

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS**  
**“FRANCISCO GARCÍA SALINAS”**

---



**UNIDAD ACADÉMICA DE  
MATEMÁTICAS**



**EL RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO EN  
LA FORMACIÓN NORMALISTA DEL  
PROFESOR DE MATEMÁTICAS**

Tesis que para obtener el grado de  
**Maestro en Matemática Educativa**  
con Orientación en el Nivel Secundaria

Presenta:

**Miguel Ángel Verástegui Gutiérrez**

Directores de tesis:

**Dr. José Iván López Flores**

**Dr. Jaime Israel García García**



## Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología  
por el apoyo económico brindado mediante la  
beca con número de registro de CVU 1140819,  
para la realización de mis estudios de Maestría.

**Becario No. 1140819**

Doy gracias a Dios por permitirme llegar hasta aquí y por guiarme por el camino correcto.

Agradezco a mis padres, Verónica y Miguel, por siempre apoyarme, alentarme y confiar en todas mis decisiones, y por la educación que me han dado. Jamás podré terminar de agradecer y espero que su trabajo rinda los frutos que esperan y merecen.

Agradezco a mis profesores, en particular, al Dr. Iván López, por aceptar mi propuesta de trabajo, por guiarme y estar siempre dispuesto a apoyarme. Al Dr. Jaime García, por confiar en mi trabajo y motivarme a interesarme por la educación estadística, y por el cálido recibimiento que me dio en la Universidad de los Lagos. A la Dra. Carolina Carrillo por tomarse el tiempo de leerme y escucharme, por su gran carisma y pasión por la Matemática Educativa. A la Maestra Nancy Calvillo, por estar siempre dispuesta a apoyar a sus estudiantes. De la misma forma, agradezco a la Dra. Beatriz Adriana Rodríguez González y al Dr. Jesús E. Pinto Sosa por haberse tomado el tiempo de leer mi trabajo de tesis y por hacer observaciones, las cuales sin duda ayudaron a mejorar este trabajo.

A mi amiga y compañera de estudio y trabajo Arely Rocha, por siempre escucharme y compartir todos los momentos que hemos vivido. A Paulina Téc y Saidy Vásquez, porque sin ellas no hubiese sido lo mismo.

## **Dedicatoria**

*A mi mamá, Verónica.*

Zacatecas, Zac., a 27 de junio de 2023

**M. en C. Nancy Janeth Calvillo Guevara**

**Responsable del Programa de Maestría en Matemática Educativa**

**Unidad Académica de Matemáticas**

**Universidad Autónoma de Zacatecas**

**P R E S E N T E**

Por medio de la presente se hace constar que el trabajo de grado que lleva por nombre “El razonamiento estadístico en la formación normalista del profesor de matemáticas” y que fue realizado bajo nuestra asesoría por el C. Miguel Ángel Verástegui Gutiérrez de la Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria; ha atendido las sugerencias y recomendaciones establecidas en el proceso de revisión por parte del comité evaluador, **por lo que se encuentra listo para su presentación y defensa**. Lo anterior en los términos de la legislación vigente, correspondiente a la Universidad Autónoma de Zacatecas y aquella establecida en la Maestría.

Atentamente,

---

**Dr. José Iván López Flores**

**Docente Investigador de la UAM-UAZ**



---

**Dr. Jaime Israel García García**

**Docente Investigador de la Universidad  
Metropolitana de Ciencias de la Educación**

Zacatecas, Zac., a 27 de junio de 2023

**Dra. en D. Samantha Deciré Bernal Ayala**

**Responsable del Departamento Escolar**

**Universidad Autónoma de Zacatecas**

**P R E S E N T E**

Por medio de la presente se hace constar que el trabajo de grado que lleva por nombre “El razonamiento estadístico en la formación normalista del profesor de matemáticas” y que fue realizado bajo nuestra asesoría por el C. Miguel Ángel Verástegui Gutiérrez de la Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria; ha atendido las sugerencias y recomendaciones establecidas en el proceso de revisión por parte del comité evaluador, **por lo que se encuentra listo para su presentación y defensa**. Lo anterior en los términos de la legislación vigente, correspondiente a la Universidad Autónoma de Zacatecas y aquella establecida en la Maestría.

Atentamente,

\_\_\_\_\_

**Dr. José Iván López Flores**

**Docente Investigador de la UAM-UAZ**



\_\_\_\_\_

**Dr. Jaime Israel García García**

**Docente Investigador de la Universidad  
Metropolitana de Ciencias de la Educación**

## **CARTA DE RESPONSABILIDAD Y CESIÓN DE DERECHOS**

En la ciudad de Zacatecas, Zacatecas, el día 27 del mes de junio del año 2023, el que suscribe Miguel Ángel Verástegui Gutiérrez, alumno del Programa de Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria con número de matrícula 42106989, manifiesta que es el autor (a) intelectual del trabajo de grado intitulado “El razonamiento estadístico del profesor de matemáticas normalista” bajo la dirección del Dr. José Iván López Flores y el Dr. Jaime Israel García García.

Por tal motivo asume la responsabilidad sobre su contenido y el debido uso de referencias, acreditando la originalidad del mismo. Así mismo cede los derechos del trabajo anteriormente mencionado a la Universidad Autónoma de Zacatecas para su difusión con fines académicos y de investigación.

---

Miguel Ángel Verástegui Gutiérrez



## Resumen

La Educación Estadística ha evolucionado en los últimos 20 años a partir de los resultados de investigaciones que se han realizado, situándose en diferentes aristas, por ejemplo: errores y dificultades del estudiantado, formación de profesores, análisis del currículo, entre otros. De acuerdo con Hernández et al. (2013), la formación de profesores es una de las áreas en la que la comunidad investigativa tendría que enfocarse aún más.

Batanero (2000) señala la necesidad de una formación estadística en el profesor, así como el planteamiento de actividades desafiantes que promuevan el razonamiento estadístico el estudiantado. Esto impacta directamente a los estudiantes de los diferentes niveles educativos, en cuanto se va incrementando la demanda cognitiva de las actividades, siendo así que llegan a niveles universitarios con escasos conocimientos y competencias, impidiéndoles tener una adecuada cultura estadística que les permita tomar decisiones, hacer inferencias, analizar críticamente datos estadísticos, entre otros (Batanero, 2004).

Por su parte, Estrella (2017) señala que en la formación de los profesores que enseñan estadística se deben promover las ideas estadísticas fundamentales, necesarias para desarrollar el razonamiento estadístico, el cual se define como “la forma en que las personas razonan con ideas estadísticas y dan sentido a la información estadística” (Garfield, 2002, p.1). Existen diversas posturas acerca de estas ideas, una de ellas son las propuestas por Burrill y Biehler (2011): datos, variación, distribución, representación, relaciones de asociación y modelado entre dos variables, modelos de probabilidad para procesos de generación de datos, y muestreo e inferencia. De acuerdo con Salcedo et al. (2021), estas ideas son las que debe comprender un egresado de secundaria.

A partir de lo anterior, esta investigación tuvo por objetivo explicar la forma en cómo se desarrolla el razonamiento estadístico en la formación normalista del profesor de matemáticas y cómo debería desarrollar dicho razonamiento en su futuro estudiante de educación secundaria, desde los planes y programas de estudio del currículo escolar. En ese sentido, surgieron las preguntas que guiaron esta investigación: ¿cómo se promueve el razonamiento estadístico desde el currículo escolar en la formación normalista del profesor de matemáticas? y ¿cómo este debería promover su desarrollo en su futuro estudiante de educación secundaria?

Para ello, se realizó un contraste entre los elementos que comprende el modelo Ambiente de Aprendizaje para el Razonamiento Estadístico (*Statistical Reasoning Learning Environment*, SRLE) propuesto por Ben-Zvi (2011), incorporando las Ideas Estadísticas Fundamentales (Burrill y Biehler, 2011) y el modelo de Educación Estadística para el Profesorado (*Statistical Education of Teachers*, SET) (Franklin et al., 2015), con los Programas de Estudio de los cursos relacionados con Estadística y Probabilidad de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria, carrera enfocada en la formación normalista de los profesores de matemáticas (SEP, 2018, 2019, 2020), y con los Aprendizajes Clave para la

Educación Integral en Matemáticas para la Educación Secundaria, Plan y Programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación (SEP, 2017).

Esta investigación se enmarca en una metodología cualitativa, descriptiva e interpretativa, apoyada en la técnica de análisis de contenido, debido a que se analizan los seis elementos (ideas estadísticas fundamentales, conjunto de datos, actividades de clases, herramientas tecnológicas, discusión en clase, y evaluación formativa) que comprende el modelo SRLE (Ben-Zvi, 2011), y aspectos del conocimiento didáctico del profesor que establece el SET (Franklin et al., 2015), en cada uno de los documentos antes mencionados, con el propósito de identificar cuáles de estos se promueven en la formación del profesor de matemáticas de nivel secundaria, y cuáles se pretenden promover en el proceso de enseñanza-aprendizaje de sus futuros estudiantes.

Los resultados de este trabajo de investigación revelan que los siete elementos del razonamiento estadístico están presentes tanto en la formación normalista del profesor de matemáticas (en concreto, en los cursos vinculados a la estadística y la probabilidad: Tratamiento de la información, Pensamiento estocástico y Estadística inferencial) como en el Plan y programa de estudio de matemáticas de nivel secundaria. En general, se concluye que el profesor de matemáticas normalista recibe una formación integral, donde se favorece su conocimiento didáctico y el desarrollo de las ideas estadísticas fundamentales, mediante actividades de clase centradas en los datos como aprendizaje estadístico e incorporando herramientas tecnológicas para promover la discusión, colaboración e investigación. De esta forma, el profesor cuenta con las herramientas necesarias para desarrollar dicho razonamiento en sus futuros estudiantes de nivel secundaria.

Por otro lado, a la luz de este trabajo de investigación surge una propuesta de modelo para analizar el razonamiento estadístico a partir de la conjunción del SRLE (Ben-Zvi, 2011), las ideas estadísticas fundamentales (Burrill y Biehler, 2011) y el SET (Franklin et al., 2015).

### **Palabras Clave**

Razonamiento estadístico, educación estadística, formación de profesores, conocimiento didáctico, ideas estadísticas fundamentales.

## Abstract

Statistical Education has evolved in the last 20 years based on the results of research that has been conducted in different areas, for example: student errors and difficulties, teacher training, curriculum analysis, among others. According to Hernández et al. (2013), teacher training is one of the areas on which the research community should focus even more.

Batanero (2000) points out the need for statistical training for teachers, as well as the need for challenging activities that promote statistical reasoning in students. This has a direct impact on students at different educational levels, as the cognitive demand of the activities increases, so that they reach university levels with little knowledge and skills, preventing them from having an adequate statistical culture that allows them to make decisions, draw inferences, critically analyze statistical data, among others (Batanero, 2004).

For his part, Estrella (2017) points out that the training of teachers who teach statistics should promote the fundamental statistical ideas necessary to develop statistical reasoning, which is defined as "the way in which people reason with statistical ideas and make sense of statistical information" (Garfield, 2002, p.1). There are several positions about these ideas, one of them are those proposed by Burrill and Biehler (2011): data, variation, distribution, representation, association and modeling relationships between two variables, probability models for data generation processes, and sampling and inference. According to Salcedo et al. (2021), these are the ideas that a high school graduate should understand.

Based on the above, the objective of this research was to explain how statistical reasoning is developed in the mathematics teacher's normalist education and how this reasoning should be developed in the future secondary school student, based on the plans and programs of study of the school curriculum. In this sense, the questions that guided this research arose: how is statistical reasoning promoted from the school curriculum in the mathematics teacher's normalist training, and how should the teacher promote its development in his or her future secondary education student?

For this purpose, a contrast was made between the elements comprising the Statistical Reasoning Learning Environment (SRLE) model proposed by Ben-Zvi (2011), incorporating the Fundamental Statistical Ideas (Burrill and Biehler, 2011) and the Statistical Education of Teachers (SET) model (Franklin et al., 2015), with the Programs of Study of the courses related to Statistics and Probability of the Bachelor's Degree in Teaching and Learning Mathematics in Secondary Education, a career focused on the normalist training of mathematics teachers (SEP, 2018, 2019, 2020), and with the Key Learnings for Comprehensive Education in Mathematics for Secondary Education, Plan and Program of Study, didactic orientations and suggestions for evaluation (SEP, 2017).

This research is framed within a qualitative, descriptive and interpretative methodology, supported by the content analysis technique, due to the fact that the six elements (fundamental statistical ideas, data set, classroom activities, technological tools, classroom discussion, and formative assessment) comprising the SRLE model (Ben-Zvi, 2011), and aspects of the teacher's didactic knowledge established by the SET (Franklin et al., 2015), in each of the aforementioned documents, with the purpose of identifying which of these are promoted in the training of the secondary level mathematics teacher, and which are intended to be promoted in the teaching-learning process of their future students.

The results of this research work reveal that the seven elements of statistical reasoning are present both in the mathematics teacher's normalist training (specifically, in the courses linked to statistics and probability: Information Processing, Stochastic Thinking and Inferential Statistics) and in the Plan and program of study of mathematics at the secondary level. In general, it is concluded that the normalist mathematics teacher receives a comprehensive training, where his or her didactic knowledge and the development of fundamental statistical ideas are favored, through classroom activities focused on data as statistical learning and incorporating technological tools to promote discussion, collaboration and research. In this way, the teacher has the necessary tools to develop such reasoning in their future high school students.

On the other hand, in light of this research work, a model proposal emerges to analyze statistical reasoning from the conjunction of SRLE (Ben-Zvi, 2011), fundamental statistical ideas (Burrill and Biehler, 2011) and SET (Franklin et al., 2015).

### **Key Words**

Statistical reasoning, statistical education, teacher training, didactic knowledge, fundamental statistical ideas.

# Índice

Introducción .....	14
1. Área problemática y marco referencial .....	15
<b>1.1. Motivación</b> .....	15
<b>1.2. Educación estadística y su importancia</b> .....	16
<b>1.3. Educación estadística en la formación del profesorado</b> .....	18
<b>1.4. Contextualización del problema de investigación</b> .....	22
<b>1.5. Marco de referencia</b> .....	23
<i>1.5.1. Razonamiento estadístico</i> .....	23
<i>1.5.2. Ideas estadísticas fundamentales</i> .....	26
<i>1.5.3. Modelo “Entorno de aprendizaje de razonamiento estadístico” de Ben-Zvi</i> .....	33
<i>1.5.4. El referente “Educación Estadística para Profesores” de Franklin et al.</i> .....	37
<i>1.5.5. Conexiones entre el modelo SRLE y SET</i> .....	42
2. Pregunta y objetivos de investigación .....	44
<b>2.1. Problemática</b> .....	44
<b>2.2. Problema</b> .....	45
<b>2.3. Pregunta de investigación</b> .....	45
<b>2.4. Hipótesis</b> .....	45
<b>2.5. Objetivo general</b> .....	45
<b>2.6. Objetivos específicos</b> .....	45
<b>2.7. Justificación</b> .....	46
3. Algunos estudios relacionados .....	47
<b>3.1. Ideas estadísticas fundamentales en el currículo</b> .....	47
<b>3.2. La estadística y probabilidad en el currículo</b> .....	49
4. Metodología .....	53
<b>4.1. Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria</b> 53	
<b>4.2. Análisis de contenido</b> .....	54
5. Resultados .....	62
<b>5.1. Tratamiento de la información</b> .....	62
<b>5.2. Pensamiento estocástico</b> .....	74
<b>5.3. Estadística Inferencial</b> .....	88

<b>5.4. Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación. ....</b>	<b>104</b>
6. Conclusiones .....	126
<b>6.1. Retomando el problema inicial .....</b>	<b>126</b>
<b>6.2. Aportaciones del estudio .....</b>	<b>131</b>
<b>6.3. Limitaciones del estudio.....</b>	<b>132</b>
<b>6.4. Posibles futuras investigaciones .....</b>	<b>132</b>
<b>6.5. Reflexión como profesor .....</b>	<b>133</b>
7. Referencias.....	135

## Introducción

La investigación en torno a la formación de profesores es un área en desarrollo por la comunidad investigativa en Educación Estadística. Respecto a esta, diversos autores (Batanero, 2000; Estrella, 2017) señalan la necesidad de fortalecer la formación estadística en el futuro profesor con el propósito de desarrollar el razonamiento estadístico en el estudiante. Este estudio se enmarca en esta línea de investigación, enfocado en explicar la forma en cómo se desarrolla el razonamiento estadístico en la formación normalista del profesor de matemáticas y cómo debería desarrollar dicho razonamiento en su futuro estudiante de educación secundaria, desde los planes y programas de estudio del currículo escolar.

En el Capítulo 1 se presenta la motivación que permitió el desarrollo de esta investigación, así como la revisión de literatura en educación estadística enfocada en la formación de los profesores. Además, se muestra el marco referencial que aporta las herramientas necesarias para realizar este estudio.

En el Capítulo 2 se concreta la problemática, existente en el área de la educación estadística, que se aborda en este estudio. De esta forma, se plantea el problema y preguntas de investigación, así como el objetivo general y los específicos. Además, se presenta la hipótesis y la justificación de la realización del trabajo de tesis.

En el Capítulo 3 se exponen algunos estudios relacionados con esta investigación, y que dan sustento a la problemática planteado. Por ejemplo, se presentan estudios enfocados en analizar la presencia de las ideas estadísticas fundamentales en los currículos de diferentes países como Venezuela y Nicaragua (Salcedo, 2019; Salcedo et al., 2021); la inserción de la estadística en el currículo mexicano tanto en la formación del estudiante como en la del profesor (López-Mojica et al., 2018; Inzunza y Rocha, 2021; Clemente, 2018), entre otros.

En el Capítulo 4 se detalla el marco metodológico, el cual tiene un corte cualitativo, descriptivo e interpretativo, apoyado en el análisis de contenido (Bernete, 2013) de los programas de estudio de la formación normalista del profesor de matemáticas (SEP, 2018; SEP, 2019; SEP, 2020) y del plan y programa de estudio de matemáticas de nivel secundaria (SEP, 2017).

En el Capítulo 5 se muestran los resultados obtenidos, enfocados en la comparación de la presencia de los elementos del razonamiento estadístico considerados en el marco referencial, tanto en los programas de estudio de los cursos impartidos en la formación del profesor normalista [Tratamiento de la información (SEP, 2018), Pensamiento estocástico (SEP, 2019), Estadística inferencial (SEP, 2020)], como en el plan y programa de estudio de matemáticas de nivel secundaria (SEP, 2017).

En el Capítulo 6 se presentan las conclusiones a las cuales se llegan con respecto al problema inicial, donde se da respuesta a las preguntas planteadas. Asimismo, se detalla el aporte que deja este estudio a la comunidad de educación estadística, las limitaciones, las posibles líneas futuras de investigación y una reflexión como profesor.

## **1. Área problemática y marco referencial**

En este capítulo se presenta la motivación que permitió el desarrollo de este trabajo de investigación, así como la revisión que se hizo de la literatura especializada en educación estadística, enfocada en la formación de los profesores, así como los avances que se han hecho en esta área en los últimos años, en diferentes países. Además, se define qué es el razonamiento estadístico, el cual es un concepto clave en este trabajo. Acompañado de las ideas estadísticas fundamentales (Burrill y Biehler, 2011), el modelo SRLE (Ben-Zvi, 2011) y el SET (Franklin et al., 2015). Dichos modelos y conceptos constituyen el marco referencial que guía esta investigación.

### **1.1. Motivación**

El principal motivo para la realización de este trabajo de investigación surge desde mi experiencia personal como profesor en formación, y como profesor en ejercicio. De tal manera que he reconocido la importancia que tiene la estadística como ciencia y su aplicación en diferentes campos.

Durante mi formación como profesor de matemáticas, llevé un par de cursos especializados en Didáctica de las Matemáticas, Pedagogía y Matemáticas. Entre ellos, el curso de “Presentación y tratamiento de la información” fue uno de los detonantes para despertar mi interés por saber más en cuanto a la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En este curso aprendí cómo planear una clase de estadística, así como los contenidos que se le deben de enseñar a los estudiantes de nivel secundaria. Sin embargo, considero que aún hay mucho que aprender para poder brindar una enseñanza integral a los alumnos.

Al ser profesor de matemáticas en ejercicio y al impartir esta asignatura con estudiantes de nivel secundaria, pude percatarme de que existen dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística. Por ejemplo, en la enseñanza de los conceptos estadísticos como media, mediana, moda, variación, desviación estándar, entre otros, los cuales no son tan fáciles de abordar en el aula, debido a sus propiedades y aplicaciones, se espera que los alumnos desarrollen un razonamiento estadístico (RE de aquí en adelante) adecuado para que puedan interpretar su valor en el contexto de los datos. A partir de varias reflexiones en cuanto a las experiencias de enseñanza de la estadística en el aula, me surge más la inquietud de saber cómo debe de enseñarse este tipo de razonamiento en los alumnos; así como los elementos o componentes que el docente debe conocer acerca del RE para su desarrollo en el aula de clase.

Además de ser profesor de secundaria, tengo interés en ser formador de profesores de matemáticas, especializándome en la educación estadística, de manera que pueda preparar a los futuros docentes en cuanto a cómo enseñar estadística y la promoción del RE en sus estudiantes de nivel secundaria. Como último punto que abona a esta motivación por investigar más acerca de la educación estadística, está la importancia que esta disciplina tiene, es decir, su utilidad en la vida cotidiana y el conocimiento que todos los individuos deberíamos tener para comprender la información estadística que está a nuestro alcance día con día.



De esta forma, mi interés por investigar y aportar en la línea de investigación de educación estadística, especialmente en cómo se desarrolla el RE en los profesores de matemáticas normalistas y cómo estos lo deben de favorecer en el aula de nivel secundaria. Para eso, reconozco que es importante que uno como profesor sea competente en el conocimiento didáctico y disciplinar de la estadística.

## **1.2. Educación estadística y su importancia**

En la actualidad, se ha observado un notable aumento en las publicaciones, diseños curriculares, investigaciones, congresos y revistas relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de la estadística. Esto se debe, entre otras cosas, a que la educación estadística ha tomado un lugar importante en el desarrollo académico y profesional del ciudadano y, por tanto, se ha incorporado dentro de la currícula y los programas de estudio de los diferentes lugares del mundo, por ejemplo, en el currículo de Educación Primaria de México (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2017), Perú (MINEDU, 2009), Chile, (MINEDUC, 2012), y Estados Unidos (NCTM, 2000) (García-García, 2021).

Por otro lado, esta línea de investigación no solo ha sido foco de atención por parte de los matemáticos educativos. Sino que se ha compartido la preocupación por parte de los estadísticos en las cuestiones didácticas y por la formación de profesionales en enseñanza de la estadística (Batanero, 2000).

Cabe notar que se ha reafirmado la estadística como disciplina emergente en continua consolidación y expansión (Andrade et al., 2017). Debido a esto, la educación estadística demanda diversos retos académicos, dentro de los cuales se tienen:

- 1) la formación inicial y continua de los profesores de matemáticas que enseñarán contenidos estadísticos; 2) redirigir la enseñanza y aprendizaje de la estadística hacia una comprensión más conceptual y menos procedimental; 3) lograr que la enseñanza de la estadística esté centrada en el estudiante y en el problema (contexto y naturaleza); y 4) reconocer, desde la comunidad de educación estadística y los centros formadores de profesores de matemáticas, la necesidad de generar espacios de formación y capacitación para mejorar los procesos de enseñanza de la estadística. (ASA, 2016; Franklin et al., 2015; citado en Clemente, 2021, p. 13)

Dentro de la investigación en educación estadística se han desarrollado propuestas que tienen como objetivo mejorar la didáctica de dicha disciplina, favoreciendo competencias estadísticas en los estudiantes (Sánchez, 2013). Las investigaciones se han centrado en las siguientes aristas clave: 1) la alfabetización o cultura estadística, 2) el pensamiento estadístico, 3) el razonamiento estadístico, y 4) el sentido estadístico (García-García et al., 2022; Ramos, 2019). Además, se destaca el uso de recursos tecnológicos, el aprendizaje activo y la necesidad por parte del

profesorado de contar con conocimientos disciplinares y didácticos para favorecer una actitud positiva hacia la estadística (Zamora et al., 2022).

En el campo de la educación estadística se han desarrollado algunos Modelos para la Enseñanza de la Estadística, por mencionar: el PPDAC (*Problem, Plan, Data, Analysis, Conclusions*) (Wild y Phannkuch, 1999), el GAISE (*A Guideline for Precollege Statistics and Data Science Education*) (Franklin et al., 2007), los Modelos Culturales en la Enseñanza de la Estadística (Wistuba, 2014), el SRLE (Ben-Zvi, 2011), y la Gamificación en la Enseñanza de la Estadística (Smith, 2017) (Ramos, 2019).

El modelo Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusión (PPDAC) desarrollado por Wild y Pfannkuch (1999) busca favorecer el pensamiento estadístico, basado en la solución de problemas de investigación a través de cuatro dimensiones: el ciclo investigativo, tipos de pensamiento, ciclo de preguntas y las disposiciones.

La Guía para la Evaluación e Instrucción en Educación Estadística (GAISE) consiste en un conjunto de directrices que buscan enfatizar la alfabetización estadística y desarrollar el pensamiento crítico en los primeros grados de la educación básica. Asimismo, el informe GAISE ha sido utilizado como marco para la enseñanza de la estadística (Franklin et al., 2007). Cabe aclarar que existe una segunda versión del GAISE, la cual es conocida como GAISE II (Directrices para la Evaluación y la Instrucción en la Educación Estadística II: un marco para la educación en estadística y ciencia de datos), que surge debido a la demanda de alfabetización estadística, de forma que los estudiantes egresados de nivel secundaria deben ser capaces de evaluar las conclusiones y la legitimidad de los resultados informados, así como formular sus propios análisis. De esta forma, el GAISE II (presenta un conjunto de recomendaciones para la alfabetización estadística a nivel escolar (Franklin et al, 2020).

Los Modelos Culturales en la Enseñanza de la Estadística están centrados en aquello que la cultura ha validado. Éstos se presentan por motivos pedagógicos para que el estudiante tenga un acercamiento hacia el conocimiento estadístico, de forma que el profesor diseñe las actividades tomando en cuenta diversas fuentes y materiales, adaptando al nivel en el que enseñe (Wistuba, 2014).

El Modelo de Ambiente de Aprendizaje para el Razonamiento Estadístico (SRLE) propuesto por Ben-Zvi (2011) se basa en la teoría de aprendizaje socio-constructivista y se conforma de seis principios pedagógicos que buscan promover el RE y una comprensión profunda de la estadística en el alumnado. De este modelo se dará a conocer más a detalle cada uno de los principios que lo conforman en el apartado de marco referencial.

En cuanto a la Gamificación para la Enseñanza de la Estadística, Smith (2017) se basó en la Teoría de Aprendizaje Gamificado propuesta por Landers (2014; citado en Smith, 2017), para indagar cómo influye positivamente un sistema gamificado en el aprendizaje de la estadística y en las actitudes de los estudiantes hacia la estadística, aumentando su rendimiento.

No solo existen modelos enfocados a la enseñanza de la estadística, sino también para la formación de profesores en educación estadística, uno de ellos es el *Statistical Education of Teachers* (SET, Educación Estadística para el Profesorado, traducción propia). El SET presenta una serie de recomendaciones para la formación de los profesores que laboran en el nivel primaria, secundaria y bachillerato en cuanto a lo que deben de saber del conocimiento estadístico y del conocimiento didáctico para poder enseñar estadística en dichos niveles (Franklin et al., 2015).

Desde este panorama es posible ver que la educación estadística ha crecido y sigue en evolución, lo cual se puede notar por las diferentes investigaciones (Ramos, 2019; Franklin et al., 2015; Clemente, 2021; García-García, 2021) que han surgido, así como las propuestas curriculares, los diferentes modelos de enseñanza y las habilidades cognitivas que se buscan favorecer en los individuos a lo largo de su formación como ciudadanos.

### **1.3. Educación estadística en la formación del profesorado**

La educación estadística ha puesto cierto interés en la formación de los profesores que se encargan de enseñar esta disciplina. Son diversos los factores que dificultan al profesor la enseñanza de la estadística; uno de ellos se centra en la práctica docente, de forma que en muchas ocasiones se enseñan los conceptos estadísticos como un compendio de fórmulas omitiendo el pensamiento crítico (Micheli, 2010), por lo que la clase de estadística se transforma en una clase de aritmética debido al enfoque desde el cual se enseña (Alsina et al., 2020).

Otro de los problemas es que, en los currículos escolares, los temas de estadística son los últimos que se proponen en los programas de estudio, en consecuencia, el profesor no siempre logra abordarlos, por lo que se omiten. O bien, en algunas ocasiones, los temas de estadística no se abarcan por inseguridades del profesor. De esta forma, la formación del profesor en cuanto a Didáctica de la Estadística es escasa, especialmente en los profesores que laboran en nivel primaria (Batanero, 2000). Es así como, la principal tarea para la educación estadística debe de enfocarse en la formación de los profesores (Hernández et al., 2013).

La escasa formación de profesores en la enseñanza de la estadística ha afectado a los estudiantes que llegan a los niveles universitarios, ya que no adquieren los conocimientos ni competencias mínimas necesarias vinculadas a dicha disciplina. Es así como gran parte de la responsabilidad del profesor es enseñar a sus estudiantes a ser capaces de tratar información y tomar decisiones, lo que se conoce como culturizar (alfabetizar) estadísticamente (Batanero, 2004).

Los profesores que enseñan estadística no solo necesitan saber el conocimiento de la estadística, sino también el conocimiento didáctico (Batanero, 2004). Por tanto, se vuelve necesario proveer al profesorado de conocimientos disciplinares y didácticos, que permitan alfabetizar estadística y probabilísticamente a los alumnos (Alsina et al., 2020). El desarrollo profesional de los profesores de estadística es trascendental, ya que su conocimiento impacta en el aprendizaje de los estudiantes.

Se ha evidenciado que las investigaciones en torno al conocimiento del profesor de estadística son pocas, las cuales son necesarias y fructíferas para atender las diferentes problemáticas que existen en cuanto a la formación del profesorado (González et al., 2015).

Los resultados de investigación en los últimos 10 años en países latinoamericanos como Argentina, Colombia, México y Chile plantean la necesidad de la formación y constante actualización de los profesores en cuanto a temas de estadística y probabilidad, en los diferentes niveles educativos. Pinto et al. (2018) realizaron una investigación en cuanto a las experiencias de programas de formación y actualización de profesores en el campo de la educación estadística en Latinoamérica, con el fin de comprender la práctica del profesorado, sus necesidades y retos pedagógicos que enfrentan en el aula con sus estudiantes. El estudio se realizó en cuatro países (Colombia, Chile, Argentina y México) mostrando un panorama del profesorado que se encuentran a cargo de la enseñanza de la estadística, de los cuales se detallará en los siguientes párrafos.

En Colombia, los profesores que enseñan estadística suelen recurrir a la práctica de reproducir conceptos y procedimientos estadísticos que ellos aprendieron, la cual es considerada como una limitada forma de enseñar esta disciplina. Aunque en el currículo de este país se consideran temas de probabilidad y manejo de datos, los profesores no se sienten lo suficientemente preparados para enseñarlos. De esta forma, se han tomado ciertas estrategias como la implementación de un seminario de didáctica de la estadística para los profesores (Pinto et al., 2018). En Argentina, se inició una reforma en el año 2011, la cual consistió en promover el trabajo con datos desde un enfoque crítico basado en proyectos multidisciplinarios. Dicho cambio surgió a la luz de las necesidades de formación de los profesores para enseñanza estadística, mayormente en el conocimiento disciplinar, con relación a conceptos propios del análisis de datos y aleatoriedad. Para solventar estas dificultades se han implementado cursos como “Alfabetización estadística en la escuela obligatoria argentina”, abriendo paso a los profesores para la elaboración de proyectos estadísticos para educación secundaria (Pinto et al., 2018).

Para el caso de Chile se observó una ampliación de contenidos temáticos dentro del eje de Datos y Azar, correspondiente al plan de estudios de nivel secundaria. En este país se ha optado por implementar talleres formativos para los profesores en cuanto al sentido estadístico, con el fin de expandir su conocimiento de la estadística, su RE y la resolución de problemas. Además, en estos talleres formativos surgió la necesidad de elaborar un marco metodológico enfocado en el proceso de estudio de la alfabetización estadística en los alumnos (Pinto et al., 2018). En México existe poca investigación sobre los programas de actualización con profesores de Probabilidad y Estadística, tanto en los niveles de educación media superior como superior. Bajo este panorama, diferentes estudios han indicado la necesidad de actualización continua de los profesores en dichos niveles (González et al., 2015). A partir de las problemáticas anteriores, se inició un estudio enfocado en Estadística con Proyectos (EstPro) con la finalidad de definir e implementar un programa de formación y actualización docente. Asimismo, se han trabajado

talleres con docentes en servicio bajo dicho enfoque EstPro, lo cual permitió comprender el conocimiento de los profesores, así como sus necesidades de actualización. El producto de la investigación EstPro fue la Guía para el Diseño de Proyectos en Estadística (citado en Pinto et al., 2018).

En Pinto (2022) se presenta la propuesta de formación del profesorado sobre la estrategia de Estadística con Proyectos (EstPro) en el aula de clases, en nivel secundaria, bachillerato y universidad. Dicha propuesta es producto de diferentes talleres que se han implementado en cuatro ocasiones, donde han participado 82 docentes de distintos niveles educativos. La estrategia de EstPro facilita al profesor de matemáticas transitar de una enseñanza tradicional, centrada en el cálculo y ejercicios, hacia una estadística con proyectos, favoreciendo el pensamiento estadístico. Además, el autor menciona que la elaboración y publicación de propuestas de diseños de programas de formación continua en los profesores de matemáticas es relativamente joven en la educación estadística, especialmente en Latinoamérica (Pinto, 2022), por lo que ésta es una línea de investigación que aún faltan por indagar.

Por otro lado, en un estudio sistemático se revisaron 129 tesis doctorales (de 18 países) relativas a la enseñanza y aprendizaje de la estocástica, escritas entre los años 2000-2014, se encontró que gran parte de los trabajos de investigación se ocupaban por la formación de profesores de estadística en servicio, y en menor medida por la formación inicial de los docentes de estadística. Por lo que se estableció la necesidad de indagar acerca de las dificultades que presenta el profesorado en cuanto al conocimiento estadístico y a su enseñanza en el aula (Andrade et al., 2017).

Para poder mejorar la enseñanza y aprendizaje de la estadística en el aula es necesario que el profesor cuente con una formación especializada, donde se contemple el área disciplinar y un conocimiento profundo de cómo transmitir las ideas y conceptos estadísticos al alumnado. Esto puede favorecerse siempre y cuando el personal docente mantenga una actitud positiva hacia la estadística, para que pueda implementar metodologías basadas en el aprendizaje activo que busquen una mayor comprensión y la incorporación de herramientas tecnológicas para la interpretación, visualización y análisis de datos (Zamora et al., 2022).

Hasta aquí se puede ver que la necesidad del conocimiento estadístico del profesor todavía es un problema por atender, que requiere ser atendido por la comunidad investigativa en el área; por lo que consideramos importante indagar en cómo debe de ser la formación del profesor para enseñar estadística. En esta misma perspectiva, Estrella (2017) propone que:

La formación de profesores debe caracterizarse por desarrollar el pensamiento estadístico y la comprensión conceptual en los futuros profesores que enseñarán estadística, de manera que aprendan activamente y exploren datos reales, haciendo uso de la tecnología para visualizar conceptos y relaciones, generalizar, discutir ideas y comunicándolas, vivenciando el proceso investigativo estadístico. (p. 190)

La enseñanza de la estadística puede tener diferentes objetivos según el nivel educativo del que se esté hablando. Por ejemplo, los profesores que están a cargo de enseñar matemáticas en nivel primaria, tienen la tarea de favorecer en el estudiantado la alfabetización estadística, mientras que el profesorado que atiende en nivel secundaria debe buscar la forma de lograr un razonamiento inferencial informal (Estrella, 2017). En su investigación, Pfannkuch y Ben-Zvi (2011) plantean que es necesario un cambio de paradigma en la formación docente, en tal sentido que se priorice el desarrollo del pensamiento estadístico, así como la comprensión conceptual en los profesores. De esta forma, podría ser conveniente que, durante la preparación del profesorado de matemáticas, llevaran un curso de educación o didáctica de la estadística.

La formación del profesorado no solo debe incluir las ideas estadísticas fundamentales, sino también debe ayudar a los profesores a moverse indistintamente entre las dos disciplinas ligadas a la estocástica, probabilidad y estadística, conscientes de las diferencias y estableciendo vínculos entre las dos que mejoren el aprendizaje de los estudiantes (Estrella, 2017).

Al ser la educación estadística un área investigativa en desarrollo en México, los estudios publicados relacionados con programas de profesionalización de la enseñanza de la estadística y las experiencias y logros, así como las necesidades de formación, resultan ser pocos (Hernández et al., 2013).

Los estudios de Ojeda (2006, 2007; citados en López-Mojica y Ojeda, 2018) destacan dificultades en la comprensión de los estocásticos por parte de los profesores de matemáticas, y mencionan que los temas de probabilidad y estadística solo son colocados para cubrir espacios en el currículo.

