sustentos y herramientas metodológicas que le permitan al profesor mejorar su práctica en el aula, favorecer el aprendizaje y disminuir las dificultades que se puedan presentar al abordar un contenido escolar.

La enseñanza y aprendizaje del tema de función sigue siendo actualmente objeto de estudio (Díaz, 2021 y Uribe, 2019.). Las dificultades reportadas en diferentes investigaciones (Hernández et al., 2016; García, 2017 y Manrique et al., 2017) dan evidencia de que los estudiantes tienen deficiencias en su comprensión, aspecto que también he logrado identificar desde mi propia práctica. Lo anterior muestra la necesidad de diferentes investigadores (Cuevas et al., 2018; Díaz, 2021 y Russo et al., 2017) en realizar propuestas para su enseñanza y orientar a los profesores hacia herramientas que pueden adoptar para mejorar su práctica. En este sentido el diseñar una unidad didáctica para el tema de función me ayuda a adquirir conocimientos sobre los elementos que debo considerar en el diseño, implementación y evaluación de un contenido escolar, para poder reflexionar y tener elementos metodológicos y teóricos sobre los cuales mejorar mi práctica.

Entre los alcances de la presente experiencia de desarrollo profesional se espera tener elementos para evaluar y reflexionar sobre mi práctica docente a través del diseño de una unidad didáctica basada en el análisis didáctico. También se espera que la unidad didáctica propuesta sirva de apoyo y sea implementada en el aula de matemáticas por otros profesores.

Capítulo 2. Marco Teórico y Metodológico

El Análisis Didáctico es una herramienta teórica metodológica que, de acuerdo con Rico, es “propio de la Didáctica de la Matemática, que se sustenta en la historia, en la propia matemática, en la filosofía del conocimiento y de la educación, que utiliza técnicas y métodos del análisis conceptual y del análisis de contenido” (2013, p. 9). Tiene como finalidad fundamentar, dirigir y sistematizar la planificación y puesta en práctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje de un contenido matemático escolar.

Para Gómez el análisis didáctico es un “procedimiento con el que es posible explorar, profundizar y trabajar con los diferentes y múltiples significados del conocimiento matemático escolar, para efectos de diseñar, llevar a la práctica y evaluar actividades de enseñanza y aprendizaje” (2007, p. 19). En este sentido el profesor reflexiona y construye conocimiento a partir de la experiencia de su misma práctica a partir del diseño, ejecución y evaluación de una unidad didáctica. El propósito del análisis didáctico es establecer los significados de los conceptos y aprehender la intencionalidad educativa del discurso de las matemáticas escolares, por lo que se considera como un análisis interpretativo y transformador que maneja, de manera conjunta, categorías matemáticas y educativas (Rico, 2013). Se convierte en una herramienta para el diseño de unidades didácticas, ya que se centra en la actividad del profesor como responsable del diseño, implementación y evaluación de un tema de la matemática escolar.

La planeación de una clase a nivel local para un tema en específico o unidad didáctica se adopta a partir de la definición de Segovia y Rico (2001, como se citó en Gómez, 2007) “una unidad de programación y actuación docente constituida por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado para la consecución de unos objetivos específicos” (p. 30). La cual debe estar fundamentada en la exploración y estructuración de los diversos significados de la estructura matemática relacionado con el contenido o tema de la planeación. Es así como el procedimiento de identificación y selección de los significados y la determinación de los objetivos de aprendizaje para la realización de la planeación de una clase debe ser consecuencia de los cuatro análisis (figura 1) que se interrelacionan y componen el análisis didáctico (Gómez, 2007):

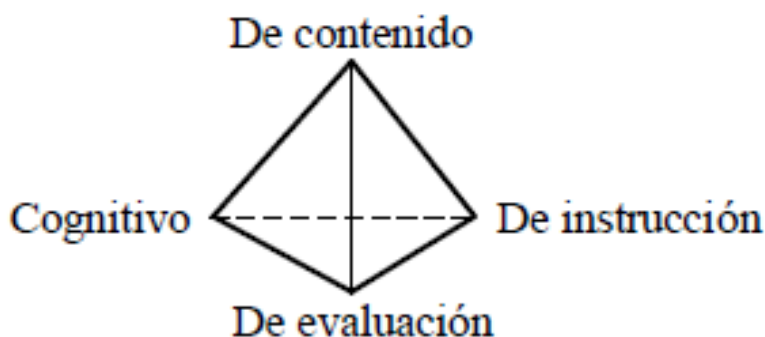


Figura 1 Adaptado del Análisis Didáctico (Gómez, 2007)

- El análisis de contenido, como procedimiento en virtud del cual el profesor identifica y organiza la multiplicidad de significados de un concepto;
- El análisis cognitivo, en el que el profesor describe sus hipótesis acerca de cómo los escolares pueden progresar en la construcción de su conocimiento sobre el concepto cuando se enfrenten a las tareas que compondrán las actividades de enseñanza y aprendizaje;
- El análisis de instrucción, en el que el profesor diseña, analiza y selecciona las tareas que constituirán las actividades de enseñanza y aprendizaje objeto de la instrucción; y
- El análisis de evaluación, en el que el profesor diseña los instrumentos para determinar y establecer las capacidades que los escolares han desarrollado y las dificultades que manifiestan por la implementación de la unidad didáctica. A este análisis se suma la reflexión del profesor sobre los resultados y la experiencia de la aplicación el ciclo del análisis didáctico.

De acuerdo con lo anterior, el análisis didáctico está compuesto por cuatro análisis y en ese sentido de acuerdo con Gómez “atiende los condicionantes del contexto, e identifica las actividades que idealmente un profesor debería realizar para organizar la enseñanza de un contenido matemático concreto” (2012, p. 2). Por esta razón se propone el ciclo del análisis didáctico y sus organizadores como herramienta metodológica que guiará esta práctica de desarrollo profesional. En el siguiente apartado se describirá el método del ciclo del análisis didáctico que incluye al análisis didáctico y los cuatro organizadores que se convierten en el sustento del presente informe.

2.1 Ciclo del análisis didáctico (método)

El presente proyecto de desarrollo profesional se enmarca en la investigación cualitativa ya que proporciona profundidad a los datos, favorece la interpretación contextualizada del lugar sobre el cual se desarrolla, al igual que la observación y comprensión de experiencias únicas (Hernández et al., 2014). Por medio de ella puedo profundizar en mi propia práctica, obtener y registrar información a lo largo de la experiencia y a su vez interpretar cada una de las fases del ciclo. También desde el contexto sobre el cual se desarrolla, ya que se focaliza a nivel local permitiendo integrar mi ambiente de trabajo y las dinámicas presentes en ella bajo mi experiencia de desarrollo profesional. De esta manera es posible estudiar la relación entre los sujetos relacionados con el problema de investigación y la interpretación de sus prácticas bajo un contexto.

En este sentido se toma el enfoque cualitativo descriptivo el cual está orientado hacia la comprensión e interpretación profunda de situaciones o fenómenos sociales y educativos en su contexto natural, con el propósito de darles sentido o interpretarlos en función de los significados que las personas le dan (Hernández et al., 2014). De la práctica de desarrollo profesional espero adquirir herramientas y conocimientos que me permitan mejorar en la enseñanza de un contenido; de allí que el enfoque me va a ayudar a describir, interpretar y

comprender lo acontecido en mi práctica docente en el diseño, ejecución y evaluación de la unidad didáctica por medio del método del Ciclo del Análisis Didáctico (Gómez, 2007), dotando de sentido y significado mi práctica docente. Existen otras propuestas metodológicas como la de Rico (2013), sin embargo, para el presente informe elegimos la de Gómez (2007) ya que, se enfoca en el profesor y los elementos que hacen parte de su práctica.

El ciclo del análisis didáctico se compone de seis fases (figura 2) cada una de ellas describen los procedimientos y las herramientas conceptuales y metodológicas que el profesor debe poner en juego para realizar una unidad didáctica para cualquier contenido matemático escolar mediante el análisis didáctico.

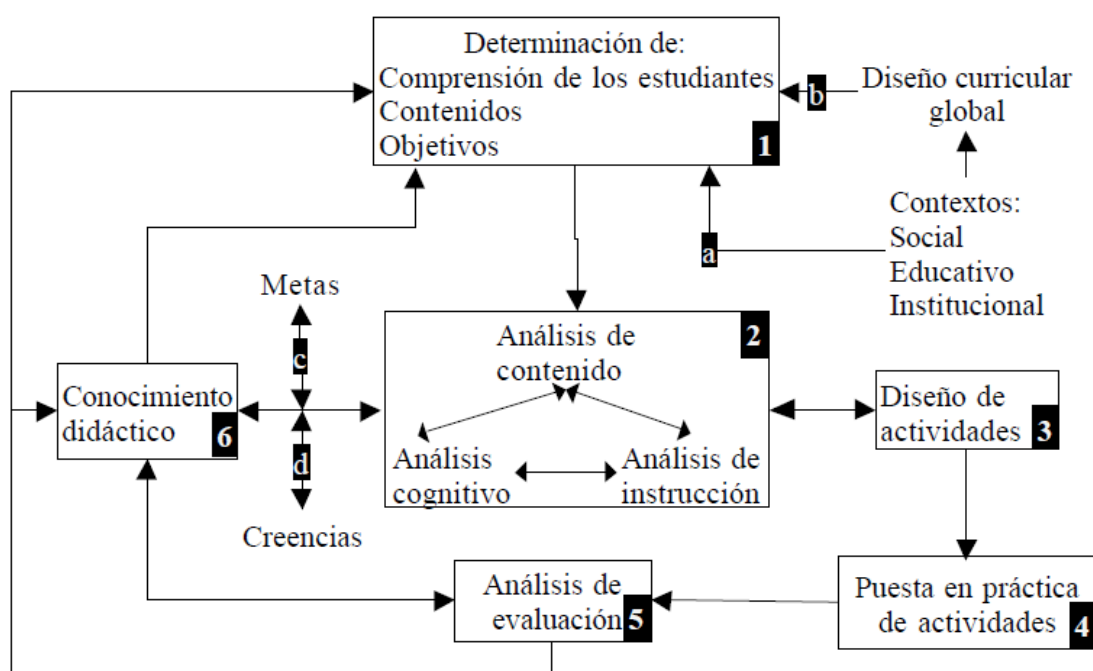


Figura 2 Ciclo del Análisis Didáctico (Gómez, 2007)

La fase 1 presenta el diseño curricular global del contenido escolar a enseñar, el cual presenta y contextualiza el tema y los aprendizajes esperados desde la propuesta curricular nacional, contiene una descripción de los estudiantes que hacen parte del grado escolar en el cual se impartirá la unidad didáctica y sus conocimientos previos, a su vez también se presenta el tema y el objetivo a desarrollar; en esta fase se presenta contexto social de la población elegida para la implementación, se menciona el modelo educativo e institucional sobre el cual se desarrollará la planeación de la clase.

En la fase 2 se realiza el análisis de contenido en el que se organizan los significados asociados al tema a trabajar, este da paso al análisis cognitivo y al de instrucción.

La fase 3 surge como resultado de los análisis anteriores y consiste en diseñar las actividades pertinentes de acuerdo con los análisis realizados.

La fase 4 procede con la puesta en acto de las actividades seleccionadas que a su vez. La fase 5 se adopta análisis de evaluación en vez del análisis de actuación, ya que, este análisis no solo permite evaluar la enseñanza aprendizaje de un contenido, sino que contribuye a que el profesor reflexiones sobre su práctica. Así en la última fase del ciclo se analizan los resultados del proceso y los conocimientos puestos en juego por el profesor en todo el proceso desarrollado.

De acuerdo con lo anterior el ciclo del análisis didáctico es un procedimiento estructurado y cíclico en Educación Matemática, que permite al profesor analizar y reflexionar sobre los momentos de la planeación, ejecución y evaluación de un contenido escolar. A continuación, se presenta una descripción de los organizadores del currículo que conforman la fase 2 y 5 del ciclo. Nos enfocamos primero en estas dos fases que corresponden al tetraedro presentado en la figura 1, los cuales forman parte de los constructos teóricos del análisis didáctico. Estas descripciones se irán profundizando conforme se avance en el ciclo del análisis didáctico y se vaya diseñando la unidad didáctica para el tema de función. Los resultados de estos avances se irán presentando en el capítulo 3.

2.2 Análisis de contenido

Es el punto de inicio del análisis didáctico, ya que la planificación y el diseño o selección de las actividades se realiza a partir de un contenido matemático específico. De acuerdo con Gómez el análisis de contenido es “el procedimiento en virtud del cual el profesor puede identificar, organizar y seleccionar los significados de un concepto o estructura matemática dentro del contenido de las matemáticas escolares” (2007, p. 41). Es decir, es el análisis que permite determinar los significados que hacen parte del tema de función. Sin embargo, la identificación de los significados del contenido matemático escolar no implica que todos ellos se deban considerar en el diseño de la unidad didáctica. Al profesor le corresponde hacer la selección de los significados a trabajar considerando las características del contexto del aula de acuerdo con el momento que tendrá lugar la instrucción (Gómez, 2007); lo cual le permitirá delimitar y precisar el contenido matemático escolar de la unidad didáctica que se desea diseñar.

A partir de lo cual Gómez (2007) plantea tres dimensiones del significado de un concepto matemático:

2.2.1 Sistemas de representación

Hacen referencia a los sistemas de signos por medio de los cuales se designa un concepto, para Gómez un sistema de representación es “un sistema de reglas para (i) identificar o crear signos, (ii) operar sobre y con ellos y (iii) determinar relaciones entre ellos (especialmente relaciones de equivalencia)” (2007, p. 42). De acuerdo con lo anterior, la importancia de los sistemas de representación en el análisis de contenido radica en que:

- los sistemas de representación organizan los símbolos mediante los que se hacen presentes los conceptos matemáticos;

- los distintos sistemas de representación aportan distintos significados para cada concepto; y, por lo tanto,
- un mismo concepto admite y necesita de varios sistemas de representación complementarios.

(Gómez, 2007, p. 42)

2.2.2 Estructura Conceptual

La estructura conceptual se refiere a las relaciones que se pueden establecer entre los conceptos, por lo que según Gómez “abordar los significados de un concepto desde la perspectiva de su estructura conceptual, implica identificar y organizar los elementos (objetos, conceptos y estructuras matemáticas) y las relaciones (horizontales y verticales) correspondientes a ese concepto” (2007, p. 30). Para lo cual los mapas conceptuales se convierten en una herramienta que el profesor puede emplear para recoger, organizar, representar y compartir información correspondiente a los significados de un concepto matemático.

2.2.3 Fenomenología

Es un elemento constitutivo del significado de un concepto y que surge de una visión funcional del currículo, donde la forma en que se presenta un contenido incluye fenómenos que lo sustenten. Es así como la fenomenología se refiere a los fenómenos que dan sentido a dicho concepto, ya que de acuerdo con Gómez “el concepto permite describir situaciones relevantes vinculadas con el fenómeno o contribuye a enunciar cuestiones que plantean interrogantes sobre el fenómeno” (2007, p. 52). En palabras de Rico (2013) la fenomenología aborda los fenómenos que dan origen a los conceptos, es decir, los contextos y situaciones que dan sentido a los contenidos.

2.3 Análisis cognitivo

En el análisis cognitivo el profesor trata de organizar el para qué y hasta dónde el estudiante va a aprender un tema escolar (Rico, 2013), es decir, es el momento en el que el profesor delimita las expectativas de aprendizaje hacia sus estudiantes. De acuerdo con Gómez (2007) en este momento del análisis didáctico, el profesor puede plantear sus hipótesis acerca de cómo los estudiantes pueden construir conocimiento al enfrentar las tareas que hacen parte de las actividades de enseñanza y aprendizaje; en ese sentido las “hipótesis deben estar sustentadas por una descripción de aquellos aspectos cognitivos que se relacionan directamente con la estructura matemática sobre la cual se trabaja en dichas actividades” (2007, p. 56). Es así como el profesor debe analizar y plantear las tareas por medio de las cuales el estudiante llegará hacia el aprendizaje esperado, en el cual debe considerar las dificultades asociadas a un tema escolar específico.

El análisis cognitivo se compone de tres categorías; las expectativas sobre el aprendizaje, las dificultades de aprendizaje y las demandas cognitivas.

2.3.1 Las expectativas sobre el aprendizaje

Hace referencia a los aspectos o expectativas que tiene el profesor frente a la enseñanza de un contenido escolar, es decir, el poder enunciar el objetivo que quiere lograr y su alcance, cómo lo formula y cómo lo caracteriza; en otras palabras, tiene que ver con las capacidades, competencias y objetivos que el profesor desea desarrollar frente a la enseñanza de un contenido matemático. De acuerdo con Gómez el objetivo de aprendizaje es entendido como “el marco de referencia que delimita y condiciona los procedimientos que el profesor debe realizar para formular sus conjeturas sobre cómo se puede desarrollar el aprendizaje de los escolares en relación con las actividades que él les proponga” (2007, p. 66). Así la identificación, descripción y relación de cinco elementos permite al profesor la descripción del progreso de los estudiantes con respecto a un objetivo de aprendizaje (Gómez, 2007):

- las capacidades que los escolares tienen antes de la instrucción;
- el objetivo de aprendizaje que el profesor espera que los escolares logren;
- las tareas que conforman la instrucción;
- las dificultades que los escolares pueden encontrar al abordar estas tareas; y
- las hipótesis sobre los caminos por los que se puede desarrollar el aprendizaje.

2.3.2 Limitaciones de aprendizaje

El profesor en la planeación de su clase debe analizar y considerar los aspectos que pueden generar dificultad en el estudiante al momento de abordar una tarea relacionada con un tema escolar. La identificación de las dificultades y errores pueden ser obtenidos a partir de la misma experiencia del profesor, así como de los reportados en la literatura. De acuerdo con Rico (2013) el realizar un análisis sobre las limitaciones o dificultades que puede presentar el estudiante frente a un aprendizaje le permite al profesor prever y plantear propuestas para su tratamiento.

2.3.3 Las demandas cognitivas

Hace referencia a aquellas capacidades cognitivas que el profesor desea poner en juego por medio de las tareas o actividades. Para lo cual el profesor de acuerdo con Rico (2013) debe presentar tareas por medio de las cuales se rete al estudiante a dar respuesta a diversas cuestiones con el objetivo de que por medio de ellas pueda alcanzar un aprendizaje y superar los errores concernientes al tema abordado. Estas capacidades son específicas de un tema, a su vez pueden incluir o involucrar otras capacidades y están vinculadas a las tareas que se proponen para la enseñanza de un contenido escolar (Gómez, 2007).

2.4 Análisis de instrucción

El análisis de instrucción toma como base los resultados del análisis de contenido y el análisis cognitivo. Es así como este análisis de acuerdo con Rico se encarga de “compendiar los procesos de comunicación de los conocimientos, seleccionar las tareas y actividades, estimular las estrategias de intercambio y transmisión de ideas, todo ello referido a los

conceptos y expectativas de aprendizaje previamente considerados para un tema concreto”. (2013, p. 24); se trata de un procedimiento por medio del cual el profesor analiza y selecciona las tareas para el diseño de las actividades de enseñanza y aprendizaje (Gómez, 2007). El considerar el contenido matemático, el objetivo de aprendizaje, los errores y dificultades asociados a un tema escolar, le permite al profesor tener elementos sobre los cuales proponer o seleccionar las tareas que se realizarán en el desarrollo de la propuesta de la unidad didáctica.

La tarea según Gómez, Mora y Velasco se entiende como “tareas de aprendizaje que el profesor propone con la intención de brindar oportunidades para que los estudiantes logren las expectativas de aprendizaje y afectivas que ha establecido, y superen las limitaciones que ha conjeturado que ellos tendrán” (2018, p. 198). Una tarea debe considerar siete elementos: requisitos, metas, formulación, materiales y recursos, agrupamiento, interacción y temporalidad (Gómez, Mora y Velasco, 2018).

- **Los requisitos:** son los conocimientos y destrezas necesarios para poder abordar la tarea.
- **Las metas:** son los conocimientos y destrezas que se espera desarrollar con motivo de abordarla.
- **La formulación:** es la instrucción (usualmente escrita) que se entrega a los estudiantes.
- **Los materiales y recursos:** son las herramientas que los estudiantes pueden utilizar para abordar la tarea.
- **El agrupamiento:** se refiere a las formas de organización de los estudiantes que se sugieren para resolver la tarea.
- **La interacción:** tiene que ver con las formas en que se prevé que los estudiantes y el profesor interactuarán cuando se aborde la tarea.
- **La temporalidad:** hace referencia a los momentos y tiempos en los que se atiende a las diferentes partes de la tarea.

p. 200

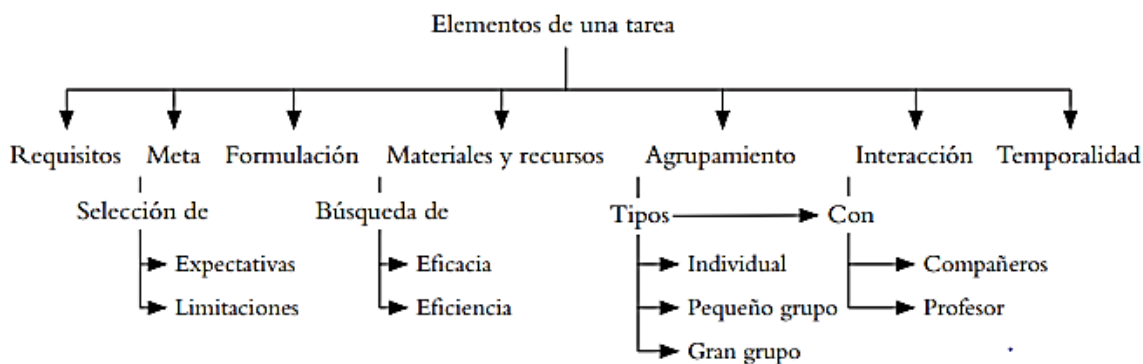


Figura 3 Elementos de una tarea (Gómez, Mora y Velasco, 2018, p. 212)

De igual forma en la planificación de la clase que debe realizar el profesor, se debe incluir, no solamente el análisis y la selección de las tareas, sino también la previsión de las posibles acciones de los estudiantes al abordar una tarea y los conocimientos que pueden poner en juego al realizarlas.

2.5 Análisis de evaluación

Es el análisis final de análisis didáctico, en el análisis de evaluación se debe observar, recoger y analizar la información que surge de la puesta en práctica de las actividades de enseñanza y aprendizaje. Esta información constituye la base para el análisis de evaluación, a partir de ella el profesor puede comparar sus previsiones sobre lo que iba a suceder en el aula con lo que realmente sucedió (Gómez, 2007) para lo cual se puede apoyar en:

- Establecer en qué medida se lograron los objetivos de aprendizaje, al identificar los caminos de aprendizaje que los escolares ejecutaron y en qué medida las capacidades correspondientes contribuyeron a las competencias que consideraba pertinentes;
- Revisar si las tareas indujeron a los escolares a ejecutar caminos de aprendizaje en los que el profesor preveía que ellos pudieran manifestar dificultades, si esas dificultades se manifestaron (los escolares incurrieron en errores al ejecutar esos caminos de aprendizaje) y si se logró algún progreso en la superación de dichas dificultades;
- Identificar aquellos caminos de aprendizaje (y capacidades) que se pusieron en juego y aquéllos que no; y
- Reconocer las capacidades, caminos de aprendizaje, dificultades y estrategias no previstos y que se manifestaron en la práctica.

p. 95

En el análisis de evaluación “muestra los aprendizajes alcanzados, determina el desarrollo cognitivo de los escolares, enjuicia las fortalezas y debilidades del proceso de instrucción, previene sobre sus amenazas y señala sus oportunidades de mejora” (Rico, 2013, p. 24). Lo anterior, se convierte en una base desde la cual el profesor puede reflexionar sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la puesta en acto.

Por último, hay que indicar que el propósito del análisis de evaluación no es clasificar a los estudiantes para efectos de una nota (Gómez, 2007), sino a partir de la información obtenida de la puesta en acto poder contrastarla con lo planteado en la planificación inicial. Lo que va a permitir al profesor reflexionar sobre los logros y carencias de la planificación en cuanto a las actividades y tareas que se pusieron en práctica; de igual forma brinda una base para identificar el aprendizaje alcanzado por los estudiantes con respecto a las tareas propuestas y poder proponer la planeación o inicio de nuevo ciclo de análisis didáctico.

Capítulo 3. Ciclo del Análisis Didáctico para el tema de función

El ciclo del análisis didáctico (Figura 2) contempla una serie de fases que el profesor debe llevar a cabo para el diseño, ejecución y evaluación de una clase, las fases le permiten al profesor trazar un recorrido por las relaciones entre los análisis que componen el análisis didáctico. El realizar todo este proceso le brinda al profesor los procedimientos y herramientas conceptuales y metodológicas que debe poner en juego para la enseñanza y aprendizaje de un contenido escolar (Gómez, 2007).

3.1 Fase 1: Diseño curricular global

3.1.1 Desarrollo curricular

El Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) es la entidad encargada de establecer las directrices sobre las cuales se organiza el currículo nacional en lo relacionado a la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes. Establece los Lineamientos, Estándares de aprendizaje; respecto a qué, y cómo se debe estructurar la enseñanza de los diferentes contenidos escolares y su integración dentro de las instituciones educativas.

3.1.2 Lineamientos y Estándares

Los lineamientos constituyen puntos de apoyo y de orientación general frente a lo postulado en la Ley haciendo referencia al currículo como el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral (Ministerio de Educación Nacional, 1998). Los estándares básicos de competencias se constituyen como los parámetros de lo que el estudiante dentro de un grado escolar debe saber y saber hacer para lograr el nivel de calidad esperado en su paso por el sistema educativo (Ministerio de Educación Nacional, 2014). Los criterios establecidos por el Ministerio de Educación Nacional, en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, señalan la importancia de potencializar las habilidades de pensamiento en los estudiantes por medio de la aplicación de contenidos para la vida.

Los Lineamientos de Matemáticas y Estándares Básicos de Competencias, organizan los contenidos de matemáticas bajo cinco pensamientos: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medidas, pensamiento aleatorio y los sistemas de datos y pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. En el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos, se encuentra la enseñanza y el aprendizaje de la función bajo los siguientes estándares:

- Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.
- Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.

Los estándares para cada pensamiento de acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional (2014) están basados en la interacción entre la faceta práctica y la formal de las matemáticas y entre el conocimiento conceptual y el procedimental. Cabe aclarar que los estándares propuestos para cada grado escolar corresponden a lo que se espera que el estudiante comprenda al finalizar su grado escolar; lo que establece que no es el objetivo por conseguir en una clase, sino lo que se debe tratar de promover mediante la enseñanza de un contenido escolar.

Desde los lineamientos curriculares se indica que en los sistemas algebraicos y analíticos se generalizan patrones aritméticos, convirtiéndose estos en un fuerte instrumento para la modelación de diversos fenómenos de cambio y variación; resaltando la importancia de la comprensión de la función. Lo anterior aunado al análisis de relaciones funcionales y diversos modelos de dependencia entre variables, hacen parte de los conceptos, procedimientos analíticos y métodos que se encuentran en el Pensamiento Variacional (Ministerio de Educación Nacional, 1998). De acuerdo con el Ministerio de Educación Nacional (1998) el aprendizaje de la función, la variedad en sus significados y los sistemas de representación, llevan al estudiante a desarrollar habilidades y destrezas para la variación.

3.1.3 Contexto

El Centro Educativo Etievan Colegio Encuentros se encuentra ubicado en la zona sur de la ciudad de Cali, Colombia, tiene una población de 210 estudiantes distribuidos en los grados de transición, preescolar, básica primaria, secundaria y media. El modelo educativo del colegio propende por el desarrollo en los estudiantes de una conciencia integradora desde las tres partes del ser: mente, cuerpo y sentimiento. El ambiente socioeconómico del colegio se encuentra en un nivel alto debido a que la institución es carácter privado, en este sentido, el servicio prestado no contempla más de 20 estudiantes por grado escolar.

El grado de secundaria elegido para este informe de desarrollo profesional, es el grupo de 9° (14-15 años) de la institución educativa, un grupo conformado por 12 estudiantes, 5 mujeres y 7 hombres. De acuerdo con el plan operativo de la asignatura y mi experiencia como profesor al trabajar con el grupo, es posible indicar que los estudiantes cuentan con conocimientos previos en operaciones y propiedades de números reales, manejo de procedimientos algebraicos, plano cartesiano y ubicación de coordenadas en el plano cartesiano.

El Centro Educativo Etievan Colegio Encuentros organiza su estructura curricular interna atendiendo a los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional bajo un documento denominado plan operativo del área. En el documento se presentan los logros y contenidos que se deben abordar en cada uno de los grados escolares durante el año escolar, el cual es dividido en tres periodos académicos. El grado 9° en el segundo periodo del año lectivo se debe abordar el tema de función y el logro que se espera alcanzar, es que el

estudiante pueda determinar cuándo una función es relación, reconociendo sus elementos y diferentes representaciones para modelar situaciones de cambio.

Considerando lo anterior, la realización del diseño, ejecución y evaluación de la unidad didáctica para la enseñanza del tema de función será puesta en práctica en el Centro Educativo Etievan Colegio Encuentros a los estudiantes del grado 9°. En el plan operativo del área de matemáticas se encuentra el objeto de aprendizaje relaciones y funciones bajo el aprendizaje identificar las funciones como modelos para describir cambios en un fenómeno, de esta forma la presente unidad didáctica tomará como objetivo la evidencia de aprendizaje reconoce el tema de función y lo relaciona con situaciones de la vida real.

Objeto de Aprendizaje	Aprendizaje	Evidencia de Aprendizaje
Relaciones y funciones	Identificar las funciones como modelos para describir cambios en un fenómeno.	Reconoce el concepto de función y lo relaciona con situaciones de la vida real
Variable dependiente y variable independiente	Determinar si una relación es función.	Describe y analiza funciones mediante diferentes formas de representación.
Formas de representar funciones	Identificar y representar gráficamente funciones lineales.	
Función lineal		Identifica y representa funciones lineales partiendo de situaciones reales.

Figura 4 Plan operativo de matemáticas grado 9° Colegio Encuentros

Desde los lineamientos curriculares en matemáticas se espera que el estudiante al trabajar el tema de función pueda desarrollar habilidades que le permitan, modelar diversos fenómenos de cambio y variación a partir de la variedad de significados y sistemas de representación en los que se puede presentar el contenido escolar. Desde los estándares se espera que el estudiante adquiera las competencias para modelar situaciones de variación con funciones polinómicas e identificar la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan. A nivel local, se debe lograr que el estudiante determine que una función es una relación entre dos variables, reconociendo sus elementos y diferentes representaciones para modelar situaciones de cambio, por lo que dentro de la planeación del profesor se procura que el estudiante identifique las funciones como modelos para describir cambios en un fenómeno.

La revisión de los aspectos anteriores permite identificar puntos en común que se desean favorecer en el estudiante con respecto a la enseñanza y aprendizaje de la función, entre los cuales se encuentran; modelar fenómenos de cambio y variación, modelar

situaciones de variación, identificar la relación entre los cambios, modelar situaciones de cambio, identifique las funciones como modelos para describir cambios. Considerando lo anterior, el diseño de la unidad didáctica se enfocará en la evidencia, reconoce el tema de función y lo relaciona con situaciones de la vida real, de acuerdo con ello el objetivo a trabajar consiste en que el estudiante reconozca el tema de función y lo relacione con situaciones de la vida real.

3.2 Fase 2: Análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de evaluación.

3.2.1 Análisis de contenido del tema de función

El análisis de contenido hace parte de la planificación local y en este sentido aporta herramientas para analizar los fenómenos y temas de las matemáticas escolares para así identificar y organizar su multiplicidad de significados (Cañadas, Gómez y Pinzón, 2018). El conocer los diferentes significados de un contenido no indica que todos ellos deban utilizarse en la clase, pero si es importante dentro la planeación del profesor tener en cuenta esos significados para poder seleccionar aquellos que potenciará de acuerdo con el objetivo de enseñanza aprendizaje, en este caso que el estudiante pueda reconocer el tema de función y relacionarlo con situaciones de la vida real.

En esta sección se presenta una síntesis del desarrollo histórico del tema de función. Considerando lo extenso de un proceso de revisión histórica, no se pretende profundizar de forma exhaustiva sino mencionar algunas de las principales contribuciones en la construcción del tema de función. Esta revisión del desarrollo del tema de función también servirá para identificar la estructura conceptual, los sistemas de representación y fenomenología que hacen parte del contenido escolar de la función y en este sentido, brindan al profesor un panorama más amplio de los significados que pueden ser potenciados en el diseño de la unidad didáctica.

3.2.1.1 Historia de la función

En la época que remonta a Babilonia y Egipto se encuentra una versión rudimentaria del tema de dependencia entre cantidades de acuerdo con Ugalde (2013), esto a partir de las tablas de arcilla que usaban los babilonios para escribir cálculos y que se representaban en forma de columnas. Otro aspecto encontrado es que los egipcios tenían un método diferente para calcular el área de un círculo de radio 3, que para calcular el área de un círculo de radio 4, de lo cual se puede indicar que comprendieron el tema de dependencia ya que identificaron que una variación en el radio resultaba en una variación en la magnitud del área (Katz, 2009).

En Egipto en el Papiro Rhind se encontró una tabla de descomposición de $N/10$ para $N = 1, \dots, 9$ usada para facilitar cálculos y otra tabla en la que se expresan todas las fracciones del numerador 2 y denominador impar entre 5 y 101 como suma de fracciones unitarias. Si bien en esta época no se percibía de manera formal el tema de función, si se pueden encontrar

elementos iniciales que más adelante contribuirían en la construcción del concepto. Según Ugalde (2013) las culturas babilónicas y egipcias “estudiaron problemas como la variación de la luminosidad de la luna en intervalos iguales de tiempo, o períodos de visibilidad de un planeta respecto a su posición relativa con el sol” (p. 6), lo cual muestra la necesidad de estas culturas por estudiar y modelar fenómenos naturales.

En Grecia con el trabajo de Arquímedes y las leyes de la mecánica aparece nuevamente la noción de dependencia entre cantidades; la primera ley establece que “cualquier cuerpo sólido que se encuentre sumergido total o parcialmente en un fluido será empujado en dirección ascendente por una fuerza igual al peso del volumen del líquido desplazado por el cuerpo sólido” en donde se encuentra la relación de dependencia entre cantidades o magnitudes asociadas a un objeto (Ugalde, 2013, p. 6). De igual forma el tratado sobre la esfera y el cilindro en geometría en el que se establece que la esfera tiene un área y un volumen equivalentes a dos tercios de los del cilindro, mostrando la relación entre área y volumen.

Para el siglo XIV Thomas Bradwardine empleó álgebra de palabras para expresar relaciones de tipo funcional, es decir, utilizó letras del alfabeto en vez de números para sustituir cantidades variables y representar con palabras las operaciones (Klein, 1972). Oresme en 1361 diseñó una versión primitiva de representación gráfica para modelar la forma en que algunas cosas varían, en particular, fenómenos naturales. Por ejemplo, en la figura 5 se representa las diferentes variaciones de un mismo objeto siendo observado, de acuerdo con ello la primera gráfica representa una velocidad constante, la segunda con velocidad inicial de cero, la tercera con una velocidad inicial dada y la última con una velocidad con aceleración variada (Ugalde, 2013).

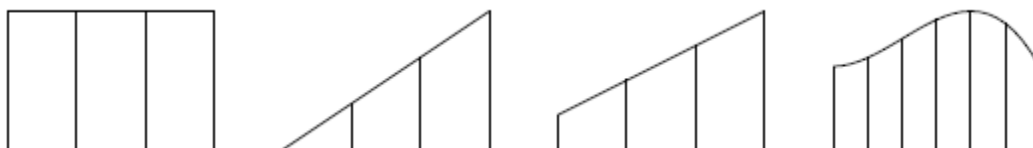


Figura 5 Representaciones utilizadas por Oresme (Ugalde, 2013, p. 10)

Entre los siglos XVII y XVIII los trabajos de Descartes, Fermat, Newton y Leibniz brindaron aportes en el desarrollo del tema de función, dentro de los cuales se rescatan los siguientes:

- En el “Discurso del Método”, Descartes expone su visión del sistema coordinado, sentando las bases del sistema cartesiano de coordenadas, a partir de lo cual se podía intuir la noción de dependencia entre cantidades, el papel de la variable independiente y la variable dependiente y cantidades que permanecen constantes.

- Fermat al usar ecuaciones para representar ciertas curvas. En el año 1629 había encontrado las ecuaciones de la recta, la circunferencia con centro en el origen, la elipse, la parábola y la hipérbola.
- Newton y su teoría de fluxiones. En su teoría las magnitudes están descritas como movimientos continuos, de manera tal que la variable “dependiente” se va generando en forma continua a partir de la variable “independiente”. Newton utilizó la palabra genita, que en latín significa generada o nacida, para referirse a expresiones de la forma Ax^n
- La palabra función aparece por primera vez en un manuscrito de Leibniz de 1673, al mencionar el método de la inversa de las tangentes, o de las funciones.

(Ugalde, 2013, p. 12)

El símbolo $f(x)$ fue usado por primera vez por Eüler en 1740 en un artículo llamado "Additamentum". En 1734 Euler en su obra *Introduction in Analysis Infinitorum* (Youschkevitch, 1976, p. 61), la define de la siguiente manera “Por función de una cantidad variable denotamos aquí una expresión analítica construida de un modo u otro con esta cantidad variable y números o constantes”. En 1755 Euler presenta una nueva definición en la que indica que si x denota una cantidad variable, entonces, todas las cantidades que dependen de x , en cualquier forma que sea o que son determinadas por ella, son llamadas sus funciones (Youschkevitch, 1976).

Lagrange en 1797 en su tratado *Théorie des Fonctions Analytique* presenta una nueva definición. Llama función de una o varias cantidades a toda expresión de cálculo, en la cual estas cantidades entran de cualquier manera, mezcladas o no, con otras cantidades que consideramos como valores dados e invariables, mientras que las cantidades de la función pueden recibir todos los valores posibles (Luzín, 1998).