Un estudio realizado en nivel primaria (Maldonado y Ojeda, 2009) revela que existe una reducción de la enseñanza de la estadística, lo cual puede observarse al analizar los diferentes planes y programas de estudio de educación básica. Dichas carencias de contenidos son más notorias en el uso de tablas, gráficos, pictogramas y diagramas como medios para organizar y comparar datos. Otro estudio similar señala que existe escaso tratamiento de los estocásticos en el sistema educativo básico regular (López-Mojica et al., 2009). Por otro lado, la incorporación de los estocásticos en el currículum mexicano para la preparación de los profesores es reciente (Martínez y Ojeda, 2017).

López-Mojica y Ojeda (2018) señala que los temas de probabilidad y estadística están contemplados en el currículo de educación básica, sin embargo, se les concede poca importancia o no son estudiados en las aulas. Dicho fenómeno es ocasionado, por lo general, porque dichos temas están colocados al final de los programas de estudio. Además, estos autores mencionan que no hay reflexión de los conceptos estadísticos por parte del profesor.

En la investigación de García y Sánchez (2007) se realizó un estudio con seis profesores de nivel secundaria, que cursaban el programa de Maestría en Educación con Especialidad en Matemáticas, que tenía como propósito describir la manera en cómo los docentes modifican sus nociones de variabilidad estadística después del haber realizado actividades dentro de un

contexto de distribuciones empíricas apoyadas con un software educativo estadístico (*Probability Explorer, Fathom*). Sus resultados muestran que el uso de herramientas tecnológicas crea la posibilidad de que los profesores entiendan de manera más profunda el sentido de la variabilidad y de la predicción en estadística. De esta forma, se logra que los participantes relacionen la estructura con la aleatoriedad de datos.

Dos estudios realizados en educación secundaria (Gómez-Blancarte y Sánchez, 2008; Sánchez y Gómez-Blancarte, 2011) revelaron que existen dificultades de los docentes en el diseño de lecciones, así como la falta de habilidad para proponer un problema estadístico. Estos autores señalan que el Programa de Estudio 2006 de educación secundaria no cuentan con los contenidos suficientes para promover el desarrollo del pensamiento estadístico. Finalmente, destacan el modelo de Wild y Pfannkuch (1999) como marco de referencia para el desarrollo del pensamiento estadístico, el cual puede aportar a los profesores en cuanto al diseño de las lecciones.

Continuando con los estudios en cuanto a formación del profesorado en educación estadística en el contexto mexicano, Hernández et al. (2013) destacan que la investigación en torno a la formación y caracterización de los profesores de estadística es naciente. Los autores señalan que no basta con proporcionar a los profesores resultados de investigación en el campo; sino que es necesario traducir dichos hallazgos en el diseño de propuestas que el profesorado pueda llevar al aula y poder trabajarlas con sus estudiantes. Así, es deseable que el profesor no solo domine los contenidos estadísticos, sino también el conocimiento didáctico y de investigación.

A partir de las ideas expuestas anteriormente, puede notarse una problemática dentro del campo de la educación estadística: la formación de profesores de matemáticas para la enseñanza de la estadística (Batanero, 2000; Estrella, 2017; Alsina et al., 2020). Especialmente en México, donde las investigaciones en didáctica de la estadística se encuentran en pleno desarrollo (Hernández et al., 2013).

#### **1.4. Contextualización del problema de investigación**

La educación estadística poco a poco ha adquirido mayor interés por los investigadores en el campo de la Matemática Educativa, debido a la importancia que tiene en la vida cotidiana de los individuos y en la sociedad actual, así como el fácil acceso a la información (Batanero, 2000). De esta forma, se plantea desarrollar una alfabetización estadística, la cual puede y debería desarrollarse en estudiantes que cursan la educación básica, siendo una tarea del profesor de matemáticas (Batanero, 2004; Batanero y Díaz, 2011).

Si bien, en los últimos años se han integrado temas de estadística en el currículo (Batanero et al., 2013), esta tarea no siempre se logra, ya que existen diversos factores que dificultan que el docente enseñe los contenidos estadísticos en sus estudiantes. Esto puede deberse a la necesidad de un conocimiento disciplinar y didáctico en la formación del profesorado (Batanero, 2000; Gómez-Blancarte y Sánchez, 2008; Pinto et al., 2018).

Sánchez y Gómez-Blancarte (2011) establecen que es necesario que los profesores diseñen y planteen lecciones para enseñar estadística y desarrollar el pensamiento estadístico en sus estudiantes, ya que, de acuerdo con los autores, en los planes de estudio no se promueve el desarrollo de dicho pensamiento. Esto coincide con lo establecido por Wild y Pfannkuch (1999), quienes plantean la necesidad de favorecer el pensamiento estadístico en clase. Por su parte, Estrella (2017) señala la importancia de desarrollar el RE en el alumnado.

## 1.5. Marco de referencia

En esta sección se profundizará en los elementos teóricos con los que se fundamenta este trabajo de investigación. Se define el razonamiento estadístico (Garfield, 2002), se explican las ideas estadísticas fundamentales (Burrill y Biehler, 2011), se describe el modelo SRLE (Ben-Zvi, 2011) y el SET (Franklin et al., 2014), y finalmente, se establecen conexiones entre estos dos últimos aspectos.

### 1.5.1. Razonamiento estadístico

En los últimos veinte años, las investigaciones se han centrado en estos tres términos: Alfabetización estadística (Statistical Literacy), pensamiento estadístico (Statistical Thinking) y razonamiento estadístico (Statistical Reasoning), los cuales también son llamados como Niveles Cognitivos en el Aprendizaje de la Estadística (Ramos, 2019; Estrella, 2017; Garfield, 2002) (Ver Figura 1). Es así como se reúnen dichas ideas de alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico dentro del campo de la educación estadística, de forma que precisan un conocimiento estadístico básico para todos los individuos, necesidad que se reconoce en los diferentes trabajos de investigación desde distintos enfoques (Andrade et al., 2017).

## Figura 1

*Niveles cognitivos en el aprendizaje de la estadística*



*Nota.* Elaboración propia.



Esta jerarquización cognitiva, desarrollada originalmente por Garfield (2002), se originó en el aprendizaje de la estadística en el nivel superior (Estrella, 2017). El foco de interés de este trabajo de investigación es la promoción del RE, por lo que se profundizará más a detalle la definición de este proceso cognitivo.

No hay una definición única para hacer referencia a la alfabetización estadística, razonamiento estadístico, y pensamiento estadístico. Además, existe cierta confusión entre estos dos últimos términos, ya que se suelen emplear para hacer referencia a la misma capacidad. Esta confusión se evidenció en *The Fifth International Conference on Teaching Statistics*, que se celebró en Singapur en el año de 1998, la cual se ha ido clarificando, siendo el artículo de Wild y Pfannkuch (1999) un parteaguas, ya que estos autores clarifican la definición de pensamiento estadístico. Es importante tener claras las diferencias y similitudes que comparten estos procesos cognitivos al momento de planear los objetivos de aprendizaje, y al evaluar el aprendizaje de los estudiantes (Ben-Zvi y Garfield, 2004).

Estrella et al. (2015, p. 480) consideran que la alfabetización estadística "...incluye las habilidades básicas que se usan para comprender información estadística, como organizar datos, construir y presentar tablas, trabajar con diferentes representaciones de datos, e incluye la comprensión de conceptos, vocabularios, símbolos y una comprensión de la probabilidad...".

Gal (2004) señala que la alfabetización estadística se refiere a la interrelación de dos componentes:

... (a) la capacidad de las personas para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos relacionados con los datos o fenómenos estocásticos, que pueden encontrar en diversos contextos; y cuando sea relevante (b) su capacidad para discutir o comunicar sus reacciones a dicha información estadística, como su comprensión del significado de la información, sus opiniones sobre las implicaciones de esta información, o sus preocupaciones con respecto a la aceptabilidad de las conclusiones dadas. (p. 49)

Mientras que Rumsey (2002) expone lo siguiente:

En primer lugar, queremos que nuestros estudiantes sean buenos "ciudadanos estadísticos", que entiendan la estadística lo suficientemente bien como para ser capaces de consumir la información que se les inunda a diario, pensar críticamente sobre ella y tomar buenas decisiones basadas en esa información. (p. 1)

Bajo las posturas anteriores, podemos señalar que la alfabetización estadística consiste en la capacidad de interpretar, evaluar críticamente y, comunicar información estadística. En cuanto al razonamiento estadístico, Garfield (2002) lo define de la siguiente manera:

La forma en que las personas razonan con ideas estadísticas y dan sentido a la información estadística. Esto involucra hacer interpretaciones basadas en conjuntos de datos, representaciones de datos o resúmenes estadísticos de datos. El razonamiento estadístico puede implicar conectar un concepto con otro (por ejemplo, centro y dispersión), o puede combinar ideas sobre los datos y el azar. Razonar significa comprender y ser capaz de explicar procesos estadísticos e interpretar resultados. (p. 1)

El RE puede hacer conexiones y combinaciones entre conceptos e ideas acerca de los datos y el azar, así como la comprensión de procesos y resultados estadísticos (Estrella, 2017). Para Batanero et al. (2013), el RE “permite tomar decisiones adecuadas o efectuar predicciones a partir de datos y en presencia de incertidumbre” (p. 8). Asimismo, Batanero et al. (2013) señalan que para favorecer el RE se debe fomentar el sentido estadístico en la enseñanza.

Wild y Pfannkuch (1999) se han dado a la tarea de explicar qué es el pensamiento estadístico, encontrando que este tipo de pensamiento implica procesos en la resolución de problemas del mundo real mediante la utilización de estadística, lo que implica reconocer la necesidad de datos, la transnumeración, la percepción de la variación, el razonamiento con modelos y la integración de la estadística y el contexto. Mientras que Garfield et al. (2003) establecen que el pensamiento estadístico:

Implica una comprensión de por qué y cómo las estadísticas se llevan a cabo las investigaciones y las "ideas fundamentales" que subyacen a las investigaciones estadísticas. Estas ideas incluyen la naturaleza omnipresente de la variación, cuándo y cómo usar métodos apropiados de análisis de datos, como análisis numérico, resúmenes y presentaciones visuales de datos. El pensamiento estadístico implica una comprensión de la naturaleza del muestreo, cómo hacemos inferencias a partir de muestras a poblaciones, y por qué se necesitan experimentos diseñados para establecer la causalidad. Incluye una comprensión de cómo se utilizan los modelos para simular fenómenos aleatorios, cómo se producen los datos para estimar probabilidades, y cómo, cuándo y por qué se pueden usar las herramientas inferenciales existentes para ayudar en un proceso de investigación. El pensamiento estadístico también incluye ser capaz de comprender y utilizar el contexto de un problema para formar investigaciones y sacar conclusiones, reconocer y comprender todo el proceso (desde la formulación de

preguntas hasta la recopilación de datos, la elección de los análisis y las pruebas, suposiciones, etc.). Finalmente, los pensadores estadísticos son capaces de criticar y evaluar los resultados de un problema resuelto o de un estudio estadístico. (p. 8)

En resumen, la alfabetización estadística hace referencia al conjunto de habilidades para discernir e interpretar información que está al alcance de una persona en su contexto cotidiano. En cuanto al RE, es la forma en que las personas dan sentido a la información mediante las ideas estadísticas fundamentales, así como comprender resultados estadísticos. Mientras que el pensamiento estadístico tiene un nivel cognitivo mayor, que hace alusión a comprender investigaciones estadísticas.

### ***1.5.2. Ideas estadísticas fundamentales***

Estas ideas aparecen en la mayoría de las situaciones en que hay que aplicar la estadística; por tanto, son necesarias para enfrentarse con éxito a dichas situaciones. Además, pueden ser enseñadas con diversos niveles de formalización y, en ese sentido, son asequibles en cualquier nivel educativo, siendo potentes como herramientas de modelización estadística. En muchas investigaciones de educación estadística (Batanero et al., 2013; Garfield y Ben-Zvi, 2008; Tauber et al., 2019) los autores argumentan que están a favor de que se debe de poner mayor énfasis en las ideas estadísticas fundamentales dentro de la educación (Bianchini, 2022).

Dado el hecho de que el profesor de matemáticas es el responsable de impartir estadística, es deseable que desarrolle el razonamiento estadístico en su alumnado; en ese sentido, es importante abordar las características de este tipo de razonamiento, atendiendo a las ideas estadísticas fundamentales implicadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística (Estrella, 2017).

Algunos autores (Burrill y Biehler, 2011; Garfield y Ben-Zvi, 2008; Batanero y Borovnick, 2016; *National Research Council*, 2001) proponen diferentes ideas estadísticas fundamentales. Ciertas diferencias entre cada postura se deben al nivel educativo (Salcedo, 2019). En los siguientes párrafos, se exponen diferentes posturas acerca de las ideas estadísticas fundamentales.

En el National Research Council (NRC, 2001) se han desarrollado diversas investigaciones acerca del pensamiento estadístico y probabilístico de los estudiantes de primaria y secundaria. De esta forma, se ha adoptado una perspectiva más amplia de dichos pensamientos, identificando cuatro procesos clave: describir, organizar, representar y analizar datos. A continuación, se presentan las estructuras conceptuales de estadística y probabilidad propuestas por el NRC (2001):

- *Describir datos*: la descripción de los datos implica la lectura y presentación de los mismos (por ejemplo, tablas, listas, gráficos); es decir, encontrar información que se

indica explícitamente en la presentación de los datos, reconocer los gráficos y establecer conexiones directas entre los datos que se presentan. El proceso es esencialmente lo que se ha llamado leer los datos y los investigadores han encontrado que la mayoría de los estudiantes en los grados de primaria y secundaria pueden leer datos con precisión. (p. 289)

- *Organizar datos*: el proceso de organizar y reducir datos incorpora acciones como ordenar, agrupar y resumir. La reducción de datos también incluye el uso de medidas representativas del centro (a menudo denominadas medidas de tendencia central) como media, moda o mediana, y medidas de dispersión como el rango o la desviación estándar. (p. 289)
- *Representar datos*: la representación de datos requiere la generación de diferentes organizaciones de datos de acuerdo con ciertas convenciones. Muchos estudiantes de primaria tienen dificultad para crear representaciones visuales de datos. Los conocimientos de los alumnos de primero y segundo de primaria sobre cómo representar los datos parece estar limitado por dificultades en la clasificación y organización de datos, y se ha encontrado que la tecnología ayuda a superar esas dificultades. (p. 290)
- *Análisis de datos*: el proceso de analizar e interpretar datos incorpora reconocer patrones y tendencias en los datos, hacer inferencias y predicciones a partir de los datos. Incluye lo que se ha denominado lectura entre los datos y leer más allá de los datos. La lectura entre los datos requiere que los estudiantes comparen cantidades y usen operaciones matemáticas para combinar e integrar datos, identificar relaciones matemáticas expresadas en los datos o en representaciones visuales de los datos. (p. 290)
- *Espacio muestral*: los estudiantes muestran una comprensión del espacio muestral cuando son capaces de identificar el conjunto completo de resultados posibles en un experimento aleatorio o un experimento en el que el resultado real no se puede determinar de antemano, aunque el conjunto de posibles resultados puede determinarse. (p. 291)

- *Probabilidad de un evento*: las comparaciones de probabilidades de eventos son difíciles para los estudiantes y parecen estar vinculadas a su competencia con los números racionales. (p. 291)
- *Comparaciones de probabilidades entre espacios muestrales*: la comprensión de los alumnos de las comparaciones de probabilidad se mide por su capacidad para determinar y justificar cuál de dos situaciones probabilísticas es más probable de generar el suceso objetivo en un experimento aleatorio. (p. 292)
- *Probabilidad condicional*: Varios estudios se han centrado en el pensamiento de los alumnos de primaria y secundaria en situaciones de probabilidad condicional, es decir, su capacidad para reconocer cuando la probabilidad de un suceso cambia o no por la ocurrencia de otro suceso. (p. 292)
- *Independencia de un evento*: la comprensión intuitiva de la independencia se mide por su capacidad de reconocer y justificar cuando la ocurrencia de un evento no tiene influencia en la ocurrencia de otro. (p. 293)

Garfield y Ben-Zvi (2008) proponen algunas ideas estadísticas fundamentales. Afirman que estas ideas son aquellas que todos los estudiantes pudieran entender a un nivel conceptual profundo; además, sirven como objetivos generales que dirigen la práctica docente, motivan y orientan el aprendizaje de los estudiantes:

- *Datos*: comprender la necesidad de datos para la toma de decisiones, evaluar información, los diferentes tipos de datos, así como los métodos de recopilación (a través de encuestas) y la producción de datos (en experimentos) hacen una diferencia en los tipos de conclusiones que se pueden obtener, conociendo las características de los buenos datos para evitar sesgos y errores de medición. Comprender el papel de la importancia y la distinción entre muestreo aleatorio y asignación aleatoria en la recolección y producción de datos.
- *Distribución*: entender que un conjunto de datos puede ser examinado y explorado como una entidad (una distribución) en lugar de un conjunto de casos separados; un gráfico de estos datos (cuantitativos) se puede resumir en términos de forma, centro y untado; diferentes representaciones del mismo conjunto de datos pueden revelar ciertos aspectos de la distribución; que examinar visualmente las distribuciones es una parte importante y necesaria del análisis de datos, las distribuciones pueden

formarse a partir de un conjunto de valores de datos individuales o de estadísticas resumidas como medias (por ejemplo, distribuciones muestrales de medias). Las distribuciones también nos permiten hacer inferencias comparando una muestra estadística obtenida con una distribución de todas las muestras estadísticas posibles para una teoría o hipótesis particular.

- *Variabilidad*: comprender que los datos varían, a veces de manera predecible. Pueden ser fuentes de variabilidad que pueden ser reconocidas y utilizadas para explicar la variabilidad. A veces la variabilidad se debe a un muestreo aleatorio o a un error de medición. Otras veces, se debe a las propiedades inherentes de lo que se mide. Una parte importante del examen de los datos es determinar cómo se distribuyen los datos. Por lo general, es útil conocer una medida de tendencia central al interpretar medidas de variabilidad, y la elección de estas medidas depende de la forma y otras características de la distribución. Las medidas de variabilidad dicen cosas diferentes sobre la distribución (por ejemplo, la desviación estándar se enfoca en distancia típica de la media, mientras que el rango indica la diferencia entre el valor mínimo y el valor máximo).
- *Centro*: entendiendo la idea de centro de distribución como una “señal en un proceso ruidoso” (Konold et al., 2002), que se puede resumir mediante una medida estadística (como la media y la mediana). Lo más útil es interpretar una medida de tendencia central con una medida de dispersión, y estas opciones a menudo se basan en la forma de la distribución, si hay o no otras características tales como valores atípicos, conglomerados, brechas y asimetría.
- *Modelos estadísticos*: comprender que los modelos estadísticos pueden ser útiles para ayudar a explicar o predecir los valores de los datos. A menudo comparamos los datos como un modelo (por ejemplo, la distribución normal o un modelo de regresión) y luego ver qué tan bien los datos se ajustan al modelo examinado. También usamos modelos para simular datos con el fin de explorar propiedades de procedimientos o conceptos.
- *Aleatoriedad*: cada resultado de un evento aleatorio es impredecible, sin embargo, podemos predecir patrones a largo plazo. Por ejemplo, no podemos predecir si una tirada de un dado será un 2, o cualquier otro número.

- *Covariación*: la relación entre dos variables cuantitativas puede variar de una manera predecible (por ejemplo, los valores altos con una variable tienden a ocurrir con valores altos de otro). A veces esta relación se puede modelar con una línea recta (recta de regresión lineal). Esto nos permite predecir valores de una variable utilizando los valores de la otra variable. Una asociación no necesariamente implica causalidad, aunque puede haber una relación casual (se necesita un experimento comparativo para determinar la causa y el efecto).
- *Muestreo*: comprender que gran parte del trabajo estadístico implica tomar muestras y usarlas para hacer estimaciones o tomar decisiones sobre las poblaciones de las que ellos son dibujados. Las muestras extraídas de una población varían en algunas formas predecibles. Examinamos la variabilidad dentro de una muestra, así como la variabilidad entre muestras al hacer inferencias.
- *Inferencia Estadística*: hacer estimaciones o tomar decisiones basadas en muestras de datos en estudios observaciones y experimentales. La exactitud de inferencias se basa en la variabilidad de los datos, el tamaño de la muestra y la idoneidad de suposiciones subyacentes tales como muestras aleatorias de datos y muestras lo suficientemente grandes como para asumir distribuciones de muestreo normalmente distribuidas. Un valor p es un indicador que se utiliza para evaluar la solidez de la evidencia contra una conjetura particular, pero no sugiere la importancia práctica de un resultado estadístico. El valor p indica la probabilidad de que una muestra o resultado experimental tan extremo como lo que se observó se le daría una teoría o afirmación y ayuda a responder la pregunta “¿este resultado se debe al azar o debido a un efecto de interés (como una condición en un experimento)?”. (Garfield y Ben-Zvi, 2008, pp. 49-50)

Burrill y Biehler (2011) adaptan algunos criterios propuestos por Heymann (2003) para sugerir que los conceptos fundamentales de la estadística deberían compartir algo en común dentro de las diferentes percepciones o formas de pensar sobre la enseñanza de la estadística, de manera que sean capaces de conectar la disciplina a otras experiencias en el mundo, dando lugar una comprensión más profunda a lo largo del tiempo, esto a medida que los estudiantes maduran en su conocimiento estadístico. De esta forma, Burril y Biehler (2011) sugieren los siguientes conceptos como ideas fundamentales en estadística:

- *Datos*: incluidos los tipos de datos, las formas de recopilarlos, la medición, respetando que los datos son números con un contexto.
- *Variación*: identificar y medir la variabilidad para predecir, explicar o controlar. El término “variabilidad” se utiliza para el fenómeno general de cambio y “variación” para describir el efecto total del cambio.
- *Distribución*: incluye nociones de tendencias y dispersión que son fundamentales para razonar sobre variables estadísticas de distribuciones empíricas, variables aleatorias de distribuciones teóricas y resúmenes en distribuciones de muestreo.
- *Representación*: representaciones gráficas o de otro tipo que revelan historias en los datos, incluida la noción de transnumeración.
- *Relaciones de asociación y modelado entre dos variables*: naturaleza de las relaciones entre variables estadísticas para datos categóricos y numéricos, incluida la regresión para modelar asociaciones estadísticas.
- *Modelos de probabilidad para procesos de generación de datos*: modelización de relaciones estructurales hipotéticas generadas a partir de teorías, simulaciones o aproximaciones de grandes conjuntos de datos, cuantificación de la variabilidad de los datos, incluida la estabilidad a largo plazo.
- *Muestreo e inferencia*: la relación entre las muestras y la población, y la esencia de decidir qué creer a partir de cómo se recopilan los datos para sacar conclusiones con cierto grado de certeza. (Burrill y Biehler, 2011, pp. 9 - 10)

En cuanto a la idea estadística fundamental de variación o variabilidad, Burrill y Biehler (2011) utilizan el término variación, mientras que Garfield y Ben-Zvi (2008) emplean el término variabilidad. Cabe aclarar que en la literatura se hace un uso indistinto de los términos de variabilidad y variación; sin embargo, Reading y Shaughnessy (2004) sugieren distinguirlos de la siguiente forma: variabilidad como la tendencia de una característica a cambiar que es observable y variación como la descripción de esa característica (citado en García-García et al., 2020), lo que coincide con lo establecido por Burrill y Biehler (2011).

Garfield y Ben-Zvi (2008) abogan por un enfoque en las ideas estadísticas fundamentales y las interrelaciones entre ellas, así como sugerir formas de presentarlas a lo largo de un curso, revisándolas en diferentes contextos, ilustrando sus múltiples representaciones e interrelaciones, y ayudar a los estudiantes a reconocer cómo forman la estructura de soporte del conocimiento estadístico.



Batanero y Borovcnik (2016) mencionan que las ideas estadísticas fundamentales se pueden enseñar en diferentes niveles de formalización según la edad de los estudiantes y el conocimiento previo, de manera que sugieren las siguientes:

- *Análisis exploratorio de datos*: básicamente, las estadísticas se ocupan de recopilar, analizar datos y tomar decisiones. El punto de partida en un estudio estadístico es un problema del mundo real que conduce a algunas preguntas estadísticas que requieren datos para ser respondidas. Para abordar las preguntas es posible que tales datos ya existan; sin embargo, a menudo se deben producir nuevos datos para proporcionar información suficientemente válida y confiable para hacer un juicio o tomar una decisión. (p. 3)
- *Modelación de información por probabilidad*: modelar situaciones con el objetivo de lograr mejores decisiones y generalizar información de muestras (aleatorias) a poblaciones. (p. 4)
- *Exploración y modelación de la asociación*: ideas de asociación, correlación y regresión. Así como los conceptos subyacentes que sirven para modelar relaciones estadísticas entre variables y extender la dependencia funcional a situaciones aleatorias. (p. 5)
- *Muestreo e inferencia*: la idea fundamental de la inferencia estadística es generalizar información de conjuntos de datos a entidades más amplias. Las ideas fundamentales de inferencia son población, muestra y sus interrelaciones. (p. 6)

En la Tabla 1 se exponen las diferentes propuestas sobre las ideas estadísticas fundamentales, con el propósito de establecer un comparativo entre las aportaciones de los distintos autores.

**Tabla 1**

*Comparación de las diferentes ideas estadísticas fundamentales*

<b>Ideas estadísticas fundamentales</b>			
NRC (2001)	Garfield y Ben-Zvi (2008)	Burrill y Biehler (2011)	Batanero y Borovnick (2016)
Describir datos	Datos	Datos	Análisis exploratorio de datos
Organizar datos		Representación	
Representar datos		Distribución	
Análisis de datos	Variabilidad	Variación	
	Centro		
Espacio muestral	Aleatoriedad		

Probabilidad de un evento			
Comparaciones de probabilidades entre espacios muestrales		Modelos de probabilidad y modelado entre dos variables	Modelación de información por probabilidad
Probabilidad condicional			
Independencia de un evento			
	Muestreo		
	Inferencia estadística	Muestreo e inferencia	Muestreo e inferencia
	Modelos estadísticos	Relaciones de asociación y modelado	Exploración y modelación de la asociación

*Nota.* Elaboración propia.

La diferencia que tienen las diversas ideas estadísticas fundamentales expuestas anteriormente se puede distinguir en el nivel educativo al que se refieren, por ejemplo, Garfield y Ben-Zvi (2008) apuntan a un primer curso de estadística en la universidad, mientras que Burrill y Biehler (2011), y Batanero y Borovnick (2016) señalan que las ideas que proponen deben de ser manejadas por un estudiante egresado de bachillerato (Salcedo, 2019). Por lo anterior, en esta investigación consideramos las ideas estadísticas fundamentales propuestas por Burrill y Biehler (2011) debido a que se trabajan en educación básica, específicamente en el nivel secundaria.

### **1.5.3. Modelo “Entorno de aprendizaje de razonamiento estadístico” de Ben-Zvi**

Un aula de estadística eficaz y positiva puede verse como un entorno de aprendizaje para desarrollar en los estudiantes una comprensión profunda y significativa de la estadística, así también, ayuda a los estudiantes a desarrollar su capacidad de pensar y razonar estadísticamente (Garfield y Ben-Zvi, 2008).

En este apartado se presentará a detalle el modelo SRLE, basándose principalmente en el trabajo de Ben-Zvi (2011). El modelo “Entorno de aprendizaje de razonamiento estadístico” (*Statistical Reasoning Learning Environment*), o por sus siglas en inglés SRLE (de aquí en adelante), se basa en la teoría constructivista del aprendizaje. Éste es un modelo pensado para un entorno interactivo de aprendizaje de estadística y está diseñado, principalmente, para el desarrollo del RE de los estudiantes en todos los niveles.

La base del modelo SRLE y su fundamento teórico se encuentran en el paradigma socioconstructivista, del constructivismo de Jean Piaget, quien afirma que el aprendizaje es un proceso activo en el que los alumnos construyen su propia comprensión y conocimiento, haciendo conexiones entre la nueva información y las experiencias, creencias y conocimientos pasados, en lugar de recibir conocimientos.

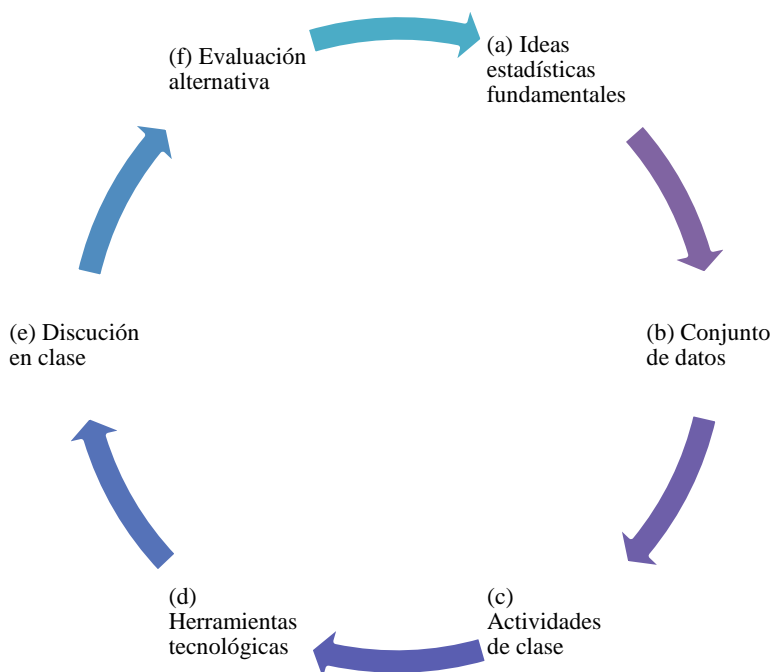
El RE de los estudiantes se nutre del conocimiento estadístico, el conocimiento sobre el contexto del problema, las normas y hábitos sociales útiles desarrollados con el tiempo, respaldado por

un entorno basado en la investigación, el cual incluye actividades, herramientas y andamios. En sí, se trata de actividades que brindan a los estudiantes muchas oportunidades para pensar y reflexionar sobre su aprendizaje, así como discutir y reflexionar con sus compañeros.

El SRLE es un entorno de aprendizaje de estadística efectivo y positivo que desarrolla en los estudiantes una comprensión profunda y significativa de la estadística; a su vez, ayuda a los estudiantes a desarrollar su capacidad de razonar estadísticamente. Este enfoque se denomina ambiente de aprendizaje porque es la combinación interactiva de materiales de texto, actividades de clase, normas y cultura, andamios, discusión, tecnología, enfoque de enseñanza y evaluación. Este modelo se basa en seis principios pedagógicos (ver Figura 2).

## Figura 2

*Seis principios pedagógicos del Entorno de Aprendizaje del Razonamiento Estadístico (SRLE).*



*Nota.* Elaborado a partir de Ben-Zvi (2011).

### a) Ideas estadísticas fundamentales

Centrarse en el desarrollo de la comprensión conceptual de las ideas estadísticas fundamentales favorecerían a que el estudiantado y el profesorado logran un nivel conceptual más profundo. Dichas ideas pueden servir como directrices en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. Además de que motivan y guían a los estudiantes.

Los libros de texto presentan una estructura que se basa en el análisis lógico del contenido, de forma que los estudiantes abordan el contenido como un conjunto secuencial de herramientas y procedimientos. Por lo que no llegan a analizar cómo se interrelacionan los conceptos. Un

ejemplo podría ser que, en principio de un curso, los estudiantes aprenden acerca de la distribución; sin embargo, no relacionan dicha idea con la distribución muestral.

Como se mencionó anteriormente, Garfield y Ben-Zvi (2008) abogan por centrarse en las ideas estadísticas fundamentales, así como las interrelaciones que existen entre ellas. Además, sugieren diferentes formas de abordarlas y revisirlas en diferentes contextos a lo largo de un curso, ayudando al estudiante a reconocer cómo se estructura el conocimiento estadístico.

#### b) Usar datos reales y motivadores

Uno de los propósitos principales de la estadística del recolectar e investigar datos es aprender más sobre situaciones reales, y que la evidencia basada en datos es necesaria para tomar decisiones y evaluar la información. La generación de datos involucra la comprensión de cómo capturar y traducir nociones como un servicio rápido en datos que se puede recopilar, la captación de mediciones que son relevantes para la situación del problema y, cómo diseñar métodos de recopilación de datos para evitar el sesgo y la medición del error.

Es de esta forma que se deben de considerar a los datos como el centro del aprendizaje estadístico. Se espera que un curso de estadística, el alumnado considere diferentes métodos para la recopilación y la producción de los datos, identificar cómo los métodos afectan la calidad de los datos y su pertinencia en el análisis de datos. Finalmente, se debe de considerar el trabajo con conjuntos de datos reales que sean de interés y motiven al estudiantado a participar en las diferentes actividades propuestas en el curso, especialmente las actividades que permitan la formulación de conjeturas sobre un conjunto de datos previo a su análisis.

#### c) Usar actividades de clase para desarrollar el razonamiento estadístico de los estudiantes

El modelo SRLE da gran importancia a la implementación de actividades, de manera que estén basadas en la investigación, las cuales promuevan el aprendizaje de los estudiantes a través de la indagación, el trabajo en colaborativo, la interacción y discusión de problemas interesantes.

Existen al menos dos modelos diferentes de actividades de clase que se proponen en el SRLE. El primer modelo permite al estudiante formular conjeturas acerca de un problema o un conjunto de datos. Dicho método involucra la discusión, recopilación de los datos, uso de la tecnología, y explicar resultados, para después reflexionar sobre sus propias acciones y pensamientos. El segundo tipo de actividades busca favorecer el aprendizaje colaborativo, en donde dos o más alumnos puedan discutir un problema a partir de preguntas.

#### d) Integrar el uso de herramientas tecnológicas apropiadas

El aprovechamiento de la variedad de herramientas tecnológicas (computadoras, calculadoras, gráficas, internet, software estadístico, etc.) es uno de los principios pedagógicos que conforman

el SRLE. La finalidad de incorporar la tecnología busca desarrollar la comprensión y el razonamiento de los estudiantes.

La bondad que las herramientas tecnológicas brindan al estudiante es que le permiten concentrarse en la tarea más importante de aprender cómo elegir métodos analíticos, interpretar resultados y generar gráficos, ahorrando la tarea de realizar cálculos tediosos. Además, ayudan al alumno a visualizar conceptos y profundizar en la comprensión de ideas abstractas a través de simulaciones.

#### e) Promover el discurso en el aula

En el SRLE, la implementación de actividades y tecnología permite generar una nueva forma de discurso en el aula, en el que los argumentos estadísticos explican por qué la forma en que se han organizado los datos da lugar a percepciones sobre el fenómeno que se está investigando; el discurso debe permitir a los estudiantes participar en intercambios sostenidos que se centran en ideas estadísticas fundamentales.

Crear un SRLE con un discurso en el aula que permita al alumno participar en las discusiones a partir de problemas estadísticos significativos puede ser un gran desafío para el profesor. De esta forma, Ben-Zvi (2011) realiza algunas sugerencias para generar el discurso en el aula:

- Utilización de preguntas que motiven al estudiante a pensar
- Exigir al alumno que razone y justifique sus respuestas. Debatir las respuestas de los estudiantes.
- Crear una norma en el aula donde los alumnos se sientan seguros de expresar sus ideas y diferentes puntos de vista.
- Probar las conjeturas de los alumnos mediante herramientas tecnológicas

De esta forma, el profesor debe garantizar el establecimiento de normas socioestadísticas que regulen el razonamiento del estudiantado.

#### f) Evaluación alternativa

No solo se deben de tomar en cuenta las tareas y la aplicación de exámenes dentro de la evaluación; sino también alternativas de evaluación como proyectos estadísticos. Además, se debe priorizar evaluar la competencia estadística de los estudiantes y su razonamiento. Otro aspecto importante es que los criterios de evaluación deben de estar acordes con los objetivos de aprendizaje del curso, centrándose en la comprensión de ideas clave. La retroalimentación por parte del profesor es un elemento que juega un papel trascendental en la evaluación, ya que conduce hacia el aprendizaje. Esta debe de ser de carácter útil y oportuna.

Hasta este punto se puede notar que generar un entorno de RE implica mucho trabajo, ya que no es lo mismo que una clase bajo una metodología tradicional. Los seis principios pedagógicos

del SRLE son elementos clave para desarrollar un entorno de aprendizaje donde el alumnado participe y pruebe sus conjeturas, utilizando datos, discutiendo, explicando su RE, centrándose en las ideas estadísticas fundamentales (Ben-Zvi, 2011).

#### ***1.5.4. El referente “Educación Estadística para Profesores” de Franklin et al.***

En 2012, la Junta de Conferencias de Ciencias Matemáticas (traducción propia de *Conference Board of the Mathematical Sciences*, abreviado CBMS) publicó el informe MET II (*The Mathematical Education of Teachers II*) para actualizar las recomendaciones respecto a la preparación de los profesores de matemáticas. Debido al énfasis en la estadística, el MET II incluye varias recomendaciones con respecto a la preparación de los maestros para la enseñanza de la estadística. De esta forma, surge el SET (*The Statistical Education of Teachers*) por la American Statistical Association (ASA). El SET hace un llamado a la colaboración entre matemáticos, estadísticos, educadores de matemáticos y educadores de estadística para preparar a los maestros para enseñar estadística. En los siguientes párrafos se detallan algunos componentes del SET, tomando como base a Franklin et al. (2015).