Para el siglo XIX surgen dos nuevas definiciones, la primera de Cauchy en 1821 en su tratado *Analyse Algébrique*, se llamó a una cantidad variable aquella que se considera tiene sucesivamente varios valores diferentes entre sí. Si las cantidades variables están tan unidas entre sí que, dado el valor de una de ellas, se pueden concluir los valores de todos los demás, se concibe ordinariamente estas diversas cantidades expresadas por medio de una entre ellas, que luego toma el nombre de variable independiente. Y las demás magnitudes expresadas por medio de la variable independiente son las que se llaman funciones de esta variable.

La segunda fue expuesta por Dirichlet, quien presenta por primera vez el concepto moderno de una función $y = f(x)$ en un intervalo $a < x < b$. En la cual se suponen que a y b son dos valores definidos y x es una cantidad variable que asume gradualmente todos los valores localizados entre a y b . Al pensarlo geoméricamente, es decir, x e y como la abscisa

y la ordenada, una función continua aparece como una curva conectada, para la cual sólo un punto corresponde a cada abscisa entre a y b (Youschkevitch, 1976).

Para finales del siglo XIX y principios del XX siguieron aportes en el desarrollo del tema de función. Para Carathéodory (1917), una función es una correspondencia de un conjunto con el conjunto de los números reales (Monna, 1973). Bourbaki (1939) en su *Théorie des ensembles* de 1970, presentó a la función como una regla de correspondencia entre el dominio y el rango, donde ambos conjuntos eran arbitrarios. Así sean E y F dos conjuntos, los cuales pueden ser o no distintos. A la relación entre una variable x , elemento de E y una variable y , elemento de F , es llamada una relación funcional en y si, para toda $x \in E$, existe un único $y \in F$ cual está en la relación dada con x . De igual forma, Bourbaki también definió a la función como un cierto subconjunto del producto cartesiano, es decir, la definición de una función como un conjunto de pares ordenados (Kleiner, 1989).

La figura 6 presenta de forma sintetizada las diferentes definiciones de la función a través de las diferentes épocas. Es de reconocer que varios de estos significados se siguen presentando bajo ideas erróneas o inacabadas por parte de los estudiantes, así el reconocerlos nos permite ver los errores que se presentaban años atrás, pero que aún se continúan presentando en el aula.

Época	Definición
Siglo XVII	Cualquier relación entre variables
	Una cantidad obtenida de otras cantidades mediante operaciones algebraicas o cualquier otra operación imaginable
	Cualquier cantidad que varía de un punto a otro de una curva
	Cantidades formadas usando expresiones algebraicas y trascendentales de variables y constantes
Siglo XVIII	Cantidades que dependen de una variable
	Función de cierta variable como una cantidad que está compuesta de alguna forma por variables y constantes
	Cualquier expresión útil para calcular
Siglo XIX	Correspondencia entre variables
	Correspondencia entre un conjunto A y los números reales
	Correspondencia entre dos conjuntos
Adaptación a partir de <i>Mathematical and Pedagogical Discussions of the Function Concept</i> . Seoul Apt. 21002, Yeouuido-dong, Yeongdeungpo-gu, Seoul 150-010, Korea; <i>Journal of the Korea Society of Mathematical Education Series D: Research in Mathematical Education</i> Vol. 3, No. 1, May 1999, 35–56	

Figura 6 Tomado de Sastre, Rey y Boubée, (2008, p. 154)

El tema de función ha ido cambiando a través de la historia y a partir de cada época se han presentado o actualizado su definición, en este sentido no se puede hablar de un

concepto terminado, sino que por el contrario aún continua en desarrollo. Asimismo, en los libros de matemáticas se pueden encontrar las diversas definiciones desde las cuales se presenta el tema de función para su enseñanza y aprendizaje, entre las más comunes se encuentran:

- Como regla de correspondencia

“Una función de un conjunto X en un conjunto Y es una regla de correspondencia que le asigna a cada elemento x en X uno y sólo un elemento y en Y . El conjunto X se llama dominio de la función”. (Zill et al, 1992, p. 143).

- Relación de dependencia entre variables.

Una función es una relación entre dos variables tal que a cada valor de la variable independiente le corresponde un sólo valor de la variable dependiente. La colección de todos los valores que toma la variable independiente se llama dominio de la función, y la colección de todos los valores que toma la variable dependiente se llama recorrido de la función. Si a cada valor en el recorrido le corresponde un solo valor en el dominio, se dice que la función es uno a uno.

(Larson et al, 1986, p. 41)

- Relación entre dos conjuntos.

Dados dos conjuntos de objetos, el conjunto X y el conjunto Y , una función es una ley que asocia a cada objeto de X uno y sólo un objeto en Y . El conjunto X se denomina el dominio de la función. Los objetos de Y , asociados con los objetos en X forman otro conjunto denominado el recorrido de la función. (Este puede ser todo el conjunto Y , pero no es necesario.

(Apostol, 1985, p. 62).

- Como pares ordenados

“Una función es un conjunto de pares ordenados (x,y) ninguno de los cuales tiene el mismo primer elemento” (Apostol, 1985, p. 65). O bien, “Una función es un conjunto de pares ordenados (x, y) tales que no hay dos pares ordenados diferentes del conjunto que tienen el mismo primer elemento” (Zill et al, 1992, p. 143).

El reconocer el proceso de construcción de un concepto a través de la historia permite evidenciar el desarrollo de los contenidos escolares que se enseñan y brinda un panorama sobre el cual poder establecer estrategias para el aprendizaje adecuado de un concepto. En el caso de la función me ayuda a conocer las diferentes significados, los elementos implícitos en ella y poder decidir cual se asocia con mi objetivo de enseñanza desde la estructura curricular de la institución educativa.

3.2.1.2 Estructura conceptual del tema de función

En esta categoría del análisis de contenido se pretende identificar los conceptos y procedimientos que caracterizan el tema y las relaciones entre ellos (Cañadas, Gómez y Pinzón, 2018). Es decir, brinda los elementos que ayudan al profesor a comprender la esencia del concepto en sí. A continuación, se presenta una lista de aquellos contenidos básicos escolares matemáticos considerados para abordar el tema de función.

La selección de los significados se realiza tomando como base el plan operativo de la institución educativa, en nuestro caso va a estar dirigida hacia el objeto de aprendizaje relaciones y funciones, bajo el aprendizaje identificar las funciones como modelos para describir cambios en un fenómeno y considerando la evidencia de aprendizaje el reconocer el tema de función y lo relacionan con situaciones de la vida real. Así se considera el análisis conceptual realizado en la sección anterior y la experiencia de quién diseña la unidad didáctica. De acuerdo con ello se presentan la estructura conceptual conformada por el campo de carácter conceptual y procedimental que harán parte de la unidad didáctica que conforma este trabajo de grado.

Campo conceptual

Hechos (unidades más pequeñas de información dentro de un tema matemático)

- a) Términos
 - Variable
 - Coeficiente
 - Relación
 - Variable independiente
 - Variable dependiente
- b) Notaciones
 - $y = f(x)$ define una función llamada f . Se lee como “ y es una función de x ”.
 - La letra x representa el valor de entrada, o variable independiente.
 - La letra y , o $f(x)$, representa el valor de salida, o variable dependiente.
 - $y = f(a)$ paréntesis para indicar la entrada de la función
 - $f(a)$ función f evaluada en un valor a y se lee como f de a .

Conceptos (son conjuntos de hechos y relaciones entre ellos)

La presente unidad didáctica trabajará con la definición de función considerada por Larson et al (1986). Ya que se ajusta a la estructura curricular y plan operativo de la institución.

Una función es una relación entre dos variables tal que a cada valor de la variable independiente le corresponde un sólo valor de la variable dependiente. La colección de todos los valores que toma la variable independiente se llama dominio de la función, y la colección de todos los valores que toma la variable dependiente se llama recorrido de la función. Si a

cada valor en el recorrido le corresponde un solo valor en el dominio, se dice que la función es uno a uno.

(p. 41)

Conceptos que conforman el tema de función

- Función
- Relación
- Variable
- Variable independiente
- Variable dependiente
- Dominio

Contenido procedimental

a) Destrezas

- Reconocer en un fenómeno la variable dependiente y la variable independiente
- Reconocer la relación entre variable independiente y dependiente de una función
- Interpretar la gráfica de una función en una situación de la vida real
- Reconocer situaciones asociadas o modeladas bajo una función
- Describir cambios en un fenómeno

3.2.1.3 Sistemas de representación

Los sistemas de representación son la segunda categoría del análisis de contenido, la cual hace referencia a los sistemas de signos que permiten designar un concepto, de esta forma Kaput (1992, citado por Cañadas et al., 2018) los considera como “un sistema de reglas para (i) identificar o crear signos, (ii) operar sobre y con ellos y (iii) determinar relaciones entre ellos” (p. 71). De esta forma, los sistemas de representación en el análisis de contenido permiten identificar las representaciones asociadas al contenido escolar y qué relaciones se pueden establecer entre esas representaciones.

Los sistemas de representación que se abordarán en esta unidad didáctica de acuerdo con el tema de interés serán: la representación numérica, simbólica, tabular, gráfico y verbal.

a) Representación numérica

La representación numérica de la función se relaciona con los valores dados a la variable independiente, que permite obtener pares ordenados, por ejemplo:

Son ejemplos de pares ordenados: (0,1), (1,4) o (3,16). En este caso, los signos son las parejas de valores numéricos que toman las variables (independiente y dependiente). Existe un convenio por el que el primer valor del par es el valor de la variable independiente y el segundo es el valor de la variable dependiente.

(Cañadas et al., 2018, p.75)

b) Representación simbólica

La representación simbólica de la función se asocia a los diferentes signos y símbolos como las variables y números que conforman la función, por ejemplo:

La expresión $f(x) = (x + 1)^2$ pertenece al sistema de representación simbólico, en ella se encuentran sus propios signos (números, letras y símbolos de las operaciones aritméticas), de forma que se puede operar con ellos y existe una relación entre ellos.

c) Representación tabular

De acuerdo con Cañadas et al. (2018) el sistema de representación tabular está relacionado con el sistema de representación numérico, sin embargo, tiene sus propios signos (por ejemplo, líneas horizontales y/o verticales) y reglas de combinación de estos mismos (posición de las líneas y de los números) por ejemplo: $f(x) = y = x + 2$

Tabla 1 Ejemplo sistema de representación tabular

Valores de $f(x) = x+2$ en el sistema de representación tabular	
x	y=f(x)
-2	0
-1	1
0	2
1	3

Nota: elaboración propia

La información que se presenta en las filas y las columnas de la tabla es clave y forma parte de las normas de este sistema de representación.

d) Representación gráfica

Es el sistema de representación gráfico cartesiano, los valores y las escalas empleadas en los ejes del diagrama y el trazado de la función constituyen los signos y existe una serie de reglas que permiten relacionarlos entre sí (Cañadas et al., 2018). Una forma de realizar representación gráfica de una función es dar valores a la variable independiente, para ello se pasa por el sistema de representación numérico y el sistema de representación tabular, por ejemplo: *Representación gráfica de la función $f(x) = x + 2$*

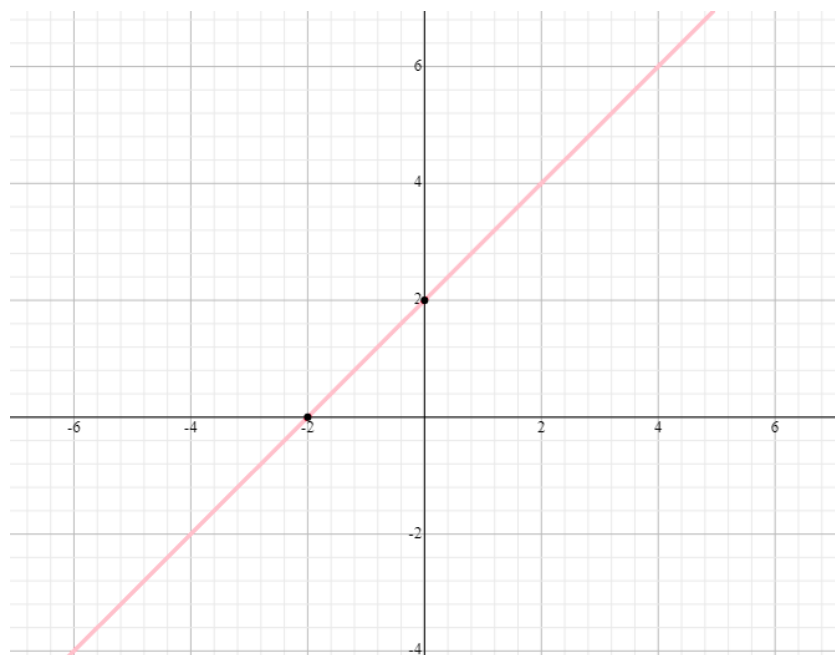


Figura 7 Ejemplo sistema de representación gráfico digital

e) **Representación verbal**

El sistema de representación verbal tiene sentido, cuando el lenguaje nos permite referirnos a los conceptos y procedimientos matemáticos que queremos representar. Mediante el lenguaje común se puede realizar una descripción general de situaciones por medio de las que se puede identificar una relación funcional.

3.2.1.4 Fenomenología

Es la tercera categoría del análisis de contenido, un “elemento constitutivo del significado de un concepto [que surge] de una visión funcional del currículo, en virtud de la cual los sentidos en los que se usa un término conceptual matemático también incluyen los fenómenos que sustentan el concepto” (Gómez, 2007, p. 50). Es decir, la identificación de fenómenos adecuados para un tema escolar.

A continuación, se presentan algunos ejemplos de contextos fenomenológicos asociados al tema de función, que de acuerdo con mi experiencia en el aula son abordados en la enseñanza aprendizaje de la función:

- La cantidad de combustible que consume un vehículo en una distancia recorrida.
- La comisión que recibe un vendedor por cada electrodoméstico vendido.
- La cuenta de luz a fin de mes depende de la cantidad de electricidad que se ha consumido.
- El precio de un metro cuadrado de una cerámica.
- La distancia que recorre un vehículo en un tiempo determinado.
- La altura de un niño de acuerdo con su edad
- El costo de producción de x artículo.

Mapa conceptual del tema de función

Al establecer los contenidos que abordan el tema de interés de la unidad didáctica, en la figura 8 se presenta un mapa conceptual en el cual se encuentran los conceptos, sistemas de representación y los fenómenos que modelizan el tema de función. También, se evidencian las relaciones que se pueden establecer entre diferentes sistemas de representación y entre elementos dentro de un mismo sistema. Con el mapa conceptual se pretende mostrar la estructura y las relaciones existentes entre los elementos que conforman el conocimiento conceptual y el procedimental del tema de función.

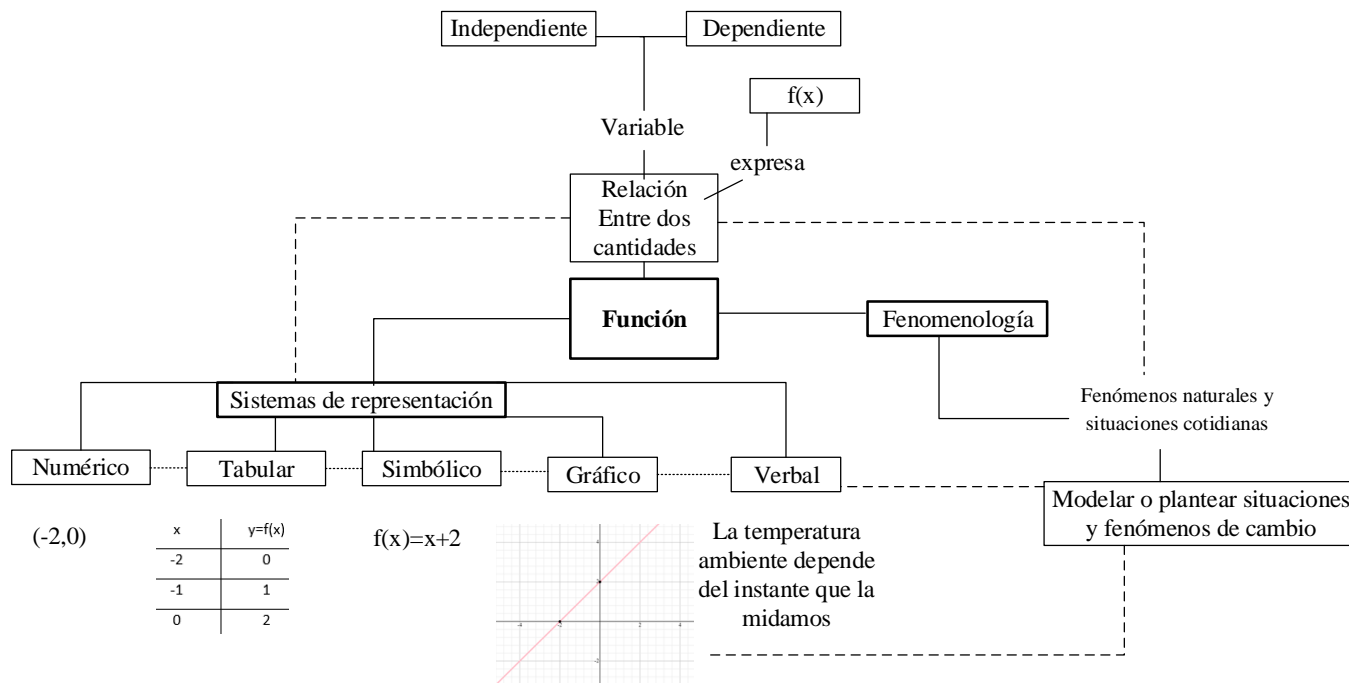


Figura 8 Mapa Conceptual para el tema de función – elaboración propia

3.2.2 Análisis cognitivo del tema de función

El análisis cognitivo tiene como foco el aprendizaje del estudiante, le permite al profesor hacer una descripción de lo que espera que el estudiante aprenda sobre un contenido escolar y de sus previsiones acerca del modo en que el estudiante va a desarrollar ese aprendizaje (González y Gómez, 2018). Las categorías que hacen parte de este análisis y que a continuación se presentan son: las expectativas de aprendizaje, limitaciones en el aprendizaje y demandas cognitivas las cuales están enfocadas al tema de función.

3.2.2.1 Expectativas de aprendizaje para el tema de función

Las expectativas de aprendizaje hacen referencia a los aprendizajes que se esperan alcancen los estudiantes sobre el tema de función, los cuales deben estar acordes a los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias establecidos por el Ministerio de Educación General de Colombia. Los lineamientos y estándares presentan las competencias

que el estudiante debe alcanzar al finalizar un grado escolar de acuerdo con cada contenido. La resolución y el planteamiento de problemas (RP), el razonamiento (R), la comunicación (C), la modelación y la elaboración (M), comparación y ejercitación de procedimientos (CE), hacen parte de los cinco procesos generales y capacidades matemáticas contempladas en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998). De acuerdo con lo anterior, estos procesos generales constituyen las actividades intelectuales que le van a permitir al estudiante alcanzar y superar los aprendizajes de un contenido específico.

La enseñanza y aprendizaje de la función se encuentra dentro del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos, a partir de lo cual se espera que el estudiante al finalizar el grado noveno (14-15 años) pueda modelar situaciones de variación con funciones polinómicas e identificar la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan (Ministerio de Educación Nacional, 2014). Además, se indica que dentro del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos el aprendizaje de la función ayuda al estudiante a generar habilidades y destrezas hacia la variación, ya que, al estudiar la función, se conoce el concepto, la variedad de sus significados y los sistemas de representación.

De la mano de los lineamientos y estándares, también se encuentra el plan operativo del área de matemáticas de la institución educativa, en la figura 9 se encuentra los objetivos de aprendizaje, aprendizaje y evidencia de aprendizaje para la enseñanza de la función dentro del grado noveno, es decir, los aprendizajes que deben alcanzar los estudiantes de acuerdo con la estructura curricular.

Objeto de Aprendizaje	Aprendizaje	Evidencia de Aprendizaje
Relaciones y funciones	Identificar las funciones como modelos para describir cambios en un fenómeno.	Reconoce el concepto de función y lo relaciona con situaciones de la vida real
Variable dependiente y variable independiente	Determinar si una relación es función.	Describe y analiza funciones mediante diferentes formas de representación.
Formas de representar funciones	Identificar y representar gráficamente funciones lineales.	
Función lineal		Identifica y representa funciones lineales partiendo de situaciones reales.

Figura 9 Expectativas de aprendizaje para el tema de función – plan operativo del Colegio Encuentros

Las expectativas de aprendizaje propuestas en los lineamientos curriculares, estándares y plan operativo de matemáticas de la institución educativa en la que se ejecutará la unidad didáctica, orientan al profesor en la búsqueda de los errores y obstáculos que pueden

presentar los estudiantes en la enseñanza y aprendizaje del tema de función. De esta manera en mi unidad didáctica se trabajará sobre el siguiente aprendizaje (figura 10):

Objeto de aprendizaje	Aprendizaje	Evidencia de aprendizaje
Relaciones y funciones	Identificar las funciones como modelos para describir cambios en un fenómeno	Reconoce el concepto de función y lo relaciona con situaciones de la vida real

Figura 10 Objetivo de aprendizaje de la unidad didáctica

3.2.2.2 Limitaciones de aprendizaje para el tema de función

En el análisis cognitivo las limitaciones de aprendizaje están relacionadas con temas matemáticos específicos, por lo cual, dentro de ellas se consideran las dificultades y los errores que pueden surgir en el proceso de aprendizaje. De acuerdo con lo anterior, una dificultad de aprendizaje es una circunstancia que impide o entorpece la consecución de los objetivos de aprendizaje previstos y los errores son la expresión observable de las dificultades (González y Gómez, 2018). A continuación, se presentan algunas de las limitaciones reportadas en cuanto a los procesos de enseñanza aprendizaje.

En la enseñanza y aprendizaje del tema de función de acuerdo con Alpízar et al. (2018) se presenta una falta de capacidad en poder definir de manera correcta la función, reconocer la variable, enunciar fenómenos o situaciones que involucren una relación funcional entre variables, utilizar diferentes representaciones de funciones y analizar e interpretar el comportamiento de la gráfica de una función. Algunas investigaciones (González, 2015; Hernández et al., 2016; Soto et al., 2019) reportan una falta de entendimiento de los conceptos asociados al de función, dificultad en el paso de unos registros a otros y la correcta relación entre ellos y en la interpretación de situaciones presentadas en un registro coloquial. Considerando lo anterior, se pretende por medio de la unidad didáctica aportar en la superación de estas limitaciones y favorecer la comprensión de la función.

Otras limitaciones están asociadas a la complejidad y generalidad del tema de función, ya que se puede presentar en muchas facetas y contiene una multiplicidad de representaciones (Cuevas y Delgado, 2016; Manrique et al., 2017). De igual forma se puede deber con el tipo de registro que utiliza el profesor para la enseñanza del tema de función. Investigaciones (Pino et al., 2019; Ribeiro y da Ponte, 2019 y Trevisan et al., 2020) atribuyen estas limitaciones a la forma de enseñanza y la metodología que emplea en profesor en su aula, una enseñanza tradicional que favorece el trabajo algebraico y la construcción de gráficas. Siendo generadora de una comprensión inadecuada de la función.

Otras dificultades que de acuerdo con mi experiencia en el aula he evidenciado son:

- Enunciar fenómenos o situaciones que involucren una relación funcional entre variables
- Reconoce solo la gráfica como una forma de representar la situación a modelar.
- Usa una escala inadecuada en los ejes del plano cartesiano al graficar.

Las expectativas y limitaciones de aprendizaje brindan elementos a considerar en la construcción de las demandas cognitivas, las cuales pretenden ayudar a superar las limitaciones del tema de función y alcanzar expectativas de aprendizaje delimitadas en el objetivo de aprendizaje. A continuación, se presentan las demandas cognitivas para el tema de función.

3.2.2.3 Demandas cognitivas para el tema de función

La última categoría del análisis cognitivo se centra en las demandas cognitivas que el profesor propone al estudiante para que pueda alcanzar el aprendizaje esperado y a su vez pueda superar o enfrentar las limitaciones asociadas con el tema de función. En palabras de Rico (2013) se refiere a “las tareas mediante las cuales se reta al alumno a dar respuesta a diversas cuestiones cuyo propósito está en el logro de su aprendizaje y en la superación de los errores relativos al tema” (p. 23). Así las demandas cognitivas específicas para el tema de función son estructuradas a partir de la expectativa de aprendizaje: reconocer el concepto de función y lo relaciona con situaciones de la vida real.

Procesos generales de los lineamientos curriculares.

- La resolución y el planteamiento de problemas (RP)
- El razonamiento (R)
- La comunicación (C)
- La modelación (M)
- La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos (ECE) (Lineamientos Curriculares de Matemáticas, 1998, p. 18)

Demandas cognitivas

A continuación, se proponen las demandas cognitivas asociadas a la expectativa de aprendizaje: reconocer el concepto de función y lo relaciona con situaciones de la vida real.

D1. Enunciar fenómenos o situaciones de la vida real que involucren una relación funcional.

D2. Identificar a la variable independiente y dependiente en una situación de la vida real argumentando su respuesta

D3. Describe la relación entre variable independiente y dependiente de una función en una situación de la vida real

D4. Identificar elementos que expresan el cambio en una función tales como aumento, disminución o permanece constante.

D5. Interpretar la gráfica de una función como la modelación de una situación de la vida real

Relación entre demandas cognitivas y los procesos generales.

En la tabla 2 se muestran las posibles relaciones entre las demandas cognitivas y los cinco procesos generales de acuerdo con nuestra expectativa de aprendizaje en torno al tema función.

Tabla 2 Demandas cognitivas y su relación con los procesos generales

Demandas cognitivas		Procesos generales				
Reconocer el concepto de función y lo relaciona con situaciones de la vida real		RP	R	C	M	ECE
D1	Enunciar fenómenos o situaciones de la vida real que involucren una relación funcional.		✓	✓		
D2	Identificar a la variable independiente y dependiente en una situación de la vida real argumentando su respuesta		✓	✓		
D3	Describe la relación entre variable independiente y dependiente de una función en una situación de la vida real	✓	✓	✓		
D4	Identificar elementos que expresan el cambio en una función tales como aumento, disminución o permanece constante.	✓	✓	✓		
D5	Interpretar la gráfica de una función como la modelación de una situación de la vida real		✓	✓	✓	

Nota: elaboración propia

3.2.3 Análisis de instrucción

El procedimiento de análisis de instrucción implica que el profesor examine y seleccione las tareas disponibles para diseñar las actividades de enseñanza y aprendizaje. Este análisis utiliza la información obtenida a través del análisis de contenido y cognitivo para tomar decisiones con respecto a la selección de tareas que serán implementadas en el aula (Gómez, 2007). Es en este punto donde las decisiones del profesor se vuelven fundamentales, ya que, a partir de los resultados de los análisis previos, debe diseñar, ajustar o elegir las tareas y actividades que se llevarán a cabo en la unidad didáctica y que permitirán alcanzar el objetivo de enseñanza aprendizaje.

Este proceso involucró un análisis con respecto a los resultados obtenidos, es decir, devolverse y luego avanzar, volver a regresar, analizar y reflexionar para que todo fuera congruente con las actividades que se deseaban desarrollar. Aspecto que significó tener presente los sistemas de representación que hacen parte de la función, las situaciones que dan sentido al concepto y su relación con las dificultades que se presentan en su aprendizaje. Fue un tránsito y constante ajuste entre las tareas que se desean plantear y que estas a su vez

tengan relación con el objetivo de aprendizaje, las demandas cognitivas y las dificultades encontradas.

En esta experiencia de desarrollo profesional el análisis de instrucción se realizó de la siguiente manera: se revisaron investigaciones sobre secuencias de enseñanza y aprendizaje del tema de función las cuales proponían actividades mediadas por la tecnología (Russo et al., 2017; Uribe, 2019 y Montes, 2018), situaciones de modelación (Pezoa y Morales, 2016; García, 2017), tareas en que se trabajan los diferentes sistemas de representación (Williner, 2018). También las propuestas de los libros de texto de Álgebra elemental (Kaufmann, J., y Schwitters, K., 2018), los Caminos del Saber Matemáticas (Perdomo et al., 2012).

El análisis de las diferentes propuestas mostró que las actividades y tareas que se presentan se alejaban del contexto real sobre el cual se iba a desarrollar la práctica y considerando que se trata de una clase cotidiana de un profesor. En este caso que no incluía el uso de tecnología o actividades que involucrarán tiempos adicionales a los estipulados en el plan operativo de la institución. De igual forma, actividades alejadas del objetivo de aprendizaje de la unidad didáctica ya que en los libros de texto, se inicia por definir el concepto de función e inmediatamente se introduce al trabajo de coordenadas, tabular y la realización de gráficas.

Considerando lo anterior y el objetivo de la presente unidad didáctica que busca que el estudiante pueda por medio de situaciones cercanas generar esas nociones que lo lleven al reconocimiento del concepto de función. Se decide proponer tres situaciones que expresan una relación funcional: la edad vs estatura de una persona, el costo de un viaje en Uber de acuerdo al destino y una factura de servicios públicos. Luego de un análisis y de contemplar los tiempos de clase solo se contemplan dos situaciones, la de la edad vs estatura y la factura de servicios públicos.

Lo siguiente fue generar la estructura de la situación, es decir, las tareas que se iban a proponer para desarrollar el objetivo de aprendizaje, de esta manera se crearon preguntas y reactivos acordes con cada situación. Este proceso nos llevó a devolvernos a las demandas cognitivas y visualizar si por medio de las tareas se potenciaban, lo que produjo un tiempo de ajustes en revisar demandas y tareas. Las tareas ayudaban a organizar y precisar las demandas cognitivas y de forma viceversa, al tiempo que se incluía los sistemas de representación y las dificultades. El desarrollo e inclusión de cada uno de estos elementos involucró análisis, cuestionamientos y reflexión sobre lo que se esperaba y lo que podía suceder.

Finalmente, luego de varias revisiones y ajustes se logró el desarrollo de las dos situaciones, sin embargo, había algo adicional que agregar y que tenía que ver con la gestión en el aula, los momentos de cada situación, la forma de trabajo con los estudiantes y a su vez una actividad de cierre que nos permitiera identificar y reconocer el alcance del objetivo de

aprendizaje. Así que lo último de la unidad didáctica fue definir la tarea de que los estudiantes describieran a modo de tarea y después del trabajo con las actividades, una situación en la que identificaran una relación funcional entre variables.

A continuación, se presenta la planeación de las tareas y actividades propuestas para la enseñanza y aprendizaje del tema de función, por medio de las cuales se espera alcanzar las demandas cognitivas y las expectativas de aprendizaje propuestas. Cabe mencionar que las actividades que se presentan en las situaciones propuestas son de autoría propia. La distribución del tiempo asignado a la planeación y la organización de las tareas fue propuesta teniendo en cuenta la experiencia del profesor y el diseño curricular de la institución educativa.

Tabla 3 Diseño de instrucción

TEMA GENERAL	Relaciones y funciones
Objetivo	Reconocer el concepto de función y lo relaciona con situaciones de la vida real
Sesiones	2
Tiempo	90 minutos en total, 45 min. cada sesión

Etapa	Inicio Situación 1 –edad y altura
Demandas cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • D2. Identificar la variable independiente y dependiente en una situación de la vida real argumentando su respuesta • D3. Describe la relación entre variable independiente y dependiente de una función en una situación de la vida real • D4. Identificar elementos que expresan cambio en una situación tales como aumento, disminución o permanece constante.
Tiempo	30 minutos
Descripción	<p>La etapa de inicio se llevará a cabo mediante el uso de preguntas de indagación de forma grupal, de tal manera que entre todos los estudiantes y el profesor se dé un proceso de retroalimentación y de discusión de los interrogantes 1, 2 y 3. Para lo cual se dispone de 10 minutos.</p> <p>A partir del interrogante 4, se brindará a los estudiantes hojas de trabajo de forma individual para que finalicen la actividad. Se dispone de 10 minutos.</p>

Al finalizar, se abre un espacio de socialización de 10 minutos con el objetivo de recoger los aspectos abordado.

1. ¿Qué cambia en ustedes a medida que su edad va aumentando?

2. ¿Se puede establecer una relación entre la edad y esas medidas que cambian?
¿Cuáles?

3. ¿De qué depende estos cambios?

4. Si tuvieras un registro de tu edad vs tu estatura hasta tus 20 años, ¿Qué sucede con tu estatura?

¿En qué edades aumenta más la estatura?

¿Qué sucede con tu estatura después de los 18 años?

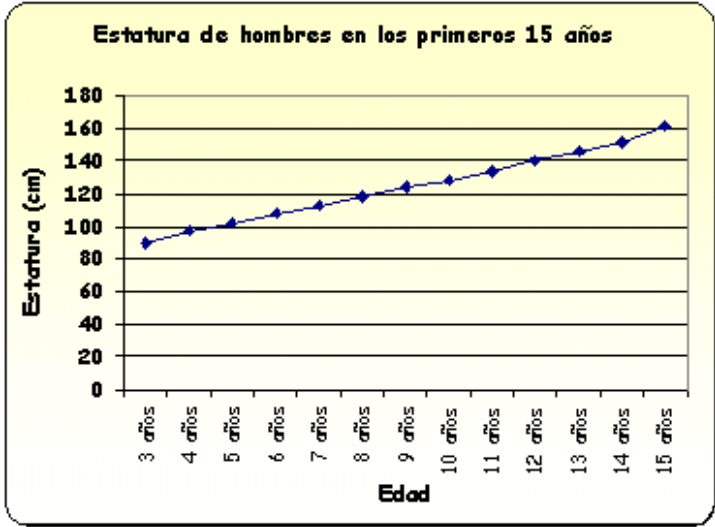
5. ¿Cuáles son las variables presentes en la situación?

6. Lee con atención las siguientes afirmaciones, identifica si son falsas o verdaderas, justificando tu elección

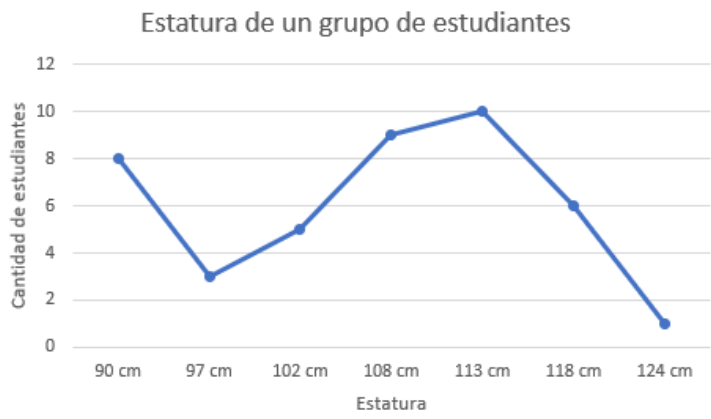
- a) El aumento de edad depende de la estatura de la persona.
- b) El aumento de la estatura depende de la edad de la persona

7. A partir de las siguientes representaciones determina cuál o cuáles permiten mostrar o identificar la relación edad vs estatura de una persona. Explica tu elección.

a)



b)



c)

Edad en años	Estatura en cm
3	90
4	97
5	102
6	108
7	113
8	118
9	124
10	128

Nota: Como cierre de la situación 1 el profesor indica las variables relacionadas en la situación, el nombre que recibe, es decir, se designa como variable dependiente e independiente utilizando como apoyo las representaciones presentadas en el número 7.

Etapa	Desarrollo Situación 2 – Factura del gas natural
Demandas cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> • D2. Identificar a la variable independiente y dependiente en una situación de la vida real argumentando su respuesta • D3. Describe la relación entre variable independiente y dependiente de una función en una situación de la vida real • D4. Identificar elementos que expresan el cambio en una función tales como aumento, disminución o permanece constante. • D5. Interpretar la gráfica de una función como la modelación de una situación de la vida real
Tiempo	50 minutos
Descripción	<p>La actividad va a ser desarrollada en parejas. Se presenta a cada pareja una copia de una factura del servicio público del gas, la cual deberán analizar y socializar para dar respuesta a la actividad.</p> <p>En un primer momento, se propone a las parejas realizar las preguntas de la 1 a la 6, para lo cual se les brinda 20 minutos.</p> <p>Posteriormente, se abre un espacio de 10 minutos de socialización y retroalimentación.</p> <p>Finalmente, se vuelve a retomar el trabajo de las preguntas de la 8 a la 12 para terminar en parejas, en los 20 minutos restantes.</p> <p>Durante toda la actividad, el profesor estará acompañando a los grupos constantemente para darles claridad frente a las dudas e ir orientando el desarrollo de la sesión.</p>
<p>Se entrega una copia de la factura del servicio público del gas natural, que llega a cada uno de los hogares de la ciudad de Cali.</p>	

No. CONTRATO 5 4561 **2603598** Código de referencia para pago electrónico: 252793396

DATOS DEL CLIENTE
 Nombre: CONSTRUCTORA BOLIVAR
 Dirección: KR 96 CL 53 - 172 TORRE C APTO 402
 Barrio: LAS VEGAS DE COMFANDI Estrato: 4
 Categoría: RESIDENCIAL Tasa de interés de mora: 2.9320 Cód: 1

Factura No. 1155721840
 Días de consumo: 32
 Período de consumo: D / M / A D / M / A
 28 / 10 / 2022 28 / 11 / 2022
 Fecha límite de pago: 14/DIC/2022
 Fecha de facturación: 01/12/2022

C.C. Chipichape Bodega 6 Piso 3
 Calle 44 No. 28 F-79 Barrio 12 de Octubre. Línea de atención a clientes: 418 7333
 Fuera de Cali: 01 8000 528 888

Descripción concepto	Saldo Anterior	Abono Capital	Intereses	Total	Saldo capital	Cuotas pend.	Interes finan.
SP - CONSUMO MES ACTUAL	0.00	0.00	0.00	21,096.00	0.00	0	0.0000
SP - CARGO FIJO MENSUAL	0.00	0.00	0.00	2,747.00	0.00	0	0.0000

INFORMACIÓN TARIFARIA VALOR DEL M³
 RANGO 0-0 MAS 0 \$ POR CADA M³ 3013.74 0

Lectura actual (m³) 41 - Lectura Anterior (m³) 33 x Factor de corrección 0.8936 = Consumo mes (m³) 7

Consumo últimos 6 meses: JUN 0, JUL 6, AGO 5, SEP 4, OCT 7, NOV 6

Consumo promedio últimos 6 meses (m³) 5 Medidor: 74429770022
 % subsidio a contribución: 0.00%

SERVICIOS PÚBLICOS (SP): 23,843
 Servicios (S): 0
 Saldo anterior: 0
TOTAL A PAGAR 23,843
 Saldo Capital: 0
 Facturas sin cancelar incluida esta: 1

Cupo aprobado Brilla 0
 (*) Sujeto a condiciones y políticas del grupo Brilla

Revisión Periódica
 Si no ha modificado su instalación, su certificado de conformidad se encuentra vigente.