El documento Educación Estadística para el Profesorado (traducción propia del inglés *Statistical Education of Teacher*, SET) es un informe que hace algunas recomendaciones para la preparación de docentes de los diferentes niveles educativos en estadística (Franklin et al., 2015). El SET pretende ser un recurso para todos los profesores involucrados en la educación estadística, tanto en su preparación inicial como en su desarrollo profesional (Franklin et al., 2015). El SET se propone como objetivos la preparación estadística de los profesores en todos los niveles (primaria, secundaria y preparatoria), su desarrollo profesional, diferenciar la estadística de la matemática y sus implicaciones en la enseñanza, ilustrar el proceso de resolución de problemas estadísticos y, finalmente, hacer recomendaciones didácticas para la enseñanza y aprendizaje de la estadística.

Para enseñar estadística de manera efectiva, según lo previsto por el GAISE (Franklin et al., 2007), se vuelve importante que los profesores entiendan las conexiones entre los conceptos estadísticos con otras áreas de la matemática. Los profesores también deben reconocer las características de la estadística distinguiéndola como una disciplina distinta de la matemática.

Si bien la formación de profesores debe incluir caracterizaciones de la probabilidad como una herramienta para la estadística, el informe SET se enfoca principalmente en la probabilidad al servicio de la estadística, por lo que recomienda que los programas de formación docente incluyan modelos de probabilidad como un componente de la enseñanza de la matemática.

El notable aumento del contenido estadístico en los niveles preuniversitarios exige un mayor esfuerzo para mejorar la formación de los profesores en la enseñanza de la estadística. Con ello, brindar desarrollo profesional a los maestros capacitándolos antes de la implementación de los nuevos estándares.

El SET insiste en que los cursos de estadística para la formación del profesorado deben de ser diferentes a los que se les imparten a estudiantes de ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas, y de aquellos cursos introductorios de estadística que se imparten en el nivel universitario. Es decir, los cursos de estadística para los profesores, a los que el SET se refiere, deben de propiciar el pensamiento estadístico, el conocimiento del contenido disciplinar y didáctico.

El SET también destaca recomendaciones didácticas de especial relevancia para la estadística, estrechamente relacionadas con el uso de la tecnología y el papel de la evaluación. Estas recomendaciones se aplican a los cursos para la formación del profesorado y el desarrollo profesional para maestros en ejercicio, así como a los cursos de primaria, secundaria y preparatoria que se imparten. Idealmente, la educación estadística para los profesores debería modelar una pedagogía efectiva al enfatizar el pensamiento estadístico y la comprensión de conceptos clave, poniendo los datos reales en el centro del aprendizaje, y haciendo un uso pertinente de la tecnología.

En cada nivel educativo desde primaria hasta preparatoria, la educación estadística de los profesores presenta ciertos desafíos y oportunidades. Por ejemplo, el desarrollo de la alfabetización estadística en los estudiantes debería comenzar en educación primaria, con maestros preparados más allá del nivel de conocimientos estadísticos que se espera desarrollar en los estudiantes. En particular, los profesores de primaria deberían entender la transversalidad que existe entre los conceptos estadísticos con los contenidos desarrollados en grados posteriores, así como con otras materias propias de la malla curricular. En ese sentido, los maestros de primaria deben recibir una preparación estadística donde se propicie una pedagogía efectiva enfatizando en el proceso estadístico de resolución de problemas.

Para el caso de los profesores de matemáticas de nivel secundaria, se diferencia al nivel primaria, ya que suelen especializarse en matemáticas. No obstante, los cursos de estadística que suelen tomar no los preparan lo suficiente para los temas de estadística que enseñarán. Los profesores de secundaria durante su formación deben tomar cursos que desarrollen el RE, basados en datos donde se incluyan experiencias con modelos estadísticos, además de aquellos que desarrollan el conocimiento de estadística matemática (también llamada como teoría estadística).

El SET (Franklin et al., 2015, pp. 5-6) establece recomendaciones generales para la formación estadística de los profesores de matemáticas:

1. Los futuros docentes deben aprender estadística, de manera que les permita desarrollar una comprensión conceptual profunda de la disciplina que enseñarán. El conocimiento del contenido estadístico que necesitan los docentes en todos los niveles es sustancial, aunque bastante diferente del que normalmente se aborda en la mayoría de los cursos de introducción a la estadística de nivel universitario. Los futuros maestros deben comprender el proceso de investigación estadística y las

- técnicas/métodos estadísticos particulares para que puedan ayudar a diversos grupos de estudiantes a comprender este proceso como una actividad coherente y razonada.
2. Los futuros maestros deben participar en el proceso de resolución de problemas estadísticos (formular preguntas estadísticas, recopilar datos, analizar datos e interpretar resultados) regularmente en sus cursos.
  3. Debido a que muchos profesores, actualmente en ejercicio, no tuvieron la oportunidad de aprender estadística durante sus programas de preparación previa al servicio, es necesario desarrollar sólidas oportunidades de capacitación profesional para mejorar la comprensión de los conceptos estadísticos.
  4. Todos los cursos y experiencias de desarrollo profesional para profesores de estadística deben permitirles desarrollar los hábitos mentales de un pensador estadístico y solucionador de problemas, como razonar, explicar, modelar, ver estructuras y generalizar. Los profesores no solo deben desarrollar el conocimiento del contenido estadístico, sino también la capacidad de trabajar en formas características de la disciplina.
  5. En las instituciones que preparan docentes u ofrecen desarrollo profesional, la formación de los docentes en estadística debe reconocerse como una parte importante de la misión de un departamento y llevarse a cabo en colaboración con profesores de educación estadística, educación matemática, estadística y matemáticas. Se debe de alentar y recompensar a los docentes para participar en su preparación, su desarrollo profesional y por involucrarse en la educación matemática.
  6. Los estadísticos deberían reconocer la necesidad de mejorar la enseñanza de la estadística en todos los niveles. La educación matemática, incluida la educación estadística de los profesores, puede fortalecerse en gran medida mediante el crecimiento de una comunidad de educación estadística que incluya a los estadísticos como uno de los muchos grupos comprometidos a trabajar juntos para mejorar la instrucción estadística en todos los niveles y elevar los estándares profesionales en la enseñanza.

El SET (Franklin et al., 2015) también hace un par de recomendaciones específicas por cada uno de los niveles educativos de la educación básica y obligatoria. Sin embargo, para los fines



de este trabajo de investigación, solo tomamos en cuenta aquellas enfocadas para futuros profesores de educación secundaria, donde se especifica cómo deben ser los cursos que formen al profesor de matemáticas en educación estadística:

1. Un curso introductorio que haga hincapié en un enfoque moderno de análisis de pensamiento estadístico. Introduciendo a la inferencia con la utilización de tecnologías apropiadas, y a la inferencia informal (intervalos de confianza y pruebas de significación). Este primer curso desarrollaría los conocimientos estadísticos de los profesores en un entorno de aprendizaje experiencial y activo, enfocado en el proceso de resolución de problemas, estableciendo conexiones claras entre el razonamiento estadístico y las nociones de probabilidad. (p. 8)
2. Un segundo curso centrado en reforzar la comprensión conceptual de las ideas estadísticas fundamentales y el contenido estadístico de educación secundaria. Este curso también pretende desarrollar el conocimiento didáctico de las estrategias para la enseñanza de conceptos estadísticos, utilizando tecnología, haciendo conexiones a través del currículo, y evaluando la comprensión estadística de los estudiantes de secundaria. (p. 8)

En el año 2007 los Estándares Estatales Básicos Comunes para Matemáticas (CCSSM, por sus siglas en inglés) enfatizaron en la importancia que tiene la estadística y la probabilidad en el nivel secundaria. Los contenidos estadísticos en este nivel deben de desarrollarse desde la perspectiva de resolución de problemas estadísticos, tal como se describe en la GAISE (citado Franklin et al., 2015).

Para lograr una comprensión sólida de los temas estadísticos en el plan de estudios de educación secundaria, los estudiantes deberían aprender estadística en un entorno de aprendizaje basado en actividades donde se propicie la recopilación, exploración e interpretación de datos. Además, la exploración y el análisis de los datos por parte de los estudiantes deben reforzarse mediante la utilización de herramientas tecnológicas que sean capaces de crear representaciones gráficas de datos y realizar cálculos numéricos de datos. Con los resultados de su análisis, los estudiantes deben considerar el alcance de sus conclusiones en función de la forma en que se recopilaron los datos para después comunicar información estadística, con base en el problema planteado.

El SET resalta algunos aspectos esenciales en la formación de profesores de nivel secundaria, para lo cual plantea tres objetivos principales en cuanto educación estadística (ver Figura 3):

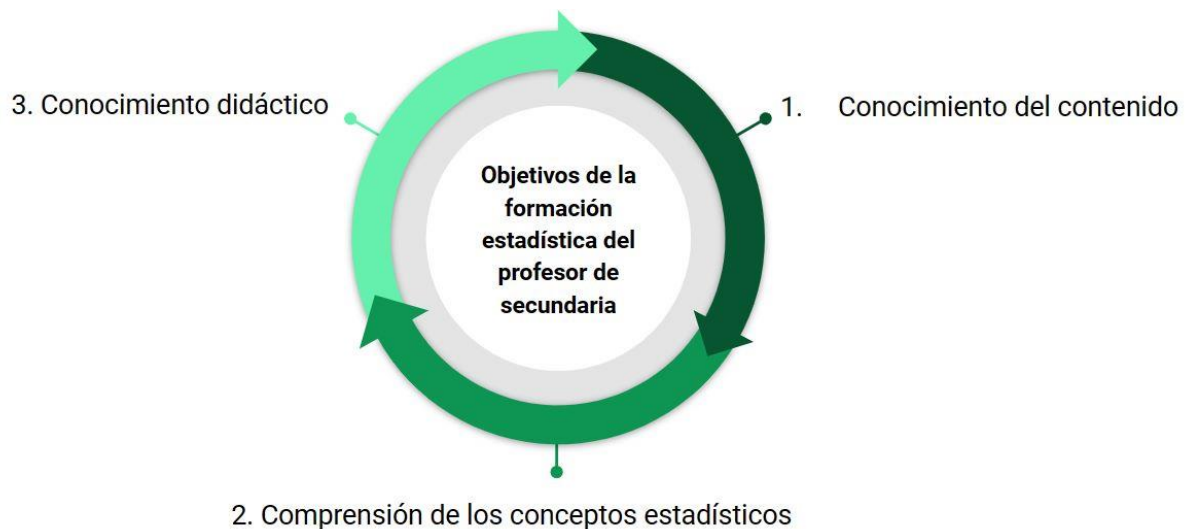
1. Desarrollar el conocimiento del contenido y las habilidades de razonamiento estadístico para implementar los temas estadísticos recomendados para los estudiantes de secundaria. Por lo tanto, los docentes deben lograr un conocimiento

del contenido estadístico más allá del requerido por sus alumnos. Los temas estadísticos deben desarrollarse a través de experiencias significativas con el proceso de resolución de problemas estadísticos.

2. Desarrollar una comprensión de cómo los conceptos estadísticos en los grados intermedios se basan en el contenido desarrollado en los grados primarios, los cuales brindan una base para el contenido en la escuela secundaria y están conectados con otras áreas temáticas, incluidas las matemáticas, en los grados intermedios.
3. Desarrollar el conocimiento didáctico necesario para la enseñanza efectiva de la estadística. Los profesores en formación y en ejercicio deben estar familiarizados con las concepciones comunes de los estudiantes, las estrategias de enseñanza específicas del contenido, las estrategias para evaluar el conocimiento estadístico y la integración adecuada de la tecnología para desarrollar conceptos estadísticos. (Franklin et al., 2015, p. 20).

### Figura 3

*Objetivos del SET para la formación estadística del profesor de matemáticas de educación secundaria*



*Nota.* Elaborado a partir de Franklin et al. (2015).

Por lo anterior, cabe recalcar que no solamente es necesario desarrollar el conocimiento del contenido estadístico en el profesor, sino también el conocimiento didáctico para una enseñanza eficaz. El conocimiento didáctico del contenido estadístico es entendido como el conocimiento

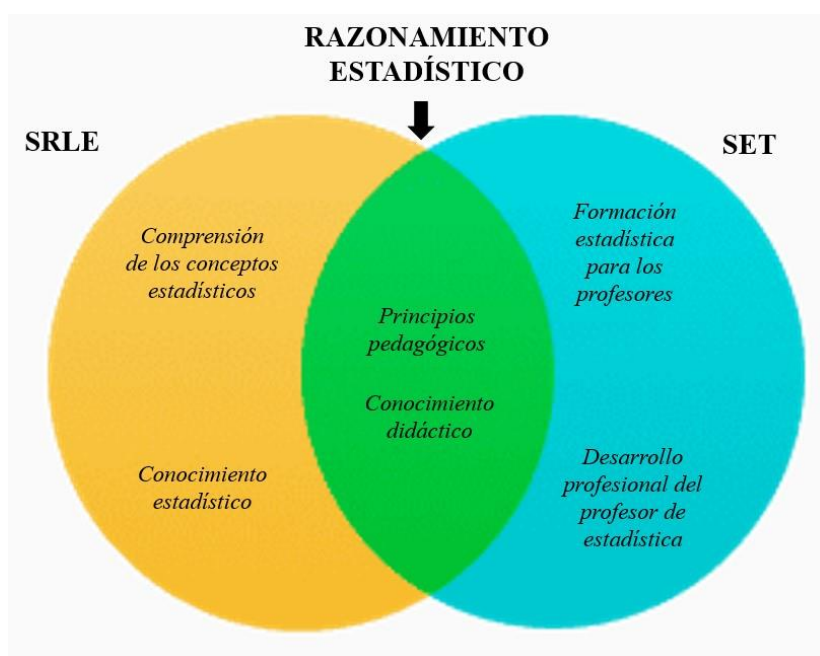
sobre la enseñanza y la comprensión del estudiante, en ese sentido, es el conocimiento que los profesores deben de saber para enseñar estadística (Sanoja y Buitrago, 2013)

### 1.5.5. Conexiones entre el modelo SRLE y SET

Una vez detallado el modelo SET (Franklin et al., 2015) y conociendo los aspectos esenciales del modelo SRLE (Ben-Zvi, 2011), proponemos realizar una conexión entre ambos modelos que buscan favorecer el RE (ver Figura 4).

**Figura 4**

*Conexión entre los aspectos esenciales del SRLE y del SET*



*Nota.* Elaboración propia.

Como se puede observar en la Figura 4, el SRLE busca favorecer la comprensión de los conceptos estadísticos y el conocimiento estadístico, a través de seis principios pedagógicos (ver sección 1.5.3); además, su objetivo principal es desarrollar el RE de los estudiantes de todos los niveles. Por otro lado, el objetivo del SET no es el RE, sino la formación estadística del profesorado, es decir, en esencia, el SET se preocupa por la formación estadística del profesorado de matemáticas, así como su desarrollo profesional y su conocimiento didáctico; también, este enuncia que los profesores de matemáticas deben de desarrollar un RE (Franklin et al., 2015).

Al analizar los principios y objetivos tanto del modelo SRLE como del SET, consideramos conjuntarlos con el fin de analizar el RE en la formación del profesor de matemáticas normalista desde el currículo mexicano de educación secundaria; en particular, los principios pedagógicos que se establecen en el SRLE y uno de los objetivos del SET en la formación estadística del profesor de matemáticas de educación estadística (ver Figura 5).

### Figura 5

*Principios pedagógicos del SRLE y el conocimiento didáctico propuesto en el SET*



*Nota.* Elaboración propia.

En la Figura 5 se puede observar que el RE puede ser analizado desde el modelo SRLE y el SET, debido a que al conjuntarlos se puede tener un claro y detallado panorama sobre cómo se manifiestan algunos elementos del RE. Bajo esta perspectiva se consideran los seis principios pedagógicos propuestos en el SRLE y uno de los objetivos del conocimiento didáctico establecido en el SET.

A la luz de conjuntar el SRLE y el SET, surge un modelo con los elementos esenciales del RE, el cual permite analizar dicho razonamiento en la formación normalista del profesor de matemáticas y en la formación del estudiante de nivel secundaria.

## **2. Pregunta y objetivos de investigación**

En este capítulo se consolida el problema y la pregunta que guía esta investigación, así como los objetivos, tanto el general como los particulares, lo cual es producto de la revisión en la literatura especializada en educación estadística y de comprender la problemática existente en la formación del profesorado para la enseñanza y el aprendizaje de la estadística.

### **2.1. Problemática**

A partir de lo expuesto en el capítulo anterior, podemos identificar una problemática existente en el campo de la educación estadística y la formación del profesorado.

Al ser tarea del profesor llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística, este hecho puede verse interrumpido o afectado por diferentes factores que lleguen a convertirse en un obstáculo para que el estudiante aprenda. Batanero (2004) señala que, en muchas ocasiones, los profesores omiten los temas de estadística que se establecen en el currículo. Lo anterior puede deberse a que dichos temas son los últimos en trabajarse según el plan de estudios o por el conocimiento del profesor.

Otro aspecto para considerar es que el profesor lleva a cabo una práctica tradicionalista o centrada en él, sin favorecer el RE de los estudiantes o la construcción del conocimiento (Micheli, 2010). Dicha forma de enseñar puede convertirse en una “clase de aritmética” donde se aplican fórmulas y se resuelven ejercicios o problemas, y donde no cabe espacio para la reflexión de conceptos estadísticos (Alsina et al., 2020).

En el trabajo de González et al. (2015) se reconoce que uno de los problemas que afecta la educación estadística es que no existe mayor investigación en el campo de la formación del profesor, por lo que hace falta atender dicha problemática. Andrade et al. (2017) establecen que es necesario indagar más en la formación inicial del profesor de estadística, así como en la alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico.

Batanero (2000) estableció, hace más de veinte años, que la formación del profesor de matemáticas en educación estadística era escasa o nula, ya que no se recibe un curso especializado en la didáctica de la estadística durante su formación inicial como docente. Esta línea de investigación ha prevalecido hasta nuestros días, la cual es reconocida como un área de mayor prioridad en el campo de la educación estadística (Hernández et al., 2013).

Aun cuando los planes de estudio de educación básica y secundaria contemplan la enseñanza de temas correspondientes a la estadística, algunos autores (López-Mojica y Ojeda, 2018; Gómez-Blancarte y Sánchez, 2008) señalan que estos no priorizan el desarrollo de un pensamiento estadístico y no están relacionados entre lo que el docente necesita saber y lo que el estudiante necesita aprender.

## **2.2. Problema**

La formación de profesores de matemáticas es un área de la educación estadística que requiere de mayor atención. Parte de esta área es indagar acerca de qué es lo que el futuro profesor de educación secundaria requiere conocer (tanto en lo disciplinar como en lo didáctico) para enseñar los contenidos de estadística que el currículo vigente exige y, con ello, desarrollar del RE de los estudiantes.

## **2.3. Pregunta de investigación**

Con base en la problemática descrita anteriormente, se plantea la siguiente pregunta de investigación, la cual guio el desarrollo de esta:

*¿Cómo se promueve el razonamiento estadístico desde el currículo escolar en la formación normalista del profesor de matemáticas? y ¿cómo este debería promover su desarrollo en su futuro estudiante de educación secundaria?*

## **2.4. Hipótesis**

Después de haber realizado una breve revisión de la literatura en educación estadística y en formación de profesores, es posible mencionar que, y como lo enuncian algunos autores (Batanero, 2000; Hernández et al., 2013), existen pocas investigaciones en torno a la formación del futuro profesor de matemáticas en cuanto a la probabilidad y la estadística; por lo que es importante atender este aspecto y darle prioridad.

En ese sentido, como hipótesis de esta investigación, podemos mencionar:

Actualmente, se promueve el razonamiento estadístico en la formación del profesor de matemáticas de nivel secundaria en las escuelas normales, a través de diferentes asignaturas vinculadas a la estadística y la probabilidad.

## **2.5. Objetivo general**

Para dar respuesta a nuestra pregunta de investigación, nos hemos planteado como objetivo general:

OG: Explicar la forma en cómo se desarrolla el razonamiento estadístico en la formación normalista del profesor de matemáticas y cómo debería desarrollar dicho razonamiento en su futuro estudiante de educación secundaria, desde los planes y programas de estudio del currículo escolar.

## **2.6. Objetivos específicos**

Con el propósito de lograr nuestro objetivo general, nos hemos trazado los siguientes objetivos específicos:

- OE1. Examinar cómo se promueve el razonamiento estadístico en el futuro profesor de matemáticas de educación secundaria, a partir del análisis de los Programas de Estudio de las asignaturas vinculadas a la estadística que cursa durante su formación normalista (SEP, 2018; 2019; 2020).
- OE2. Examinar cómo se promueve el razonamiento estadístico en el estudiante de educación secundaria, a partir del análisis de los Aprendizajes Clave para la Educación Integral en Matemáticas para Educación Secundaria. Plan y Programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación (SEP, 2017).
- OE3. Contrastar los resultados de OE1 y OE2; en concreto, encontrar diferencias y similitudes entre los elementos esenciales para el desarrollo del razonamiento estadístico (ideas estadísticas fundamentales, conjunto de datos, actividades de clase, herramientas tecnológicas, discusión en clase, evaluación, y didáctica de la estadística).

## **2.7. Justificación**

La educación estadística es un campo en el que todavía existen diversas áreas por indagar, en especial, en la formación de los futuros profesores de matemáticas (Hernández et al., 2013). Esto posiblemente se debe a que ellos son quienes tienen acceso directo a los estudiantes, futuros ciudadanos que se enfrentarán al mundo cambiante en el que vivimos. Es decir, los profesores de matemáticas son los encargados de enseñar estadística, por lo que en ellos recae la responsabilidad de desarrollar un RE en el alumnado (Batanero, 2004). Debido a esto, esta investigación se enfoca en valorar la forma en cómo se promueve el RE, desde el currículo mexicano de educación secundaria, en los profesores de matemáticas normalistas, ya que su formación académica debe tener coherencia con los aprendizajes esperados que el estudiante debe de lograr.

Por lo anterior, se considera esencial que el profesor reconozca el papel de la estadística y su enseñanza a los estudiantes de nivel secundaria. Esto puede notarse al observar lo que el alumno necesita aprender de estadística desde los Aprendizajes Clave para la Educación Integral en Matemáticas para Educación Secundaria, Plan y Programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación (SEP, 2017) y lo que el docente tiene que saber en cuanto a la disciplina (SEP, 2018). Además de lo anterior, atendemos el llamado de Clemente (2021), quien señala que es importante estudiar los programas de estudio de la formación de profesores normalistas desde diferentes perspectivas, identificando elementos de contenidos didácticos y no solo de contenidos estadísticos.

En relación con mi desarrollo profesional, considero que esta investigación puede proporcionarme las herramientas necesarias para preparar a los futuros profesores de matemáticas con los conocimientos, tanto disciplinares como didácticos, que requieren para enseñar estadística a sus estudiantes de nivel secundaria.

### **3. Algunos estudios relacionados**

En este capítulo se presentan algunos estudios donde se analizan y comparan las ideas estadísticas fundamentales en el currículo de algunos países (Salcedo, 2019; Salcedo et al., 2021; Rodríguez-Alveal et al., 2021; Sánchez, 2009), así como otros trabajos que estudian la presencia de la estadística y probabilidad en el currículo mexicano de educación básica y media superior (López-Mojica et al., 2018; Inzunza y Rocha, 2021), y en la formación del profesorado de matemáticas (Clemente, 2018).

#### **3.1. Ideas estadísticas fundamentales en el currículo**

En el estudio llevado a cabo por Salcedo (2019) en Venezuela, se analizó la incorporación las ideas fundamentales de la estadística en los textos escolares de matemáticas. Los libros estudiados fueron de la Colección Bicentenario, seis libros de la educación primaria y cinco de la educación secundaria. En esta investigación colaboraron profesores de estadística que se encargan de enseñar Estadística Aplicada a la Educación con docentes en formación. Su participación consistió en clasificar las actividades de los textos escolares. Cada actividad individual se codificó según su contenido en correspondencia con las ideas fundamentales de la estadística establecidas por Batanero y Borovcnik (2016). Posteriormente, las actividades fueron clasificadas según su exigencia cognitiva, usando la clasificación para tareas estadísticas de Salcedo (2015) y de Salcedo y Ramírez (2016).

Los resultados de Salcedo (2019) muestran que solo se trabajan dos ideas fundamentales de la estadística (Batanero y Borovcnik, 2016) en los textos escolares de la Colección Bicentenario: Modelación de información por probabilidades y Análisis exploratorio de datos. Asimismo, se halló que existe un uso de tareas de baja demanda cognitiva en los libros, por lo que es poco probable que un estudiante logre comprender las ideas fundamentales de la estadística con estos libros. La forma en cómo se abordan las ideas fundamentales de la estadística desde las actividades para estudiantes, de la colección Bicentenario de Venezuela, parece no contribuir a la formación estadística de un ciudadano para la sociedad compleja y globalizada. Asimismo, Salcedo (2019) señala que es importante evaluar la forma en como los textos escolares de matemáticas asumen las ideas fundamentales de la estadística, ya sea en su contenido o en las actividades propuestas para los alumnos, debido a que esto puede ayudar a evaluar la propuesta que presentan sobre la formación estadística.

Continuando con los estudios acerca de la incorporación de las ideas estadísticas fundamentales, Salcedo et al. (2021) se dan a la tarea de analizar dos colecciones de libros de texto de matemáticas para educación primaria. El interés por abordar las ideas estadísticas fundamentales en libros de texto de matemáticas para la educación primaria de dichos países radica en analizar cómo se presenta esta temática en el contexto de las reformas escolares emprendidas, centradas en la formación de competencias y razonamientos esenciales para el ejercicio de la ciudadanía. En concreto, analizaron los libros pertenecen a las colecciones ¡Me gusta Matemática! y Bicentenario, de Nicaragua y Venezuela, respectivamente. Cada colección consta de seis libros,



uno para cada grado. Como en el estudio de Salcedo (2019), se contó con la colaboración de profesores de estadística para clasificar las actividades de los libros de texto vinculados con las ideas fundamentales de la estadística. Cada actividad individual se codificó según su contenido, en correspondencia con las ideas fundamentales de la estadística establecidas por Burrill y Biehler (2011).

Posteriormente las actividades fueron clasificadas según su exigencia cognitiva, usando la clasificación para tareas de estadística de Salcedo (2015) y Salcedo y Ramírez (2016). Los resultados señalan que en la colección ¡Me gusta Matemática! se proponen en promedio 11 actividades por grado, mientras que en Bicentenario se presentan 9 actividades; los autores consideran que ambas colecciones poseen pocas actividades para el estudiante. De acuerdo con las ideas propuestas por Burrill y Biehler (2011), solo se presentan tres de las siete en los libros de texto mediante las actividades a los estudiantes. En el caso de la colección ¡Me gusta Matemática!, el interés parece estar en la Representación de datos, mientras que la colección Bicentenario, son dos las ideas que tienen presencia en varios grados: Representación de datos y Modelos de probabilidad.

Las ideas que no se abordan en los libros, o las tratadas de forma puntual en uno o dos grados, dejan entrever una debilidad importante para la comprensión de la estadística. Se requiere aumentar el número de ideas estadísticas fundamentales que se trabajan mediante las actividades y que tengan presencia regular en los distintos grados de la primaria. Lo adecuado sería que las ideas estadísticas fundamentales se trabajen en los distintos grados de la primaria, cambiando el nivel de profundidad con que se trabajan los conceptos y planteando actividades de mayor nivel de exigencia cognitiva. Los autores concluyen que probablemente se necesite hacer actividades de formación con los docentes en servicio sobre la evaluación y uso de los libros de texto, así como perfeccionar su formación en estadística y probabilidad (Salcedo et al., 2021).

El estudio de Rodríguez-Alveal et al. (2021) proporciona evidencias sobre cómo se está abordando una de las ideas estadísticas fundamentales: la variabilidad. Para eso, los investigadores evaluaron si los libros de texto distribuidos gratuitamente por el Ministerio de Educación de Chile consideran las directrices del informe GAISE.

El estudio se realizó centrado en el análisis de contenido de las actividades presentes en los libros de texto de Educación Secundaria relacionadas con el objeto estadístico de variabilidad. De acuerdo con los resultados obtenidos, las situaciones problema tratadas en los libros de texto están asociadas con resumir numéricamente la variabilidad mediante los estadígrafos como el rango, varianza, desviación estándar y coeficiente de variación. Los datos utilizados provienen de situaciones simuladas y descontextualizados de fenómenos reales, lo que obstaculizaría la enseñanza de la estadística y, por consiguiente, no permitiría alfabetizar estadísticamente al alumnado del sistema escolar. Asimismo, los libros de texto analizados no potencian el uso de tecnología como planillas electrónicas (particularmente Excel) ni del software GeoGebra (cuya fase interactiva permite simular y estudiar el comportamiento de estadígrafos como los de

variabilidad) o applets; el aspecto a resaltar es que estos recursos podrían permitir fijar ideas y comprender conceptos abstractos como el de variabilidad (Rodríguez-Alveal et al., 2021).

Hasta ahora se ha visto cómo se presentan las ideas estadísticas fundamentales de países como Chile, Venezuela y Nicaragua. Para el caso de México, existen estudios donde se analiza la presencia de dichas ideas. Por ejemplo, Sánchez (2009) analizó los contenidos correspondientes a “nociones de probabilidad” en los programas de estudio de matemáticas de secundaria en el año 2006 en México, buscando si se promueve una cultura probabilística. El enfoque de estudio consistió en comparar los temas de probabilidad del currículo mexicano con otros países, Australia, Reino Unido, Estados Unidos y España.

Los resultados de la investigación revelan algunos aspectos ausentes en el currículo mexicano: la probabilidad frecuencial y la preocupación por ampliar los contextos en los problemas. Los temas de probabilidad que predominan en el programa son: espacio muestral, equiprobabilidad y probabilidad clásica, regla de la suma, regla del producto, independencia y simulación. Mientras que existe una ausencia de temas como el uso social del azar, la frecuencia relativa y probabilidad experimental. Sánchez (2009) concluye que los temas de probabilidad en el programa 2006 están cargados hacia el cálculo de probabilidades. Y destaca que, la ausencia de la probabilidad frecuencial impide el desarrollo de las ideas estadísticas fundamentales como aleatoriedad, variación, predictibilidad e incertidumbre. De esta forma, insiste en reorganizar el subsistema de probabilidad en el currículo mexicano.

De esta forma, puede notarse que existen trabajos de investigación que han estudiado la presencia de las ideas estadísticas fundamentales en el currículo escolar de diferentes países como México, Chile, Venezuela y Nicaragua.

### **3.2. La estadística y probabilidad en el currículo**

López-Mojica et al. (2018) comparten la preocupación de la presencia de los estocásticos en el currículo mexicano. De esta forma, realizan un estudio donde analizan los planes y programas de estudio de educación primaria en México, con el objetivo de identificar el tratamiento de la probabilidad y de la estadística en la propuesta institucional. En concreto, se revisaron las lecciones de los libros de texto de primero y segundo grado de primaria, donde se identificó una ausencia de los estocásticos en los programas correspondientes. Los resultados del análisis revelan que, para la probabilidad no se presenta algún tema en estos, ya que predominan los de estadística, de los cuales se limita al cálculo y presentación de uso de tablas, gráficos, pictogramas y diagramas como medios para organizar y comparar datos (López-Mojica et al., 2018).

De esta forma, se pudo corroborar que no existe un vínculo entre los planes y programas de estudio de la educación primaria básica (2011) y los libros de texto gratuitos (2014-2015) respecto a los temas de probabilidad. En los planes de estudio se declara la introducción de la

estadística, pero ninguna lección que pertenece al eje “Tratamiento de la información” aborda de manera explícita los conceptos de probabilidad (López-Mojica et al., 2018).

Los estudios curriculares en cuanto a los estocásticos no se limitan en nivel primaria; sino que también se analiza la presencia de estos en nivel secundaria y medio superior. Inzunza y Rocha (2021) analizaron contenidos, aprendizajes esperados y orientaciones didácticas del currículo de estadística y probabilidad en la educación básica y nivel bachillerato en México, con el fin de reflexionar y relacionar con algunos currículos y recomendaciones de organismos que promueven la educación estadística a nivel internacional. Además, los autores analizan las ideas fundamentales de la estadística (Burrill y Biehler 2011) y su presencia en el currículo mexicano.

Los resultados revelan que el estudio de la estadística aparece desde el nivel preescolar, mientras que el estudio de la probabilidad inicia en quinto grado de primaria en el currículo mexicano. En nivel preescolar, los aprendizajes esperados giran en torno a contestar preguntas en las que se necesita recabar datos, organizarlos en tablas y representarlos en pictogramas sencillos; en las orientaciones didácticas se propone un ciclo que parte de recopilar datos por medio de observaciones, encuestas y consulta de información, representar los datos con códigos personales o convencionales, organizar y registrar datos en una tabla o pictograma e interpretar los datos para responder las preguntas (Inzunza y Rocha, 2021).

En los grados inferiores a la educación primaria (de 1° a 3er grado) se continua y profundiza los contenidos y aprendizajes esperados de preescolar. En estos grados se señala la importancia de que los alumnos aprendan a distinguir preguntas particulares referidas a un elemento, de preguntas estadísticas referidas a un grupo o colectivo. En los grados superiores (de 4° a 6° de primaria) se amplía el uso de representaciones de datos a diagramas de barras y circulares. En los grados 5° y 6° se introducen las nociones de variables cualitativas y cuantitativas, y aparece por primera vez el cálculo de medidas descriptivas de centro y dispersión de los datos (moda, media aritmética y rango).

El estudio de la probabilidad inicia en 5° año de primaria, se empieza introduciendo la distinción entre experiencia aleatoria y no aleatoria, la idea de espacio muestral y la determinación de sus elementos mediante el uso de diagramas de árbol. Los aprendizajes esperados consisten en identificar juegos en los que interviene el azar, y realizar experimentos para registrar los resultados en tablas de frecuencias relativas y absolutas (Inzunza y Rocha, 2021).

En nivel secundaria, los contenidos de estadística y probabilidad aparecen de manera continua en los tres grados. Los aprendizajes esperados en estadística enfatizan nuevamente la recolección y registro de datos, y un repertorio más amplio de representaciones estadísticas para la organización e interpretación de los datos; además de los diagramas de barras y circulares, se incluyen los histogramas, polígonos de frecuencia y gráficos de línea. En el cálculo de medidas descriptivas de los datos se consideran la media, mediana, moda, rango y la desviación media. Se orienta a la discusión sobre la medida de tendencia central más apropiada para un tipo particular de datos y utilizar estas medidas para hacer comparaciones entre conjuntos de datos (Inzunza y Rocha, 2021).

Las orientaciones didácticas hacen hincapié en recopilar datos de contextos escolares (como el salón de clases) o asuntos de interés para los estudiantes (como aquellos que aparecen en los medios). Se proponen significados de la media: como reparto equitativo, como mejor estimación de la medida de un objeto medido varias veces y como número alrededor del cual se acumulan los datos. Se estudian las propiedades de la media y la mediana, y se resalta el hecho de que la mediana puede ser mejor medida que la media en algunas situaciones (Inzunza y Rocha, 2021).

En cuanto a los temas de probabilidad, se espera que los estudiantes realicen experimentos aleatorios y registren resultados como un acercamiento a la probabilidad frecuencial; además, se propone que determinen la probabilidad teórica de un experimento aleatorio y de dos eventos mutuamente excluyentes, utilizando las reglas de la suma y la multiplicación de probabilidades. Se proponen juegos de azar en las orientaciones didácticas y experimentos donde se contrasten ambas (Inzunza y Rocha, 2021).

En nivel medio superior, no hay un programa único a nivel nacional. Para eso, Inzunza y Rocha (2021) analizaron una propuesta por la SEP en 2008, la cual incluye el curso de Estadística y Probabilidad I, en donde se repasan contenidos de nivel secundaria. Además, se agregan medidas de dispersión como varianza y la desviación estándar, cuartiles, deciles y percentiles. En este nivel se introduce el análisis de datos de dos variables (datos bivariados) en el que se incluyen los diagramas de dispersión, el cálculo de la correlación y la regresión lineal simple. En el curso de Estadística y Probabilidad II, aparecen los temas de conjuntos, técnicas de conteo y eventos mutuamente excluyentes, previos al cálculo de la probabilidad teórica y frecuencial. Además, se incluye la distribución binomial, la normal y la Poisson, probabilidad condicional y teorema de Bayes. La inferencia estadística no forma parte del currículo oficial definido por la SEP, solo se considera en el sistema de bachillerato CCH-UNAM, de manera opcional en el último semestre.

De esta forma, Inzunza y Rocha muestran un amplio panorama de la presencia los temas de estadística y probabilidad en los diferentes niveles educativos en México. Sin embargo, la preocupación se extiende hasta el nivel superior, específicamente en la educación normal que reciben los profesores de matemáticas en formación. Para eso, Clemente (2021) analizó el proceso de transformación curricular del Programa Tratamiento de la Información que se dio en el año 2018, es decir, en el nuevo plan de estudios para la formación de profesores normalistas de matemáticas, específicamente se estudió el enfoque de enseñanza del programa en cuestión. Dentro de este cambio curricular, se incrementó el número de asignaturas correspondientes al área de estadística: Tratamiento de la Información, Pensamiento estocástico, Estadística Inferencial y un curso optativo llamado Análisis e Interpretación de datos. Siendo que en el plan de estudios anterior (1999) solo se tenía un curso de estadística, llamado Presentación y Tratamiento de la Información.

Los resultados establecen que el programa de Tratamiento de la Información contiene, en varios de sus apartados, información ambigua que impide tener un entendimiento claro y concreto de lo que se solicita o pretende. De esta forma, el programa aportaría más confianza sobre el

cumplimiento de tales orientaciones y, con ello, dejaría menos espacio para una interpretación errónea de la gestión del aprendizaje esperado (Clemente, 2021). El autor sugiere continuar investigando este programa desde diferentes perspectivas, por ejemplo, desde una teoría didáctica que permita identificar elementos de contenidos didácticos y no solo estadísticos.

A partir de esta breve revisión de literatura, podemos observar que se han realizados estudios enfocados en el análisis de las ideas estadísticas fundamentales en libros de texto de primaria y secundaria en algunos países latinoamericanos: Venezuela, Nicaragua, México y Chile. En general, reportan que son pocas las ideas que se abordan en educación primaria, para los casos de Venezuela, Nicaragua y México. En el caso de Chile, en educación secundaria, la variabilidad es tratada como un resumen numérico (cálculo del rango, desviación estándar o varianza), sin enfocarse en la interpretación de esta. Por otro lado, hemos identificado solo un estudio enfocado en el análisis de los programas de estudio de formación normalista en el área de estadística en México, esto con el propósito de indagar sobre la transformación curricular que han sufrido dichos programas por la implementación dos reformas educativas.

## 4. Metodología

En este capítulo se presentan los aspectos metodológicos que se utilizaron para llevar a cabo nuestro estudio. Partimos con una breve descripción de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria, la cual corresponde a la formación normalista. Luego, se describe el tipo de metodología y se detalla la técnica de investigación denominada Análisis de Contenido, la cual se usó en este estudio.

### 4.1. Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria

El plan de estudios de la carrera de Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria rige el proceso de formación de los profesores en esta disciplina. Su aplicación se lleva a cabo en las Escuelas Normales de México (DGESPE, 2018).

El plan de estudios se estructura a partir de tres orientaciones curriculares: Enfoque centrado en el aprendizaje, Enfoque basado en competencias y Flexibilidad curricular, académica y administrativa. Con base en un enfoque centrado en el aprendizaje del estudiante, contemplando una forma de pensar y desarrollar la formación y la práctica profesional (DGESPE, 2018).

Al término de la licenciatura, se espera que el profesor normalista conozca la forma en que aprenden sus alumnos, organice y evalúe el trabajo educativo, reconozca su práctica profesional de mejora continua, asuma las responsabilidades legales y éticas a su profesión, y participe en el funcionamiento eficaz de la escuela (DGESPE, 2018).

La organización de la malla curricular del Plan de Estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria se compone de cuatro trayectos formativos: (1) Bases teórico-metodológicas para la enseñanza, (2) Formación para la enseñanza y el aprendizaje, (3) Práctica profesional y (4) Optativos. Dichos trayectos aportan teorías, conceptos, métodos, procedimientos y técnicas con el propósito de la formación profesional de los estudiantes (DGESPE, 2018).

En la Figura 6 se muestra la malla curricular de dicha carrera; en ella se observa que los profesores con formación normalista que egresan con este plan de estudios cursan la asignatura de Tratamiento de la Información (TI) en el segundo semestre, mientras que Pensamiento estocástico (PE) y Estadística inferencial (EI) en el tercer y quinto semestre, respectivamente. Asimismo, los cursos de TI, PE y EI se relacionan, ya que en estos se trabajan temas referentes a la estadística y la probabilidad, y forman parte del trayecto formativo “Formación para la enseñanza y el aprendizaje”

#### Figura 6

*Malla curricular del Plan de Estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria*

**Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria**

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
Desarrollo en la adolescencia 4 h / 4.5	Desarrollo socioemocional y aprendizaje 4 h / 4.5	Planeación y evaluación 6 h / 6.75	Neurociencia en la adolescencia 4 h / 4.5	Educación inclusiva 4 h / 4.5	Fundamentos de la educación 4 h / 4.5	Retos actuales de la educación en México 4 h / 4.5	Aprendizaje en el Servicio 20 h / 6.4
Problemas socioeconómicos y políticos de México 4 h / 4.5	Teorías y modelos de aprendizaje 4 h / 4.5		Gestión del centro educativo 4 h / 4.5	Metodología de la investigación 4 h / 4.5	Pensamiento pedagógico 4 h / 4.5	Modelación 4 h / 4.5	
Pensamiento algebraico 4 h / 4.5	Algebra y funciones 4 h / 4.5	Teoría de la aritmética 4 h / 4.5	Trigonometría 4 h / 4.5	Estadística inferencial 4 h / 4.5	Cálculo diferencial 4 h / 4.5	Cálculo integral 6 h / 6.75	
Sentido numérico 4 h / 4.5	Magnitudes y medidas 4 h / 4.5	Pensamiento estocástico 4 h / 4.5	Geometría plana y del espacio 4 h / 4.5	Geometría analítica 4 h / 4.5	Trabajo multidisciplinar con la física 4 h / 4.5	Proyecto multidisciplinar 4 h / 4.5	
Razonamiento geométrico 4 h / 4.5	Tratamiento de la información 4 h / 4.5	Didáctica de las matemáticas en la educación básica 6 h / 6.75	Innovación en la enseñanza de las matemáticas 4 h / 4.5	Matemáticas en la ciencia y tecnología 4 h / 4.5	Historia y filosofía de las matemáticas 4 h / 4.5	Didáctica de las matemáticas en la educación obligatoria 6 h / 6.75	
	Optativo 4 h / 4.5	Optativo 4 h / 4.5	Optativo 4 h / 4.5	Optativo 4 h / 4.5	Optativo 4 h / 4.5		
Herramientas para la observación y análisis de la escuela y comunidad 4 h / 4.5	Observación y análisis de la cultura escolar 4 h / 4.5	Práctica docente en el aula 6 h / 6.75	Estrategias de trabajo docente 6 h / 6.75	Innovación para la docencia 6 h / 6.75	Proyectos de intervención docente 6 h / 6.75	Práctica profesional y vida escolar 6 h / 6.75	
30 h / 33.75	34 h / 38.25	36 h / 40.5	36 h / 40.5	36 h / 40.5	36 h / 40.5	30 h / 33.75	
Inglés. Inicio de la comunicación básica 6 h / 6.75	Inglés. Desarrollo de conversaciones elementales 6 h / 6.75	Inglés. Intercambio de información e ideas 6 h / 6.75	Inglés. Fortalecimiento de la confianza en la conversación 6 h / 6.75	Inglés. Hacia nuevas perspectivas globales 6 h / 6.75	Inglés. Convertirse en comunicadores independientes 6 h / 6.75		

Nota. Tomado de *DGESPE* (2018).

#### 4.2. Análisis de contenido

Este trabajo se sitúa en una metodología de corte cualitativa, descriptiva e interpretativa, debido a que se utiliza la recolección y el análisis de los datos para dar respuestas a nuevas interrogantes con respecto al problema de investigación (Hernández et al., 2014), y se apoya en la técnica de investigación denominada Análisis de Contenido (Bernete, 2013).

La técnica de Análisis de Contenido (AC de ahora en adelante) se utiliza en el estudio de diferentes tipos de documentos en los que esté transcrito algún relato, respecto a cualquier objeto de referencia (Bernete, 2013). Dichos documentos pueden ser de diversos tipos, a saber: orales, escritos e icónicos, los cuales pueden estar relacionados con hechos reales y no reales.

El AC consiste en una técnica de investigación, sistemática y objetiva, de manera que utiliza procedimientos, variables y categorías que dan respuesta a diseños de estudios comparativos, entre diferentes documentos u objetos de referencia. Implementar el AC ofrece la flexibilidad de adecuarse a los requerimientos y necesidades de la investigación científica. Berelson (1952, citado en Bernete, 2013) define el AC como “una técnica de investigación para la descripción objetiva, sistemática y cuantitativa del contenido manifiesto de la comunicación” (p. 233).

El AC, además de ser descriptivo e interpretativo, considera un procedimiento lógico, conocido como inferencia, lo cual permite transitar de una fase descriptiva de las características de un texto hacia la fase interpretativa, de manera que explique lo que signifiquen esas características. Las inferencias que son de interés en cada AC dependerán de la perspectiva teórica que se adopte para enfocar el objeto de estudio. De esta forma, el AC debe de ser útil para comprender la producción comunicativa en la cual se transmite la información. Cabe señalar que el AC es una

técnica de investigación que ha sido empleada en diferentes campos del saber, por ejemplo, en la Psicología, las Ciencias Sociales, la Literatura, la Educación Matemática, entre otras. Las fases de investigación donde se utiliza el AC son similares a las de cualquier investigación social, las cuales se presentan en la Figura 7.

**Figura 7**

*Fases de la técnica de investigación Análisis de Contenido*

Trabajo previo a la obtención de los datos	Extracción de datos	Explotación de los datos
<ul style="list-style-type: none"> <li>•Formulación de problemas</li> <li>•Elección de documentos</li> <li>•Selección de datos para verificar la hipótesis y organización de los datos en un sistema de categorías.</li> <li>•División del corpus en unidades de análisis.</li> <li>•Planificación de la recogida de los datos y modelo de análisis.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Transcripción de los datos encontrados en el material que se analiza a los documentos intermedios.</li> <li>•Construcción del libro de códigos o ficha de registro</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Operaciones e interpretación de resultados.</li> </ul>

*Nota.* Elaborado a partir de Bernete (2013).

A continuación, se describen las fases de investigación del AC, así como los componentes de cada una de ellas:

- A. Trabajo previo a la obtención de los datos. Un proyecto de investigación donde se utilicen técnicas de análisis de contenido debe contener:
  - I. *Formulación de problemas y objetivos.* Las definiciones nominales y operativas de los términos que se emplean en estas formulaciones son ineludibles para que una investigación empírica tenga validez. En nuestra investigación, el problema, los objetivos y otros aspectos de esta investigación se establecieron anteriormente (ver Capítulo 2).
  - II. *Elección de documentos.* Los documentos que servirán para el análisis reciben el nombre de corpus o universo de análisis. Estos se determinan en función de los objetivos de la investigación. Para la elección de documentos hay que contemplar las reglas siguientes:
    - a. *Pertinencia:* deben contener información alineada a los objetivos del análisis.
    - b. *Exhaustividad:* no se pueden seleccionar arbitrariamente. Toda selección debe justificarse. También ha de recordarse que la elección marca los límites de las inferencias.
    - c. *Homogeneidad:* se acota el universo de estudio con un criterio de selección específico, que incluya un conjunto de productos en los que se espera encontrar información de la misma naturaleza. En esta investigación, la elección de



documentos se realizó con base en la formación del profesor de matemáticas normalista en cuanto al área de educación estadística. Además, se consideró el currículo de matemática de educación secundaria que el profesor utiliza para enseñar estadística.

- III. *Selección y organización de los datos en un sistema de categorías.* Los documentos que forman parte del universo de análisis o corpus pueden contener información irrelevante para contrastar la hipótesis. Los datos de relevancia se identifican y se extraen de los documentos para su análisis y explotación. Para este estudio, los conceptos y términos a analizar dentro de los documentos oficiales fueron señalados en el Capítulo 1 (ver apartado 1.5).
- IV. *División del corpus en unidades de análisis.* El corpus o conjunto de documentos se clasifica en unidades más pequeñas a diferentes niveles:
  - a. Unidad de muestreo: se conforma del conjunto de documentos del corpus o universo al que se referirán los resultados del análisis. El investigador deberá garantizar el acceso a cada unidad de muestreo que pretende utilizar. Para este trabajo de investigación, las unidades de muestreo consisten en los Programas de Estudio (relacionados con la estadística) para la formación del profesor de matemáticas normalista:
    - i. Tratamiento de la Información (SEP, 2018).
    - ii. Pensamiento Estocástico (SEP, 2019).
    - iii. Estadística Inferencial (SEP, 2020).

Otra unidad de muestreo considerada en esta investigación es el:

- iv. Aprendizajes Clave para la Educación Integral. Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y Programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación. (SEP, 2017).

Este último documento corresponde a la formación en matemáticas del estudiante de educación secundaria. Cabe señalar que no se consideró el curso optativo de “El análisis e interpretación de datos”, ya que este, al ser optativo, no es cursado por todos los futuros profesores.

- b. Unidad de contexto: consiste en cada una de las partes en las que se dividen las unidades de muestreo. Aunque no se considera necesaria en muchas de las investigaciones donde se utiliza el AC, para este trabajo sí lo consideramos, de esta forma tomamos en cuenta las unidades de contexto de la siguiente manera:
  - i. Programas de Estudio para la formación del profesor de matemáticas normalista (SEP, 2018, 2019, 2020):
    1. Unidad de aprendizaje: a) Competencias a las que contribuye la unidad de aprendizaje; b) Competencias profesionales; c) Competencias disciplinares; d) Propósito de la unidad de aprendizaje; e) Contenidos; f) Actividades de aprendizaje; g)

Evidencias; h) Criterios de evaluación; i) Bibliografía básica; j) Sitios web; k) Bibliografía complementaria; l) Recursos de apoyo.

Cabe aclarar que la unidad de aprendizaje es el nombre que se le otorga a cada uno de los bloques temáticos que conforman el programa de la asignatura.

ii. Aprendizajes Clave para la Educación Integral. Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y Programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación (SEP, 2017):

1. Grado escolar y Aprendizaje Esperado: a) Eje; b) Tema; c) Orientaciones didácticas; d) Sugerencias de evaluación; e) TIC's.

c. Unidad de registro: se refiere a cada una de las entradas de información importantes para su análisis. En este estudio, las unidades de registro son los indicios de RE en los documentos oficiales.

V. *Planificación de la recogida de los datos y modelo de análisis.* En esta etapa se determina el protocolo o ficha donde se transcriben los datos de cada unidad de registro, de manera que se vuelve necesario el desarrollo de un modelo que represente una forma organizada de los diferentes tipos de datos, los cuales se recolectarían por su relevancia para el análisis. Para dicho protocolo, se diseñó una ficha de registro, donde se toma en cuenta el documento, las unidades de análisis, aspectos y argumentos relevantes, así como un código vinculado al indicador en cuestión. En la Tabla 2 se presenta la ficha de registro para la recolección y análisis de los datos.

**Tabla 2**

*Ejemplo de ficha de registro*

<i>(Documento)</i>		
<i>(Unidad de análisis)</i>		
<b>Categoría</b>	<b>Código del Indicador</b>	<b>Argumento</b>
Ideas estadísticas fundamentales		
Conjunto de datos		
Actividades de clase		
Herramientas tecnológicas		
Discusión en clase		
Evaluación		
Conocimiento didáctico		

B. Extracción de los datos.

- I. *Transcripción de los datos:* en el AC, la transcripción de datos consiste en la recogida de información encontrados en el material analizado y que fue vaciada en los protocolos de análisis o fichas de registro. Esta ficha es de utilidad para transformar el contenido de cada unidad de registro en información codificada. Cada una de las fichas de registro debe recoger todos los datos relevantes que puedan obtenerse de la unidad de análisis.
- II. *Construcción del libro de códigos:* dentro del libro de códigos se encuentran definiciones de las categorías, con reglas de codificación y ejemplos. Se indica con claridad en qué casos unas expresiones son registradas como categorías. En esta parte metodológica, se presenta el diseño del libro de códigos para nuestra investigación como el instrumento para el análisis de los datos recabados en la ficha de registro.  
El libro de códigos está construido con base en el marco referencial detallado en el primer capítulo, tomando en cuenta las ideas estadísticas fundamentales (Burrill y Biehler, 2011), los principios pedagógicos del modelo SRLE (Ben-Zvi, 2011) y los aspectos esenciales del conocimiento didáctico propuestos en el SET (Franklin et al., 2017). En la Tabla 2, se presenta el libro de códigos, con las diferentes categorías e indicadores.

### C. Explotación de los datos: operaciones e interpretación de resultados.

En el AC es de suma importancia que el tratamiento al que van a someterse los datos lleve su debida planificación, acorde con los objetivos e hipótesis planteada en la investigación, de manera que se puedan obtener los indicadores que permitan su verificación. El plan de explotación de los datos está enfocado en el hallazgo de regularidades en los fenómenos que se investigan, de manera que se progresa el conocimiento científico. Los resultados obtenidos en el análisis podrán ser verificados por otros investigadores, de manera que el autor se ve en la necesidad de definir con claridad cuál es el objetivo de estudio y cuáles son las operaciones a las que se sometió la investigación. La interpretación de los resultados se efectuaría de acuerdo con el criterio que se elija para encontrar pautas representativas. Es posible que los datos se interpreten a partir de los resultados del AC o relacionando estos con los que se pueden obtener mediante otras vías como la percepción de otros autores.

En nuestro caso se trabaja el AC con los Programas de Estudio para formación inicial de profesores normalistas de matemáticas (SEP, 2018; 2019; 2020) y, con los Aprendizajes Clave para la Educación Integral en Matemáticas para Educación Secundaria, Plan y Programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación (SEP, 2017). Además, cabe señalar que el análisis y codificación fue realizada por el autor de este trabajo investigativo, y validada por los directores de tesis.

**Tabla 3**

*Libro de códigos*

RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO							
Categorías	Principios pedagógicos del modelo SRLE (Ben-Zvi, 2011)						SET (Franklin et al., 2017)
	IEF Ideas estadísticas fundamentales (Burrill y Biehler, 2011)	CD Conjunto de datos	AC Actividades de clase	HT Herramientas tecnológicas	DC Discusión en clase	E Evaluación	SET Conocimiento didáctico
Indicadores	<b>IEF1.</b> Datos: incluidos los tipos de datos, las formas de recopilarlos, la medición, respetando que los datos son números con un contexto.	<b>CD1.</b> Se promueve el uso de conjuntos de datos reales para involucrar a los estudiantes en hacer y probar conjeturas e inferencias estadísticas.	<b>AC1.</b> Se promueve el uso de actividades de clase basadas en la investigación colaborativa.	<b>HT1.</b> Se integran el uso de herramientas tecnológicas apropiadas que permitan a los estudiantes probar sus conjeturas, explorar y analizar datos de forma interactiva.	<b>DC1.</b> Se promueve en el aula el discurso estadístico y argumentos que se centren en ideas estadísticas en contexto.	<b>E1.</b> Se incluyen herramientas de evaluación como cuestionarios, tareas, exámenes.	<b>SET1.</b> Se desarrolla el conocimiento del contenido didáctico necesario para la enseñanza efectiva de la estadística.
	<b>IEF2.</b> Variación: identificar y mediar la variabilidad para predecir, explicar o controlar. El término “variabilidad” se utiliza para el fenómeno general de cambio y “variación” para describir el efecto total del cambio.	<b>CD2.</b> Se toman en cuenta los datos como el centro del aprendizaje estadístico.	<b>AC2.</b> Las actividades promueven el aprendizaje de los estudiantes a través de la investigación, la colaboración, la interacción, la discusión, los datos y problemas interesantes.	<b>HT2.</b> Se utilizan las herramientas tecnológicas para generar estadísticas, graficar datos o analizar datos.	<b>DC2.</b> Se promueve un discurso en el aula con la integración de actividades de clase y tecnología.	<b>E2.</b> Se incluyen proyectos estadísticos para evaluar.	<b>SET2.</b> Se familiariza con las concepciones comunes de los estudiantes.
	<b>IEF3.</b> Distribución: incluye nociones	<b>CD3.</b> Se consideran los diferentes	<b>AC3.</b> Las actividades involucran a los	<b>HT3.</b> Se integran las herramientas tecnológicas para	<b>DC3.</b> Se promueven los argumentos	<b>E3.</b> La evaluación está alineada con los	<b>SET3.</b> Se contemplan las estrategias de

	<i>de tendencias y dispersión que son fundamentales para razonar sobre variables estadísticas de distribuciones empíricas, variables aleatorias de distribuciones teóricas y resúmenes en distribuciones de muestreo.</i>	<i>métodos de recopilación y producción de datos.</i>	<i>estudiantes a hacer conjeturas sobre un problema o un conjunto de datos.</i>	<i>ayudar a los estudiantes a visualizar conceptos y desarrollar una comprensión de ideas abstractas a través de simulaciones.</i>	<i>estadísticos, explicando las percepciones sobre el fenómeno que se investiga.</i>	<i>objetivos de aprendizaje, centrándose en la comprensión de las ideas clave y no solo en las habilidades, los procedimientos y las respuestas calculadas.</i>	<i>enseñanza específicas del contenido estadístico.</i>
	<b>IEF4.</b> <i>Representación: representaciones gráficas o de otro tipo que revelan historias en los datos, incluida la noción de transnumeración.</i>	<b>CD4.</b> <i>Se especifica cómo los métodos de recolección de datos afectan la calidad de los datos y el tipo de análisis que son apropiados.</i>				<b>E4.</b> <i>Se promueve la retroalimentación útil y oportuna para conducir el aprendizaje.</i>	<b>SET4.</b> <i>Se proponen estrategias para evaluar el conocimiento estadístico.</i>
	<b>IEF5.</b> <i>Relaciones de asociación y modelado entre dos variables: naturaleza de las relaciones entre variables estadísticas para datos categóricos y numéricos, incluida la regresión para modelar asociaciones estadísticas.</i>						<b>SET5.</b> <i>Se hace una integración adecuada de la tecnología para desarrollar conceptos estadísticos.</i>
	<b>IEF6.</b> <i>Modelos de probabilidad para</i>						

<p><i>procesos de generación de datos: modelización de relaciones estructurales hipotéticas generadas a partir de teorías, simulaciones o aproximaciones de grandes conjuntos de datos, cuantificación de la variabilidad de los datos, incluida la estabilidad a largo plazo.</i></p>						
<p><b>IEF7.</b> <i>Muestreo e inferencia: la relación entre las muestras y la población, y la esencia de decidir qué creer a partir de cómo se recopilan los datos para sacar conclusiones con cierto grado de certeza.</i></p>						

## 5. Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir del análisis de contenido de los diferentes documentos que fueron considerados como unidades de muestreo:

- ✓ Tratamiento de la Información (TI) (SEP, 2018)
- ✓ Pensamiento Estocástico (PE) (SEP, 2019)
- ✓ Estadística Inferencial (EI) (SEP, 2020)
- ✓ Aprendizajes Clave para la Educación Integral. Matemáticas. Educación Secundaria Plan y Programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación. (PPMS) (SEP, 2017)

### 5.1. Tratamiento de la información

El curso de TI se ubica en el segundo semestre del Plan de Estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria, para la formación de los profesores de matemáticas, con el fin de favorecer el procesamiento de información cualitativa/cuantitativa y la incorporación del discurso estadístico en los estudiantes normalistas. Uno de los aspectos centrales de la inserción de este curso en el plan de estudios es que los futuros profesores sean capaces de desarrollar los conocimientos, habilidades y actitudes que les permitan interpretar adecuadamente la información estadística, que va desde elecciones políticas, récords deportivos, primas de los seguros, resultados de análisis clínicos, reportes médicos, entre otros datos estadísticos que la sociedad genera día con día (SEP, 2018).

El curso TI se caracteriza por proponer el RE como uno de los elementos que preparan para la autoformación futura de todo individuo, tomando en cuenta las siguientes cualidades: a) Reconocer la necesidad de los datos, b) Transnumeración, c) Percepción de la variación, d) Razonamiento con modelos estadísticos y e) Integración de la estadística y el contexto (SEP, 2018). Al finalizar el curso TI, se espera que el estudiante normalista:

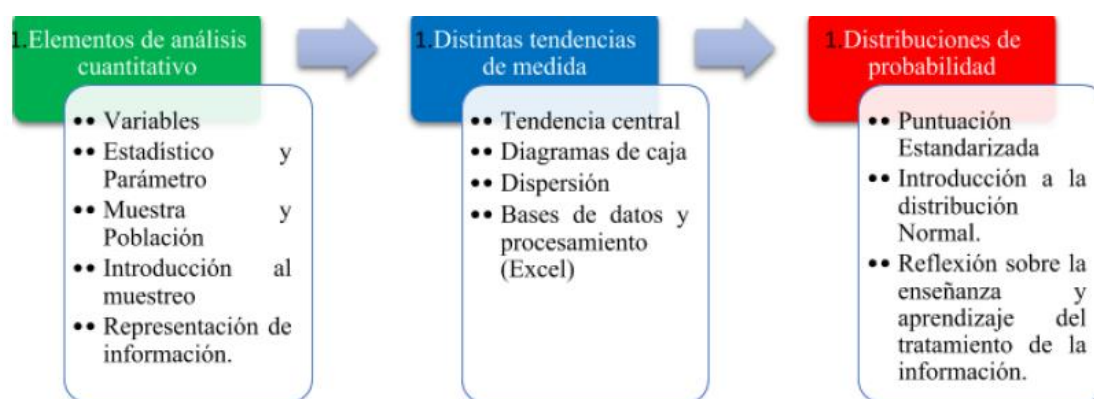
- a. Incorpore al lenguaje y modos de argumentación habituales, las distintas formas de presentar información cuantitativa sobre fenómenos y situaciones de los ámbitos social, cultural, económico y científico mediante el uso de técnicas de recolección y organización de datos que permitan interpretarla adecuadamente.
- b. Adquiera gusto por estructurar estudios estadísticos, desde la recopilación de información hasta la presentación de resultados, y reconozca la importancia de escuchar y analizar los argumentos de sus compañeros en su propia construcción.
- c. Reflexione sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje que tienen lugar en las aulas de la formación inicial, e identifique el posible impacto en el desarrollo de los aprendizajes en la educación obligatoria. (SEP, 2018, p. 7).

El curso TI tiene un enfoque holista, el cual lo vincula con los contenidos que se abarcan en otros cursos como Pensamiento algebraico, Sentido numérico, Magnitudes y medidas, Pensamiento estocástico, Estadística inferencial y Observación y análisis de la cultura escolar.

El curso TI se estructura en tres unidades temáticas, las cuales se muestran en la Figura 8, así como los contenidos a abordar en cada una de ellas. Además, contempla competencias del perfil de egreso que se dividen en: genéricas, profesionales y disciplinares. Dichas competencias (ver Tabla 4) se pretenden favorecer a lo largo de las tres unidades temáticas, contribuyendo en el desarrollo del RE del estudiante normalista.

**Figura 8**

*Estructura del curso de Tratamiento de la Información*



*Nota.* Tomado de *Tratamiento de la Información* (SEP, 2018, p. 11).

**Tabla 4**

*Competencias del perfil de egreso*

<i>Competencias del perfil de egreso favorecidas en el curso TI</i>	
<b>Competencias genéricas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Soluciona problemas y toma decisiones utilizando pensamiento crítico y creativo.</li> <li>• Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.</li> <li>• Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.</li> <li>• Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.</li> </ul>
<b>Competencias profesionales</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza conocimientos de las matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones de acuerdo con las características y contextos de los estudiantes a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes.                             <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Identifica marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para la enseñanza y aprendizaje.</li> <li>○ Articula el conocimiento de las matemáticas y su didáctica para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces.</li> <li>○ Utiliza los elementos teóricos-metodológicos de la investigación como parte de su formación permanente en las matemáticas.</li> </ul> </li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Relaciona sus conocimientos matemáticos con los contenidos de otras disciplinas desde una visión integradora para propiciar el aprendizaje de sus estudiantes.</li> <li>● Evalúa los procesos de enseñanza y aprendizaje desde un enfoque formativo para analizar su práctica profesional. <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Reflexiona sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, y los resultados de la evaluación, para hacer propuestas que mejoren su propia práctica.</li> </ul> </li> <li>● Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.</li> <li>● Utiliza las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), y Tecnologías del Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.</li> </ul>
<b>Competencias disciplinares</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Construye argumentos para diseñar y validar conjeturas en todas las áreas de las matemáticas en diferentes situaciones <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Analiza distintas situaciones que lleven a diseñar una conjetura.</li> <li>○ Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.</li> <li>○ Argumenta de forma coherente y clara si las conjeturas son verdaderas o falsas.</li> </ul> </li> <li>● Articula las distintas ramas de las matemáticas incorporando otras disciplinas, para facilitar el análisis de una situación modelada. <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Construye relaciones entre la geometría, el álgebra y la estadística, la aritmética y la probabilidad, entre otras.</li> <li>○ Analiza una situación modelada mediante el reconocimiento de que una misma expresión matemática puede ser escrita de diferentes maneras.</li> <li>○ Utiliza herramientas tecnológicas para analizar y modelar situaciones.</li> </ul> </li> <li>● Resuelve problemas a partir del análisis de la información cuantitativa y cualitativa derivado del pensamiento matemático <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Organiza la información cuantitativa y cualitativa.</li> <li>○ Construye tablas y gráficas a partir de la información obtenida.</li> <li>○ Analiza los datos organizados para resolver problemas.</li> <li>○ Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.</li> <li>○ Analiza los problemas matemáticos que dieron origen a la probabilidad.</li> </ul> </li> </ul>

*Nota.* Tomado de *Tratamiento de la Información* (SEP, 2018, pp. 9 – 10)

El curso TI busca que el estudiante normalista reflexione sobre los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la estadística. Asimismo, se le orienta al formador a diseñar y proponer situaciones, las cuales permitan al estudiante normalista reflexionar sobre la naturaleza de la información y las consideraciones necesarias para organizarla, procesarla y presentarla de manera óptima. Además, le permite propiciar el trabajo colaborativo, la formación de grupos de discusión heterogéneos, vigilar el respeto a las posibilidades de la escucha entre ellos, del análisis de los argumentos y resultados del resto de los compañeros.

Finalmente, se favorece la reflexión del futuro profesor en el sentido de lo que está aprendiendo, de manera que pueda identificar qué contenidos de tratamiento de información se abordan en la educación básica, lo cual le permitirá un mejor diseño de situaciones didácticas y estrategias docentes.

### A. Unidad de Aprendizaje 1. Elementos de análisis cuantitativo

En la Tabla 5 se presenta la ficha de registro con los resultados obtenidos del análisis efectuado a la primera unidad de aprendizaje “Elementos de análisis cuantitativo”.

**Tabla 5**

*Ficha de registro para el análisis de contenido de la primera unidad de aprendizaje de TI*

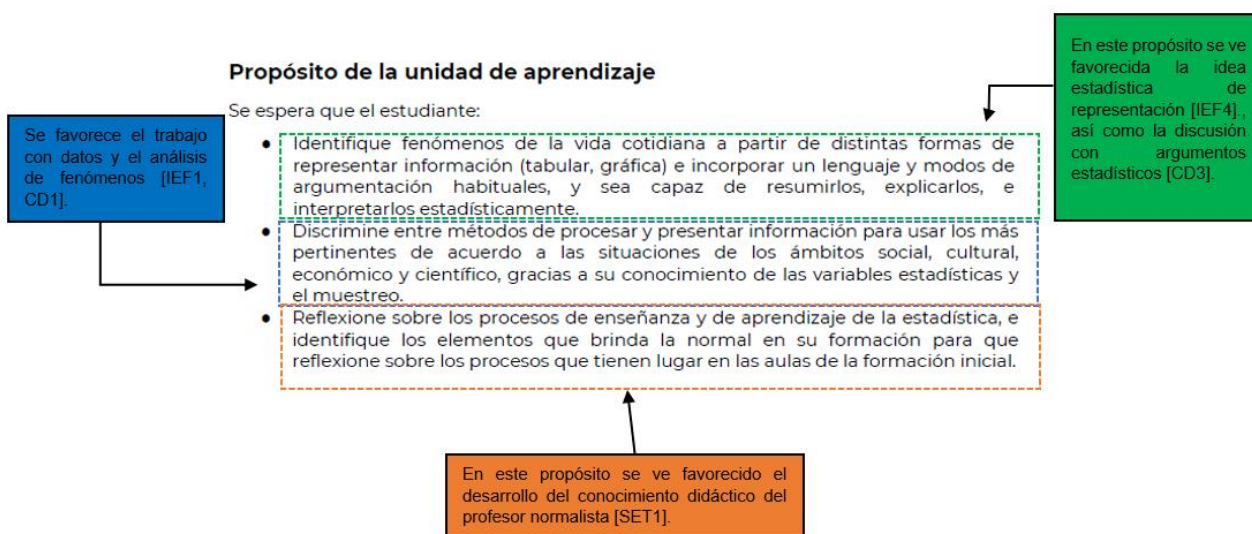
<i>Tratamiento de la Información</i>		
<i>Unidad de Aprendizaje 1. Elementos de análisis cuantitativo</i>		
<b>Categoría</b>	<b>Código del Indicador</b>	<b>Argumento</b>
<b>Ideas estadísticas fundamentales</b>	<b>IEF1</b>	Se señala la recopilación de datos (gustos de estudiantes) para después sistematizarlos.
	<b>IEF4</b>	Se señala el uso de gráficos y tablas estadísticas para representar información cuantitativa y cualitativa.
<b>Conjunto de datos</b>	<b>CD1</b>	Se indica la recopilación de datos reales (gustos de estudiantes) para luego sistematizarlos.
	<b>CD2</b>	Las actividades buscan trabajar situaciones a partir de datos recuperados por los estudiantes normalistas.
	<b>CD3</b>	En el propósito de la unidad se indica que el estudiante discrimine entre métodos de procesar y presentar información para usar los más pertinentes de acuerdo con la situación.
	<b>CD4</b>	El estudiante normalista utiliza métodos adecuados para procesar información de acuerdo con la situación.
<b>Actividades de clase</b>	<b>AC1</b>	Dentro de las actividades se sugiere que los estudiantes normalistas, en colaboración, indaguen sobre los intereses de otros estudiantes.
	<b>AC2</b>	Dentro de las actividades se sugieren situaciones problema interesantes para que el estudiante adquiera un aprendizaje sobre los conceptos estadísticos y realice un análisis de la información.
	<b>AC3</b>	Las actividades buscan que el estudiante normalista analice información recabada.
<b>Herramientas tecnológicas</b>	<b>HT1</b>	Se proporcionan sitios web para recabar información como INEGI. Así como software (SPSS, Excel, MATLAB).
<b>Discusión en clase</b>	<b>DC3</b>	Uno de los propósitos de la unidad consiste en que el estudiante normalista argumente, explique e interprete estadísticamente fenómenos de la vida cotidiana.
	<b>DC1</b>	Se promueve la construcción social de conceptos estadísticos (variable, estadístico, parámetro, muestra, entre otros) en contextos.
<b>Evaluación</b>	<b>E1</b>	Se da la opción de incluir portafolios de evidencias, examen, resolución de problemas, diseño de proyectos, diseño e implementación de instrumentos de recolección de datos.

	<b>E3</b>	Los criterios de evaluación están acordes a los propósitos y contenidos de la primera unidad de aprendizaje.
<b>Conocimiento didáctico</b>	<b>SET1</b>	Se busca que el estudiante normalista reflexione sobre los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la estadística. Además, a lo largo del curso, se sugiere el desarrollo de una situación didáctica integradora que permita el abordaje de los contenidos de cada unidad, mediante actividades parciales.

Como puede observarse en la tabla anterior, en la primera unidad de aprendizaje del curso TI se identificaron dos ideas estadísticas fundamentales: Datos [IEF1] (al indicar *información de fenómenos de la vida cotidiana*) y Representación [IEF4] [al señalar *representar información (tabular, gráfica)*], con mayor énfasis en la recopilación de datos para después ser sistematizados, ya que en esta unidad de aprendizaje se contemplan actividades de indagación sobre los intereses de los mismos estudiantes. De la misma forma, se busca que el estudiante normalista discrimine entre métodos para el procesamiento y presentación de los datos a través de una representación estadística, lo cual es parte del propósito de la primera unidad de aprendizaje (ver Figura 9).

**Figura 9**

*Propósito de la unidad de aprendizaje 1 del programa TI*



*Nota.* Tomado de *Tratamiento de la Información* (SEP, 2018, p. 17).

Son diversas las actividades de clase que se proponen al formador para ser implementadas con los estudiantes normalistas. Una de ellas consiste en el diseño de una situación didáctica integradora [SET1] con el propósito de abordar los contenidos de cada una de las unidades. En ese sentido, tal actividad se propone iniciarla en esta unidad de aprendizaje.

El programa del curso también propone otras actividades específicas, la construcción de gráficos estadísticos [IEF4], recolección de datos con sus coetáneos [CD1], reflexionar sobre sus procesos de aprendizaje de la estadística [SET1], construcción social de conceptos estadísticos, tales como variable, estadístico o estadígrafo, parámetro, muestra, entre otros, para después, resolver situaciones problema de análisis de información, contemplando el uso de herramientas tecnológicas como SPSS, Excel, MATLAB [HT1].