1. Con tu pareja analiza las variables y las relaciones que se pueden encontrar en la factura del gas. Luego, presentarlas a todo el grupo.

2. Teniendo en cuenta lo anterior, explica ¿De qué depende el total a pagar cada mes?

3. ¿Qué sucede si en vez de $7m^3$ se consumen $9m^3$ en el mes? Encuentra el valor a pagar

4. ¿Si en el siguiente mes todos se van de vacaciones y el consumo de gas es de $0m^3$, entonces por cuánto llegaría el recibo?

5. Lee con atención las siguientes afirmaciones, identifica si son falsas o verdaderas, justificando tu elección
- a) El valor por pagar cada mes depende solamente de la cantidad de m^3 .
 - b) La cantidad de m^3 y el cargo fijo determinan el valor total a pagar.
6. Entre las variables que identificaste, determina cual es la variable dependiente y la variable independiente. Justifica tu respuesta.

Nota: al finalizar el punto 7 se abre un espacio de retroalimentación, cada pareja expresará de forma verbal las respuestas que ha encontrado en el desarrollo de la actividad, de modo que sus compañeros puedan validar o corregir su trabajo. De igual forma, permite al profesor identificar si se están desarrollando las demandas cognitivas planteadas.

El sistema que realiza las facturas ha perdido la información sobre el costo del consumo de gas de los últimos 6 meses, sin embargo, se tiene la siguiente información presente en el último recibo.



7. Analiza el gráfico anterior y contesta:

¿Qué sucede entre los meses de julio y septiembre?

¿En qué otros meses ocurre lo mismo? _____

¿En qué meses se presentó un aumento en el consumo? ¿A qué crees que se debe este aumento?

¿Qué sucedió en el mes de Junio?

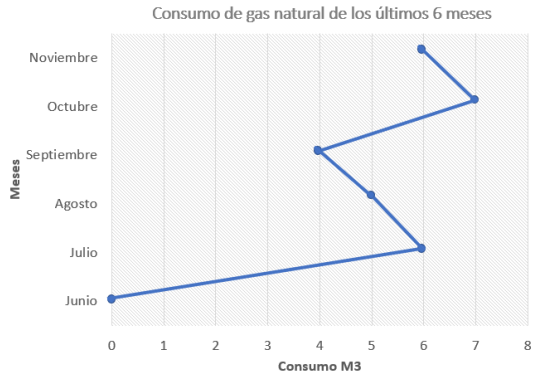
Explica _____

8. Selecciona cuál de las siguientes representaciones corresponde con la información del consumo en los últimos 6 meses.

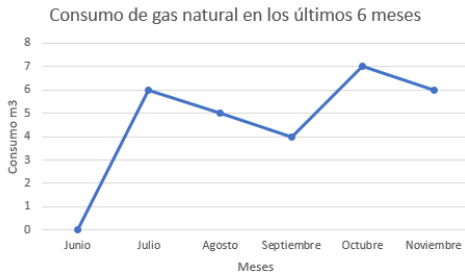
a)

Mes	Consumo m3
Junio	0
Julio	5
Agosto	6
Septiembre	4
Octubre	6
Noviembre	7

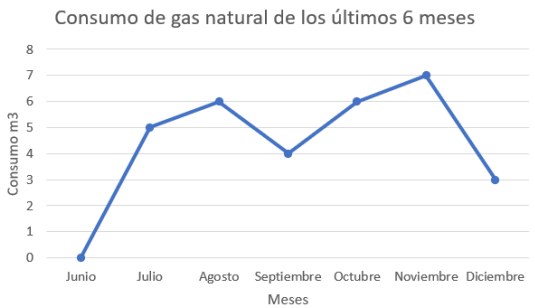
b)



c)



d)



9. ¿Puedes determinar los costos de la factura de cada mes, explica cómo lo harías?

10. Realiza las operaciones correspondientes para determinar los costos de cada mes. Organiza los resultados en una tabla.

11. Representa mediante una gráfica la relación entre el consumo de los últimos 6 meses y el costo de cada factura.

12. De acuerdo con la gráfica que realizaste, contesta:

¿En qué meses el costo a pagar fue el mismo? ¿Cuáles consideras son las razones de que el costo sea igual? _____

¿En qué mes o meses consideras que se tuvo un mayor ahorro en el costo de la factura? Explica por qué.

¿En los seis meses de consumo, cuál fue el mes con mayor costo?

Etapa	Cierre
Demandas cognitivas	<p>D1. Enunciar fenómenos o situaciones de la vida real que involucren una relación funcional.</p> <p>D2. Identificar a la variable independiente y dependiente en una situación de la vida real argumentando su respuesta</p> <p>D4. Identificar elementos que expresan el cambio en una función tales como aumento, disminución o permanece constante.</p> <p>D3. Describe la relación entre variable independiente y dependiente de una función en una situación de la vida real.</p>
Tiempo	10 minutos
Descripción	<p>Por último, se realiza un cierre por parte del profesor indicando que de acuerdo con las situaciones trabajadas, en nuestro diario vivir se pueden identificar situaciones que evidencian la dependencia de ciertos eventos con respecto a otros, es decir siempre se encuentra en función de una relación muy particular. De lo anterior se tiene que las funciones, las relaciones y sus características siempre se encuentran inmersas en nuestro día a día, en nuestra cotidianidad, incluso sin darnos cuenta.</p>
<p>Tarea 1</p> <ol style="list-style-type: none"> Describe una situación cotidiana en la que puedas identificar la relación entre variables. Explica las variables que intervienen en la situación y señala cuál es la variable dependiente y la variable independiente <p>Tarea 2</p> <p>Traer una copia de la última factura del gas natural de cada uno de sus hogares.</p> <p>En clase</p> <p>En equipos de tres estudiantes van a analizar las facturas de cada hogar considerando los siguientes interrogantes:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿El cargo fijo mensual es el mismo en los tres recibos? ¿por qué crees que se da esto? ¿Cuándo hubo un mayor aumento en el consumo? ¿los recibos coinciden en estos meses? ¿a qué crees que se deban esos cambios? ¿Cuándo se presentó una mayor disminución en el consumo en el hogar? ¿a qué crees que se deban esos cambios? 	

4. ¿Cuándo se presentan menos cambios en el consumo?

Nota: la tarea la deben entregar la próxima clase. Posteriormente se retomará la actividad en equipos donde se trabajará variación y cambio y se definirá formalmente el concepto de función.

3.2.4 Análisis de evaluación

El análisis de evaluación permite al profesor revisar y reflexionar sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la puesta en práctica de la unidad didáctica, es decir, analiza los aprendizajes alcanzados por los estudiantes de acuerdo con la ejecución de la planeación. A su vez analiza las fortalezas y debilidades del proceso de instrucción y señala las oportunidades de mejora de las actividades propuestas en la planeación (Rico,2013).

A continuación, se presentan los resultados del análisis de evaluación de mi práctica docente para la enseñanza y aprendizaje del tema de función, en el cual se abordan cada una de las situaciones presentes en el diseño de instrucción y las demandas cognitivas desarrolladas, además de la reflexión del proceso de implementación.

3.2.4.1 Análisis de evaluación de la unidad didáctica

En este apartado se presenta la evaluación de los datos obtenidos a partir de la implementación de la unidad didáctica de acuerdo con cada una de las situaciones propuestas en la planeación. Luego se presenta una tabla de registro en la cual se relaciona las demandas cognitivas propuestas en la situación y las que de acuerdo con los resultados fueron alcanzadas por los estudiantes. La notación adoptada es **E1** para nombrar a los estudiantes, donde **E** significa estudiante y **1** significa el número asignado a cada estudiante, esto con el fin de proteger su identidad y por último la evaluación de la implementación.

Análisis de evaluación de la situación 1 “Edad y altura”

La situación 1 dentro de la planeación corresponde a la etapa inicial de la clase, en la cual por medio de tres primeros interrogantes los estudiantes debían dar su opinión con respecto a la situación planteada, relativos a los cambios a medida que su edad va aumentando. A partir de la pregunta 1 de la situación los estudiantes lograron discutir en conjunto e identificar diferentes variables que permiten describir los cambios que han tenido al momento de crecer, entre los cuales resaltaron no solo los físicos que generalmente corresponden a variables cuantitativas como peso o tamaño (estatura), sino también los emocionales que son de corte cualitativo como gustos o actitudes, tal como se aprecia en la figura 11.

1. ¿Qué cambia en ustedes a medida que su edad va aumentando?
talla, tamaño, peso, gustos, personalidad, actitud

Figura 11 Respuesta de E3 a la pregunta 1 de la situación 1

Con respecto a la pregunta 2 (figura 12) la cual les pedía establecer una relación entre la edad y las medidas que cambian, los estudiantes tuvieron un momento de reflexión e indicaron que para ello solo se debían centrar en los cambios que fueran medibles, ya que la pregunta hacía énfasis en medidas, por lo que en este paso establecieron que según la edad se podían ver cambios en el peso, la talla de la ropa que usan y la altura, indicando que estos dependen de la edad de la persona.

2. ¿Se puede establecer una relación entre la edad y esas medidas que cambian? ¿Cuáles?
depende de la edad la talla, altura y peso cambian

Figura 12 Respuesta de E10 a la pregunta 2 de la situación 1

En este primer momento se observó un alto porcentaje de participación e interés de los estudiantes con respecto a los interrogantes presentados y en el modo que asociaban sus argumentos desde los cambios que ellos han identificado en ellos mismos.

El segundo momento les pedía un trabajo individual, por medio de la pregunta 4 debían contemplar la situación hipotética de un registro de su edad vs su estatura hasta sus 20 años, pregunta que les permitió reforzar la relación presente entre la edad y la estatura, ya que lograron afirmar que a medida que la edad aumenta se iba a presentar un aumento en la estatura, lo cual fue más claro de evidenciar en la justificación de la pregunta 6 figura 13, en la cual los estudiantes expresaron la dependencia de la estatura con respecto a la edad y no en el sentido inverso.

6. Lee con atención las siguientes afirmaciones, identifica si son falsas o verdaderas, justificando tu elección

a) El aumento de edad depende de la estatura de la persona.

Falso, porque la estatura no depende de la edad, uno no va a tener 12 años, y si así tiene que medir 1.65

b) El aumento de la estatura depende de la edad de la persona

Verdadero, porque uno crece tanto como edad y en estatura

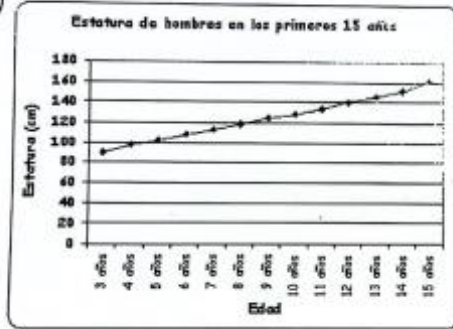
Figura 13 Respuesta de E8 a la pregunta 6 de la situación 1

En cuanto a los cambios que se les pedía identificar, los estudiantes identificaron que los cambios podrían estar asociados a mayor o menor crecimiento, es decir, intensidad con lo que algo aumenta, la mayoría de ellos indicó que las edades donde se presenta un mayor aumento en la estatura se da a partir de los 12 años hasta los 15 años, mientras que a partir de los 18 años se presenta una disminución en cuanto al crecimiento de la persona al punto de llegar a una edad donde su crecimiento se detiene. En cuanto a la identificación de las variables presentes en la situación los estudiantes lograron indicar que las variables presentes eran la edad y la altura, en este punto fue fundamental y evidente los conocimientos previos de los estudiantes con respecto a lo que es una variable. Lo anterior debido a que en el acompañamiento que como profesor realizaba durante el desarrollo de la sesión los estudiantes me preguntaron si las variables que se les pedía identificar era parte de lo que ellos entendían como variable y que en sus palabras hacía referencia a lo que cambia o varía.

La última pregunta de la situación 1 en la que debían determinar las representaciones que permitían mostrar la relación edad vs la estatura de una personal, 9 de los 12 estudiantes lograron asociar las dos representaciones tabular y gráfica que mostraban esta relación argumentando que en ellas se estaba relacionando la edad y la estatura (figura 14). Es decir, los estudiantes lograron identificar que la situación de la edad y la estatura se podía identificar por medio de una representación. Sin embargo, 3 de los estudiantes eligieron una sola representación, la gráfica argumentando que se les hacía más fácil de entender o que era una representación más común. En este punto se observa una de las limitaciones presentes en el aprendizaje de la función, la dificultad en el paso de unos registros a otros y la correcta relación entre ellos, así su abordaje en la situación posibilita un reconocimiento de las diferentes formas de representar una situación. Le brinda al estudiante el poder asociar una situación a dos formas en las que se puede representar, la capacidad de que pueda relacionar y leer una situación desde sus diferentes representaciones. También permite ver la necesidad que dentro del aula se aborde con el estudiante lo tabular como un medio que permite mostrar o representar una situación.

7. A partir de las siguientes representaciones determina cuál o cuáles permiten mostrar o identificar la relación edad vs estatura de una persona. Explica tu elección.

a)



Si, porque lo representan en una tabla

b)



No, porque están hablando de los estudiantes

c)

Edad en años	Estatura en cm
3	90
4	97
5	102
6	108
7	113
8	118
9	124
10	128

Porque están relacionando la edad y estatura

Figura 14 Respuesta de E8 a la pregunta 7 de la situación 1

Como cierre de la situación 1 y utilizando como apoyo las representaciones de la pregunta 7, se reafirmó las variables que ellos ya habían identificado, además se aprovecha el espacio para indicar cuales de las representaciones presentes la tabular y la gráfica mostraban la relación de la edad vs la estatura. Luego se explicó los términos de variable dependiente y variable independiente, partiendo de pedirles que expresen lo que ellos en sus palabras entienden por independiente y dependiente. En sus palabras expresaron que lo dependiente es como si dependiera de alguien más y se apoyaron de lo trabajado en la situación 1 indicando que la estatura dependía de la edad por lo tanto era dependiente mientras que la edad no la asociaban a algo y por lo tanto aumentaba por ella misma. De esta forma conceptualizó y se dio cierre a la situación 1.

Evaluación de las demandas cognitivas situación 1 “Edad y altura”

Para elaborar la tabla de registro de las demandas cognitivas de la situación 1, se tuvo en cuenta la observación del profesor y la participación de los estudiantes durante la clase y se analizaron las respuestas proporcionadas a cada una de las preguntas planteadas y discutidas en la situación. En la tabla 4 se presenta el registro de las demandas cognitivas que fueron promovidas.

Tabla 4 Registro de las demandas cognitivas que se promovieron en la situación 1

Situación 1 "Edad y altura"			
Estudiantes	Demandas cognitivas		
	D2	D3	D4
E1	✓	✓	✓
E2	✓	✓	✓
E3	✓	✓	✓
E4	✓	✗	✓
E5	✓	✗	✓
E6	✓	✓	✓
E7	✓	✗	✓
E8	✓	✓	✓
E9	✓	✓	✓
E10	✓	✓	✓
E11	✓	✓	✓
E12	✓	✓	✓

Nota: elaboración propia

Como se puede observar en la tabla 4, en la situación 1 las demandas cognitivas 2, 3 y 4 en su mayoría estuvieron presente en la ejecución, ya que de los 12 estudiantes que hacen parte del grupo, 9 de ellos ejecutaron y desarrollaron todas las capacidades. Siendo la demanda D2 y la D4 la que todos los estudiantes lograron ejecutar. Lo cual se evidencia en las respuestas y argumentos que presentan frente a las preguntas propuestas en la situación y a la capacidad de poder justificar frente a la interacción que se daba en la clase, es decir, al momento que como profesor le preguntaba de forma aleatoria a algún estudiante, él presentaba una respuesta clara frente a lo que entendía de acuerdo con la situación y que respondía a lo que se esperaba desarrollar en la situación.

En los estudiantes E4, E5 y E7 se desarrolló con menor frecuencia la demanda cognitiva D3 relacionada con describir la relación entre variable independiente y dependiente en una situación, lo cual se evidencia en la figura 15 al momento de justificar con claridad la veracidad o falsedad de las afirmaciones presentadas en la pregunta 6.

6. Lee con atención las siguientes afirmaciones, identifica si son falsas o verdaderas, justificando tu elección

a) El aumento de edad depende de la estatura de la persona.

Verdadero porque la la estatura varia/camb.

b) El aumento de la estatura depende de la edad de la persona

Falso porque la edad te puede decir si es alto o bajo.

Figura 15 Respuesta de E7 a la pregunta 6 de la situación 1 ligada a la demanda cognitiva D3

Evaluación de la implementación situación 1 “Edad y altura”

La ejecución de la situación fue positiva en el sentido que se logró desarrollar lo planificado en el análisis de instrucción, en este sentido la situación que se presentó para la discusión sobre la edad y la altura fue algo que de entrada llamó la atención en los estudiantes y motivó la participación de todos. Lo que se debe a que los interrogantes que se planteaban en la situación lo podían cotejar con su proceso de crecimiento en estos años y de esa forma poder comparar lo que va cambiando en cada uno de ellos a partir de su edad, desde lo emocional como lo físico. De esta forma pudieron identificar cambios tales como su aumento o hacía que edad su crecimiento disminuye o en qué punto se detendrá.

Otro aspecto tiene que ver con la capacidad de los estudiantes en poder identificar y justificar la relación que se puede establecer entre la edad y los cambios que se pueden ir presentando como la estatura, peso y talla. Por medio de la situación se movilizó el pensamiento variacional, esto es, las diferentes cambios que se pueden dar a partir de una relación. También se propició el trabajo con las representaciones permitiendo a los estudiantes el poder identificar una situación cercana y asociarla a una representación gráfica o una representación tabular. Aspecto que favorece a la superación de limitaciones en cuanto a las diferentes formas en las que se puede representar una función.

Los conocimientos previos de los estudiantes desempeñan un papel importante al momento de generar conexiones entre los diferentes aprendizajes, al tener nociones sobre lo que es una variable se favoreció el reconocimiento e identificación de estas dentro la situación.

En cuanto a los ajustes a la situación 1 luego de la ejecución considero que la pregunta 4 *si tuvieras un registro de tu edad vs tu estatura hasta tus 20 años*, sería más interesante para ellos sino tuvieran que imaginar ese registro, por el contrario que ellos pudieran tener un registro de su edad vs estatura hasta la fecha. Lo que implicaría que dentro de la planeación se les solicite con tiempo a modo de tarea el traer esa información. El incluir este ajuste

propiciaría que ellos en conjunto con sus compañeros puedan visualizar y analizar los cambios que se pueden presentar.

Análisis de evaluación de la situación 2 “Factura del gas natural”

La situación se inició finalizando la primera sesión de clases de 45 minutos, para este tiempo se tenía planeado avanzar hasta la pregunta 5 de la situación, sin embargo, no se desarrolló hasta este punto debido a que el análisis inicial de la factura del gas natural demandó más tiempo del que se había estimado en el diseño de instrucción. La situación se finalizó en la siguiente sesión de clases en la cuál por motivos de salud no asistieron 2 de los estudiantes del grupo.