En cuanto a la discusión en clase, esta se favorece mediante la argumentación en la identificación de fenómenos de la vida cotidiana a partir de distintas formas de representar información (tabular y/o gráfica), lo cual constituye uno de los propósitos de la unidad [DC3].

## B. Unidad de Aprendizaje 2. Distintas tendencias de medida

La Tabla 6 muestra la ficha de registro con los resultados obtenidos del análisis efectuado a la segunda unidad de aprendizaje “Distintas tendencias de medida”.

**Tabla 6**

*Ficha de registro para el análisis de contenido de la segunda unidad de aprendizaje de TI*

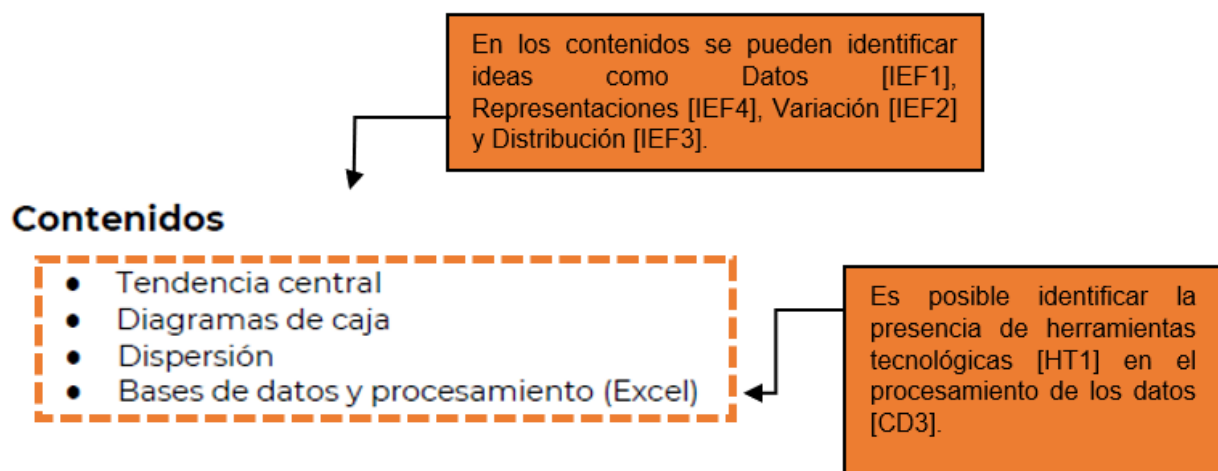
<i>Tratamiento de la Información</i>		
<i>Unidad de Aprendizaje 2. Distintas tendencias de medida</i>		
<b>Categoría</b>	<b>Código del Indicador</b>	<b>Argumento</b>
<b>Ideas estadísticas fundamentales</b>	<b>IEF1</b>	Se sigue trabajando con los métodos de procesar y presentar información para utilizar las técnicas de recolecciones y organización de datos.
	<b>IEF4</b>	
	<b>IEF3</b>	Uno de los propósitos de la unidad de aprendizaje busca que el estudiante normalista recurra a las medidas de tendencia central y dispersión en un contexto real para explicar estadísticamente fenómenos y la toma de decisiones.
	<b>IEF2</b>	
<b>Conjunto de datos</b>	<b>CD1</b>	Se promueve que el estudiante normalista se dedique a la construcción de distintas representaciones a partir de información obtenida.
	<b>CD2</b>	Las actividades buscan trabajar situaciones a partir de datos recuperados por los estudiantes normalistas.
	<b>CD3</b>	Se señala que el estudiante normalista discrimine entre métodos de procesar y presentar información para que se utilicen las técnicas de recolección de datos relativas a diversos aspectos de la realidad que permitan una interpretación adecuada.
	<b>CD4</b>	
<b>Actividades de clase</b>	<b>AC2</b>	Se proponen actividades donde los estudiantes normalistas exploren el concepto de tendencia central y dispersión.
	<b>AC1</b>	Una de las actividades de clase propone que los estudiantes normalistas, organizados en equipos, elaboren y apliquen instrumentos para el diagnóstico socioeconómico del grupo en el que se encuentran.

<b>Herramientas tecnológicas</b>	<b>HT1</b>	Las actividades en clase consideran la implementación de softwares como SPSS, Excel y MATLAB para el procesamiento e interpretación de información.
<b>Discusión en clase</b>	<b>DC1</b>	Se promueve la construcción colectiva de definiciones clave de la unidad como media aritmética, mediana, rango, varianza, entre otras.
	<b>DC3</b>	Uno de los propósitos es que el estudiante normalista sea capaz de explicar estadísticamente fenómenos de la vida cotidiana mediante representaciones y medidas de resumen.
<b>Evaluación</b>	<b>E3</b>	Los criterios de evaluación se alinean con el propósito y contenidos de la unidad de aprendizaje.
	<b>E1</b>	Se sugiere al formador evaluar a sus estudiantes normalistas con diferentes herramientas.
<b>Conocimiento didáctico</b>	<b>SET1</b>	Una de las actividades específicas que se consideran a realizar dentro de la unidad de aprendizaje consiste en que los estudiantes normalistas elaboren un ensayo donde realicen una reflexión del proceso enseñanza-aprendizaje de la estadística.

Como puede verse en la tabla anterior, en la segunda unidad de aprendizaje del curso TI, se identificaron tres ideas estadísticas fundamentales: Datos [IEF1] y Representación [IEF4] (al indicar *los métodos de procesar y presentar información*) y Distribución [IEF3] y Variación [IEF2] (al señalar *las medidas de tendencial central y dispersión en un contexto real para explicar estadísticamente fenómenos y la toma de decisiones*). Es así que la idea de Variación se hace presente, lo cual es parte en los contenidos de la unidad (ver Figura 10).

**Figura 10**

*Análisis de los contenidos en la unidad 2 del programa TI*



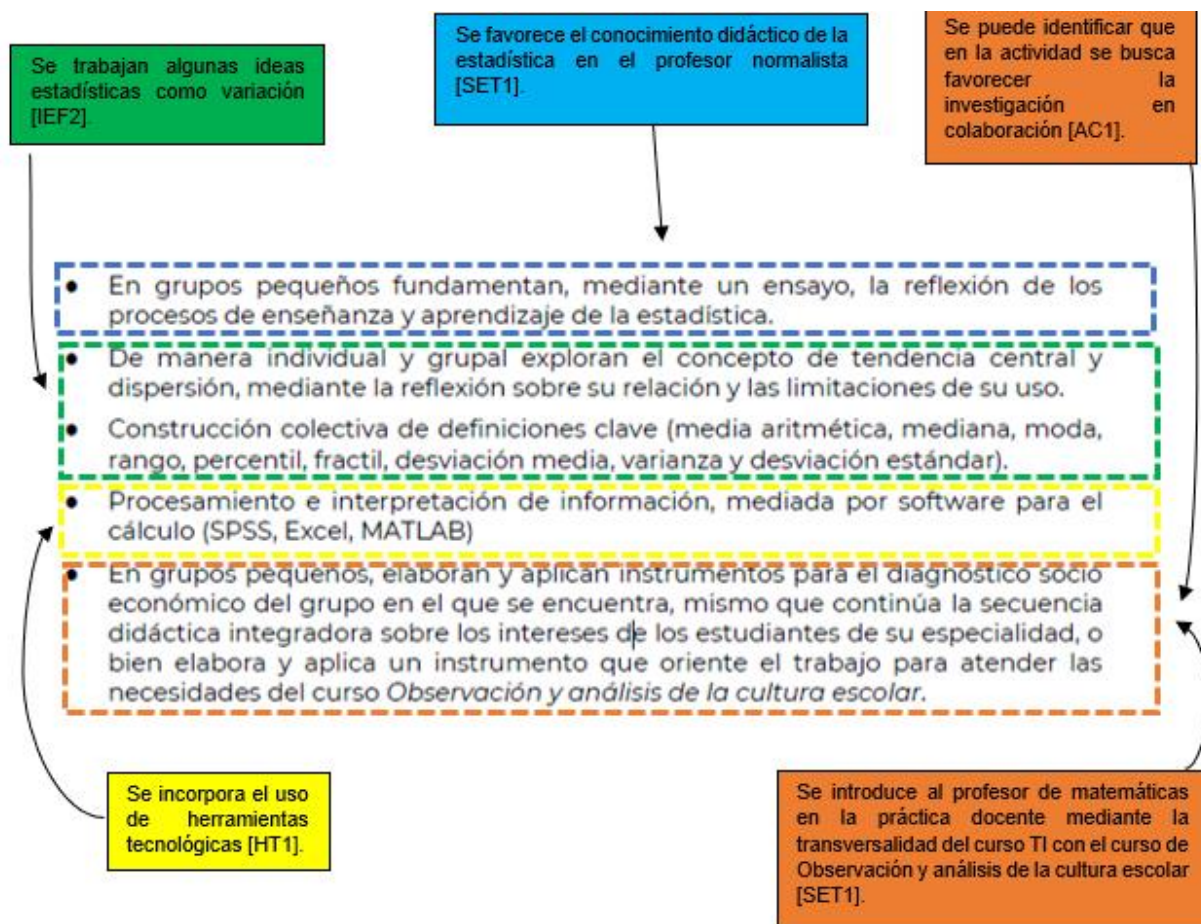
*Nota.* Tomado de *Tratamiento de la Información* (SEP, 2018, p. 22)

De esta forma, la distribución y variación juegan un papel importante en la unidad de aprendizaje 2; esto puede verse también en las actividades propuestas, ya que se le solicita al profesor en formación explorar los conceptos de tendencia central y dispersión, lo cual se puede complementar, o llevarse a cabo, mediante la construcción social de definiciones clave, como: media aritmética, mediana, moda, rango, percentil, desviación media, varianza y desviación estándar [DC1].

Las actividades de clase que se le propone al formador consisten en que el estudiante normalista, en colaboración con sus coetáneos, elaboren y apliquen instrumentos para el diagnóstico socioeconómico del grupo en el que se encuentran [AC1], lo cual puede verse en la Figura 11.

**Figura 11**

*Análisis de las actividades específicas propuestas en la unidad de aprendizaje 2 del curso TI*



*Nota.* Tomado de *Tratamiento de la Información* (SEP, 2018, p. 23).

La actividad antes mencionada [AC1] consiste en el que los estudiantes normalistas recolectan información sobre cierto tema de interés con instrumentos de indagación de elaboración propia. Además, la información obtenida puede ser sistematizada mediante diferentes gráficos

estadísticos. Dicha información puede permitir al profesor normalista conocer un poco más acerca de aspectos contextuales vinculados a los estudiantes de la comunidad escolar [SET1].

### C. Unidad de Aprendizaje 3. Distribuciones de probabilidad

La Tabla 7 presenta la ficha de registro con los resultados obtenidos del análisis efectuado a la tercera unidad de aprendizaje “Distribuciones de probabilidad”.

**Tabla 7**

*Ficha de registro para el análisis de contenido de la tercera unidad de aprendizaje de TI*

<i>Tratamiento de la Información</i>		
<i>Unidad 3. Distribuciones de probabilidad</i>		
<b>Categoría</b>	<b>Código del Indicador</b>	<b>Argumento</b>
<b>Ideas estadísticas fundamentales</b>	<b>IEF1</b>	Se señala que el estudiante normalista recopile datos reales.
	<b>IEF7</b>	Se busca que los estudiantes normalistas analicen el comportamiento de poblaciones y muestras aleatorias.
	<b>IEF6</b>	Uno de los propósitos de la unidad de aprendizaje consiste en que se considere el comportamiento de poblaciones y muestras aleatorias para analizar, resumir, interpretar y comunicar información organizada estadísticamente. Asimismo, se solicita hacer predicciones y la toma de decisiones.
	<b>IEF2</b>	En los contenidos de la unidad, se considera la puntuación estandarizada, tomando en cuenta la desviación estándar como unidad de medida. Además, se introduce al estudio de la distribución normal.
	<b>IEF3</b>	
	<b>IEF4</b>	Una de las actividades que persiste en la unidad es la elaboración de organizadores gráficos.
<b>Conjunto de datos</b>	<b>CD1</b>	Los estudiantes normalistas elaboran un reporte a partir de los resultados obtenidos en el diagnóstico socioeconómico.
	<b>CD2</b>	Se propone trabajar un coloquio donde se presente información estadística recuperada por los estudiantes normalistas.
<b>Actividades de clase</b>	<b>AC2</b>	Una de las actividades propuestas en la unidad consiste en caracterizar los conceptos de sesgo y normalidad mediante la reflexión sobre su relación con la distribución de datos, organizados de manera individual y grupal.
	<b>AC1</b>	Los estudiantes normalistas presentan en un coloquio un reporte a partir de los resultados obtenidos en el diagnóstico socioeconómico.
	<b>AC3</b>	
<b>Herramientas tecnológicas</b>	<b>HT1</b>	Una de las actividades de la unidad consiste en el procesamiento e interpretación de información, a partir del uso de un software estadístico (SPSS, Excel y MATLAB).
<b>Discusión en clase</b>	<b>DC1</b>	El propósito de la unidad busca que los estudiantes comuniquen información estadística a partir del comportamiento de poblaciones y muestras aleatorias.
	<b>DC3</b>	Se comunica la información obtenida con respecto al diagnóstico socioeconómico.



<b>Evaluación</b>	<b>E3</b>	La evaluación está alineada al propósito y los contenidos de la unidad de aprendizaje.
	<b>E1</b>	En esta unidad, se evalúa mediante diferentes instrumentos como el portafolio digital y físico, el ensayo de reflexión, una exposición y el examen.
	<b>E2</b>	Se presentan en un coloquio los resultados obtenidos a partir del diagnóstico socioeconómico, como cierre del curso.
<b>Conocimiento didáctico</b>	<b>SET 1</b>	Uno de los propósitos de la unidad consiste en reflexionar sobre los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la estadística para incidir en la comunicación de información diagnóstica y eventual toma de decisiones en las situaciones educativas y sociales donde se encuentre. Asimismo, se solicita al profesor normalista la elaboración de un ensayo acerca de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística.
	<b>SET2</b>	El trabajo con el diagnóstico socioeconómico y la transversalidad con el curso de Observación y análisis de la cultura escolar, permiten al profesor en formación acercarse al contexto del estudiante.

En esta unidad de aprendizaje se presentan más ideas estadísticas fundamentales, en comparación con las dos primeras unidades, a saber: Datos [IEF1] (se indica en la *recopilación de datos*), Representación [IEF4] (se señala en la *elaboración de organizadores gráficos*), Variación [IEF2] (se considera el *estudio de la puntuación estandarizada*), Distribución [IEF3] (se indica que *se introduce al estudio de la distribución normal*), Modelos de Probabilidad [IEF6] (se puede ver al *hacer predicciones y en la toma de decisiones*), y Muestreo e Inferencia [IEF7] (ya que se señala que *se analicen el comportamiento de poblaciones y muestras aleatorias*).

La idea de Datos [IEF1] se trabaja de manera que el estudiante normalista analice datos organizados para la resolución de problemas. De la misma forma, se aprovecha la información obtenida por medio del diagnóstico socioeconómico que se trabajó durante el curso TI. Además, se considera la actividad para presentar los datos mediante gráficos estadísticos en un coloquio [AC2]. El coloquio podría aprovecharse como una actividad de cierre del TI, con la presentación de los resultados obtenidos por los profesores en formación durante el proyecto que trabajaron a lo largo del semestre. Asimismo, esta actividad puede vincularse con la práctica inicial docente, de manera que el futuro profesor pueda tener una percepción contextual de sus estudiantes [SET2].

La tercera unidad propone que los profesores en formación caractericen los conceptos de sesgo y normalidad mediante la reflexión sobre su relación con la distribución de datos ([AC2] y [IEF2]). De la misma forma, se les pide una construcción colectiva de puntuación estandarizada como herramienta para comparar variables con distintas unidades de medida.

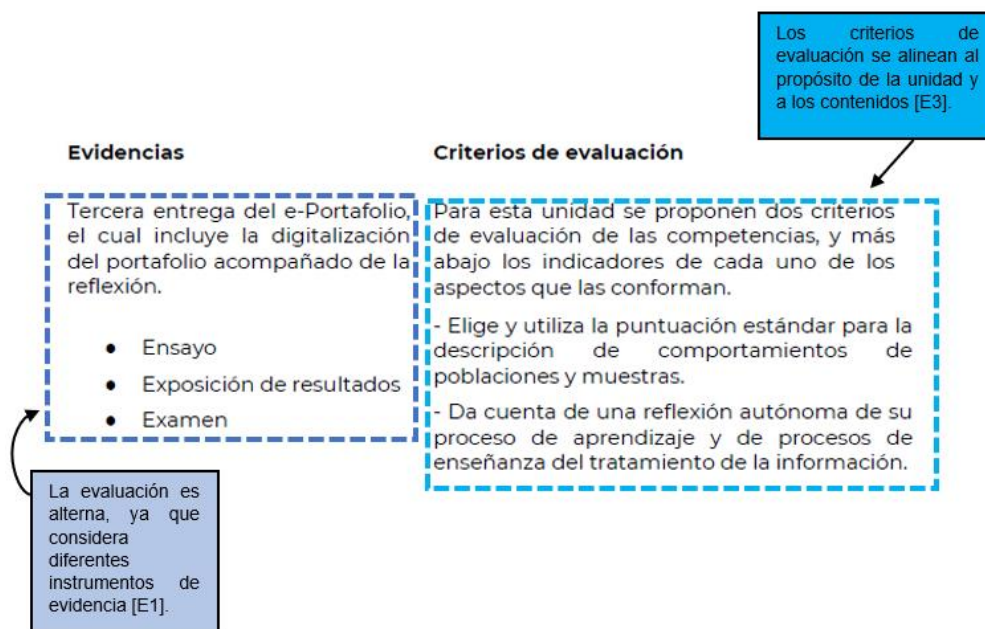
Para la evaluación, el formador debe de considerar las definiciones claves del curso y la habilidad para resolver situaciones problema a partir del análisis de la información, utilizando diferentes herramientas como el portafolio (digital y físico), un ensayo de reflexión, una



exposición y el examen escrito [E1], lo cual puede verse en la Figura 12. Asimismo, los criterios de evaluación están acordes con los propósitos y contenidos de la unidad en cuestión [E3].

**Figura 12**

*Análisis de las evidencias y criterios de evaluación de la unidad de aprendizaje 3 en el curso TI*



*Nota.* Tomado de *Tratamiento de la Información* (SEP, 2018, p. 28)

#### D. Reflexiones acerca del razonamiento estadístico en el curso TI

En este apartado se presenta la Tabla 8, donde se evidencia la presencia de los elementos del RE en las tres unidades de aprendizaje del programa del curso TI. Cabe aclarar que las celdas sombreadas muestran aquellos indicadores que se identificaron durante el análisis.

**Tabla 8**

*Resultados del análisis de contenido del programa del curso TI*

Unidad / Indicador	Ideas estadísticas fundamentales	Conjunto de datos	Actividades de clase	Herramientas tecnológicas	Discusión en clase	Evaluación	Conocimiento didáctico
Unidad 1 Elementos de análisis cuantitativo	<b>IEF1</b>	<b>CD1</b>	<b>AC1</b>	<b>HT1</b>	<b>DC1</b>	<b>E1</b>	<b>SET1</b>
	<b>IEF2</b>						
	<b>IEF3</b>	<b>CD2</b>	<b>AC2</b>	<b>HT2</b>	<b>DC2</b>	<b>E2</b>	<b>SET2</b>
	<b>IEF4</b>						
	<b>IEF5</b>	<b>CD3</b>	<b>AC3</b>	<b>HT3</b>	<b>DC3</b>	<b>E3</b>	<b>SET3</b>
	<b>IEF6</b>						<b>SET4</b>
							<b>SET5</b>

	<b>IEF7</b>	<b>CD4</b>				<b>E4</b>	
Unidad 2 Distintas tendencias de medida	<b>IEF1</b>	<b>CD1</b>	<b>AC1</b>	<b>HT1</b>	<b>DC1</b>	<b>E1</b>	<b>SET1</b>
	<b>IEF2</b>						
	<b>IEF3</b>	<b>CD2</b>	<b>AC2</b>	<b>HT2</b>	<b>DC2</b>	<b>E2</b>	<b>SET2</b>
	<b>IEF4</b>						
	<b>IEF5</b>	<b>CD3</b>	<b>AC3</b>	<b>HT3</b>	<b>E3</b>	<b>SET4</b>	
	<b>IEF6</b>						<b>CD4</b>
	<b>IEF7</b>	<b>CD4</b>	<b>E4</b>	<b>SET5</b>			
Unidad 3 Distribuciones de probabilidad	<b>IEF1</b>	<b>CD1</b>	<b>AC1</b>	<b>HT1</b>	<b>DC1</b>	<b>E1</b>	<b>SET1</b>
	<b>IEF2</b>						
	<b>IEF3</b>	<b>CD2</b>	<b>AC2</b>	<b>HT2</b>	<b>DC2</b>	<b>E2</b>	<b>SET2</b>
	<b>IEF4</b>						
	<b>IEF5</b>	<b>CD3</b>	<b>AC3</b>	<b>HT3</b>	<b>E3</b>	<b>SET4</b>	
	<b>IEF6</b>						<b>CD4</b>
	<b>IEF7</b>	<b>CD4</b>	<b>E4</b>	<b>SET5</b>			

Durante las tres unidades del curso TI se abordan todas las ideas estadísticas fundamentales, excepto Relaciones de asociación y modelado entre dos variables [IEF5], especialmente en la tercera donde se concentra la mayor presencia de estas ideas, predominando los Datos [IEF1] y Representaciones [IEF4].

En cuanto a los conjuntos de datos, el curso TI mantiene una buena presencia de esta categoría; sin embargo, en la tercera unidad se trabajan los métodos de recopilación de datos ([CD3] y [CD4]). A lo largo del curso, el trabajo con los datos consiste en que los estudiantes normalistas diseñan instrumentos y discriminan cuáles de ellos son más pertinentes para la recolección de datos reales. Consideramos que sería pertinente sugerir actividades donde los futuros profesores recaben datos reales de diferentes situaciones contextuales.

Por otro lado, consideramos que las actividades de clase que se proponen en el programa del curso TI son oportunas para fomentar el RE en los futuros profesores normalistas de matemáticas; por ejemplo, una de ellas consiste en un proyecto, donde se le solicita al estudiante normalista recabar datos mediante un diagnóstico socioeconómico [AC1], para después analizar y presentar los resultados obtenidos.

La incorporación de la tecnología en el curso TI es limitado. Esto se debe a que a lo largo de las tres unidades se consideran las mismas herramientas, por lo que no existe ningún cambio. El programa especifica que estos recursos deben utilizarse para el procesamiento de datos, sin embargo, no se sugiere alguna actividad donde se utilicen. Consideramos adecuado para el futuro profesor que, en el programa del curso TI se detalle claramente cómo integrar las herramientas tecnológicas. Asimismo, ampliar el repositorio, por ejemplo, se podría tomar en cuenta el uso de Fathom, TinkerPlots, CODAP o GeoGebra para simulación y tratamiento de datos.

Las actividades que propone el curso TI pueden ser aprovechadas para generar la discusión entre los estudiantes normalistas, a partir de información y conceptos estadísticos, así como para la

toma de decisiones ([DC1] y [DC3]). Sin embargo, no se identificaron actividades donde se utilicen herramientas tecnológicas para discutir acerca de un fenómeno o problema [DC2].

Con respecto a la evaluación, se consideran diferentes instrumentos tales como: examen escrito, ensayo reflexivo, portafolio, diagnóstico socioeconómico, entre otros [E1]. Además, los criterios de evaluación se alinean al propósito del curso y los contenidos de cada una de las unidades de aprendizaje [E3].

Un aspecto que se mantiene carente a lo largo de programa del curso TI está en el conocimiento didáctico de la estadística. Como puede notarse en la tabla anterior, se favorecen muy pocos aspectos de dicho conocimiento, como lo son la percepción de las características del estudiantado [SET2]. Las unidades del curso lo favorecen muy poco, ya que solo se pide una reflexión sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística por unidad [SET1].

En general, el curso TI aporta al RE de los futuros profesores normalistas, de manera que ellos puedan resolver situaciones problema de análisis de información, recabar y presentar datos, argumentar estadísticamente a partir de un conjunto de datos, entre otras habilidades que se favorecen. Además, el curso TI introduce al estudiante normalista en el estudio de la probabilidad y estadística inferencial, las cuales se trabajan en el curso PE y EI, respectivamente, en semestres ulteriores.

## **5.2. Pensamiento estocástico**

El programa de estudios del curso PE (SEP, 2019) se ubica en el tercer semestre del Plan de Estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria, para la formación de profesores de Matemáticas. El propósito general del curso PE consiste en que el estudiantado contextualice y fundamente su práctica profesional a partir de comprender los principios de los estocásticos, como variables aleatorias (discretas y continuas) y estadísticos, para resolver distintos problemas y crear un ambiente sobre la enseñanza-aprendizaje del pensamiento estocástico (SEP, 2019, p. 5).

El curso PE se fundamenta en las necesidades de los ciudadanos en cuanto al desarrollo de un pensamiento estocástico, debido a que diversas situaciones cotidianas del mundo actual presentan variabilidad e incertidumbre, tales como: juegos de azar, eventos meteorológicos, pronósticos de salud, eventos deportivos, entre otros.

El pensamiento estocástico involucra diversos componentes: un razonamiento probabilístico que permita discriminar los fenómenos aleatorios de aquellos que son deterministas y argumentar en torno a ello; además de saberes y procedimientos para la lectura y el tratamiento de la información, asociados en el ámbito escolar a la obtención de estadísticos (promedios, porcentajes, entre otros).

Las ideas fundamentales para el tema de probabilidad son: medida de probabilidad, espacio muestral, combinación de probabilidades mediante la regla de la adición y la regla de producto

e independencia, equidistribución y simetría, combinatoria, modelo de urna y simulación, variable estocástica, ley de los grandes números y muestra.

La importancia del curso PE recae en que, para algunos docentes, se trata de la primera aproximación al estudio de los estocásticos. Por tal motivo, el formador, titular del curso, debe propiciar que el estudiantado logre la separación de aquellos argumentos que son probabilísticos y los que no lo son, es decir, una argumentación que permita validar proposiciones y resultados en términos aleatorios; además, habrá de favorecer el uso del razonamiento combinatorio.

Este programa tiene como propósito que el estudiantado aborde procesos aleatorios con ambos tipos de variable, mediante un acercamiento inicial de tipo intuitivo, mediante un acercamiento subjetivo, aun cuando el nivel de desarrollo de sus competencias sea alto. Esto le permitirá reflexionar sobre los procesos que siguen los estudiantes de educación obligatoria en la construcción del pensamiento estocástico.

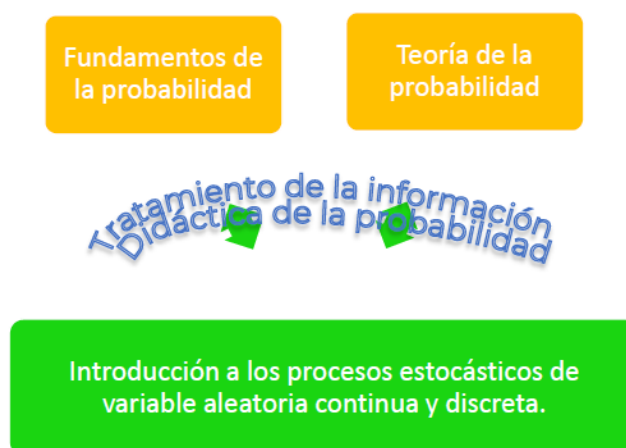
También se aborda la problemática desde la reflexión sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad que tienen lugar en las aulas de la educación básica y de la formación inicial. Los experimentos aleatorios, los juegos y el trabajo con simuladores, brindan componentes de innovación a la enseñanza. Estos aspectos abonan al desarrollo de competencias profesionales.

El enfoque holista propuesto para la licenciatura favorece la vinculación entre los contenidos del curso PE con otros cursos, como lo son: Sentido numérico, Pensamiento algebraico, Álgebra y funciones, Magnitudes y medidas, Tratamiento de la información, Teoría de la aritmética, Didáctica de las matemáticas en la educación básica, Modelación y Práctica docente en el aula.

El programa del curso PE se divide en tres unidades de aprendizaje que se pueden visualizar en la Figura 13.

### Figura 13

*Estructura del curso de Pensamiento Estocástico*



*Nota.* Tomado de *Pensamiento Estocástico* (SEP, 2019. p. 15).

El programa del curso en cuestión contempla competencias del perfil de egreso que se dividen en genéricas, profesionales y disciplinares. Dichas competencias se pretenden favorecer a lo largo de las tres unidades que abarca el curso PE. De manera que son descritas a continuación, y cómo contribuyen al desarrollo del RE del estudiante normalista.

**Tabla 9**

*Competencias del perfil de egreso del curso PE*

<i>Competencias del perfil de egreso favorecidas en el curso PE</i>	
<b><i>Competencias genéricas</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.</li> <li>• Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.</li> <li>• Colabora con diversos actores para generar proyectos innovadores de impacto social y educativo.</li> <li>• Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.</li> <li>• Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.</li> </ul>
<b><i>Competencias profesionales</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza conocimientos de las Matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones de acuerdo a las características y contextos de los estudiantes a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas vigentes.               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Identifica marcos teóricos y epistemológicos de las matemáticas, sus avances y enfoques didácticos para la enseñanza y el aprendizaje.</li> <li>○ Articula el conocimiento de las matemáticas y su didáctica para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces.</li> <li>○ Utiliza los elementos teórico-metodológicos de la investigación como parte de su formación permanente en las matemáticas.</li> </ul> </li> <li>• Evalúa los procesos de enseñanza y aprendizaje desde un enfoque formativo para analizar su práctica profesional.               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Reflexiona sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, y los resultados de la evaluación, para hacer propuestas que mejoren su propia práctica.</li> </ul> </li> <li>• Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.</li> <li>• Utiliza las tecnológicas de la Información (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), y Tecnologías del Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.</li> </ul>
<b><i>Competencias disciplinares</i></b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construye argumentos para diseñar y validar conjeturas en todas las áreas de las matemáticas en diferentes situaciones.               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Analiza distintas situaciones que lleven a diseñar una conjetura.</li> <li>○ Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.</li> <li>○ Argumenta de forma coherente y clara si las conjeturas son verdaderas o falsas.</li> </ul> </li> <li>• Articula las distintas ramas de las matemáticas incorporando otras disciplinas, para facilitar el análisis de una situación modelada.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Construye relaciones entre la geometría y el álgebra, el álgebra y la estadística, la aritmética y la probabilidad, entre otras.</li> <li>○ Utiliza herramientas tecnológicas para analizar y modelar situaciones.</li> <li>● Resuelve problemas a partir del análisis de la información cuantitativa y cualitativa derivada del pensamiento matemático. <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Organiza la información cuantitativa y cualitativa.</li> <li>○ Construye tablas y gráficas a partir de la información obtenida.</li> <li>○ Analiza los datos organizados para resolver problemas.</li> <li>○ Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.</li> <li>○ Analiza los problemas matemáticos que dieron origen a la probabilidad.</li> </ul> </li> </ul>
--	--

*Nota.* Tomado de *Pensamiento Estocástico* (SEP, 2019, pp. 12 – 13).

### A. Unidad 1. Fundamentos de la probabilidad

En la Tabla 10 se presenta la ficha de registro con los resultados obtenidos del análisis efectuado a la primera unidad de aprendizaje “Fundamentos de la probabilidad”.

**Tabla 10**

*Ficha de registro para el análisis de contenido de la primera unidad de aprendizaje de PE*

<i>Pensamiento estocástico</i>		
<i>Unidad de Aprendizaje 1. Fundamentos de la probabilidad</i>		
Categoría	Código del Indicador	Argumento
<b>Ideas estadísticas fundamentales</b>	<b>IEF4</b>	Las actividades solicitan el análisis e interpretación de graficas para hacer predicciones.
	<b>IEF6</b>	El propósito de la unidad consiste en que los estudiantes validen conjeturas sobre fenómenos aleatorios a partir del análisis de la información cualitativa y cuantitativa de juegos de azar y situaciones no deterministas.
	<b>IEF1</b>	Los datos se obtienen por medio de experimentos aleatorios y juegos de azar.
<b>Conjunto de datos</b>	<b>CD1</b>	Los datos se obtienen por medio de experimentos aleatorios y juegos de azar.
<b>Actividades de clase</b>	<b>AC2</b>	Se plantean actividades específicas a partir de situaciones problema donde los estudiantes, de manera colaborativa, juegan y discuten mediante juegos de azar. Así como la resolución de problemas que implican permutaciones, el análisis de experimentos aleatorios y sus posibles resultados, la comparación de dos eventos (cuál tiene mayor probabilidad de ocurrir), el uso de la escala de la probabilidad y explicar situaciones de azar equiprobables o no equiprobables
	<b>AC3</b>	Las actividades involucran que el estudiante realice predicciones de sucesos, identifique y realice juegos azarosos o no.
<b>Herramientas tecnológicas</b>	<b>HT1</b>	Se sugiere resolver y analizar las actividades de probabilidad de un libro Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo del proyecto EMAT (se proporciona la hoja electrónica en los recursos de apoyo).
	<b>HT2</b>	El programa solicita utilizar recursos de apoyo como hojas electrónicas, calculadoras graficadoras, materiales analógicos para

		juegos de azar (dados, ruleta, urnas con bolas de colores, baraja inglesa) y juegos de azar virtual.
	<b>HT3</b>	Se proporcionan sitios web (como Galileo, Arquímedes), apps (como Khan Academy) y canales de YouTube (como math2me y profesor10mates).
<b>Discusión en clase</b>	<b>DC1</b>	Dentro de las actividades se pretende que el estudiante normalista identifique cuando un juego de azar es justo o no; así como argumentar cuando un evento es más o poco probable.
	<b>DC2</b>	Se promueve la utilización de la tecnología para los juegos de azar, resolver y analizar actividades relacionadas con el estudio de la probabilidad.
	<b>DC3</b>	A partir de juegos de azar, se permite que los estudiantes, de manera colaborativa, discutan los resultados sobre un fenómeno.
<b>Evaluación</b>	<b>E1</b>	Se considera evaluar el avance del portafolio digital, una reflexión, recopilación de juegos que involucren situaciones equiprobables y no equiprobables, y un examen escrito.
	<b>E3</b>	Los criterios de evaluación corresponden con el propósito y contenidos.
<b>Conocimiento didáctico</b>	<b>SET1</b>	Se solicita que el alumno reflexione sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad para definir estrategias innovadoras que favorezcan a su propio ritmo de aprendizaje. Además, se considera el enfoque frecuencial de la probabilidad desde una perspectiva didáctica.

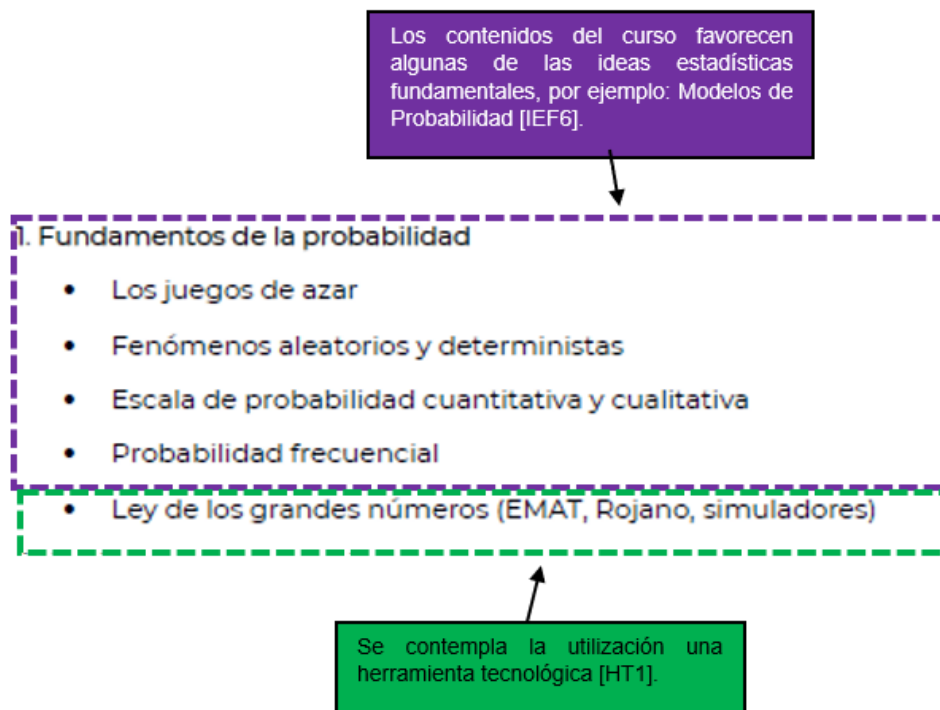
En esta unidad de aprendizaje se presentan algunas ideas estadísticas fundamentales: Datos [IEF1] (se obtienen *mediante experimentos aleatorios*), Representación [IEF4] (se señala en el *análisis e interpretación de gráficos*), y Modelos de Probabilidad [IEF6] (se puede ver en las *predicciones de sucesos y juegos azarosos*). Es así que en esta unidad de aprendizaje predominan los contenidos correspondientes al tema de probabilidad (ver Figura 14).