La situación 2 fue desarrollada en parejas, lo primero que debían hacer era analizar las variables que están presentes en la factura del gas y establecer o encontrar una relación entre ellas. Este primer punto de exploración los llevó a profundizar un poco más en el reconocimiento de lo que contiene una factura, ya que algunos de los estudiantes habían escuchado o sabían lo que es una factura más no el proceso o estructura que la compone y la forma como se determina el costo total que se debe pagar cada mes. Aunque en conjunto los estudiantes lograron identificar los diferentes conceptos que se presentan en la factura, fue necesario en este inicio mi acompañamiento e intervención como profesor para aclarar o explicar lo que significaban algunos de los términos presentes en la factura y que ellos pudieran entender por qué estaban incluidos en ella, un ejemplo de ello fue el concepto de cargo fijo mensual y que después de la discusión y socialización los estudiantes terminaron denominando en sus palabras como un impuesto.

Luego de analizar y comprender el funcionamiento de la factura los estudiantes en sus respectivas parejas dieron respuesta a las primeras 6 preguntas planteadas y que guardaban relación con el análisis inicial de la factura. En la socialización de esta primera parte los grupos coincidieron en las respuestas, lo que permitió evidenciar el correcto entendimiento de la factura y su funcionamiento, ya que las preguntas pedían identificar de qué dependía el valor a pagar cada mes, las variables presentes en esta situación, cálculos y procedimientos que les permitieran validar los costos a pagar en el mes de consumo y sus cambios y por último el reconocimiento de la variable independiente y variable dependiente. Es decir, la situación propuesta en esta primera etapa fue acorde a lo planificado en el análisis de instrucción.

Por ejemplo, en la figura 16 el grupo número 2 identificó las variables presentes en la factura, de modo que logran establecer la relación que determina el total a pagar en el mes y adicionalmente agrega que también está relacionado con el estrato o nivel socioeconómico correspondiente a la ubicación de la vivienda y el uso que se tenga del gas dentro del hogar. Es decir, el grupo analizó y evidenció factores adicionales que determinan o influyen en el costo de la factura del gas natural.

1. Con tu pareja analiza las variables y las relaciones que se pueden encontrar en la factura del gas. Luego, presentarlas a todo el grupo.

El total a pagar se relaciona con el impuesto y el consumo. También depende del estrato y el uso que se le dé al gas en cada vivienda.

Figura 16 Respuesta de grupo 2 a la pregunta 1 de la situación 2

De igual forma los grupos de estudiantes lograron identificar las variables presentes en la factura del gas y así mismo poder indicar cual correspondía a la variable independiente y la variable dependiente dentro de la situación. En la figura 17 se observa la respuesta de los estudiantes del grupo 1 a la pregunta 6, donde ellos argumentan las variables presentes, la variable independiente y la variable dependiente y la relación de éstas dentro de la situación.

6. Entre las variables que identificaste, determina cual es la variable dependiente y la variable independiente. Justifica tu respuesta.

La independiente es el cargo fijo mensual y consumo mes actual. Por que no dependen de nada para formarse y la dependiente es el total a pagar porque depende de los dos anteriores.

Figura 17 Respuesta de grupo 1 a la pregunta 6 de la situación 2

La parte final de la situación 2 se continuaba trabajando en parejas, sin embargo, en el cierre de la misma no estaba contemplado un espacio de socialización, ya que tenía la finalidad reforzar e identificar el aprendizaje de los estudiantes con respecto a lo desarrollado con anterioridad. El cierre de la situación giraba en torno al consumo del gas de los últimos 6 meses, así el punto 7 les pedía interpretar la representación que mostraba el consumo registrado de los últimos 6 meses en la vivienda, de modo que esta pregunta les permitía no solo observar una forma sobre la cual era posible representar la situación, sino que a sus vez identificar los elementos que mostraban los cambios en cuanto al consumo.

El grupo número 5 y el grupo número 3 como se observa en las figuras 18 y 19 logran interpretar lo que ocurre en cuanto al consumo del gas en los diferentes meses, logrando indicar los meses en los cuales se presentó una disminución en el consumo como también aquellos meses en que se dio un aumento en el consumo, todo esto a partir de la representación del consumo del gas en los últimos 6 meses.

¿Qué sucede entre los meses de julio y septiembre?

el consumo del Gas disminuye es decir que no han utilizado mucho el gas

Figura 18 Respuesta de grupo 5 a la pregunta 7 de la situación 2

¿En qué meses ocurre lo mismo?

de octubre a noviembre ocurre lo mismo!

¿En qué meses se presentó un aumento en el consumo? ¿A qué crees que se debe este aumento?

De junio a julio uno un aumento de consumo y de septiembre a octubre un aumento de 4 a 7.

Figura 19 Respuesta de grupo 3 a la pregunta 7 de la situación 2

Luego de analizar el consumo del gas de los últimos 6 meses se les pidió a los grupos en la pregunta 8 de la situación identificar la representación asociada con la información del consumo, punto en el cual todos los grupos lograron seleccionar la opción correcta. Las respuestas permiten identificar que los estudiantes lograron hacer una interpretación adecuada de la representación que mostraba el consumo del gas y a su vez descartar aquellas con las que no correspondía o no representaba dicha información. Adicional se logró por medio de la pregunta 8 y las representaciones que los estudiantes comprendieran que la información del consumo de gas natural de los últimos 6 meses se podía representar de más de una forma.

Las preguntas 10 y 11 de la situación 2, se evidenció el trabajo de los estudiantes con las diferentes formas sobre las cuales se puede modelar una misma situación, por ejemplo, en la pregunta 10, figura 20, el grupo 5 logra hacer las respectivas operaciones para obtener los costos de cada mes y organizar los resultados en una tabla, aspecto que permite el trabajo por medio de un registro adicional para representar la situación. Otro aspecto ha resaltar, es el acercamiento al registro de representación pre simbólica por medio de la tarea. Las operaciones y el sentido de la misma sirven de introducción y comprensión en el estudiante para que posteriormente pueda formalizar dicho registro.

10. Realiza las operaciones correspondientes para determinar los costos de cada mes. Organiza los resultados en una tabla.

Junio = $3013.74 \times 0 + 2747.00 = 2.747$	Mes	Total a pagar
Julio = $3013.74 \times 6 + 2747.00 = 20.829,44$	junio	2.747
Agosto = $3013.74 \times 5 + 2747.00 = 17.815,7$	Julio	20.829,44
Septiembre = $3013.74 \times 4 + 2747.00 = 14.801,96$	Agosto	17.815,7
Octubre = $3013.74 \times 7 + 2747.00 = 23.843,18$	Septiembre	14.801,96
Noviembre = $3013.74 \times 6 + 2747.00 = 20.829,44$	Octubre	23.843,18
	Noviembre	20.829,44

Figura 20 Respuesta de grupo 5 a la pregunta 10 de la situación 2

En la pregunta 11 los grupos lograron representar por medio de una gráfica la relación entre el consumo y el costo de la factura de cada mes, es decir, todos los grupos lograron realizar la respectiva representación, mostrándoles que también es otra forma de representar la situación de consumo y costo de la factura. Sin embargo, una dificultad que se observó al momento de representar la gráfica tiene que ver con la escala a utilizar con relación a los costos a pagar en cada mes, es decir, los valores obtenidos no les permitían a los estudiantes el poder precisar la escala más adecuada (figura 21).

11. Representa mediante una gráfica la relación entre el consumo de los últimos 6 meses y el costo de cada factura.

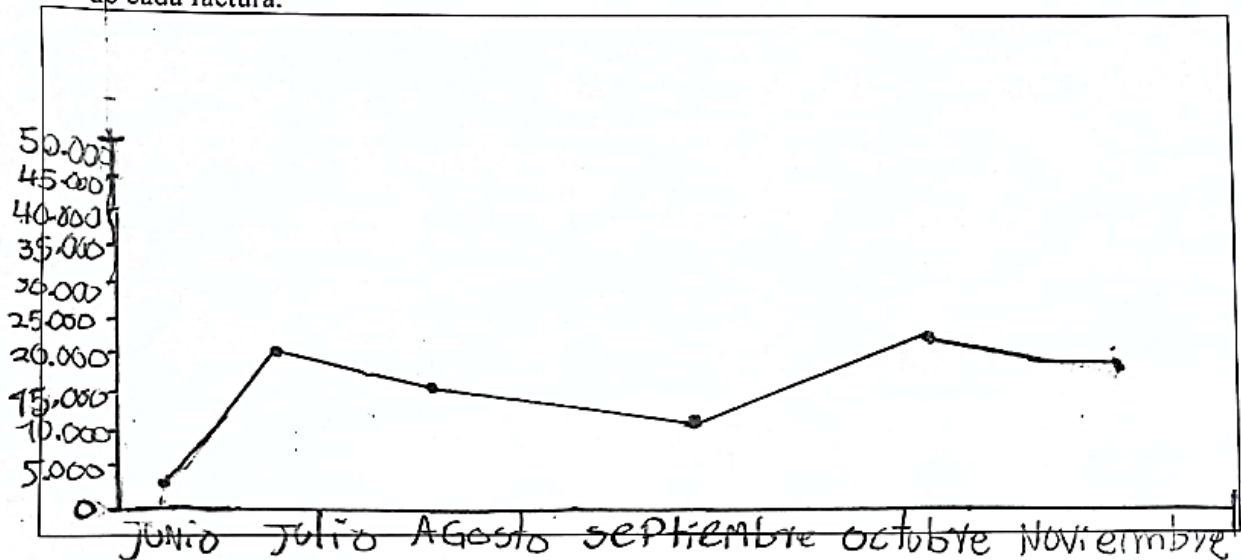


Figura 21 Respuesta de grupo 3 a la pregunta 11 de la situación 2

A partir de la representación gráfica los estudiantes analizaron los meses en los cuales se presentó un mayor ahorro en cuanto al costo de la factura, donde hubo un mayor consumo o en qué meses el costo fue el mismo. En esta parte de la actividad los estudiantes expresaron que por medio de la representación era muy fácil el poder deducir y dar respuesta a las

preguntas, sobre lo cual agregaron que estos cambios podían deberse a que en esos meses las personas que viven en la vivienda no habían utilizado el gas ya que no se encontraron mucho tiempo en casa o por el contrario en esas fechas habían recibido alguna visita de un familiar lo que llevó a que el consumo aumentara.

Evaluación de las demandas cognitivas situación 2 “Factura del gas natural”

Tenido en cuenta la participación de los grupos durante la clase, las respuestas proporcionadas a cada una de las preguntas planteadas en la situación y mi observación como profesor dentro de la ejecución de la planeación, es posible indicar de acuerdo con la tabla 5, que la situación desarrolló las demandas cognitivas planeadas en el diseño de instrucción.

Tabla 5 Registro de las demandas cognitivas que se promovieron en la situación 2

Situación 2 “Factura del gas natural”					
Grupo	Estudiantes	Demandas cognitivas			
		D2	D3	D4	D5
1	E1	✓	✓	✓	✓
	E2	✓	✓	✓	✓
2	E3	✓	✓	✓	✓
	E11	✓	✓	✓	✓
3	E5	✓	✓	✓	✓
	E6	✓	✓	✓	✓
4	E7	✓	✓	✓	✓
	E12	✓	✓	✓	✓
5	E9	✓	✓	✓	✓
	E10	✓	✓	✓	✓

Nota: elaboración propia

La situación de la factura del gas natural permitió la ejecución y desarrollo en los estudiantes la capacidad de poder describir las variables presentes en la situación a su vez poder describir las relaciones que se presentan entre ellas. De igual forma logró que identificarán la variable independiente y la variable dependiente, con las diferentes representaciones que se presentaron y que los estudiantes realizaron trabajaron otras formas en las que se puede representar una misma situación. Por último, en las respuestas de los estudiantes se evidenció que lograron identificar y describir los diferentes momentos de la situación en la cual se presentaban algunos cambios.

En la situación 1 los estudiantes no desarrollaron a cabalidad la demanda cognitiva 3, mientras que en la situación 2 ya se logró promover, lo cual puede deberse a que en la situación 1 los estudiantes abordaron la situaciones desde sus nociones sin tener una formalización o explicación. Al final de la situación 1 el profesor explica a los estudiantes la relación entre variable dependiente y variable independiente, por lo que al abordar la

situación 2 ya tenían una mayor comprensión sobre dicha relación y que se evidencia en la demanda cognitiva. Por tanto, el acompañamiento del profesor para orientar y explicar características propias de un contenido es necesarias para que los estudiantes puedan afianzar y comprender un tema.

Evaluación de la implementación situación 2 “Factura del gas natural”

La ejecución de la situación 2 involucró un tiempo adicional al que se había planificado, lo cual se debió a la tarea inicial de analizar la factura del gas natural. Para los estudiantes en un principio generó confusión el reconocimiento de todos los elementos que componen la factura, lo que inició un debate sobre lo que implicaba cada concepto y su papel dentro de la factura. Una socialización que fue constructiva ya que entre los mismos estudiantes y su forma de interpretar lograron ayudar a sus compañeros en la comprensión adecuada de cada uno de los elementos de la factura.

Por medio de la situación propuesta se pudo observar a los estudiantes interesados por aprender a leer una factura de servicios públicos, ya que indicaron que de acuerdo con lo trabajado en la clase podían revisar la factura de su casa y saber lo que les estaban cobrando. También provocó una expresión crítica ya que a su criterio no era justo el cobro de un cargo fijo mensual si no se realizaba ningún consumo de gas.

Los interrogantes propuestos y lo que estos exigían a los estudiantes favorecieron el desarrollo de toda la situación, llevándolos a trabajar las demandas cognitivas propuestas. La orientación constante del profesor es un aspecto importante dentro del desarrollo de la situación, un acompañamiento por medio del cual se pudo despejar aspectos que no son claros para los estudiantes, por ejemplo, conceptos presentes en la factura del servicio de gas. De igual forma por medio de interrogantes dentro del desarrollo de la clase fue posible validar si los estudiantes estaban entendiendo lo propuesto para la clase.

El trabajo en grupo fue una estrategia que favoreció la comprensión y ejecución de la situación, los estudiantes pudieron compartir sus opiniones, establecer estrategias de solución y análisis, concretar o justificar sus argumentos y orientar a su compañero o compañera en la comprensión de algunos aspectos de la situación. Es decir, el trabajo entre pares aporta significativamente en el desarrollo de un aprendizaje.

En cuanto a ajustes en la planeación de la situación 2 es necesario considerar los tiempos de ejecución de la actividad, ya que demandó tiempo adicional debido al análisis de la factura. Lo cual puede variar dependiendo de los estudiantes y su conocimiento sobre un documento que está presente en todas las viviendas.

Análisis de evaluación del cierre de la unidad didáctica

En el cierre de la unidad didáctica de acuerdo con lo explicado y socializado entre estudiantes y profesor debían describir una situación cercana en la que identificaran una relación (D1). Además de indicar la variable dependiente y la variable independiente dentro de la situación.

De esta forma las respuestas dadas por los estudiantes y que se presenta en la figura 22 permite validar que las demandas cognitivas que se esperaban desarrollar por medio de la unidad didáctica fueron cubiertas y ejecutadas por los estudiantes. Desde su contexto cercano identificaron y describieron situaciones en las cuales se puede establecer una relación funcional, además de poder precisar dentro de la misma situación las variables presentes y la relación entre ellas como se muestra en la figura 22 y que dan cuenta del cumplimiento de la demanda cognitiva 1.

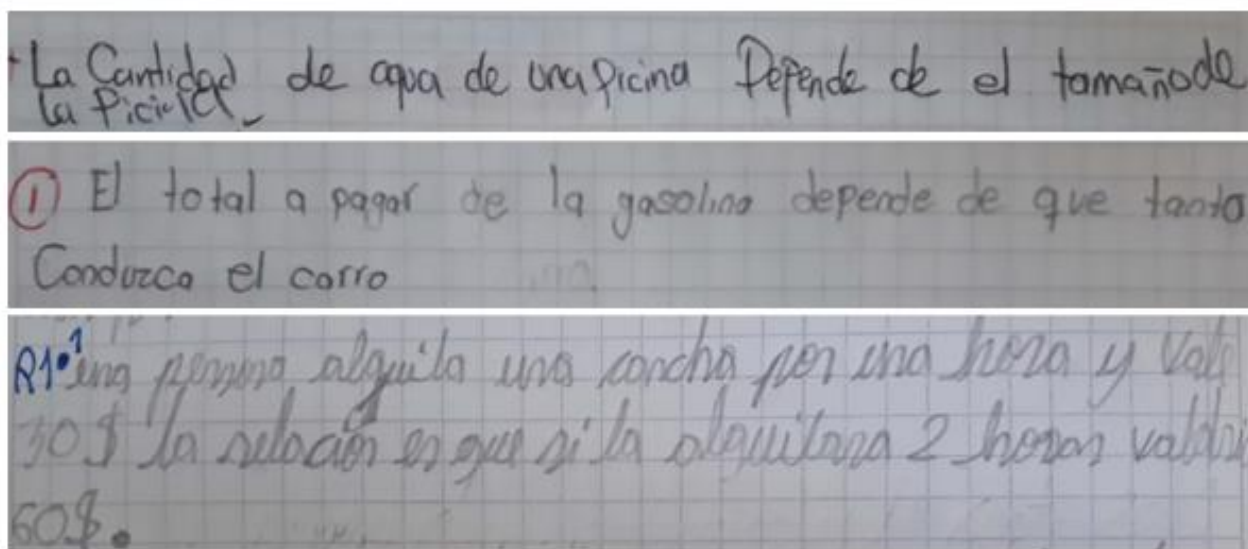


Figura 22 Respuestas de los estudiantes tarea de cierre de la unidad didáctica

La segunda parte del cierre consistió en grupos de tres estudiantes analizarán la factura del gas natural de cada uno de sus hogares, a fin de que realizarán un análisis de las facturas e identificarán los cambios referentes con aumentos o disminuciones en el consumo. Ejercicio que les permitió socializar y presentar argumentos que justificaran los cambios obtenidos, aspectos que les ayudaron a visualizar la influencia del nivel socioeconómico a la hora de establecer un total a pagar. Y de sucesos ocurridos en los hogares que explicaban el comportamiento en cuanto al consumo presente, por ejemplo, que en algunos de los hogares vivían menos personas, que la comida la compraban por fuera, por tanto, no usaban el gas o que en ese tiempo habían realizado una actividad familiar y que ello generó un mayor consumo del gas natural.

Por último, he de indicar que en la implementación de la unidad didáctica los estudiantes lograron alcanzar sino fueron todas por lo menos la mayoría de las demandas cognitivas propuestas en cada situación. En general, la puesta en práctica del diseño de planeación me permitió experimentar una forma de enseñanza apoyada bajo un sustento teórico y poder evidenciar los resultados en cuanto al aprendizaje de mis estudiantes, por lo tanto contribuyó considerablemente en mi formación como profesor.