La unidad de aprendizaje enlista una serie de actividades específicas a trabajar. La mayoría de ellas consisten en juegos de azar donde se debe argumentar cuando un juego es justo o no ([AC2], [DC1]). Asimismo, los estudiantes normalistas deben llevar a cabo el análisis de experimentos aleatorios y sus posibles resultados [AC3]. A partir de los juegos azarosos, se espera que los estudiantes normalistas, en colaborativo con sus compañeros, discutan los resultados sobre un fenómeno.

#### **Figura 14**

*Contenidos de la primera unidad de aprendizaje del curso PE*





*Nota.* Tomado de *Pensamiento Estocástico* (SEP, 2019, p. 23).

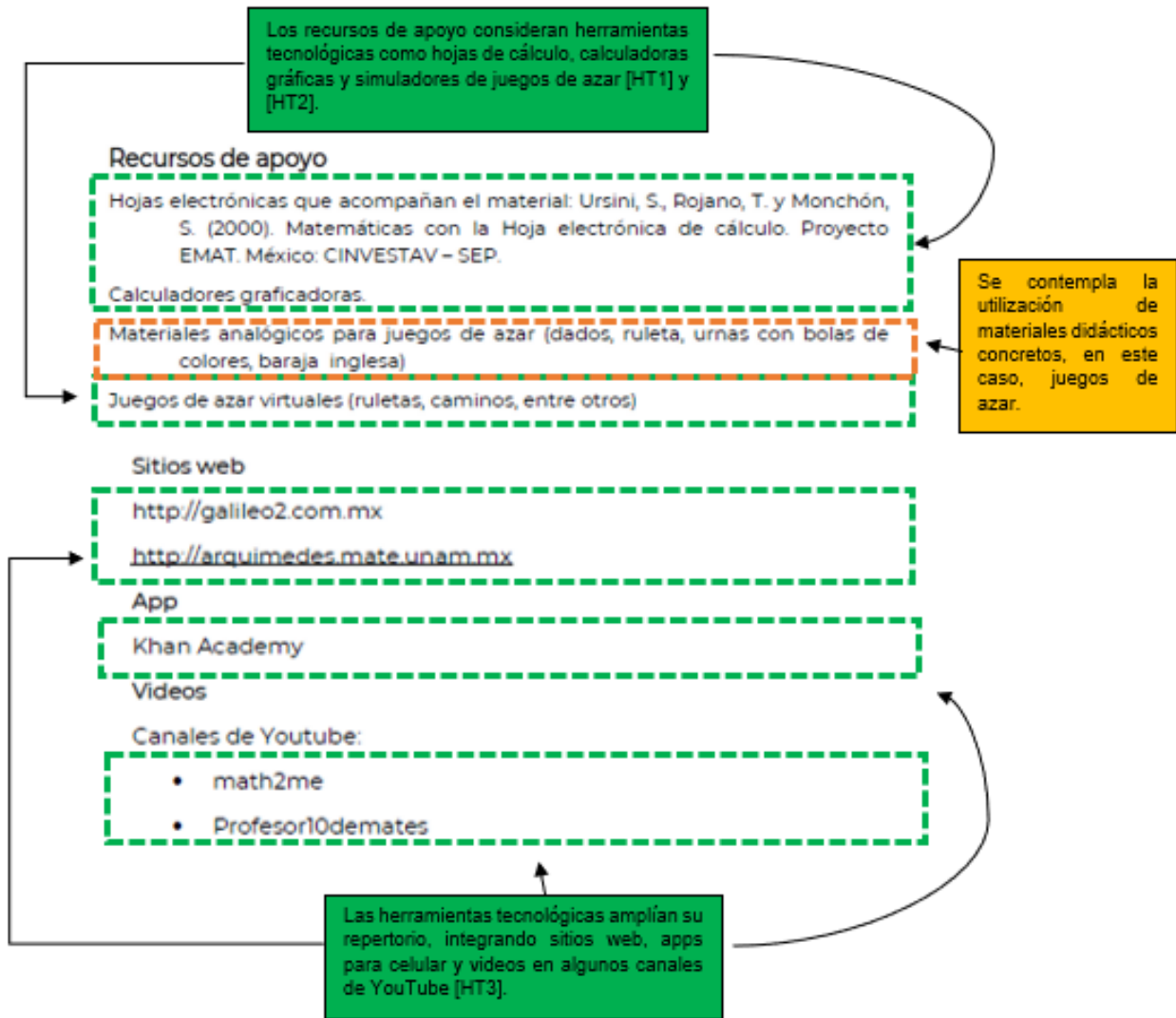
En cuanto a la presencia de las herramientas tecnológicas, la unidad de aprendizaje sugiere resolver y analizar las actividades de probabilidad de un libro de Matemáticas con una hoja electrónica de cálculo del proyecto EMAT [HT1] (ver Figura 14). Además de las hojas de cálculo, también se contempla la utilización de otros recursos de apoyo, sitios web y canales de YouTube ([HT2], [HT3]), como se puede ver en la Figura 15.

En cuanto al tema de evaluación, se contempla el uso del portafolio digital con su respectiva reflexión, la recopilación de juegos de azar que involucren situaciones equiprobables y no equiprobables, y el examen escrito [E1]. Los criterios de evaluación corresponden con los contenidos y el propósito de la unidad, así como la reflexión del profesor normalista sobre el desarrollo del pensamiento estocástico y los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, teniendo en cuenta la revisión de las referencias bibliográficas que abordan el estudio de la didáctica de la estadística y probabilidad [SET1].

### **Figura 15**

*Recursos de apoyo, sitios web y videos de la primera unidad del curso PE*





Nota. Tomado de *Pensamiento Estocástico* (SEP, 2019, pp. 26 – 27).

## B. Unidad 2. Teoría de la probabilidad

En la Tabla 11 se muestra la ficha de registro con los resultados obtenidos del análisis efectuado a la segunda unidad de aprendizaje “Teoría de la probabilidad”.

**Tabla 11**

*Ficha de registro para el análisis de contenido de la segunda unidad de aprendizaje de PE*

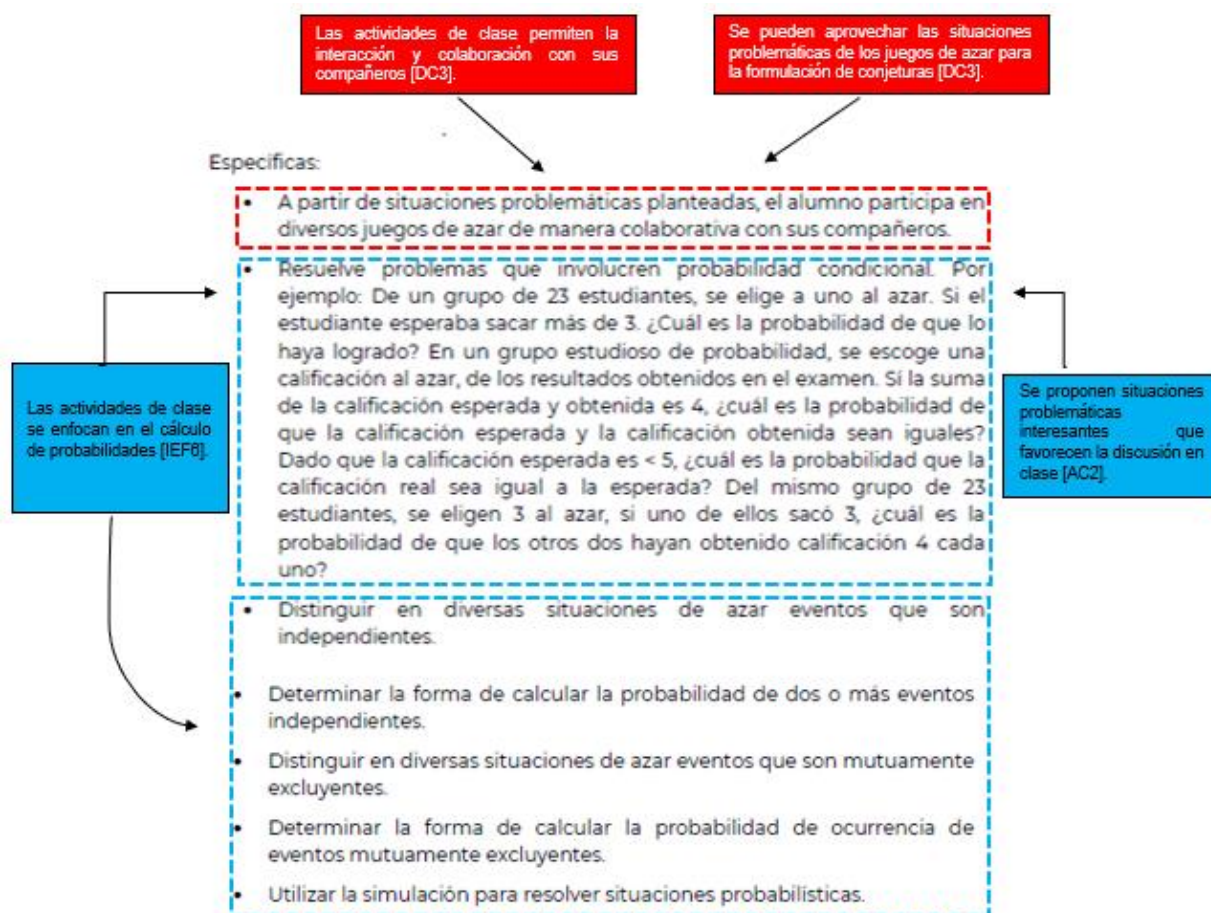
<i>Pensamiento estocástico</i>		
<i>Unidad 2. Teoría de la probabilidad</i>		
<b>Categoría</b>	<b>Código del Indicador</b>	<b>Argumento</b>

<b>Ideas estadísticas fundamentales</b>	<b>IEF1</b>	Los datos están presentes en fenómenos aleatorios y juegos de azar que se llevan a cabo por los profesores normalistas a través de simulaciones.
	<b>IEF6</b>	Se revisan temas pertenecientes a la teoría de la probabilidad como lo son: probabilidad clásica, eventos mutuamente excluyentes y regla de la suma, teorema de Bayes, cálculo de la probabilidad condicional, axiomas de la teoría de la probabilidad y teoremas básicos. El propósito de la unidad consiste en que el profesor normalista articule la combinatoria, la estadística y la probabilidad, para facilitar el estudio de una situación modelada, mediante el análisis de los problemas que dieron origen a la probabilidad y a la probabilidad condicional
<b>Conjunto de datos</b>	<b>CD1</b>	Los datos están presentes en fenómenos aleatorios y juegos de azar que se llevan a cabo por los profesores normalistas a través de simulaciones.
<b>Actividades de clase</b>	<b>AC2</b>	Las actividades específicas consisten en que los estudiantes distingan si dos eventos son independientes en diversas situaciones aleatorias, determinen la forma de calcular la probabilidad de dos o más eventos independientes, distingan en diversas situaciones de azar aquellos eventos que son mutuamente excluyentes y calculen su probabilidad de ocurrencia.
	<b>AC3</b>	Una de las actividades consiste en que los estudiantes, a partir de situaciones problema planteadas, participen en diversos juegos de azar de manera colaborativa con sus compañeros.
<b>Herramientas tecnológicas</b>	<b>HT1</b>	Se sugiere resolver y analizar las actividades de probabilidad de un libro Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo del proyecto EMAT (se proporciona la hoja electrónica en los recursos de apoyo).
	<b>HT2</b>	Se solicita utilizar recursos de apoyo como hojas electrónicas, calculadoras graficadoras, materiales analógicos para juegos de azar (dados, ruleta, urnas con bolas de colores, baraja inglesa) y juegos de azar virtuales.
	<b>HT3</b>	Se proporcionan sitios web (como Galileo, Arquímedes), apps (como Khan Academy) y canales de YouTube (como math2me y profesor10mates).
<b>Discusión en clase</b>	<b>DC3</b>	El análisis de las situaciones en las actividades específicas permite la discusión entre los estudiantes, donde se espera que argumenten desde la probabilidad y determinen la ocurrencia de eventos independientes y mutuamente excluyentes.
	<b>DC2</b>	Se promueve la utilización de la tecnología para los juegos de azar, resolver y analizar actividades relacionadas con el estudio de la probabilidad.
<b>Evaluación</b>	<b>E1</b>	Se considera evaluar el avance del portafolio electrónico con su respectiva reflexión, la recopilación de juegos que involucren el cálculo de la probabilidad clásica y probabilidad condicional, y el examen escrito.
	<b>E3</b>	Los criterios de evaluación corresponden con el propósito y los contenidos de la unidad de aprendizaje.
<b>Conocimiento didáctico</b>	<b>SET1</b>	Se solicita que el profesor normalista reflexione sobre situaciones de aprendizaje y enseñanza de contenidos de probabilidad.

En esta unidad de aprendizaje se presentan dos ideas estadísticas fundamentales: Datos [IEF1] (se presentan en *situaciones azarosas*) y Modelos de Probabilidad [IEF6] (se puede ver en la revisión de los temas correspondientes a *la teoría de la probabilidad*). En la Figura 16 se presentan las actividades específicas de esta segunda unidad “Teoría de la Probabilidad”.

**Figura 16**

*Actividades específicas de la segunda unidad del curso PE*



*Nota.* Tomado de *Pensamiento Estocástico* (SEP, 2019, pp. 31 – 32).

Las actividades de clase permiten que los futuros profesores normalistas distingan eventos independientes y mutuamente excluyentes, analizando distintas situaciones y discutiendo con sus compañeros, donde se argumente desde la perspectiva de la probabilidad ([AC2], [DC3]) (ver Figura 15).

Para las evidencias de evaluación, el profesor normalista debe de recopilar diversos juegos de azar que impliquen el cálculo de la probabilidad clásica y la probabilidad condicional [E1]. Además, debe de hacer una reflexión sobre situaciones de enseñanza-aprendizaje en cuanto a los temas correspondientes a la probabilidad [SET1].

### C. Unidad 3. Introducción a los procesos estocásticos de variable aleatoria continua y discreta

La Tabla 12 expone la ficha de registro con los resultados obtenidos del análisis efectuado a la tercera unidad de aprendizaje “Introducción a los procesos estocásticos de variable aleatoria continua y discreta”.

**Tabla 12**

*Ficha de registro para el análisis de contenido de la tercera unidad de aprendizaje de PE*

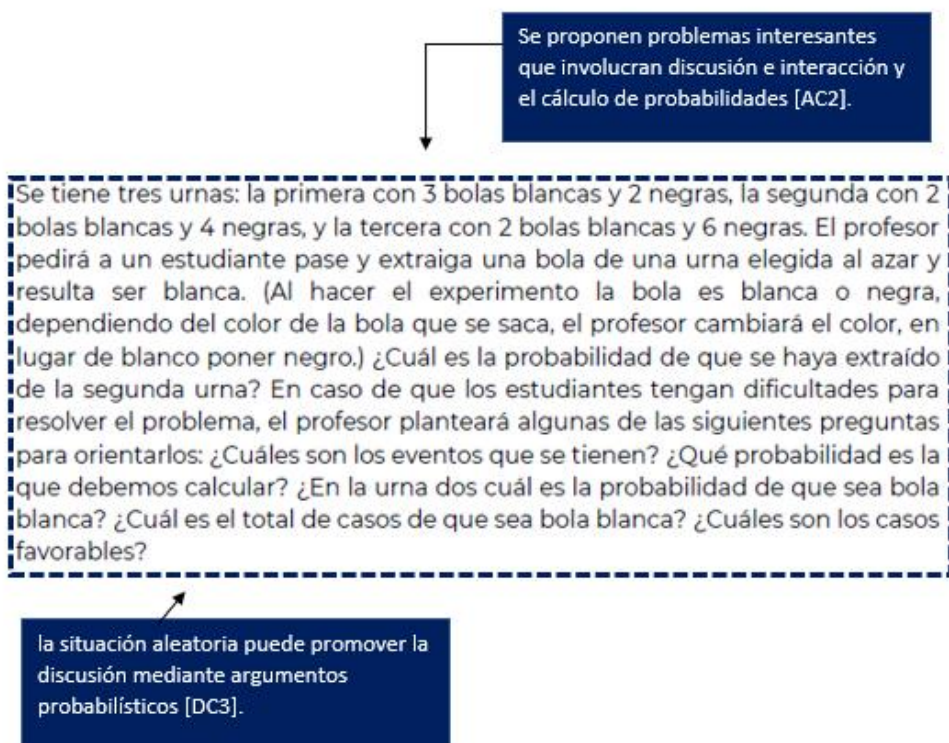
<i>Pensamiento estocástico</i>		
<i>Unidad 3. Introducción a los procesos estocásticos de variable aleatoria continua y discreta</i>		
<b>Categoría</b>	<b>Código del Indicador</b>	<b>Argumento</b>
<b>Ideas estadísticas fundamentales</b>	<b>IEF1</b>	Los datos se presentan en los juegos de azar y a partir de situaciones problema.
	<b>IEF6</b>	Se abordan los tipos de variables aleatorias (continuas y discretas) y distribución de probabilidades.
	<b>IEF2</b>	Se aborda el estudio del valor esperado y la varianza de funciones de densidad de probabilidad para modelar situaciones de variable aleatoria continua.
	<b>IEF3</b>	Se aborda el estudio de valor esperado y la varianza de distribuciones de probabilidad discretas.
<b>Conjunto de datos</b>	<b>CD1</b>	Los datos se presentan en los juegos de azar y a partir de situaciones problema.
<b>Actividades de clase</b>	<b>AC2</b>	Los estudiantes participan en diversos juegos de azar y en situaciones problema que involucran eventos independientes. En colaboración con sus compañeros analizan: 1) los diferentes casos favorables, 2) la probabilidad que se debe de calcular, 3) cuáles son los eventos que se tienen, entre otros.
<b>Herramientas tecnológicas</b>	<b>HT1</b>	Se sugiere resolver y analizar las actividades de probabilidad de un libro Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo del proyecto EMAT (se proporciona la hoja electrónica en los recursos de apoyo).
	<b>HT2</b>	Se solicita utilizar recursos de apoyo como hojas electrónicas, calculadoras graficadoras, materiales analógicos para juegos de azar (dados, ruleta, urnas con bolas de colores, baraja inglesa) y juegos de azar virtuales.
	<b>HT3</b>	Se proporcionan sitios web (como Galileo, Arquímedes), apps (como Khan Academy) y canales de YouTube (como math2me y profesor10mates).
<b>Discusión en clase</b>	<b>DC3</b>	A partir de problemas de probabilidad y juegos de azar, los estudiantes realizan discusiones, por ejemplo, sobre la probabilidad de un evento.
	<b>DC2</b>	Se promueve la utilización de la tecnología para los juegos de azar, resolver y analizar actividades relacionadas con el estudio de la probabilidad.

<b>Evaluación</b>	<b>E1</b>	Las evidencias de evaluación consisten en la recopilación problemas de estocásticos y el análisis de los procedimientos de resolución, el examen escrito, la reflexión sobre las estrategias didácticas en la enseñanza de la combinatoria y el razonamiento inductivo, y finalmente la entrega portafolio electrónico de evidencias.
	<b>E3</b>	Los criterios de evaluación corresponden al propósito y los contenidos de la unidad.
<b>Conocimiento didáctico</b>	<b>SET1</b>	El propósito de la unidad establece que se reflexione sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad. Asimismo, se contemplan trabajos de investigación y didáctica de la probabilidad.
	<b>SET3</b>	El propósito de la unidad pretende que se conformen marcos explicativos acordes con la propuesta de la didáctica de la probabilidad.
	<b>SET4</b>	Uno de los criterios de evaluación considera que el estudiante normalista evalúe situaciones de aprendizaje de contenidos matemáticos utilizando marcos referenciales en Didáctica de la probabilidad.
	<b>SET5</b>	Se propone el software GeoGebra para la enseñanza de la probabilidad dentro de la bibliografía.

En esta unidad de aprendizaje se presentan algunas ideas estadísticas fundamentales: Datos [IEF1] (se presentan en *juegos de azar y situaciones problema*), y Modelos de Probabilidad [IEF6] (se hace referencia en *modelar situaciones de variable aleatoria continua*), Distribución [IEF3] y Variación [IEF2] (se aborda el estudio del *valor esperado y la varianza en distribuciones de probabilidad discretas y continuas*). Dentro de las situaciones problema que se plantean en esta unidad de aprendizaje, se propone un ejemplo en la Figura 17.

## Figura 17

Situación problema de la segunda unidad del curso PE



Nota. Tomado de *Pensamiento Estocástico* (SEP, 2019, p. 40).

Con esta actividad se pretende que el estudiante normalista discuta con sus compañeros de clase a partir de preguntas vinculadas al cálculo de probabilidades de eventos independientes [AC2].

Uno de los objetivos de la tercera unidad es que el estudiante normalista diseñe una situación didáctica de probabilidad, la cual se pretende que se conformen marcos explicativos acordes con dicha propuesta. Asimismo, que evalúe situaciones de aprendizaje desde marcos referenciales en la Didáctica de la probabilidad [SET4].

En la bibliografía se contempla un artículo (Inzunza, 2014) que promueve la utilización del software dinámico GeoGebra como una herramienta cognitiva para la enseñanza de la probabilidad [SET5]. También se consideran trabajos de investigación dentro de la bibliografía básica y complementaria, que pretende enriquecer el conocimiento didáctico del profesor en formación [SET3], como se puede ver en la Figura 18.



**Figura 18**

*Bibliografía complementaria de la tercera unidad del curso PE*

En la tercera unidad del curso PE se busca favorecer el conocimiento didáctico del estudiante normalista, énfasis en la enseñanza y comprensión del enfoque frecuencial de la probabilidad en segundo grado de secundaria [SET1].

**Bibliografía complementaria**

Enseñanza y comprensión del enfoque frecuencial de la probabilidad en segundo grado de secundaria

Elizarrarás, Saúl (2005). Enseñanza y comprensión del enfoque frecuencial de la probabilidad en segundo grado de secundaria. En Lezama, Javier; Sánchez, Mario; Molina, Juan Gabriel (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 71-78). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Johnson, R. (2008). *Estadística Elemental: Lo Esencial*. México: Cengage.

Nieves, A. y Domínguez, F. (2010). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería, un enfoque moderno*. Editorial Mc Graw Hill. México

Rivera, M. (2014). *Probabilidad y Estadística*. México: GAFRA Editores.

Sánchez, E. (2013). *Elementos de Estadística y su Didáctica a Nivel bachillerato*. México: SEP.

Sánchez, Octavio. (2003). *Probabilidad y Estadística*. México: McGraw-Hill.

*Nota.* Tomado de *Pensamiento Estocástico* (SEP, 2019, p. 44).

**D. Reflexiones acerca del razonamiento estadístico en el curso PE**

En este apartado se presenta la Tabla 13, donde se evidencia la presencia de los elementos del RE en las tres unidades de aprendizaje del programa del curso PE. Cabe aclarar que las celdas sombreadas muestran aquellos indicadores que se identificaron durante el análisis.

**Tabla 13**

*Resultados del análisis de contenido del programa del curso PE*

Unidad / Indicador	Ideas estadísticas fundamentales	Conjunto de datos	Actividades de clase	Herramientas tecnológicas	Discusión en clase	Evaluación	Conocimiento didáctico
Unidad 1 Fundamentos de la probabilidad	IEF1	CD1	AC1	HT1	DC1	E1	SET1
	IEF2						SET2
	IEF3	CD2	AC2	HT2	DC2	E2	SET3
	IEF4						SET4
	IEF5	CD3	AC3	HT3	DC3	E3	SET5
	IEF6						SET5
	IEF7						SET5
Unidad 2	IEF1	CD1	AC1	HT1	DC1	E1	SET1
	IEF2						SET1

Teoría de la probabilidad	<b>IEF3</b>	<b>CD2</b>	<b>AC2</b>	<b>HT2</b>	<b>DC2</b>	<b>E2</b>	<b>SET2</b>
	<b>IEF4</b>				<b>DC3</b>		<b>SET3</b>
	<b>IEF5</b>	<b>CD3</b>	<b>AC3</b>	<b>HT3</b>	<b>DC3</b>	<b>E3</b>	<b>SET4</b>
	<b>IEF6</b>						<b>SET5</b>
	<b>IEF7</b>						<b>CD4</b>
Unidad 3 Introducción a los procesos estocásticos de variable aleatoria continua y discreta	<b>IEF1</b>	<b>CD1</b>	<b>AC1</b>	<b>HT1</b>	<b>DC1</b>	<b>E1</b>	<b>SET1</b>
	<b>IEF2</b>						
	<b>IEF3</b>	<b>CD2</b>	<b>AC2</b>	<b>HT2</b>	<b>DC2</b>	<b>E2</b>	<b>SET2</b>
	<b>IEF4</b>						
	<b>IEF5</b>	<b>CD3</b>	<b>AC3</b>	<b>HT3</b>	<b>DC3</b>	<b>E3</b>	<b>SET4</b>
	<b>IEF6</b>						<b>SET5</b>
	<b>IEF7</b>						<b>CD4</b>

Durante las tres unidades del curso PE puede notarse la presencia de algunas ideas estadísticas fundamentales, especialmente los Datos [IEF1] y Modelos de Probabilidad [IEF6]. Dejando ausentes ideas como Relaciones de asociación y modelado entre dos variables [IEF5] y Muestreo e Inferencia [IEF7].

El uso de conjuntos de datos es limitado en el curso PE, ya que solo se identifica el trabajo con datos recolectados a partir de situaciones aleatorias [CD1] a lo largo de las tres unidades de aprendizaje. Por ello, consideramos que los datos no son el centro del aprendizaje estadístico en este curso.

Las actividades de clase del curso PE no se limitan solo a los juegos de azar; sino que también plantea situaciones problema y experimentos aleatorios donde interviene la probabilidad frecuencial, teórica y condicional ([AC2] y [AC3]). Sin embargo, no se sugiere alguna actividad donde los estudiantes lleven a cabo una investigación donde recaben datos, los analicen y los presenten, lo cual podría ser de gran utilidad en el estudio de los estocásticos.

Uno de los aspectos notables en este curso es la presencia de las herramientas tecnológicas (hojas electrónicas de cálculo, juegos de azar virtuales, software dinámico, videos educativos de YouTube, sitios web educativos, aplicaciones educativas, y calculadoras graficadoras), donde se especifica la forma de utilizar algunos de estos recursos ([HT1], [HT2] y [HT3]). Por ejemplo, las hojas de cálculo se destinan para el análisis de problemas de probabilidad en libros de texto de matemáticas. Otro aspecto a destacar es que, en la bibliografía complementaria, se considera el software GeoGebra como una herramienta para simular y optimizar experimentos aleatorios.

Si bien el programa del curso PE se sugieren dos canales de YouTube: math2me y profe10demates, consideramos prudente ampliar este repertorio, con canales como: Daniel Carreón, Susi Profe, El profe Alex, Matemóvil, entre otros; los cuales ofrecen una serie de videos donde se trabajan temas correspondientes al estudio de la probabilidad y la estadística.



En suma, el futuro profesor puede incorporar estos recursos digitales en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La discusión en clase del curso PE puede aprovecharse con el análisis de datos de diferentes situaciones problema, así como en los juegos de azar y experimentos aleatorios que el programa propone a lo largo de las tres unidades de aprendizaje [DC3]. Además, un aspecto favorable es que se sugiere utilizar la tecnología en las actividades y para generar discusión [DC2].

Los criterios de evaluación se alinean con el propósito y los contenidos del curso [E3], asimismo, la evaluación es alternativa de forma que se consideran diferentes evidencias como el portafolio electrónico, el examen, la recopilación de juegos de azar y de problemas de estocástica, así como el ensayo sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de la probabilidad, la combinatoria y el razonamiento inductivo [E1].

En el curso PE se ve favorecido el conocimiento didáctico del estudiante normalista, de manera que este elabora un ensayo de reflexión sobre las estrategias didácticas y el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos de probabilidad [SET1]. De la misma forma, el curso PE considera el software GeoGebra como una herramienta tecnológica para la didáctica de la probabilidad [SET5].

De manera general, podemos establecer que el curso PE aporta al RE de los estudiantes normalistas, de manera que existe presencia de algunas ideas estadísticas fundamentales. Además, las actividades de clase pueden ser aprovechadas para el trabajo con datos reales, vinculadas con la discusión en clase, la colaboración e interacción entre compañeros. También, se proporciona un repositorio de herramientas tecnológicas y recursos de apoyo para el estudiante normalista, con el propósito de reflexionar sobre la enseñanza-aprendizaje de la probabilidad.

### **5.3. Estadística Inferencial**

El programa de estudios del curso EI (SEP, 2020) se imparte en el quinto semestre del Plan de Estudios de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria, para la formación de profesores de Matemáticas. El propósito general del curso EI consiste en:

Que el estudiantado establezca hipótesis estadísticas sobre comportamientos de poblaciones y muestras en contextos escolares y sociales, y las valide matemáticamente mediante el empleo de métodos estadísticos de análisis inferencial de información cuantitativa, en el marco de la resolución de problemas, con el fin de tener herramientas para la toma de decisiones fundamentadas en su vida personal y profesional y como metodología en la iniciación de la investigación en el aula. (SEP, 2019, p. 5).

Este curso pertenece al trayecto formativo “Formación para la enseñanza y el aprendizaje”. Se asocia con otros cursos simultáneos, especialmente con Metodología de la investigación, por su relación teórica-metodológica para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje, y los procesos de iniciación científica que permiten la mejora de la práctica docente a través de la reflexión y la investigación en el aula. De igual forma, está relacionado con el curso de Innovación para la docencia.

Además, el enfoque holista de la licenciatura favorece la vinculación con cursos que se imparten en otros semestres, como TI (retoma conceptos y modelos de distribuciones de frecuencias) y PE (se introduce la noción de variable aleatoria discreta y continua). Asimismo, mantiene cierta relación con los cursos de Geometría analítica y Matemáticas en la ciencia y la tecnología.

Los conocimientos matemáticos que derivan de la estadística inferencial ayudan a comprender información y permiten tomar decisiones en distintos escenarios como la debacle financiera, un desastre ecológico, entre otros. Por ejemplo, el caso de la pandemia SARS-CoV-2 (COVID-19) evidenció la necesidad de nociones matemáticas básicas para la comunicación entre las instituciones gubernamentales con los ciudadanos durante la crisis.

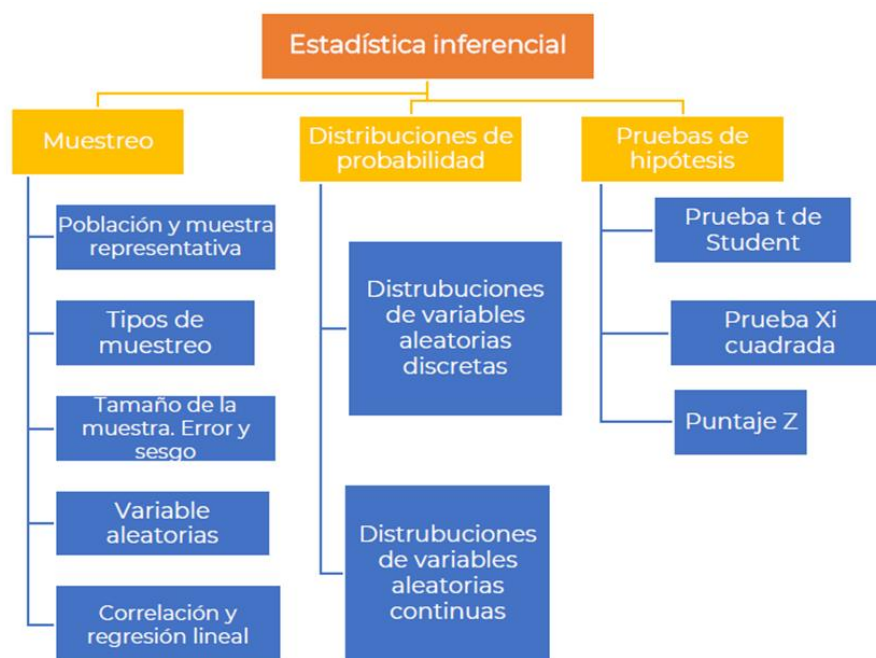
La estadística inferencial, como contenido escolar, tiene un impacto en la formación inicial docente, ya que en su estudio puede plantear retos didácticos importantes, como la posibilidad de medir y modelar fenómenos aleatorios, la lógica que subyace la ley de los grandes números, y la posibilidad de la predicción y la inferencia.

Otra de las herramientas que ofrece el estudio de EI al profesor de matemáticas es que le permite analizar resultados de pruebas estandarizadas, puesto que estas tienen una distribución probabilística, lo cual permite identificar la tendencia y dispersión de la población.

El abordaje de este curso permitirá a los egresados tener un conocimiento matemático, así como las competencias necesarias para elaborar planeaciones didácticas, secuencias didácticas de manera colegiada (propiciando un ambiente para el aprendizaje y la resolución de problemas) y estrategias de evaluación innovadoras. Lo cual implica que el profesor en formación tenga un acercamiento a sus estudiantes y percepción del contexto social de la escuela donde realiza su práctica profesional. El programa del curso EI se divide en tres unidades de aprendizaje, como se puede apreciar en la Figura 19.

**Figura 19**

*Estructura del curso Estadística Inferencial*



*Nota.* Tomado de *Estadística Inferencial* (SEP, 2020, p. 15).

El programa del curso en cuestión contempla competencias del perfil de egreso que se dividen en genéricas, profesionales y disciplinares. Dichas competencias se pretenden favorecer a lo largo de las tres unidades que abarca el curso EI y se presentan a continuación en la Tabla 14.

**Tabla 14**

*Competencias del perfil de egreso del curso EI*

<i>Competencias del perfil de egreso favorecidas en el curso EI</i>	
<b>Competencias genéricas</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Soluciona problemas y toma decisiones utilizando su pensamiento crítico y creativo.</li> <li>• Aprende de manera autónoma y muestra iniciativa para autorregularse y fortalecer su desarrollo personal.</li> <li>• Colabora con diversos actores para generar proyectos innovadores de impacto social y educativo.</li> <li>• Utiliza las tecnologías de la información y la comunicación de manera crítica.</li> <li>• Aplica sus habilidades lingüísticas y comunicativas en diversos contextos.</li> </ul>
<b>Competencias profesionales</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliza conocimientos de las Matemáticas y su didáctica para hacer transposiciones de acuerdo con las características y contextos de los estudiantes a fin de abordar los contenidos curriculares de los planes y programas de estudio vigentes.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Caracteriza a la población estudiantil con la que va a trabajar para hacer transposiciones didácticas congruentes con los contextos y los planes y programas.</li> <li>○ Articula el conocimiento de las Matemáticas y su didáctica para conformar marcos explicativos y de intervención eficaces.</li> <li>○ Utiliza los elementos teórico-metodológicos de la investigación como parte de su formación permanente en las Matemáticas.</li> <li>○ Relaciona sus conocimientos matemáticos con los contenidos de otras disciplinas desde una visión integradora para propiciar el aprendizaje de sus estudiantes.</li> <li>● Diseña los procesos de enseñanza y aprendizaje de acuerdo con los enfoques vigentes de las Matemáticas, considerando el contexto y las características de los estudiantes para lograr aprendizajes significativos.       <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Reconoce los procesos cognitivos, intereses, motivaciones y necesidades formativas de los estudiantes para organizar las actividades de enseñanza y aprendizaje.</li> <li>○ Propone situaciones de aprendizaje de las Matemáticas, considerando los enfoques del plan y programa vigentes; así como los diversos contextos de los estudiantes.</li> </ul> </li> <li>● Evalúa los procesos de enseñanza y aprendizaje desde un enfoque formativo para analizar su práctica profesional.       <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Valora el aprendizaje de los estudiantes de acuerdo a la especificidad de las Matemáticas y los enfoques vigentes.</li> <li>○ Diseña y utiliza diferentes instrumentos, estrategias y recursos para evaluar los aprendizajes y desempeños de los estudiantes considerando el tipo de saberes de las Matemáticas.</li> <li>○ Reflexiona sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, y los resultados de la evaluación, para hacer propuestas que mejoren su propia práctica.</li> </ul> </li> <li>● Gestiona ambientes de aprendizaje colaborativos e inclusivos para propiciar el desarrollo integral de los estudiantes.       <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Emplea los estilos de aprendizaje y las características de sus estudiantes para generar un clima de participación e inclusión.</li> <li>○ Utiliza información del contexto en el diseño y desarrollo de ambientes de aprendizaje incluyentes.</li> <li>○ Promueve relaciones interpersonales que favorezcan convivencias interculturales.</li> </ul> </li> <li>● Utiliza la innovación como parte de su práctica docente para el desarrollo de competencias de los estudiantes.       <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Implementa la innovación para promover el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes.</li> <li>○ Diseña y/o emplea objetos de aprendizaje, recursos, medios didácticos y tecnológicos en la generación de aprendizajes de las Matemáticas.</li> <li>○ Utiliza las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC), y Tecnologías del Empoderamiento y la Participación (TEP) como herramientas de construcción para favorecer la significatividad de los procesos de enseñanza y aprendizaje.</li> </ul> </li> <li>● Actúa con valores y principios cívicos, éticos y legales inherentes a su responsabilidad social y su labor profesional con una perspectiva intercultural y humanista.</li> </ul>
--	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Sustenta su labor profesional en principios y valores humanistas que fomenten dignidad, autonomía, libertad, igualdad, solidaridad y bien común, entre otros.</li> <li>○ Soluciona de manera pacífica conflictos y situaciones emergentes</li> </ul>
<b>Competencias disciplinares</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Construye argumentos para diseñar y validar conjeturas en todas las áreas de las matemáticas en diferentes situaciones. <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Analiza distintas situaciones que lleven a diseñar una conjetura.</li> <li>○ Diseña estrategias para validar conjeturas a partir del análisis de información cuantitativa y cualitativa.</li> <li>○ Argumenta de forma coherente y clara si las conjeturas son verdaderas o falsas.</li> </ul> </li> <li>● Articula las distintas ramas de las Matemáticas incorporando otras disciplinas para facilitar el análisis de una situación modelada. <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Construye relaciones entre la geometría y el álgebra, el álgebra y la estadística, la aritmética y la probabilidad entre otras.</li> <li>○ Utiliza herramientas tecnológicas para analizar y modelar situaciones.</li> </ul> </li> </ul>

*Nota.* Tomado de *Estadística Inferencial* (SEP, 2020, pp. 12 – 13).

El curso EI brinda las herramientas necesarias para el análisis de los datos, el diseño de investigaciones y la toma de decisiones. Es necesario que este curso favorezca el diseño de situaciones didácticas pertinentes a las características del estudiantado. El profesor en formación recuperará situaciones de los contextos sociales más amplios para formar a sus alumnos con conocimientos que le ayuden a leer la realidad y tomar decisiones responsables para sí mismos y con la sociedad.

### A. Unidad 1. Muestreo

En la Tabla 15 se presenta la ficha de registro con los resultados obtenidos del análisis efectuado a la primera unidad de aprendizaje “Muestreo”.

**Tabla 15**

*Ficha de registro para el análisis de contenido de la primera unidad de aprendizaje de EI*

<i>Estadística inferencial</i>		
<i>Unidad 1. Muestreo</i>		
<b>Categoría</b>	<b>Código del Indicador</b>	<b>Argumento</b>
<b>Ideas estadísticas fundamentales</b>	<b>IEF1</b>	Una de las actividades específicas consiste en recopilar información por medio de formularios para conocer el uso de las tecnologías para el estudio de las matemáticas.
	<b>IEF5</b>	Se revisan contenidos como correlación y regresión lineal, variables aleatorias.
	<b>IEF2</b>	En las actividades se busca hacer inferencias sobre el comportamiento de una variable de una población, a partir del análisis del comportamiento de variables de un grupo, cuyos miembros han sido elegidos de manera aleatoria

	<b>IEF6</b>	Una de las actividades específicas consiste en que el profesorado y el estudiantado recuperen saberes previos sobre las reglas para el manejo de las probabilidades, valor esperado y varianza de distribución de probabilidad, etc.	
	<b>IEF3</b>		
	<b>IEF7</b>		Se revisan contenidos temáticos como población y muestra representativa, tipos de muestreo, tamaño de la muestra y error de muestreo y sesgo.
	<b>IEF4</b>		Inferir características de situaciones actuales y futuras a partir de gráficos de regresiones lineales.
<b>Conjunto de datos</b>	<b>CD1</b>	El estudiante normalista caracteriza a la población de alumnos de nivel secundaria, mediante el muestreo y el análisis estadístico.	
	<b>CD2</b>	Se caracteriza a la población estudiantil adolescente a partir de los datos recuperados por los estudiantes normalistas.	
	<b>CD3</b>	Se consideran diferentes formas de recopilar datos como cuestionarios, bases de datos como la INEGI o resultados de evaluaciones estandarizadas como TALIS.	
<b>Actividades de clase</b>	<b>AC1</b>	Una de las actividades específicas busca aplicar un cuestionario sobre el uso de las tecnologías para el estudio de las matemáticas. Asimismo, se considera la aplicación del diseño y cálculo del tamaño de la muestra en el muestreo de estudiantes de la escuela de práctica profesional.	
	<b>AC3</b>	Se analizan resultados de evaluaciones como TALIS para analizar las correlaciones a partir de los cuales es posible inferir características de algunas poblaciones de estudiantes de educación secundaria.	
<b>Herramientas tecnológicas</b>	<b>HT2</b>	Se contempla la utilización de softwares estadístico para procesar la información.	
	<b>HT3</b>	Se sugiere realizar búsquedas y participar en plataformas como Khan Academy sobre lo que el estudiantado no recuerde.	
	<b>HT1</b>	El propósito de la unidad de aprendizaje consiste en que se utilicen herramientas tecnológicas para innovar la enseñanza y para caracterizar la población estudiantil.	
<b>Discusión en clase</b>	<b>DC1</b>	Se busca que el profesor normalista describa el comportamiento de algunas variables correspondientes a una muestra.	
	<b>DC3</b>	Se busca que el estudiante normalista argumente las necesidades formativas de los alumnos, a partir de su caracterización.	
	<b>DC2</b>	Se sugiere la elaboración de un video para exponer las principales características de la diversidad de la población adolescente en educación secundaria en México, a partir del análisis de datos estadísticos	
<b>Evaluación</b>	<b>E4</b>	Se favorece la retroalimentación del aprendizaje por parte del profesor.	
	<b>E1</b>	Se sugiere evaluar con distintos instrumentos como videos o textos escritos.	
	<b>E3</b>	Los criterios de evaluación están acordes al propósito y contenidos de la unidad	
	<b>SET2</b>	Se tiene un acercamiento con los estudiantes con los que trabaja, con el fin de conocer el comportamiento de algunas variables.	

<b>Conocimiento didáctico</b>	<b>SET3</b>	Compilar situaciones cotidianas en las que intervienen datos cuantitativos organizados para los estudiantes de educación obligatoria.
	<b>SET5</b>	Se hace uso de las herramientas tecnológicas para innovar la enseñanza.
	<b>SET1</b>	Se sugiere plantear una actividad integradora de las tres unidades que podría ser un estudio experimental o cuasi experimental sobre alguna secuencia innovadora que diseñen en este curso o en el curso de Innovación para la docencia. Se sugiere diseñar un cuestionario de forma digital para recopilar datos. Se considera bibliografía complementaria de estadística y didáctica de la matemática.

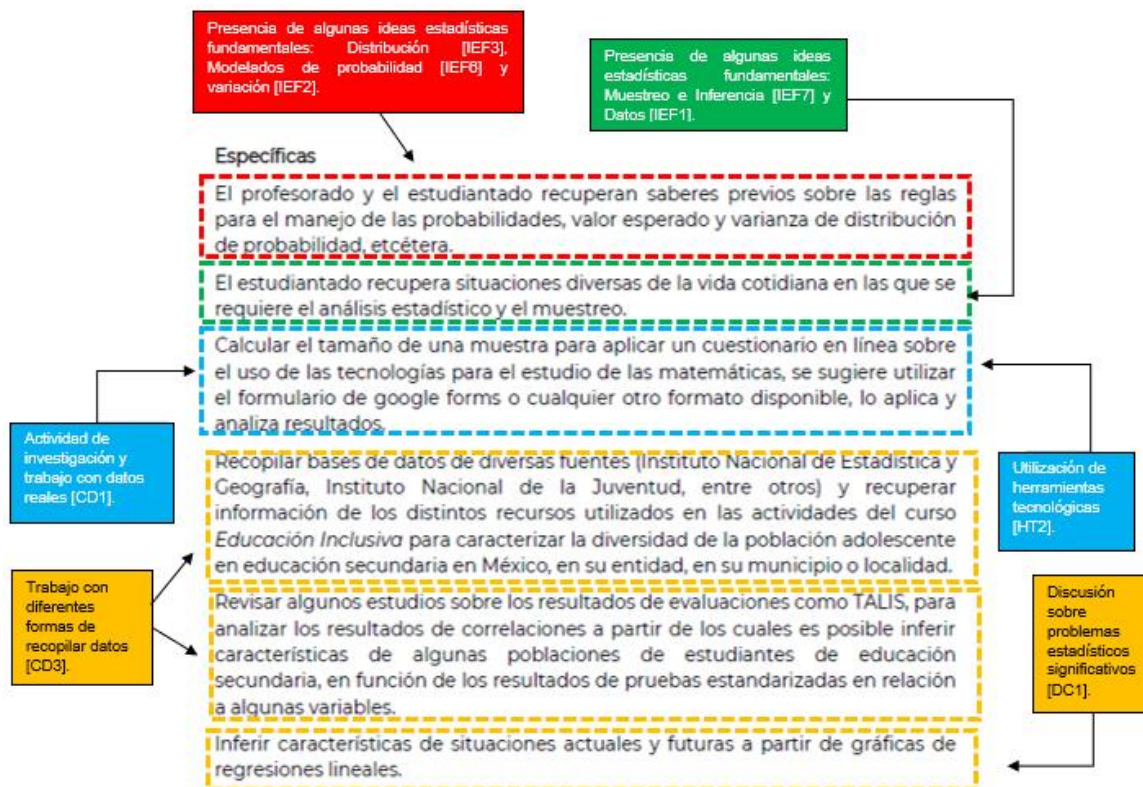
En esta unidad de aprendizaje se presentan algunas ideas estadísticas fundamentales: Datos [IEF1] (*se recopila información por medio de cuestionarios*), Modelos de Probabilidad [IEF6] (*se recurre al manejo de probabilidad*), Distribución [IEF3] (*se hace uso de distribuciones de probabilidad*), Variación [IEF2] (*se analiza el comportamiento de variables*), Relaciones de asociación y modelado entre dos variables [IEF5] (*se revisan contenidos como regresión lineal y correlación*), Representación [IEF4] (*se hacen inferencias a partir de gráficos*), Muestreo e Inferencia [IEF7] (*se trabajan temas como población y muestra*).

En esta unidad predomina el muestreo e inferencia, debido a que se revisan contenidos como población, muestra representativa, tipos de muestreo, tamaño de la muestra, error de muestreo y sesgo. De la misma manera, se proponen ciertas actividades donde el estudiante normalista requiere del análisis estadístico y el muestreo, por ejemplo, en situaciones diversas de la vida cotidiana [AC1]. Estas actividades de clase favorecen el propósito de la unidad, involucrando tecnología, abriendo paso al dialogo, la colaboración y la investigación ([AC1] y [HT1]) (ver Figura 19).



**Figura 19**

*Actividades específicas de la primera unidad del curso EI*



*Nota.* Tomado de *Estadística Inferencial* (SEP, 2020, p. 22).

En cuanto al aprovechamiento de las herramientas tecnológicas, se sugiere al formador que utilice plataformas como Khan Academy, para que los estudiantes normalistas puedan recordar conceptos de cursos anteriores, los cuales son necesarios para el curso EI [HT3]).

El trabajo con los datos juega un papel importante en esta unidad de aprendizaje. Esto se debe a que parte del propósito de la unidad es que el estudiante normalista caracterice a la población estudiantil adolescente, recuperando datos reales de su contexto. De esta forma, los datos son punto de partida para próximas tareas donde se hacen inferencias. En suma, se consideran diferentes formas de recopilar datos, tanto por cuestionarios como por medio de bases de datos como la INEGI ([AC2], [IEF1], [CD3]).

Las actividades vinculadas al muestreo y descripción del comportamiento de algunas variables, permiten al estudiantado normalista discutir acerca de las características de los alumnos de nivel secundaria con los que efectúan su práctica docente. De forma que se pueden argumentar las necesidades formativas de los alumnos adolescentes, detectadas a la luz de la caracterización, para poder fundamentar la innovación en la enseñanza y para atender las necesidades educativas [SET2].



## B. Unidad 2. Distribuciones de probabilidad

En la Tabla 16 se muestra la ficha de registro con los resultados obtenidos del análisis efectuado a la tercera unidad de aprendizaje “Distribuciones de probabilidad”.

**Tabla 16**

*Ficha de registro para el análisis de contenido de la segunda unidad de aprendizaje de EI*

<i>Estadística inferencial</i>		
<i>Unidad 2. Distribuciones de probabilidad</i>		
<b>Categoría</b>	<b>Código del Indicador</b>	<b>Argumento</b>
<b>Ideas estadísticas fundamentales</b>	<b>IEF1</b>	Se consideran diferentes formas de recopilación de datos, por ejemplo, información de la Organización Mundial de la Salud, de la Secretaría de Salud en sus diversas áreas y mediante videos de YouTube.
	<b>IEF6</b>	En esta unidad de aprendizaje se recuperan diversas situaciones que requieren ser modeladas mediante distribuciones de probabilidad.
	<b>IEF7</b>	El estudiante normalista recupera situaciones de la vida cotidiana para abordarlas mediante herramientas de la estadística inferencial.
	<b>IEF3</b>	Se abordan contenidos de distribuciones de dos variables aleatorias discretas (la distribución binomial o Bernoulli, la distribución hipergeométrica y la distribución hipergeométrica generalizada, y la distribución de Poisson) y distribuciones de variables aleatorias continuas (la distribución normal y la distribución exponencial).
	<b>IEF4</b>	Se analizan diversos gráficos para identificar diversos aspectos de la distribución normal de probabilidad.
<b>Conjunto de datos</b>	<b>CD3</b>	Se consideran diferentes formas de recopilación de datos, por ejemplo, en bases de datos de la OMS.
	<b>CD1</b>	Se trabajan diferentes datos a partir de situaciones de áreas como la economía y la salud.
<b>Actividades de clase</b>	<b>AC2</b>	Dentro de las actividades específicas está el recuperar información sobre el Modelo Centinela de Vigilancia Epidemiológica, diseñado por la Organización Mundial de la Salud. Analizar diversos gráficos, identificar diversos aspectos de una distribución normal de probabilidad, y analizar la información de la Secretaría de Salud en diversas áreas.
<b>Herramientas tecnológicas</b>	<b>HT3</b>	Una de las actividades específicas consiste en analizar diversos videos en YouTube, u otra plataforma disponible, sobre el tratamiento de variables aleatorias discretas y conceptualizar los contenidos y algoritmos de las distribuciones de variables discretas.
	<b>HT1</b>	En el propósito de la unidad de aprendizaje se busca que los estudiantes normalistas utilicen recursos de la estadística inferencial y de las tecnologías de la información, para favorecer la práctica docente.
<b>Discusión en clase</b>	<b>DC3</b>	Se propone recuperar situaciones de la vida cotidiana donde es susceptible utilizar la estadística inferencial.

	<b>DC2</b>	Se proponen actividades donde se discutan conceptos estadísticos apoyándose de diferentes recursos digitales.
	<b>DC1</b>	Una de las actividades específicas consiste en conceptualizar las distribuciones de variables continuas y recuperar situaciones de diversos contextos: las finanzas, la biología, entre otros.
<b>Evaluación</b>	<b>E4</b>	Se favorece la retroalimentación de los aprendizajes.
	<b>E1</b>	Se sugiere el diseño de situaciones didácticas como orientadas a la población estudiantil de educación secundaria como evidencia de aprendizaje para la evaluación.
	<b>E3</b>	Los criterios de evaluación están alineados al propósito y contenidos de la unidad de aprendizaje.
<b>Conocimiento didáctico</b>	<b>SET2</b>	Se propone el diseño de una secuencia didácticas orientadas a alumnos de educación secundaria, de acuerdo a los contenidos vigentes del plan de estudios, considerando las características de la población adolescente.
	<b>SET3</b>	Se considera el diseño de procesos de enseñanza-aprendizaje innovadores en el aula, a partir de la recuperación de situaciones de la vida cotidiana, susceptibles de análisis estadístico.
	<b>SET5</b>	Se considera la utilización de recursos de la estadística inferencial y de las tecnologías de la información, para favorecer la práctica docente. Además, se diseñan situaciones didácticas, con y sin tecnología.
	<b>SET1</b>	En las actividades de aprendizaje se sugiere continuar con un trabajo articulado entre las tres unidades de aprendizaje centrado en la elaboración de secuencias didácticas dirigidas a estudiantes de secundaria. Además, en la bibliografía complementaria se considera trabajos de investigación en didáctica de la estadística y probabilidad.
	<b>SET4</b>	Se considera el diseño de propuestas innovadoras para la evaluación de los aprendizajes de matemáticas.

En la tabla anterior puede verse la presencia de algunas ideas estadísticas: Datos [IEF1] (se puede ver en la *recopilación de datos*), Modelos de Probabilidad [IEF6] (se contemplan las situaciones a *modelar mediante distribuciones de probabilidad*), Muestreo e Inferencia [IEF7] (se consideran mediante las *herramientas de la estadística inferencial*), Distribución [IEF3] (se abordan contenidos de *distribuciones de variables aleatorias discretas y continuas*), y Representación [IEF4] (se *analizan gráficos*).

La unidad “Distribuciones de probabilidad” del curso EI busca que se recuperen diversas situaciones que requieren ser modeladas mediante distribuciones de probabilidad, en función de las variables ([IEF3], [IEF6]). Asimismo, se prioriza una alfabetización estadística que permita la lectura, análisis y procesamiento de la información.

El trabajo con los datos continua a partir de su recolección en situaciones de la vida cotidiana, de forma que son abordados mediante herramientas de la estadística inferencial [IEF1]. En una de las actividades se solicita al futuro profesor normalista recuperar información sobre el Modelado Centinela de Vigilancia Epidemiológica, diseñado por la Organización Mundial de la Salud (OMS) [CD3]. En donde también se busca analizar gráficos estadísticos [IEF4],

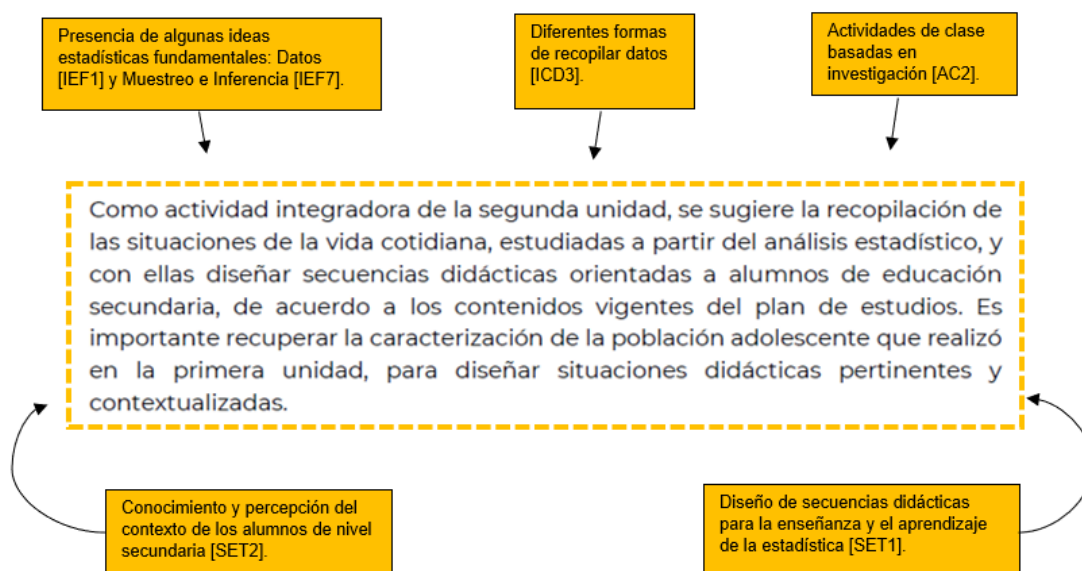
identificar diversos aspectos de una distribución normal de probabilidad [IEF3] y analizar la información de la Secretaría de Salud en diversas áreas [AC2].

No solo se busca indagar y trabajar la estadística inferencial en el área de la salud, sino también en otros contextos como las finanzas, la biología, entre otros [AC2]. De forma que se favorezca la conceptualización de las distribuciones de variables continuas a través de diferentes situaciones.

Las actividades de aprendizaje sugieren continuar con un trabajo que articula las tres unidades, centrado en la elaboración de secuencias didácticas dirigidas a estudiantes de educación secundaria ([AC1], [SET1]) (ver Figura 20).

### Figura 20

#### Actividad integradora de la segunda unidad del curso EI



Nota. Tomado de *Estadística Inferencial* (SEP, 2020, p. 32).

### C. Unidad 3. Prueba de hipótesis

En la Tabla 17 puede observarse la ficha de registro con los resultados obtenidos del análisis efectuado a la tercera unidad de aprendizaje “Prueba de hipótesis”.

**Tabla 17**

*Ficha de registro para el análisis de contenido de la tercera unidad de aprendizaje de EI*

<i>Estadística inferencial</i>		
<i>Unidad 3. Prueba de hipótesis</i>		
<b>Categoría</b>	<b>Código del Indicador</b>	<b>Argumento</b>

<b>Ideas estadísticas fundamentales</b>	<b>IEF1</b>	Se recuperan los resultados de evaluación de los estudiantes de nivel secundaria para la realización de pruebas de hipótesis.
	<b>IEF5</b>	Se efectúa el estudio experimental, donde se analiza el efecto de una variable independiente, que en este caso es el desarrollo de una secuencia didáctica, en variables dependientes, que son los aprendizajes de los estudiantes.
	<b>IEF7</b>	Se requiere de la toma de decisiones para admitir o desechar una hipótesis de investigación, con respecto a una hipótesis nula. Además, se trabajan temas como la prueba de hipótesis, prueba t de Student para dos muestras independientes, prueba $x^2$ , y la distribución z.
	<b>IEF4</b>	Se analiza el efecto de una variable independiente.
	<b>IEF2</b>	Se sugiere que el estudiante normalista reflexiona sobre si las implicaciones de la significancia de estadísticos de prueba en la toma de decisiones. Por ejemplo, si un grupo tiene de promedio 8 de calificación y el otro grupo tiene 8.5 ¿la diferencia de las medias es significativa?
	<b>IEF3</b>	Se continúa con el estudio de las distribuciones de probabilidad, relacionadas con pequeñas muestras.
	<b>IEF6</b>	
<b>Conjunto de datos</b>	<b>CD1</b>	A partir de la evaluación de los aprendizajes se recaban datos de los estudiantes para el análisis estadístico.
<b>Actividades de clase</b>	<b>AC1</b>	En esta tercera unidad el estudiantado recupera la situación didáctica (diseñada en la segunda unidad de aprendizaje de este curso) para incorporar el uso de soportes tecnológicos mediante GeoGebra e implementarla y evaluar el logro de los aprendizajes a través de prueba de hipótesis.
	<b>AC3</b>	Se sugiere argumentar en un formato libre la importancia del diseño de situaciones que requieren contextualización y de las estrategias didácticas implementadas o no.
	<b>AC2</b>	Se propone el diseño y puesta en marcha de un estudio experimental, donde se analiza el efecto de una variable independiente, que en este caso es el desarrollo de una secuencia didáctica, en variables dependientes, que son los aprendizajes de los estudiantes.
<b>Herramientas tecnológicas</b>	<b>HT3</b>	Se incorpora el uso de tecnologías mediante GeoGebra para favorecer el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de nivel secundaria.
<b>Discusión en clase</b>	<b>DC3</b>	Se sugiere un análisis estadístico de la implementación de situaciones didácticas y la evaluación de los aprendizajes.
	<b>DC2</b>	Se contempla el uso de recursos tecnológicos como GeoGebra para la implementación de una situación didáctica y la discusión de los resultados de evaluación.
<b>Evaluación</b>	<b>E4</b>	Se favorece la retroalimentación de los aprendizajes.
	<b>E1</b>	Se sugiere el diseño de situaciones didácticas como orientadas a la población estudiantil de educación secundaria como evidencia de aprendizaje para la evaluación.
	<b>E3</b>	Los criterios de evaluación están alineados al propósito y contenidos de la unidad de aprendizaje.
<b>Conocimiento didáctico</b>	<b>SET3</b>	Se sugiere implementar situaciones didácticas y recuperar los resultados de las evaluaciones de sus estudiantes en el espacio de práctica profesional o de grupos de la Escuela Normal.

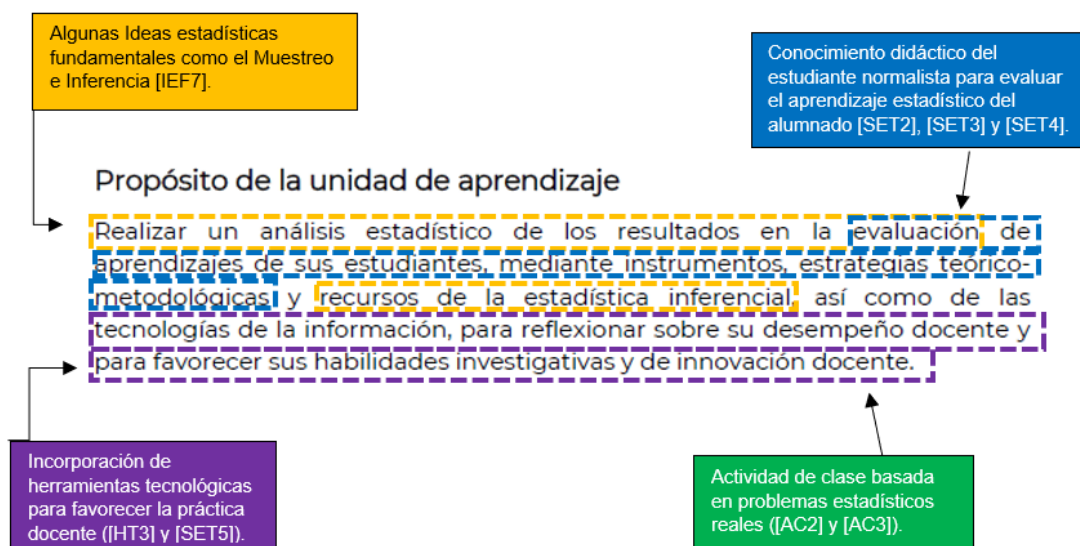
<b>SET4</b>	Se propone evaluar el conocimiento estadístico de los alumnos de nivel secundaria.
<b>SET5</b>	Se analizan los resultados de evaluación utilizando la estadística inferencial y las tecnologías de la información. Además, se propone la incorporación del uso del software Geogebra.
<b>SET2</b>	Se tiene un mayor acercamiento a la forma en cómo aprenden los estudiantes mediante el análisis de sus evaluaciones
<b>SET1</b>	Se busca que el estudiante normalista reflexione sobre su desempeño y favorezca sus habilidades investigativas y de innovación docente.

En la Tabla 17 puede observarse la presencia de algunas ideas estadísticas: Datos [IEF1] (se puede ver en la *recuperación de los resultados de evaluación*), Relaciones de asociación y modelado entre dos variables [IEF5] (se puede observar en la *comparación entre variables*), Muestreo e Inferencia [IEF7] (puede verse en la *toma de decisiones para la prueba de hipótesis*), Variación [IEF2] (está presente en la *reflexión sobre las implicaciones de la significancia de los estadísticos*), y Distribución [IEF3] y Modelos de Probabilidad [IEF6] (se continúa con el estudio de las *distribuciones de probabilidad, relacionadas con pequeñas muestras*).

La unidad “Prueba de hipótesis” del curso EI continúa el estudio de las distribuciones de probabilidad, tema de la unidad anterior. De manera que las pruebas de hipótesis que se proponen en esta tercera unidad, se relacionan con las distribuciones para muestras pequeñas. Requiriendo la toma de decisiones para admitir o desechar una hipótesis de investigación, con respecto a una hipótesis nula [IEF7]. En la Figura 21 se muestra el propósito de la unidad de aprendizaje, donde se puede notar la presencia de algunos elementos del RE.

**Figura 21**

*Propósito de la tercera unidad del curso EI*



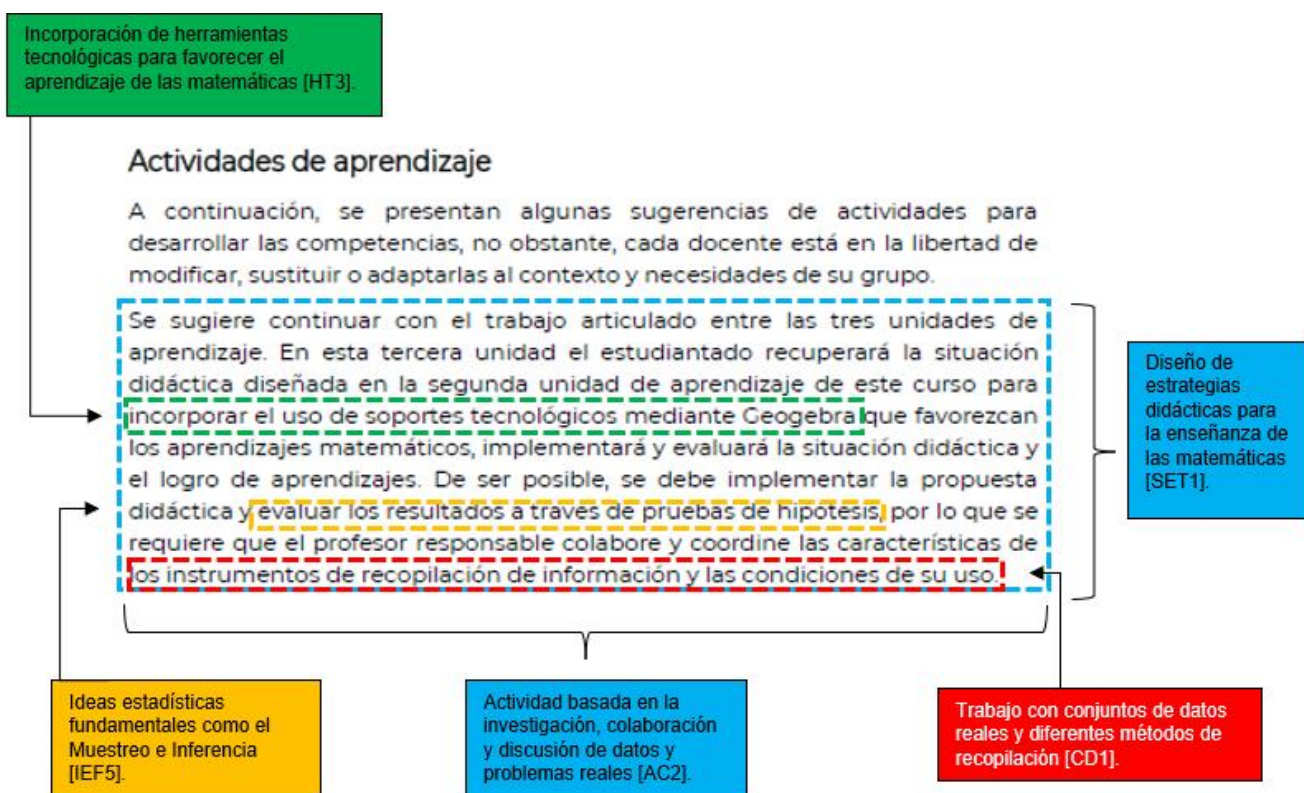
*Nota.* Tomado de *Estadística Inferencial* (SEP, 2020, p. 40).

La tercera unidad de aprendizaje sugiere continuar con el trabajo articulador entre las tres unidades que conforman el curso EI. En concreto, esta unidad el estudiantado normalista retoma la situación didáctica diseñada la unidad anterior, para incorporar herramientas tecnológicas como el software GeoGebra, que favorezcan el aprendizaje de los contenidos matemáticos ([HT3] y [SET5]). Es deseable que el futuro profesor normalista pueda implementar y evaluar la situación didáctica y el logro de los aprendizajes, en la escuela secundaria en la que lleva a cabo sus prácticas profesionales ([SET2], [SET3], [SET4]).

Posterior a la implementación de la situación didáctica, el estudiante normalista evaluará los resultados obtenidos a través de prueba de hipótesis, por lo que se requiere que el formador de profesores colabore y coordine las actividades correspondientes para la recopilación de información y las condiciones de su uso (ver Figura 22).

**Figura 22**

*Actividades de aprendizaje de la tercera unidad del curso EI*



*Nota.* Tomado de *Estadística Inferencial* (SEP, 2020, p. 40).

Otra de las actividades consiste en la elaboración de un estudio experimental sobre el aspecto de innovación que se aportó y que el alumnado normalista obtenga las conclusiones estadísticamente significativas de los resultados. En este estudio se busca analizar el efecto de

una variable independiente, que en este caso es el desarrollo de una secuencia didáctica, en variables dependientes, que consiste en ellos aprendizajes logrados por los alumnos de nivel secundaria [IEF5]. A partir de los resultados obtenidos de los análisis estadísticos que sugieren las actividades, los estudiantes normalistas pueden discutir mediante argumentos estadísticos ([IEF7] y [DC3]).

#### D. Reflexiones del razonamiento estadístico el curso EI

En este apartado se presenta la Tabla 18, donde se evidencia la presencia de los elementos del RE en las tres unidades de aprendizaje del programa del curso EI. Cabe destacar que las celdas sombreadas corresponden a aquellos indicadores que se identificaron durante el análisis.

**Tabla 18**

*Resultados del análisis de contenido del programa del curso EI*

Unidad / Indicador	Ideas estadísticas fundamentales	Conjunto de datos	Actividades de clase	Herramientas tecnológicas	Discusión en clase	Evaluación	Conocimiento didáctico
Unidad 1 Muestreo	IEF1	CD1	AC1	HT1	DC1	E1	SET1
	IEF2						SET2
	IEF3	CD2	AC2	HT2	DC2	E2	SET3
	IEF4						SET4
	IEF5	CD3	AC3	HT3	DC3	E3	SET5
	IEF6						SET5
	IEF7						CD4
Unidad 2 Distribuciones de probabilidad	IEF1	CD1	AC1	HT1	DC1	E1	SET1
	IEF2						SET2
	IEF3	CD2	AC2	HT2	DC2	E2	SET3
	IEF4						SET4
	IEF5	CD3	AC3	HT3	DC3	E3	SET5
	IEF6						SET5
	IEF7						CD4
Unidad 3 Pruebas de hipótesis	IEF1	CD1	AC1	HT1	DC1	E1	SET1
	IEF2						SET2
	IEF3	CD2	AC2	HT2	DC2	E2	SET3
	IEF4						SET4
	IEF5	CD3	AC3	HT3	DC3	E3	SET5
	IEF6						SET5
	IEF7						CD4

En el curso EI puede notarse una presencia de todas las ideas estadísticas fundamentales ([IEF1], [IEF2], [IEF3], [IEF4], [IEF5], [IEF6] y [IEF7]) a lo largo de las tres unidades de aprendizaje. Un aspecto para destacar es que, por primera vez, se hace presente la idea estadística de

Relaciones de asociación y modelado entre variables [IEF5] en la formación del profesor normalista.

El trabajo con los conjuntos de datos puede verse favorecido en la primera unidad del curso EI, donde los estudiantes normalistas recuperan datos mediante diferentes métodos de recolección [CD3], así como el análisis de los resultados de evaluación de los aprendizajes logrados en los estudiantes de nivel secundaria ([CD1] y [CD2]).

Son diferentes las actividades de clase que se proponen en el curso EI, por ejemplo, se contempla la elaboración de un video donde se presenten las características de la población de estudiantes adolescentes, la revisión de estudios y recopilación de datos en diferentes bases de datos, la aplicación de cuestionarios ligados a los objetivos de una investigación estadística [AC1], el diseño de una propuesta didáctica, entre otras actividades.

Las herramientas tecnológicas se ven incorporadas en las tres unidades de aprendizaje, desde canales de YouTube, hasta softwares dinámicos como GeoGebra [HT1]. La incorporación de estos recursos busca priorizar la práctica docente del estudiante normalista; por ejemplo, en la última unidad de aprendizaje del curso EI, se consideran el uso del software GeoGebra para favorecer el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de secundaria [SET5].

A partir de las diferentes actividades que se consideran en las diferentes unidades de aprendizaje del curso EI, se puede abrir paso a una discusión entre los estudiantes normalistas, utilizando argumentos estadísticos. Una discusión puede surgir a partir de situaciones problema, por ejemplo, en la tercera unidad se analizan los promedios de dos grupos, y se cuestiona si la diferencia entre estos promedios es estadísticamente significativa [DC3].

Los criterios de evaluación que se proponen en cada una de las unidades de aprendizaje están acordes con el propósito y contenidos [E3]. Sin embargo, se consideran diferentes evidencias para evaluar el aprendizaje del estudiante normalista por unidad. Por ejemplo, en la primera unidad solo se somete a evaluación el video o texto de las características de la población adolescente.

El conocimiento didáctico es el mayormente beneficiado en las tres unidades de aprendizaje del curso EI. De forma que la estadística inferencial proporciona las herramientas necesarias para contribuir a la innovación y mejora de la práctica docente del estudiante normalista. Asimismo, se contempla la incorporación de herramientas tecnológicas ([SET1] y [SET4]).

El curso EI busca favorecer el RE del estudiante normalista, otorgándole las herramientas necesarias que provee la estadística inferencial para la prueba de hipótesis y el análisis estadístico de situaciones reales. También, se ve favorecido el conocimiento didáctico del profesor, de forma que, a partir de su RE, busque reflexionar sobre su práctica docente y la mejora de esta.