Es de resaltar que, aunque se realice una planeación de clase, en el escenario real de su ejecución siempre van a surgir situaciones no contempladas y que hacen parte del día a día de lo que puede ocurrir en el espacio de clase. Las preguntas inesperadas, la ayuda que se debe brindar para ayudar a superar errores o dificultades, los tiempos de clase que a veces no se ajustan a lo planeado, todos estos son cuestiones que contribuyen a mi formación y lo que es la realidad en el aula. De igual forma los espacios de socialización y el trabajo grupal (figura 23) son estrategias que ayudan en el proceso de enseñanza y aprendizaje, por medio de ella se fortalece el trabajo en equipo, la comunicación y la capacidad de argumentar o defender sus opiniones, que el estudiante desempeña un rol más activo al ayudar a su compañero en la comprensión de aquello que se desea enseñar y para el docente una oportunidad de poder validar, retroalimentar y orientar el desarrollo de la clase hacia el objetivo esperado.



Figura 23 Implementación de unidad didáctica

Capítulo 4. Conclusiones

En este capítulo se presentan las reflexiones derivadas de mi experiencia de desarrollo profesional, en la cual utilicé el Análisis Didáctico como marco teórico y metodológico, y el tema de función como contenido de enseñanza y aprendizaje, para analizar y mejorar mi práctica docente. A partir de mi pregunta de desarrollo profesional ¿Cuáles son los resultados en mi práctica docente al implementar el ciclo del análisis didáctico como herramienta metodológica para la enseñanza aprendizaje del tema de función?, presento las conclusiones obtenidas de mi experiencia en el diseño, ejecución y evaluación de la unidad didáctica a nivel local, utilizando los cuatro organizadores del currículo que componen el Análisis Didáctico.

4.1 El análisis de contenido en mi desarrollo profesional

En el Análisis Didáctico, el primer organizador del currículo es el análisis de contenido, que se compone de tres categorías: la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología. Estas categorías son útiles para determinar los significados de un contenido escolar. Para la enseñanza y aprendizaje del tema de función, el análisis de contenido me brindó los conocimientos para entender lo que significa un análisis de contenido a nivel local, es decir, la importancia de conocer, identificar y seleccionar los significados que deseo potenciar en el contenido que voy a enseñar.

La revisión histórica del desarrollo del tema de función me permitió reflexionar sobre lo importante dentro de mi rol como profesor de conocer el proceso de construcción de un contenido escolar, ya que pude aprender y conocer los contextos sobre los cuales se originó, las dificultades que se presentaron y los usos que se abordaron en su desarrollo, como por ejemplo, representar movimientos, hacer cálculos y fenómenos naturales. Todo lo anterior, me ayudó a tener más elementos teóricos y conceptuales sobre el tema de función, si bien no todos ellos se usaron dentro de mi práctica, son un apoyo dentro de mi preparación y una base ante los imprevistos que se puedan presentar en la enseñanza del contenido escolar; por medio de ello puedo dar respuesta a interrogantes que los estudiantes puedan realizar o contextualizar su aplicación dentro de la sociedad.

Otro aspecto de la revisión histórica fue comprender que para la construcción del tema de función fue necesario el uso de otros contenidos, por ejemplo, magnitudes, tablas, plano cartesiano, gráficas y las situaciones en las que se usaban, lo que me permite identificar todas las relaciones que tiene el concepto con otros contenidos y en este sentido las diferentes representaciones que lo conforman. Aspecto, que evidencia la necesidad del aprendizaje del tema de función no sólo para entender y avanzar hacia otros contenidos y temas de la matemática, sino que también, el estudiante pueda asociarlo a situaciones y fenómenos de su contexto.

En mi experiencia para la enseñanza de un contenido escolar no estaba presente el realizar una revisión histórica de un tema, me enfocaba más en lo acabado que se presenta en

la actualidad, sin embargo, he descubierto que para conocer un poco más de un contenido no es necesario realizar una búsqueda intensiva y profunda, basta con la revisión o lectura de un artículo o documento que presente los aspectos epistemológicos para tener una idea general del desarrollo de un concepto. Cabe resaltar que en el ejercicio de mi práctica como profesor los tiempos para realizar una lectura o revisión histórica son escasos y por lo tanto, contemplar una revisión para cada contenido escolar que se desea enseñar es algo honestamente imposible, no obstante, es algo que puedo aplicar para contenidos específicos o un contenido que considere necesito una mayor apropiación.

El análisis de contenido me permitió el estudio de tres dimensiones que se deben considerar a la hora de estudiar un contenido de enseñanza; la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología. Anteriormente solo me enfocaba en la revisión del tema del contenido a presentar y las actividades a trabajar de acuerdo con los lineamientos curriculares, ahora considerando cada una de las dimensiones he aprendido y puesto en práctica que para determinar y seleccionar los significados de un concepto me puedo apoyar en la estructura conceptual. Las relaciones que se pueden establecer entre los conceptos me permiten tener un panorama matemático más amplio de lo que se necesita para abordar un contenido y las estructuras que se pueden relacionar con otros contenidos.

De los sistemas de representación aprendí a identificar los distintos sistemas de representación que puede tener un contenido escolar y que en este orden un mismo concepto como lo es el de la función necesita y se compone de varios sistemas de representación necesarios para su enseñanza y aprendizaje. Por último, la fenomenología me permitió estudiar y conocer los problemas que contribuyeron al desarrollo del contenido escolar, los contextos y situaciones que dan sentido al concepto y como el uso de estos puede contribuir a las estrategias de enseñanza.

Todo el análisis de contenido me ayudó a tener mayor claridad sobre el contenido que iba a enseñar y me permitió tener ideas de la forma como podría realizar las tareas o actividades a desarrollar en la propuesta de mi unidad didáctica. Para lo cual considerar la fenomenología de la función me ayudó a pensar las situaciones o problemas sobre los cuales se fue desarrollando el concepto y de esa forma adaptar o generar aquellas situaciones que me permitieran su enseñanza.

En cuanto a mi aprendizaje, el realizar un análisis de contenido me permitió el acercarme a un nuevo conocimiento tanto para la enseñanza de un contenido como en el de mejorar mis capacidades sobre el tema de función. Lo cual pude ver reflejado en mi práctica y en la ejecución de las situaciones asociadas al contenido escolar, aprovechando las opiniones e ideas de los estudiantes para direccionarlos hacia ejemplos y relaciones que favorezcan una mayor comprensión en los estudiantes. También el poder identificar, organizar y seleccionar los significados del tema de función, en lo cual pude encontrar las diferentes definiciones del concepto y que de acuerdo con la definición elegida para su enseñanza se van a potenciar determinados significados, considerando la estructura

conceptual, sistemas de representación y su fenomenología. En este caso de las definiciones de función encontradas en el análisis, se tomó la que se relacionaba con lo estipulado en el plan operativo del área de matemáticas de la institución, en el cual se plantea la función como una relación. La fenomenología se basó en el objetivo de aprendizaje, el cual plantea el reconocimiento de la función por medio de situaciones cercanas al estudiante, por lo tanto se eligieron situaciones en contextos extra matemáticos, en particular asociados a fenómenos que fueran de fácil reconocimiento por los estudiantes, como su edad vs su altura o una factura de servicio público. Y por último, las representaciones utilizadas responden a las dificultades encontradas con respecto al reconocimiento de los diferentes registros de representación sobre los cuales se puede presentar una función: gráfica, tabular o verbal.

De esta forma, todo este proceso me permitió adquirir un conocimiento que dentro de mi formación y práctica en el aula no había aplicado para la enseñanza de un contenido escolar. Ver lo enriquecedor de su proceso para la precisión y delimitación de los significados que realmente se desean potenciar y en los saberes que como profesor debo tener a la hora de enfrentar la enseñanza de un contenido escolar, sin embargo, todo el proceso que corresponde al análisis de contenido dentro de la práctica involucra una dedicación mayor frente a los tiempos reales que como profesor se cuentan para la planeación de un contenido escolar, un desfase que no da cabida a su adopción a profundidad dentro de la práctica del profesor.

Lo que sí posibilita en el profesor es el reconocimiento de estos elementos y por ende tener un grado de conciencia con respecto a su uso dentro de su planeación. Es decir, poder utilizarlos de acuerdo con las herramientas que tenga a su alcance, por ejemplo, si al revisar dos libros de texto que presentan definiciones diferentes para un mismo contenido, el profesor puede analizar y decidir cuál de ellos se relaciona con su objetivo de enseñanza, a su vez poder identificar la estructura conceptual del mismo e identificar qué términos son necesarios para su abordaje o las representaciones sobre las cuales se puede apoyar. Esto es posible porque ya tiene unos conocimientos que le permiten visualizar eso a la hora de planear un contenido y que no implica un análisis a profundidad.

Por tal motivo, considero que en mi práctica diaria podría usar la fenomenología y los sistemas de representación como elementos que me ayudan a organizar mi planeación, anteriormente no identificaba el papel de estos y su articulación para proponer actividades en mi clase, ahora con lo que cuento en mi colegio, los libros, guías y materiales lo puedo hacer. Ya puedo visualizar relaciones entre el significado que deseo potenciar y las situaciones que me pueden ayudar a lograrlo, por lo tanto, no es solo revisar el material que tengo a la mano, sino ajustarlo o adaptarlo hacia ese aprendizaje que quiero desarrollar y sobre el que tengo una experiencia.

4.2 El análisis cognitivo en mi desarrollo profesional

El realizar el análisis cognitivo significó un proceso de retroalimentación y aprendizaje de acuerdo con las concepciones que tenía alrededor de la palabra cognitivo, ya que lo asociaba con un nivel o una capacidad que tenía o desarrollaba una persona frente a un proceso determinado. Por otro lado, el poder identificar, conocer y profundizar sobre las dificultades que puede presentar un estudiante con relación al aprendizaje de un contenido y que van mucho más allá de lo que uno puede observar o percibir como profesor desde el salón de clases. Autoevaluar mi participación en la generación de algunos de los errores o dificultades y también lo que hago o no hago para generar acciones que puedan contribuir a su superación.

El análisis cognitivo me permitió reflexionar sobre aspectos que desconocía, la forma de abordar o pensar lo que deseo aprendan mis estudiantes, si bien dentro de mi enseñanza pensaba que considera todos estos aspectos. Lo que se basaba en mi propia experiencia y en mi subjetividad de acuerdo como me sentía en el desarrollo de la clase, al punto de pensar que algunas de las dificultades que pudieran presentar mis estudiantes no se asociaban a la forma como enseñaba. Así, el realizar el análisis cognitivo desde sus tres categorías; las expectativas sobre el aprendizaje, las limitaciones de aprendizaje y las demandas cognitivas me permitió aprender, precisar y conocer otros aspectos que como profesor debo considerar para la enseñanza y aprendizaje de un contenido escolar.

Con respecto a las expectativas de aprendizaje y que hacen referencia a los aprendizajes que se esperan alcancen los estudiantes sobre el tema, la base en mi planeación había estado ligada a los lineamientos curriculares y el plan operativo de la institución. Sin embargo, la ejecución y alcance de las competencias para cada contenido se encuentran enunciadas de forma general, esto debido a que según lo estipulado en los lineamientos es lo que se espera el estudiante alcance al finalizar el grado escolar o sobre lo que es estudiante a final de año debe poder dar cuenta. Por lo que dentro de la estructura los aprendizajes esperados están organizados y secuenciados de esa manera. Por tanto, consideraba que con la enseñanza de los contenidos asociados a la competencia el estudiante ya podía alcanzar y desarrollar dicho aprendizaje.

Una expectativa que estaba encaminada al dominio del contenido de la función es por ejemplo, que pueda identificar las funciones como modelos para describir cambios en un fenómeno, de esta forma definir el tema de función y presentar sus formas de representación era algo que consideraba suficiente para que el estudiante alcanzará el aprendizaje. El análisis cognitivo me permitió identificar que existe una diferencia entre lo que se enseña y lo que realmente se moviliza por medio de ella. En ocasiones no existe una conexión entre ello y por ende establecer expectativas de aprendizaje, permite reconocer y precisar tu objetivo de aprendizaje dentro la enseñanza de un contenido o la planeación de una clase.

La segunda categoría que hace parte de este análisis tiene que ver con las limitaciones en el aprendizaje, la cual comprende los errores o dificultades presentes al momento de

abordar la función. La revisión de los antecedentes me permitió identificar las dificultades que se han reportado en la enseñanza y aprendizaje de la función y contrastarlo con mi problema de investigación. Por medio de ella pude conocer las dificultades que están presentes en la enseñanza y aprendizaje y que puede estar asociado a aspectos como; la metodología de enseñanza, los conocimientos previos de los estudiantes y de igual forma a la misma complejidad del concepto mismo, como el de la función.

En la revisión de la literatura se presentaban varias dificultades y errores, el decidir y precisar las que se podían abordar y tratar de que los estudiantes superaran en un primer momento no fue algo sencillo; sin embargo, el definir la expectativa de aprendizaje (figura 10) fue algo que contribuyó en la delimitación de las limitaciones que se debían considerar en la planeación. El reconocer las limitaciones fue algo que me ayudo a estar atento dentro del desarrollo de la clase y tratar de ejecutar acciones para que los estudiantes logran superarlas. Otro elemento fue que guiaban lo que se quería favorecer por medio de las situaciones o actividades a desarrollar en la planeación.

El conocer las dificultades o errores debo decir que generan algo de presión al momento de pensar en la enseñanza de un contenido, ya que como profesor deseas que no se repitan o se refuercen esas limitaciones. Por ejemplo, las dificultades reportadas y que estaban ausentes dentro de mi formación: que los estudiantes no podían definir de manera correcta el concepto de función, enunciar fenómenos o situaciones que involucren una relación funcional entre variables, utilizar diferentes representaciones de funciones y analizar e interpretar el comportamiento de la gráfica de una función. De esta forma, existen dos momentos uno en el que se siente bien conocer las dificultades presentes porque te lleva a la búsqueda de acciones para que no se sigan produciendo. A su vez se convierte en un reto, ya es una problemática vigente y por ende como profesor que puedes proponer para generar cambios. Lo que lleva a lo segundo, las dudas hacia lo que puedes hacer para alcanzar tu objetivo y que realmente aporte al aprendizaje del contenido.

El conocer las limitaciones asociadas a un contenido significó poder analizar y reflexionar sobre las dificultades que presentan mis estudiantes, no solo las asociadas al estudio de la función sino de forma general con todos los contenidos que se enseñan. Lo cual me ayuda a ser un profesor más empático con el proceso de mis estudiantes y entender las necesidades que pueden tener o presentar en algún momento. De igual forma, el poder identificar que existen determinados contenidos que por sí mismos ya presentan una complejidad mayor y por ende como profesor debo estar atento a la forma como deseo enseñarlo.

La última categoría corresponde a las demandas cognitivas que se espera sean movilizadas por medio de las tareas y que para su construcción tienen presente las expectativas y limitaciones, las cuales dentro de todo el proceso fueron las más complejas de realizar. Lo cual se debe a la formación y experiencia que tengo como profesor cuando se trata de medir o establecer capacidades que se desea sean alcanzados por los estudiantes. El

desglosar un objetivo de aprendizaje en indicadores más pequeños y precisos fue una tarea difícil, fue romper la estructura cotidiana de mirar y esperar un aprendizaje general en el estudiante. El realizar las demandas cognitivas me llevo a realizar el ejercicio de precisar, detallar de forma más minuciosa la forma como puedo establecer aquellos pequeños aprendizajes que van a llevar a mis estudiantes a alcanzar el objetivo general.

Lo que aprendí de esta categoría es que, aunque en un principio resulta complejo el poder determinar esas demandas que te van a permitir evidenciar el nivel de aprendizaje de tus estudiantes. Una vez determinadas son indicadores y referentes para poder ver lo que tus estudiantes han podido desarrollar o alcanzar por medio de las actividades planteadas, permitiendo precisar lo que debes fortalecer y a su vez poder realizar una valoración sobre los aprendizajes que han sido alcanzados.

El análisis cognitivo aportó varios elementos a mi formación profesional. Entre ellos, el poder precisar las expectativas de aprendizaje para un contenido escolar, identificar las limitaciones de su aprendizaje y relacionarlas para plantear las demandas cognitivas es un ejercicio que brinda coherencia a la enseñanza y contribuye a lograr un empalme en favor de que los estudiantes alcancen un aprendizaje. Ayuda al profesor a establecer unos parámetros más precisos, de modo que puede validar las capacidades que el estudiante va adquiriendo por medio de las actividades o tareas planteadas.

4.3 El análisis de instrucción en mi desarrollo profesional

Los resultados del análisis del contenido y cognitivo son la base para el análisis de instrucción, ya que por medio de ellos se determina el contenido escolar, los significados a potenciar, el objetivo de aprendizaje, las limitaciones y las demandas cognitivas que se espera desarrollar por medio de la unidad didáctica. Todo lo anterior entra en consideración al momento de seleccionar o diseñar las tareas o actividades que se ejecutarán en el desarrollo de la clase y que posibilitarán la enseñanza y aprendizaje del contenido escolar.

La planeación de una clase involucra considerar los tiempos estimados para desarrollar o alcanzar un objetivo de aprendizaje de acuerdo con el contenido escolar, luego los momentos que orientarán la ejecución de la misma y en ese orden determinar las tareas o actividades que posibilitarán y permitirán que se den en el aula las expectativas de aprendizaje. Debo decir que en mi práctica diaria las actividades que implemento en el aula son adaptadas o tomadas de libros de texto o a partir de mi propia experiencia, sin embargo, al revisar libros de texto y propuestas de enseñanza para el tema de función no encontré tareas o situaciones que se ajustaran a mi objetivo de aprendizaje.

El objetivo de enseñanza y aprendizaje de la clase consistía en que el estudiante pudiera reconocer el concepto de función y lo relacionara con situaciones de la vida real, lo que no implicaba llegar a la clase y definir el concepto de función, por el contrario era presentar actividades que le permitieran al estudiante reconocer elementos presentes en diferentes situaciones y las relaciones que allí se podían encontrar. De tal forma que las

actividades le ayudarán y guiarán en la comprensión e identificación de relaciones funcionales presentes en situaciones cercanas a su entorno.

Las propuestas de los libros de texto se enfocaban en definir de entrada el concepto de función y comenzar a ejercitar la tabulación y representación gráfica, otras propuestas más elaboradas implicaban actividades que no era posible ajustar debido al contexto y tiempos que se manejan dentro de la estructura curricular de la institución. Por tanto, consideró que un aspecto, que me generó mayor dificultad fue el momento de diseñar las tareas o situaciones que harían parte de mi planeación. Al tener los resultados de los análisis de contenido y cognitivo se pensaría que es algo sencillo, pero el contemplar todos los aspectos seleccionados en cada análisis y a su vez integrarlos en una clase puede convertirse en algo complejo.

Las demandas cognitivas fueron un eje rector para el diseño y selección de las actividades, permitieron tener una base sobre la cual apoyarme al momento de integrar todos los aspectos de los resultados obtenidos de los análisis anteriores. Las demandas cognitivas me brindaron un aprendizaje, tanto para precisar los saberes alcanzados en mis estudiantes como su coherencia y relación con las tareas o actividades que deseo ejecutar en el aula.

Desde mi experiencia como profesor, el planificar las situaciones a implementar, su abordaje, los interrogantes, la forma de trabajar de tus estudiantes, individual o grupal, tiempos, tu rol como docente dentro del desarrollo de la clase; son aspectos que son más sencillos de definir y organizar cuando su aplicación se asocia a tu contexto real de trabajo y en ese sentido es algo de rescatar dentro del Análisis Didáctico. El conocer a tus estudiantes y su contexto te permite identificar sus conocimientos previos, ritmo de aprendizaje, focos de interés y manejo de la clase, promoviendo una planeación un poco más acoplada a la realidad del profesor.

El análisis de instrucción implicó un proceso más riguroso y consciente hacia lo que debe ser una planeación, ya que en su realización es importante que el profesor pueda analizar y contemplar lo que va a promover o movilizar con cada tarea o actividad. Aspecto que en mi práctica no se sustentaba de forma clara, es decir, el poder considerar las dificultades o errores que pueden presentar mis estudiantes o aún más importante las que por desconocimiento puedo estar generando al momento de su enseñanza. Es así, que, al planificar la clase para el tema de función, venían a mí pensamiento, esos saberes obtenidos de los análisis previos, por ejemplo, al realizar o pensar en una pregunta dentro de la situación poder revisar si por medio de ella se promovía en el estudiante un aprendizaje. Poder identificar que por medio de una representación podía reforzar un contenido para su comprensión y a su vez trabajar las limitaciones asociadas a las diferentes formas en la que se puede representar una función.

La selección de tareas y actividades para la planeación de una clase debe considerar las características de los estudiantes, referido a sus saberes previos y contexto. El objetivo de

enseñanza y aprendizaje debe ser el foco dentro del desarrollo de la misma. El tener una base a partir de otros análisis brinda al profesor mayores elementos a la hora de promover un aprendizaje. El diseño de situaciones que integren y favorezcan un aprendizaje no es una tarea sencilla dentro de la práctica real del profesor, dado que implica un mayor tiempo en la indagación, integración y planificación de un contenido escolar desde un nivel local.

4.4 El análisis de evaluación en mi desarrollo profesional

El análisis de evaluación permite al profesor reflexionar sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje, por medio del cual es posible analizar lo acontecido en la práctica con lo planificado. De esta forma, este último análisis me ayudó a obtener información relacionada con las actividades y situaciones propuestas y mi actuación docente. Los cuales me permitieron evidenciar los alcances con respecto al objetivo de aprendizaje y a su vez brindar conocimientos a mi práctica con relación a la experiencia en el aula.

Los resultados de la ejecución de la unidad didáctica mostraron que las situaciones propuestas promovieron en los estudiantes el reconocimiento de situaciones cercanas que expresaban o contenían una relación funcional. Es decir, al contrastar los resultados de las actividades o situaciones con relación a las demandas cognitivas propuestas se evidenció el desarrollo y alcance de estas en los estudiantes. En este sentido un referente dentro del análisis de evaluación son los resultados de la ejecución, lo que se pretendía movilizar y si estos reflejan la ejecución de las demandas cognitivas propuestas.

Las situaciones propuestas contribuyeron a abordar las diferentes dificultades que pueden presentar los estudiantes al trabajar el tema de función, sin embargo, por medio de ellas se logró identificar que existen limitaciones que se pueden seguir presentando. Reconocer las diferentes representaciones que se pueden asociar a una situación es un aspecto que aún genera dificultad en algunos estudiantes. El obtener estos resultados a partir de la práctica y considerando los reportes de investigaciones con respecto a estas dificultades, lo tomo como una oportunidad de poder observar las necesidades de mis estudiantes y sobre la cuál plantear estrategias que contribuyan a la superación de las dificultades.

La enseñanza de un contenido escolar por medio de situaciones cercanas a los estudiantes es algo que capta su interés, propiciando una participación dentro del desarrollo de la clase. Es un conocimiento que los estudiantes pueden relacionar con su contexto y en este orden el proceso de enseñanza y aprendizaje se vuelve más dinámico. Aunque no es fácil el poder relacionar todo contenido escolar con situaciones cercanas a los estudiantes y adaptarlas al aula, es importante dentro de nuestra planeación poder incluir actividades o tareas de este tipo.

El análisis de evaluación me permitió conocer e identificar los aciertos o potencialidades de la planeación, de igual forma las oportunidades de mejora que se pueden realizar. El trabajo a partir de situaciones cercanas como la edad o un recibo de servicios públicos fue algo muy positivo, ya que se observó mayor interés y participación en los

estudiantes. Las diferentes representaciones que se propiciaron en las situaciones permitieron un acercamiento a los diferentes registros en que se puede presentar la función. También a revisar y analizar mi práctica en el aula y las estrategias que implemento, es decir, no solo evaluar los resultados en mis estudiantes sino a autoevaluar mi rol dentro de la misma ejecución. Mi gestión en el aula, el trabajo individual y grupal como la socialización en cada momento de la clase son estrategias que favorecen la interacción y el trabajo colaborativo en el aprendizaje de un contenido.

4.5 El análisis didáctico y su ciclo en mi desarrollo profesional

El Análisis Didáctico me permitió poner en práctica conocimientos propios de su marco teórico y metodológico y aprender de ellos a partir de la experiencia, lo cual me brindó herramientas y elementos que me ayudaron a aumentar mi conocimiento profesional.

Conocimientos sobre la enseñanza y aprendizaje del contenido escolar de la función; los significados que se deben potenciar, las demandas cognitivas a desarrollar, las limitaciones que pueden presentar los estudiantes y las situaciones o actividades que se pueden implementar. Un aprendizaje que he adquirido y contribuye a fortalecer mi práctica profesional a la hora de preparar y ejecutar una clase.

El ciclo del análisis didáctico para el diseño, ejecución y evaluación de la unidad didáctica para el tema de función me ayudó a aprender una forma diferente de enseñanza y aprendizaje de este contenido escolar. Una herramienta que me brinda los conocimientos que debo poner en juego a la hora de preparar, poner en práctica y evaluar un contenido a nivel local. Un conocimiento que contribuye y fortalece mi práctica docente, ya que es un marco teórico metodológico sobre el que me puedo apoyar y que es posible aplicar a cualquier contenido escolar.

Cada uno de los análisis del marco teórico y metodológico presentan una ruta de los aspectos que el profesor debe considerar al momento de planificar una clase a nivel local. Si bien cada uno de ellos le aporta fundamentos importantes al profesor a la hora de diseñar, ejecutar y evaluar una clase y que se logró corroborar por medio de la experiencia misma. Es la misma experiencia la que me permite indicar que su aplicación dentro de mi práctica diaria no es posible, es decir, el uso de los cuatro organizadores del currículo para la planeación de un contenido escolar demanda de un tiempo que no se ajusta con el desarrollo de los contenidos que se proponen en la institución educativa. Sin embargo, ya puedo observar lo que acontece en mi práctica como mis estudiantes, comprender y analizar las dificultades o errores a las que se enfrentan y las acciones que puedo generar para ayudarlos. De igual forma, pensar en actividades que pueden favorecer la enseñanza de un contenido y evaluar los resultados de mis estudiantes como mi propio proceso.

Considerando todo lo anterior, no se trata de decir que la puesta en práctica del Análisis Didáctico no aporta al desarrollo profesional del profesor, si bien se indica que el integrar y usar todo lo que en él se propone es algo que se desfasa con la práctica real del

profesor; su aplicación logra brindar herramientas y elementos que el profesor puede usar en favor de mejorar su práctica. En mi caso me ayudó a aprender sobre; la identificación de los significados que se deben potenciar de un contenido, la importancia de definir el objetivo de aprendizaje de la clase, el papel de la fenomenología y los sistemas de representación en el proceso de enseñanza y aprendizaje, las limitaciones y las demandas cognitivas de un contenido escolar. Considerando lo anterior, mi planeación ya tiene una visión diferente y en este momento me ocuparé de relacionar todos estos conocimientos en mi gestión diaria, organizar y estructurar mi enseñanza.

Realizar mi planeación organizando con coherencia el contenido que voy a enseñar y clarificando una ruta, es decir, para un nuevo tema comenzar por establecer el objetivo, el significado que voy a tomar y que estructura está inmersa en él y en mayor medida las demandas cognitivas; poder desglosar esos avances que deseo que mis estudiantes vayan alcanzando. Por tanto, el aprender y contar con estas herramientas le permiten al profesor hacer uso de ellos cuando de acuerdo con su práctica y experiencia en el aula considere las necesite, para así integrar en su planeación aquellos elementos que favorezcan la enseñanza y aprendizaje de un contenido escolar.

Capítulo 5. Reflexiones generales

El propósito de este informe de Desarrollo Profesional se centra en mi deseo de mejorar mi práctica docente, y en particular, de enriquecer mis habilidades teóricas y metodológicas con el fin de fomentar un mejor ambiente de enseñanza y aprendizaje en el aula. En este sentido el Análisis Didáctico fue una herramienta fundamental para la construcción y el fortalecimiento de mis conocimientos. Este proceso me permitió adquirir una comprensión sobre conceptos y principios de la Matemática Educativa, así como establecer una conexión entre la teoría y la práctica.

Mi experiencia al combinar mi práctica docente con un enfoque teórico metodológico en el que debía diseñar, ejecutar y evaluar una unidad didáctica me ha permitido adquirir conocimientos en favor de mi desarrollo profesional. Cada una de las fases del ciclo de análisis didáctico me ha proporcionado diversos conocimientos, tanto teóricos como prácticos, que están directamente relacionados con la práctica del profesor y el ejercicio de planeación de una clase. Al implementar las herramientas y sustentos que se derivan de este proceso de desarrollo profesional, espero brindar a mis estudiantes una experiencia educativa enriquecedora y significativa, fomentando su interés y logrando un mayor éxito en el aprendizaje de las matemáticas.

Espero que esta unidad didáctica sea útil no solo para mi propia práctica, sino también aporte conocimientos a profesores en formación o que ya se encuentren en el ejercicio de su práctica. Si bien se abordó para un contenido específico los sustentos teóricos y prácticos son aplicables a cualquier contenido escolar, por tanto, pueden apoyarse de ellos para mejorar y fortalecer en su práctica los procesos de la enseñanza y aprendizaje; ya que los procedimientos y herramientas conceptuales presentadas permiten al profesor la organización y toma decisiones al momento de realizar su planeación.

Por último, considero que el enfoque teórico y metodológico de Análisis Didáctico aportó conocimientos que como profesor no conocía, ni tenía presente, por lo tanto, fue una experiencia que me permitió articular y profundizar sobre saberes y llevarlos a la práctica. Aunque la metodología plantea unas fases de lo que se debe seguir para el desarrollo de la unidad didáctica algunas de ellas, para mí resultaron confusas y difíciles de comprender en un principio, por lo que la asesoría, tiempos de reflexión y análisis posibilitaron su comprensión. De esta forma, no es solo revisar un trabajo o una unidad didáctica, los profesores que deseen apoyarse de este método van a tener que recurrir a personas que les puedan ampliar conceptos o análisis que dentro del documento no están explícitos.

Las demandas cognitivas, las tareas, el relacionar todos los resultados de los organizadores del currículo no es tarea sencilla, para mí fue el proceso más difícil. En la descripción de los organizadores faltan presiones frente a estos, se expresan de forma general y, por lo tanto, queda a la interpretación y tratamiento del profesor. Sería oportuno

orientaciones que permitan poder identificar o contrastar si lo que planea contempla o abarca lo analizado.

Como profesor siento que toda la experiencia fortaleció mi desarrollo profesional, aprendí a analizar y evaluar lo que hago. Ahora puedo ver que mis clases venían bajo una metodología muy estructural y que no era consiente de todo lo adicional que podía movilizar y dinamizar por medio de una situación. Ahora identifiqué y trato de buscar algunas situaciones que pueda llevar a mi aula, esto no quiere decir que haya dejado de lado el trabajo con procedimientos y lo abstracto de la matemática, ya que hay contenidos que no siempre propician la generación de actividades diferenciadas.

También puedo decir que me siento con más elementos para la enseñanza de la función y ya se me ocurren otras situaciones que podría implementar, como el llenado de un recipiente, los gastos o consumo de un vehículo, el mercado de cada hogar, actividades que a futuro considero voy a trabajar. Adopto algunos elementos del Análisis Didáctico para mis clases, los sistemas de representación, los significados, fenomenología, las dificultades. No digo que en cada planeación voy a investigar sobre ellos y ajustarlos a una situación o tarea, pero ya organizo mis clases considerando estos elementos.

Referencias

- Alpízar, M., Fernández, H., Morales, J. L., y Quesada, S. (2018). Dificultades y errores presentes en estudiantes de Educación Secundaria en el aprendizaje de la función lineal. *Revista de investigación y divulgación en matemática educativa*, 9(1), 6-19.
- Apostol, T. (1985). *Calculus Volumen I* (2da ed.). México: Reverté S.A.
- Cuevas, C., Delgado, M., y Martínez, M. (2018). Una propuesta para introducir el pensamiento funcional y concepto de función real, antes de un curso de cálculo diferencial. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 10 (2), 20-38.
- Cuevas, C., y Delgado, M. (2016). ¿ Por qué el concepto de función genera dificultad en el estudiante?. *El Cálculo y su Enseñanza*, 7, 108-119.
- Díaz, D. (2021). *Propuesta didáctica sobre el concepto de función con base en las transformaciones semióticas para quinto de secundaria* [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica Del Perú] <https://tesis.pucp.edu.pe/repositorio>
- Gallo, A., Manrique, J., y Prada, R (2018) *Efectos de la aplicación de secuencias didácticas en el aprendizaje del concepto de función bajo la teoría de las representaciones semióticas con docentes en formación*. In: XIV Coloquio Regional de Matemáticas y IV Simposio de Estadística, 9, 10 y 11 de mayo de 2018, Pasto, Colombia.
- García, E. (2017). *Elaboración e implementación de secuencias didácticas para la construcción del concepto de función en estudiantes del grado noveno del Colegio Holanda de Piedecuesta, Santander* [Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Bucaramanga] <https://repository.unab.edu.co>
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* [Tesis doctoral, Universidad de Granada].
- Gómez, P. (2012). Análisis didáctico en la práctica de la formación permanente de profesores de matemáticas de secundaria. En P. Gómez, (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas matemáticas en MAD I* (pp. 1-18). Bogotá: Universidad de los Andes.
- Gómez, P., Mora, M., y Velasco, C. (2018). Análisis de instrucción. En P. Gómez, (Ed.), *Formación de profesores de matemáticas y práctica de aula: conceptos y técnicas curriculares* (pp. 197-268). Bogotá: Universidad de los Andes.
- González, P. (2015). *Dificultades en el aprendizaje de las funciones en matemáticas* [Tesis de Maestría, Universidad de Cantabria, España] <http://hdl.handle.net/10902/6893>
- González-García, A., Muñoz-Rodríguez, L., & Rodríguez-Muñoz, L. J. (2018). Un estudio exploratorio sobre los errores y las dificultades del alumnado de Bachillerato respecto al concepto de derivada. *Aula abierta*, 47 (4), 449-462.

- Hernández, C., Prada, R., y Ramírez, P. (2016). Comprensión de la noción de función y la articulación de los registros semióticos que la representan entre estudiantes que ingresan a un programa de ingeniería. *Revista Científica*, 25 (2 (2016)), 188-205.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). Metodología de la investigación. *McGrawHill*, México.
- Katz, V. (2009). *A History of Mathematics an introduction*. Tercera edición. Boston. Addison-Wesley
- Kaufmann, J. E., & Schwitters, K. L. (2018). *Álgebra elemental*. Cengage Learning.
- Klein, M. (1972). *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. Vol. 1. Oxford University Press, Nueva York Oxford.
- Kleiner, I. (1989). Evolution of the function concept: A brief survey. *The College Mathematics Journal*, 20(4), 282-300.
- Larson, Hostetler, R., y Edwards, B. (1986). *Cálculo y Geometría Analítica* (6ta ed.). México: McGrawHill Educación.
- Luzín, N. (1998). En: Ferreiros, J. (2003). Historia del concepto de función. *La Gacete de la RSME*, 6(21), 413-436
- Manrique, J., Gallo, A., y Gallardo, H. (2017). *Estado del arte alrededor del concepto de función* En Prada-Núñez, Raúl; Ramírez, Pastor; Hernández, Cesar; Gallardo, Henry; Mendoza, Sonia; Rincón, Gerson (Eds.), *Encuentro Internacional en Educación Matemática* (pp. 157-164). Cúcuta, Colombia: Universidad Francisco de Paula Santander.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2014). *Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas*. Bogotá
- Monna, A. (1973). The Concept of Function in the 19th and 20th Centuries, in Particular with Regard to the Discussions between Baire, Borel and Lebesgue. *Archive for the History of Exact Science*, 9, 57-84.
- Montes D. (2018). *Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) para la enseñanza y aprendizaje del concepto de función* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]
- Perdomo, A., Joya, A., Gamboa, J., Castaño, J., Jiménez, J., Ortiz, L., Acosta, M., Ramírez, M., De Armas, R. y Rojas, V. (2012). *Los Caminos del Saber Matemáticas 8*. Colombia: Editorial Santillana.

- Pezoa, M., y Morales, A. (2016). El rol de la modelación en una situación que resignifica el concepto de función. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 11 (2), 52-63.
- Pino, L., Parra, Y., y Castro, W. (2019). Significados de la función pretendidos por el currículo de matemáticas chileno. *Revista Internacional de Investigación en Educación*, 11 (23), 201-220.
- Ramírez, M., Acosta, M., Perdomo, A., Ortíz, L., Cell, V., De Armas, R., y Jiménez, J. (2013). Los caminos del saber Matemáticas 8.
- Ribeiro, A., y da Ponte, J. (2019). Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of function. *Acta Scientiae*, 21 (2), 49-74.
- Rico, L. (2013). El método del análisis didáctico. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 33, 11-27.
- Russo, C., Rosas, A., y Molina, J. (2017). *Diseño de una secuencia didáctica para el estudio del concepto de función utilizando software de geometría dinámica*. En FESPM, Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Ed.), VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 277-285). Madrid, España: FESPM
- Sastre, V., Rey, G., & Boubée, C. (2008). El concepto de función a través de la historia. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 16, 141-155.
- Segovia, I. y Rico, L. (2001). Unidades didácticas. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 83-104). Editorial Síntesis.
- Soto, M., Herrera, C. G., y Pereyra, N. E. (2019). Coordinación de Registros de Representación en el Aprendizaje de la Función Lineal. *Unión-revista iberoamericana de educación matemática*, 15 (55)
- Trevisan, A., Ribeiro, A., y da Ponte, J. (2020). Oportunidades de aprendizaje profesional sobre el concepto de función en un programa de formación docente basado en la práctica. *Revista Electrónica Internacional de Educación Matemática*, 15 (2)
- Ugalde, W. (2013). Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 14(1).
- Uribe, V. (2019). *Aprendizaje del concepto de función desde la resolución de problemas y desde la mediación instrumental en estudiantes de primer semestre de programas tecnológicos* [Tesis de Maestría, Universidad del Valle] <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co>

- Williner, B. (2018). Situación de aprendizaje sobre conceptos involucrados en el estudio de funciones. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 99, (1) 7-26.
- Youschkevitch, A. (1976). The Concept of Function up to the Middle of the 19 the Century. *Archive for History of Exact Sciences*, 16, p.37-85.
- Zill, D., y Dewar, J. (1992). *Algebra, trigonometría* (3ra, edición. ed.). México D.F.: McGrawHill Educación.