#### 5.4. Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación.

El estudio de las matemáticas en la educación básica constituye un conjunto de conceptos, métodos y técnicas, mediante los cuales es posible:

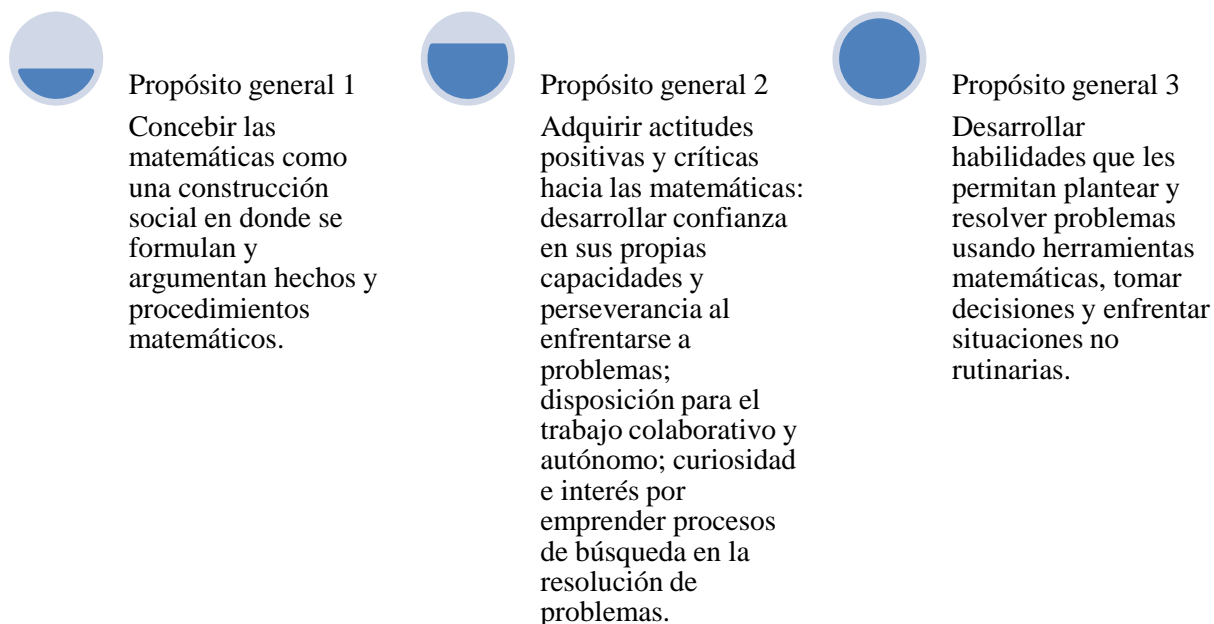
- ✓ Analizar fenómenos y situaciones en diferentes contextos.
- ✓ Interpretar y procesar información cuantitativa y cualitativa.
- ✓ Identificación de patrones y regularidades.
- ✓ Planteamiento y resolución de problemas.
- ✓ Modelar, comunicar y analizar observaciones de distintas áreas.

De esta forma, el propósito de las matemáticas en la educación básica consiste en que “los estudiantes identifiquen, planteen, y resuelvan problemas, estudien fenómenos y analicen situaciones y modelos en una variedad de contextos”. (SEP, 2017, p. 161). Además, la actividad matemática prioriza procesos para el desarrollo de otras capacidades cognitivas (clasificar, analizar, generalizar, inferir y abstraer) y busca fortalecer el pensamiento lógico, el razonamiento inductivo, deductivo y lógico.

Se contemplan tres propósitos generales para el estudio de las matemáticas en educación básica, los cuales se presentan en la Figura 23.

#### Figura 23

*Propósitos generales del estudio de las matemáticas en la educación básica*



*Fuente.* SEP (2017, p. 161).

En nivel secundaria, aparte de los propósitos generales, se consideran los siguientes específicos (SEP, 2017, pp. 162 – 163):

1. Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos.
2. Perfeccionar las técnicas para calcular valores faltantes en problemas de proporcionalidad y cálculo de porcentajes.
3. Resolver problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado.
4. Modelar situaciones de variación lineal, cuadrática y de proporcionalidad inversa; y definir patrones mediante expresiones algebraicas.
5. Razonar deductivamente al identificar y usar las propiedades de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares, y del círculo. Asimismo, a partir del análisis de casos particulares, generalizar procedimientos para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y justificar las fórmulas para calcularlos.
6. Expresar e interpretar medidas con distintos tipos de unidad, y utilizar herramientas como el teorema de Pitágoras, la semejanza y las razones trigonométricas, para estimar y calcular longitudes.
7. Elegir la forma de organización y representación -tabular, algebraica o gráfica) más adecuadas para comunicar información matemática.
8. Conocer las medidas de tendencia central y decidir cuándo y cómo aplicarlas en el análisis de datos y la resolución de problemas.
9. Calcular la probabilidad teórica, clásica y frecuencial de eventos simples y mutuamente excluyentes en experimentos aleatorios.

La resolución de problemas es considerada como una meta de aprendizaje en los diferentes niveles que conforman la educación básica. Consiste en un medio para aprender los temas matemáticos y fomentar actitudes positivas hacia el estudio de esta disciplina.

El enfoque pedagógico para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica sirve como una directriz para orientar la labor del docente en el aula. De esta forma, la tarea del profesor consiste en plantear actividades donde el estudiante disfrute haciendo matemáticas y, con ello, pueda relacionar lo que saben con nuevos conocimientos; para lo anterior, se vuelve crucial que las situaciones problema provengan de contextos reales y auténticos, para que su resolución sea una práctica más allá de la clase. Mediante las actividades de clase se debe buscar la forma de utilizar herramientas tecnológicas, que ayuden a los estudiantes a explorar ideas y conceptos matemáticos, así como el análisis y la modelación de fenómenos y situaciones problema.

Para el estudio de la asignatura de Matemáticas, se organizan los contenidos en tres ejes temáticos y doce temas (ver la Tabla 19).

**Tabla 19**

*Organizadores curriculares*

Eje	Número, álgebra y variación	Forma, espacio y medida	Análisis de datos
<b>Tema</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Número</li> <li>• Adición y sustracción</li> <li>• Multiplicación y división</li> <li>• Proporcionalidad</li> <li>• Ecuaciones</li> <li>• Funciones</li> <li>• Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ubicación espacial</li> <li>• Figuras y cuerpos geométricos</li> <li>• Magnitudes y medidas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estadística</li> <li>• Probabilidad</li> </ul>

*Nota.* Elaborado a partir de *SEP* (2017, p. 165).

En el eje “Número, álgebra y variación” se incluyen los contenidos básicos de aritmética, álgebra y situaciones de variación. En los niveles de primaria y secundaria se profundiza en el estudio de los números naturales, fraccionarios, decimales y enteros, y proporcionalidad. También se aborda el estudio de la variación en el contexto de las relaciones de proporcionalidad, de una forma más integrada con las relaciones entre variables, particularmente la variación lineal e inversamente proporcional.

En este mismo eje, se suma el estudio de las herramientas algebraicas para generalizar y expresar simbólicamente las propiedades de los números y sus operaciones, así como para representar situaciones y resolver problemas que requieren de la comprensión de conceptos y el dominio de métodos y técnicas algebraicas. De manera general, “...se concibe a la aritmética y el álgebra como herramientas para modelar situaciones problemáticas... y para resolver problemas en los que hay que reconocer variables, simbolizarlas y manipularlas.” (SEP, 2017, p. 166).

En el eje de “Forma, espacio y medida” se incluyen los aprendizajes esperados correspondientes al estudio de la geometría. Dentro del ámbito geométrico y métrico, los alumnos comprenden, describen y representan el entorno en que el viven. Así como la resolución de problemas y el desarrollo paulatino de su razonamiento deductivo. Este razonamiento se ve favorecido mediante el aprendizaje de las características y propiedades de las figuras.

En nivel primaria y secundaria, los alumnos tienen la oportunidad de apropiarse de un vocabulario geométrico, lo que les permite comunicar sus validaciones. El estudio de las magnitudes de longitud, área y volumen tienen un fuerte componente geométrico, ya que permite al estudiantado integrar aprendizajes esperados que relacionan la aritmética con la forma.

En el eje de “Análisis de datos” incluye una progresión de aprendizajes esperados que se rige por cuatro aspectos esenciales:

- ✓ La importancia de los datos para entender los fenómenos naturales y sociales.
- ✓ El uso de las distribuciones y sus representaciones (tablas o gráficos) como recursos para comprender los datos.
- ✓ El uso de medidas de tendencia central y de dispersión para reducir la complejidad de los conjuntos de datos y aumentar las posibilidades de operar con ellos.
- ✓ El estudio de la probabilidad como método para tratar la incertidumbre. (SEP, 2017, p. 168).

Este eje tiene el propósito de “propiciar que los estudiantes adquieran conocimientos y desarrollen habilidades propias de un pensamiento estadístico y probabilístico. Con esto, se espera que fortalezcan los recursos que tienen para analizar y comprender la información que los rodea.” (SEP, 2017, p. 168).

Desde edades tempranas, los niños tienen la experiencia sobre el análisis de datos. De forma que parten con una pregunta sencilla que, para poder responder, es necesario recurrir a la recopilación de datos. Posteriormente, los datos recabados se presentan en tablas o pictogramas para someterlos al análisis. De esta manera, el análisis de datos y su representación tabular o gráfica constituyen una de las líneas a trabajar en este eje, ya que forman un instrumento poderoso para la realización de inferencias y la toma de decisiones.

El estudio del análisis de datos aborda el cálculo de diversos estadísticos. A partir del nivel primaria se trabajan las medidas de tendencia central y de dispersión de los datos. Se remarca la importancia de reconocer que la probabilidad ofrece métodos para medir situaciones de incertidumbre que se presentan durante el estudio de la estadística.

Las orientaciones didácticas que guían el trabajo del docente permiten al estudiante que piense, comente, discuta con interés y aprenda en el salón de clase. De esta forma, se le pide al profesor repensar su práctica docente y lograr las siguientes metas (SEP, 2017):

- ✓ Comprender la situación implicada en un problema para poder resolverlo.
- ✓ Plantear rutas de solución y reflexionar en torno al problema a resolver.
- ✓ Los alumnos expresan sus ideas y las enriquecen mediante la colaboración y el trabajo en equipo.
- ✓ Dedicar tiempo a que los alumnos logren conocimientos con significado.
- ✓ Diversificar tipos de problemas que impliquen el uso de tecnología e incluir a los alumnos que enfrentan situaciones complejas de aprendizaje.
- ✓ Compartir experiencias docentes en torno al estudio de las matemáticas con otros profesores.

El papel que juega la evaluación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se basa desde un enfoque formativo, centrado en los procesos de aprendizaje y en el progreso del alumnado. De manera que ellos asuman la responsabilidad de reflexionar sobre sus propios avances y

ofrecerles acompañamiento para mejorar o fortalecer. En este sentido, se concibe el error como un área de oportunidad para la construcción del aprendizaje.

Se establecen líneas de progreso para definir el desempeño y progreso de los aprendizajes de los alumnos (SEP, 2017):

- ✓ Resolver problemas de principio a fin, comprobando que sea correcto.
- ✓ Los alumnos explican sus procedimientos y argumentan propiedades para la construcción de conocimientos.
- ✓ Al inicio de un tema, los alumnos usan procedimientos personales para evolucionar en procedimientos expertos, con ayuda del profesor.

Los aprendizajes esperados se dosifican por nivel educativo, grado escolar, eje y tema. La Tabla 20 delimita los aprendizajes esperados a lograr en el eje de “Análisis de datos” en nivel secundaria.

**Tabla 20**

*Aprendizajes esperados de “Análisis de datos” en nivel secundaria*

Tema	Grado escolar		
	1°	2°	3°
<b>Estadística</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recolecta, registra y lee datos en gráficas circulares.</li> <li>• Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos, y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recolecta, registra y lee datos en histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea.</li> <li>• Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango y la desviación media de un conjunto de datos, y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compara la tendencia central (media, mediana y moda) y dispersión (rango y desviación media) de dos conjuntos de datos,</li> </ul>
<b>Probabilidad</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza experimentos aleatorios y registra los resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcula la probabilidad de ocurrencia de dos eventos mutuamente excluyentes.</li> </ul>

*Nota.* Elaborado a partir de SEP (2017, p. 177).

### **A. Primer grado de secundaria**

En el primer grado de nivel secundaria se contemplan dos aprendizajes esperados vinculados a la estadística y uno a la probabilidad, en el eje “Análisis de datos”, los cuales se presentan en la Figura 24.

**Figura 24**

*Aprendizajes esperados del eje “Análisis de datos” en primer grado de nivel secundaria.*

<b>ANÁLISIS DE DATOS</b>	<b>Estadística</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recolecta, registra y lee datos en gráficas circulares.</li> <li>• Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.</li> </ul>
	<b>Probabilidad</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realiza experimentos aleatorios y registra los resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial.</li> </ul>

*Nota.* Tomado de *Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación* (SEP, 2017, p. 178).

En la Tabla 21 se presenta la ficha de registro con los resultados obtenidos del análisis efectuado en el primer grado de nivel secundaria del PPMS.

**Tabla 21**

*Ficha de registro para el análisis de contenido del primer grado de nivel secundaria*

<i>Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación secundaria. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación</i>		
<i>Primer grado de secundaria.</i>		
<b>Ideas estadísticas fundamentales</b>	<b>Código del Indicador</b>	<b>Argumento</b>
	<b>IEF1</b>	Las actividades incluyen experimentos y datos acerca de fenómenos diversos o de interés que aparecen en los medios.
	<b>IEF4</b>	En este grado se introduce la elaboración de gráficos circulares para su lectura e interpretación, señalando la importancia de que estén bien elaboradas y no distorsionar la elaboración. Además, se contempla el uso de tablas y diagramas de árbol.
	<b>IEF6</b>	Se llevan a cabo experimentos aleatorios y juegos de azar con el fin de introducir a los estudiantes en la probabilidad frecuencial.
	<b>IEF3</b>	Se profundiza el estudio de las propiedades de la media y la mediana en el análisis de datos y en distribuciones con valores atípicos.
	<b>IEF2</b>	Se proponen situaciones en las que se estudie alguna característica de un objeto o persona (altura, peso, temperatura, etc.) y se toma la medida de varios objetos o personas.
<b>Conjunto de datos</b>	<b>CD1</b>	Las actividades consideran la recolección de datos reales como la altura o peso de alguna persona.
	<b>CD2</b>	Las actividades incluyen experimentos y datos acerca de fenómenos diversos o de interés que aparecen en los medios.
	<b>CD3</b>	En este grado se destaca la importancia que tiene determinar la población que se estudia, el tipo de datos que se puede obtener y la forma de recolectarlos (mediante la observación, encuestas, o en un experimento).

	<b>CD4</b>	Se discute la pertinencia de los métodos de recolección de datos y se mencionan algunos ejemplos.
<b>Actividades de clase</b>	<b>AC3</b>	Se proponen situaciones que involucren discusiones y comparaciones con respecto a la media aritmética y la mediana, así como algunas de sus propiedades en el análisis de datos. Además, deben de considerarse distribuciones con datos atípicos para analizar cual medida de tendencia central es mejor representante de datos.
	<b>AC2</b>	Se proponen actividades que impliquen experimentos aleatorios con el fin de introducir a los estudiantes al estudio de la probabilidad frecuencial, considerando el registro adecuado de los datos. Por ejemplo: todas las noches tres hermanos (digamos Alberto, Bruno y Carmela) discuten para ver quién decide el programa de televisión que verán. Para evitar discusiones acuerdan que cada tarde sortearan quien elegirá el programa. Alberto propone que el sorteo consiste en lanzar dos monedas: si caen dos águilas, gana él si cae una y una, gana Bruno; y si caen dos soles, gana Carmela. La pregunta es ¿todos tienen la misma oportunidad de ganar? Otros ejemplos de interés son el lanzamiento de un dado o jugar con una ruleta.
<b>Discusión en clase</b>	<b>DC1</b>	Se proponen situaciones que permitan a los alumnos discutir entre las propiedades de las medidas de tendencia central, así como la probabilidad de un evento en juegos de azar.
	<b>DC3</b>	Se propone realizar experimentos en equipos, recabar datos para después discutir los resultados y decidir si se tiene la misma probabilidad.
<b>Evaluación</b>	<b>E4</b>	Se considera que la evaluación en la asignatura Matemáticas tiene un enfoque formativo, esto es que brinda una oportunidad de reflexión y aprendizaje tanto para el alumno como para el profesor.
	<b>E3</b>	La forma en que se evalúa debe ser congruente con el propósito de la evaluación, es decir, con lo que se quiere evaluar.
	<b>E1</b>	La evaluación es sistemática, se lleva a cabo a lo largo de todo el ciclo escolar, contemplando diversas técnicas e instrumentos (observación, preguntas orales, listas de control, ejercicios, rubricas, escalas, portafolios, exámenes, entre otros) que son útiles para recabar información.
<b>Conocimiento didáctico</b>	<b>SET1</b>	El PPMS ofrece orientaciones didácticas que pueden guiar al profesor en la enseñanza de la estadística, por ejemplo, en el análisis de datos mediante las medidas de tendencia central y sus propiedades, o en la realización de experimentos aleatorios.
	<b>SET3</b>	El diseño de actividades de clase debe de propiciar el aprendizaje de los estudiantes, por ejemplo, la discusión con respecto a cuál medida de tendencia central es más representativa.
	<b>SET4</b>	Se proponen diferentes herramientas y sugerencias para la evaluación del conocimiento estadístico del estudiante de secundaria.

Como puede observarse en la Tabla 21 se presentan algunas ideas estadísticas: Datos [IEF1] (se obtienen en la *recopilación y registro de datos*), Representación [IEF4] (se puede observar en la *elaboración de gráficos circulares*), Variación [IEF2] (en la *variabilidad de las medidas*), y Modelos de Probabilidad [IEF6] (dentro del estudio de la probabilidad *frecuencial*).

En este grado, el estudio de la media aritmética se profundiza a través de sus propiedades. Sin embargo, no es algo nuevo para el alumnado, ya que se inicia su aprendizaje desde educación primaria, y en este nivel escolar se retoma para ampliar su significado [IEF2]. Para eso, se sugiere que el profesor de matemáticas diseñe actividades para destacar las diferentes interpretaciones de la media aritmética (reparto equitativo, mejor estimación de la medida real de un objeto que ha sido medido varias veces, tendencia central y representante de un conjunto de datos) [SET1].

En el estudio de las medidas de tendencia central, la mediana también ocupa un lugar trascendental que amplía la discusión para el análisis de los datos. Esta medida se estudia desde nivel primaria y también admite algunos significados como tendencia central, como mejor estimación de una medida real y como el mejor representante de un conjunto de datos. En la mayoría de los casos se suele usar la mediana como un mejor representante de los datos, e incluso como una mejor estimación de una medida de tendencia central. Estas propiedades se deben a que la mediana se mantiene estable cuando hay valores atípicos en un conjunto de datos; caso contrario con la media aritmética, que puede verse afectada por este tipo de valores. En este sentido, la mediana puede ser la mejor opción para representar los datos ([IEF2], [AC2] y [DC1]).

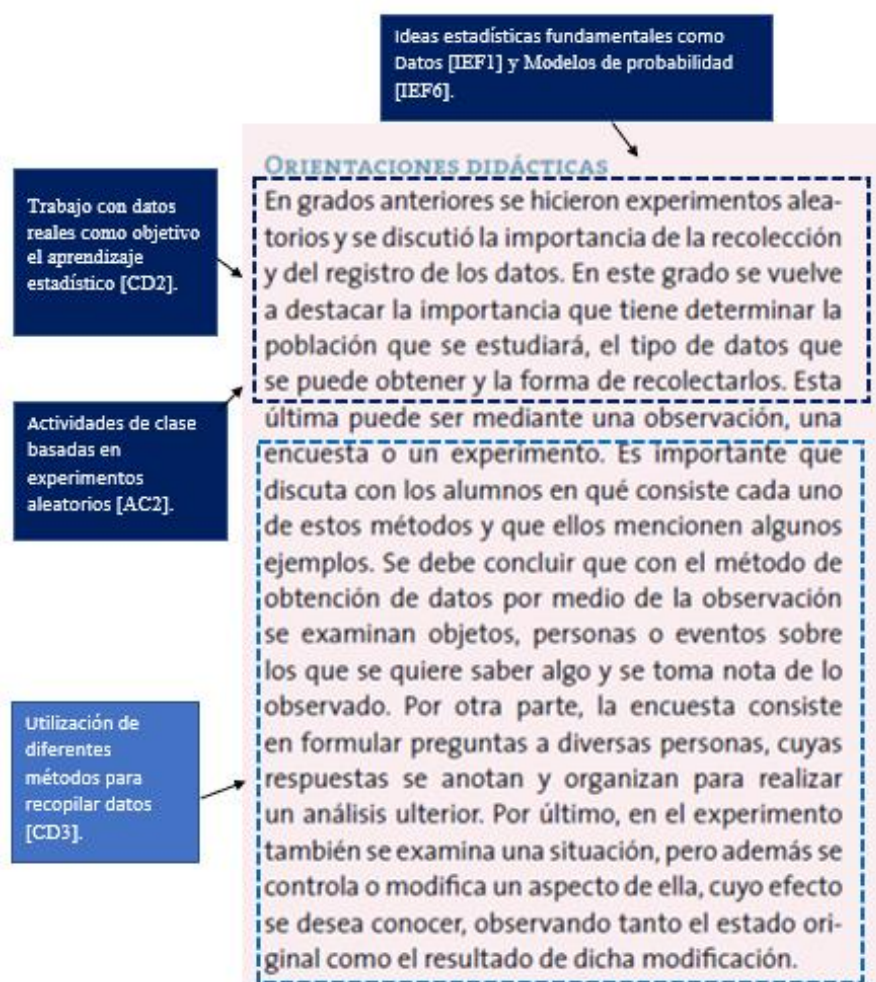
En educación primaria, los alumnos tuvieron su primer acercamiento a la dispersión de los datos mediante el rango. En este grado escolar continúan con su estudio para observar qué tan dispersos están los datos (si están o no muy separados de la tendencia central) [IEF2], mediante el cálculo del rango a partir de la diferencia entre el valor máximo y mínimo.

Los métodos de recolección de datos son variados para el alumnado, puede ser mediante la observación, una encuesta o un experimento ([IEF1], [CD4]). El PPMS resalta que el profesor debe discutir con el alumnado en qué consiste cada uno de estos métodos y que ellos mencionen algunos ejemplos que conozcan (ver Figura 25). De la misma forma, se solicita al profesor enunciar las características de estos métodos, por ejemplo, la encuesta consiste en la formulación de preguntas dirigidas a un conjunto de personas, donde las respuestas se organizan para realizar un análisis ulterior.



**Figura 25**

*Orientaciones didácticas en primer grado de secundaria*



*Nota.* Tomado de *Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación* (SEP, 2017, p. 200).

### **B. Segundo grado de secundaria**

El PPMS marca el desarrollo de tres aprendizajes esperados correspondiente al eje “Análisis de datos”, para el segundo grado de nivel secundaria. Dos de ellos vinculados al estudio de la estadística y uno al de probabilidad (ver Figura 26).

## Figura 26

*Aprendizajes esperados del eje “Análisis de datos” en segundo grado de nivel secundaria*

ANÁLISIS DE DATOS	Estadística	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recolecta, registra y lee datos en histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea.</li> <li>• Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana), el rango y la desviación media de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.</li> </ul>
	Probabilidad	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.</li> </ul>

*Nota.* Tomado de *Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación* (SEP, 2017, p. 179).

En la Tabla 22 se muestra la ficha de registro con los resultados obtenidos del análisis efectuado en el segundo grado de nivel secundaria del PPMS.

## Tabla 22

*Ficha de registro para el análisis de contenido del segundo grado de nivel secundaria*

<i>Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación</i>		
<i>Segundo grado de secundaria.</i>		
Ideas estadísticas fundamentales	Código del Indicador	Argumento
	<b>IEF1</b>	En este grado se usa la información para obtener e interpretar datos representados de diversas maneras.
	<b>IEF4</b>	Se contempla la construcción de diferentes gráficos estadísticos como: histogramas, polígonos de frecuencia y gráficos de línea.
	<b>IEF2</b>	En este grado se estudia el concepto de desviación media de un conjunto de datos como la diferencia de un valor a la media y su relación con la dispersión de los mismos en la discusión del análisis de datos.
	<b>IEF3</b>	Se analizan distribuciones a partir de su representación gráfica, si es simétrico o si está sesgada.
	<b>IEF6</b>	Se introduce la noción de probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatoria, destacando la diferencia entre la probabilidad teórica o clásica y la probabilidad frecuencial.
<b>Conjunto de datos</b>	<b>CD1</b>	Se sugiere trabajar con datos reales como la cantidad de productos que compra una persona de cierta edad.

	<b>CD2</b>	Se trabajan datos que se obtienen mediante diversos medios, por ejemplo, la cotización del dólar por año en cierto periodo, los costos de la gasolina, las muertes debidas a enfermedades, los nacimientos en cierto lugar y periodo, etcétera.
<b>Actividades de clase</b>	<b>AC1</b>	Es deseable que, a partir de un experimento, realizado por los propios alumnos, se recabe información en forma de datos numéricos y se registre en una tabla.
	<b>AC3</b>	Se proponen actividades de clase donde se analice la dispersión de los datos mediante la desviación media.
	<b>AC2</b>	Se propone trabajar situaciones de riesgo donde se analice la dispersión de los datos, y a partir de esta, se tomen decisiones.
<b>Herramientas tecnológicas</b>	<b>HT2</b>	Se sugiere usar una hoja de cálculo para construir histogramas y polígonos de frecuencias a partir de tablas.
	<b>HT3</b>	Se proponen ejercicios que implican el cálculo de la desviación media de un conjunto de datos, utilizando el interactivo “Introducción al concepto y cálculo del volumen” de la Red Digital Educativa Descartes. Además, otra alternativa son los simuladores de urnas, mediante las hojas electrónicas de cálculo.
<b>Discusión en clase</b>	<b>DC1</b>	Se sugiere discutir la diferencia entre gráficos estadísticos como el histograma y la gráfica de barras.
	<b>DC3</b>	Se propone discutir acerca de las desviaciones medias de un conjunto de datos en situaciones de beneficio y riesgo. Además, se deben realizar experimentos aleatorios donde se cuestiona la probabilidad de un evento, y discutir que pasa cuando un experimento se repite muchas veces. Así como debatir los significados de la probabilidad experimental.
<b>Evaluación</b>	<b>E4</b>	Se considera que la evaluación en la asignatura Matemáticas tiene un enfoque formativo, esto es que brinda una oportunidad de reflexión y aprendizaje tanto para el alumno como para el profesor.
	<b>E3</b>	La forma en que se evalúa debe ser congruente con el propósito de la evaluación, es decir, con lo que se quiere evaluar.
	<b>E1</b>	La evaluación es sistemática, se lleva a cabo a lo largo de todo el ciclo escolar, contemplando diversas técnicas e instrumentos (observación, preguntas orales, listas de control, ejercicios, rubricas, escalas, portafolios, exámenes, entre otros) que son útiles para recabar información.
<b>Conocimiento didáctico</b>	<b>SET5</b>	Se sugiere la utilización de distintos recursos tecnológicos para el procesamiento de datos y la desviación media.
	<b>SET1</b>	El PPMS ofrece orientaciones didácticas que pueden guiar al profesor en la enseñanza de la estadística, por ejemplo, en el análisis de datos mediante la dispersión y, o en el cálculo de la probabilidad teórica y su relación con la probabilidad frecuencial.
	<b>SET3</b>	El diseño de actividades de clase debe de fomentar el análisis de datos a partir de su dispersión.
	<b>SET4</b>	Se proponen diferentes herramientas y sugerencias para la evaluación del conocimiento estadístico del estudiante de secundaria.

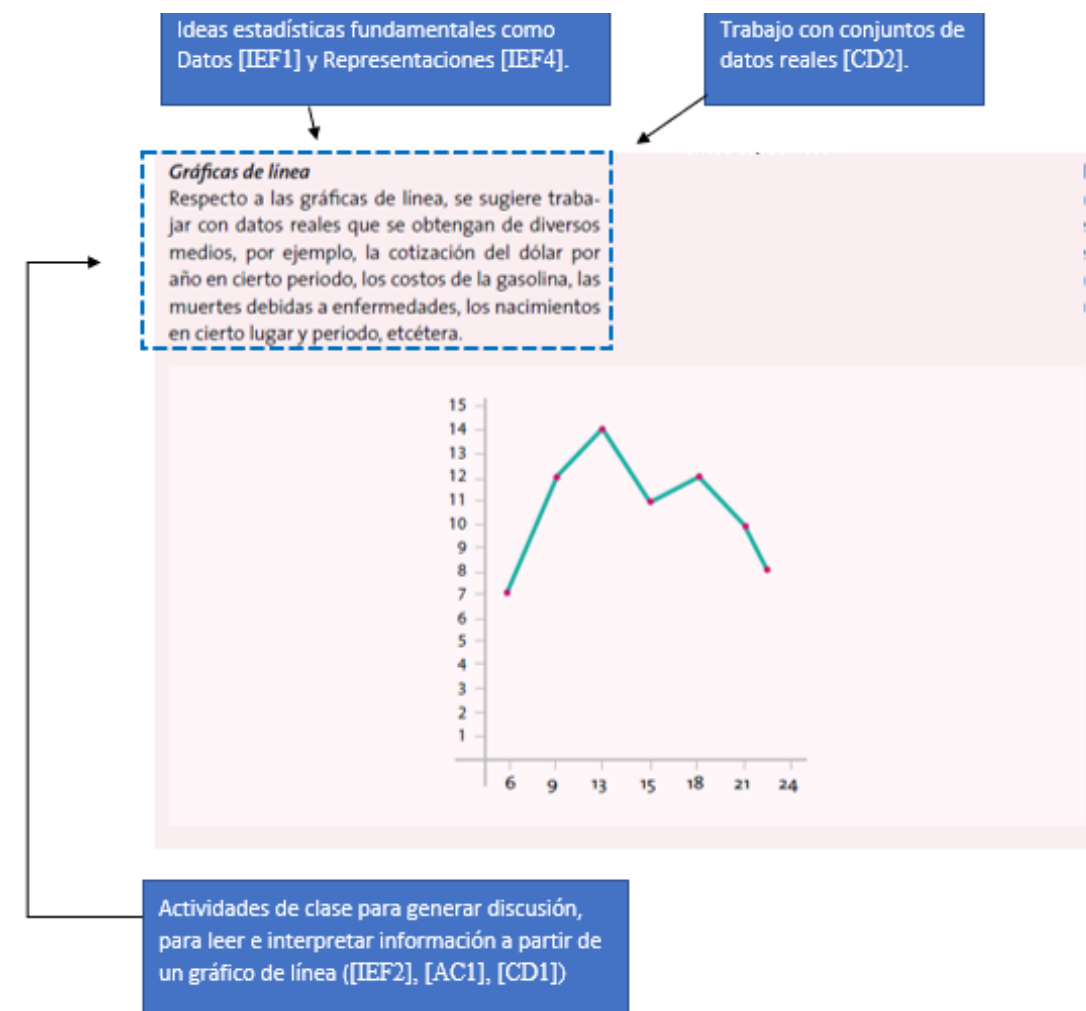
En la tabla 22 pueden observarse algunas ideas estadísticas: Datos [IEF1] (se usan en la *información para obtener e interpretar datos*), Representación [IEF4] (se trabaja en la

construcción de diferentes gráficos estadísticos), Variación [IEF2] (se presenta en la *discusión del análisis de los datos*), y Modelos de Probabilidad [IEF6] (en el estudio de la *probabilidad teórica*).

En este grado se propone el uso de datos reales, los cuales pueden recuperarse de diferentes situaciones y/o contextos de otras áreas o disciplinas, como la economía o la salud ([IEF1], [CD2]) (ver Figura 27). Estos datos se presentan mediante diferentes representaciones estadísticas, tales como: histogramas, polígonos de frecuencias y gráficos de línea ([IEF4]).

**Figura 27**

*Orientaciones didácticas para la enseñanza y aprendizaje de la gráfica de línea*



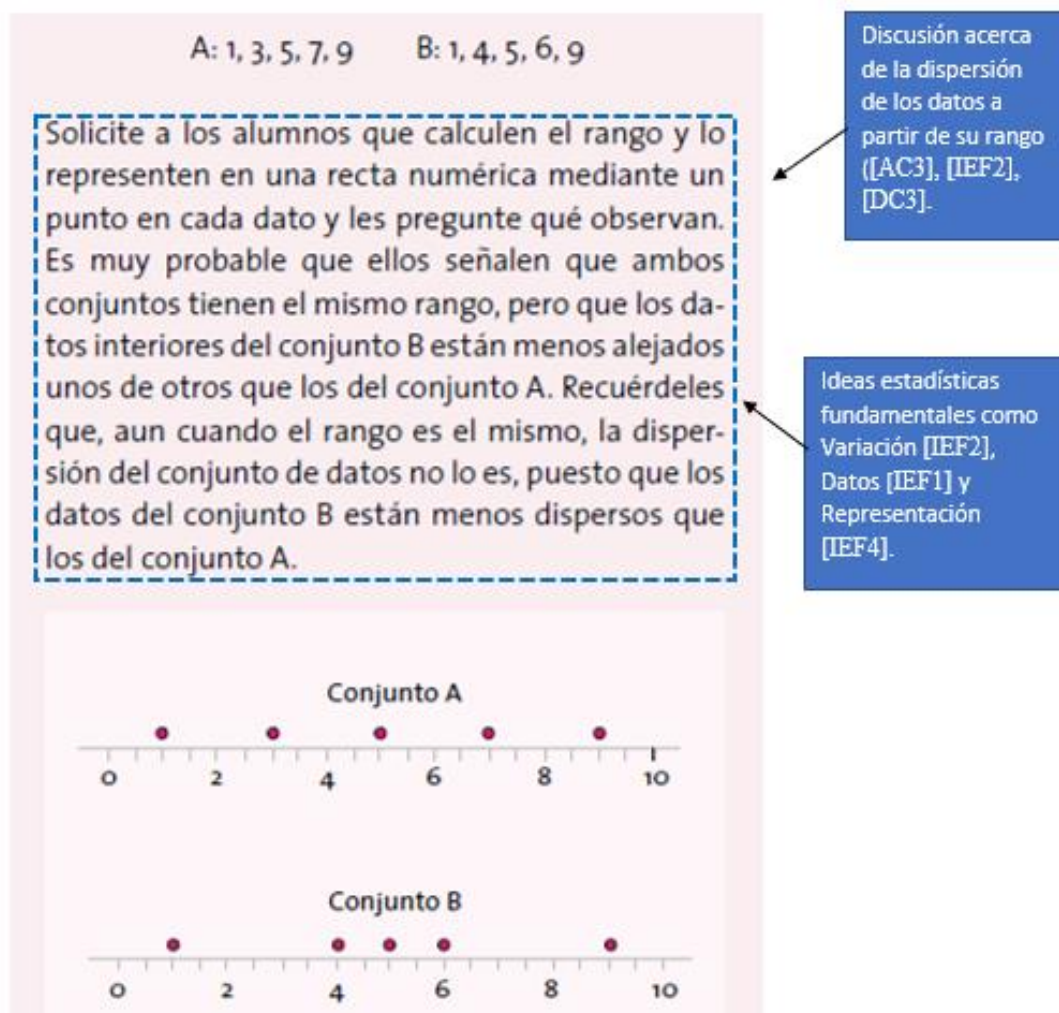
*Nota.* Tomado de *Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación* (SEP, 2017, p. 217).

En el segundo aprendizaje esperado del tema de estadística, se trabajan las medidas de tendencia central, el rango y la desviación media de un conjunto de datos. Dichos temas no son nuevos, ya que en primer grado de secundaria fueron estudiados, a diferencia de la desviación media, que se introduce en este nivel escolar, donde se discute tal concepto en un conjunto de datos como la diferencia de un valor con respecto a la media aritmética y su relación con la dispersión de los mismos [IEF2].

El PPMS propone una situación donde se tienen dos conjuntos de datos y, a partir de ellos, encontrar el rango, el cual es el mismo para ambos casos. Sin embargo, no significa que sea la misma dispersión ([IEF2] [AC3]), para eso, los alumnos pueden representar los datos en una recta numérica y observar la distancia entre estos, como se puede ver en la Figura 28.

**Figura 28**

*Orientaciones didácticas para la enseñanza y aprendizaje del rango*



*Nota.* Tomado de *Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación* (SEP, 2017, p. 218).

En cuanto al estudio de la probabilidad, en segundo grado de nivel secundaria se retoman los conocimientos probabilísticos que el alumno adquirió en el curso anterior, donde se abordó la probabilidad frecuencial; en este grado escolar se busca introducir al estudiante a la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio. En este sentido, se destaca la diferencia entre la probabilidad teórica y la probabilidad frecuencial [IEF6].

El PPMS sugiere que el profesor de matemáticas introduzca las reglas que se utilizan para el cálculo de la probabilidad teórica y la probabilidad frecuencial. Asimismo, sugiere llevar a cabo algunos experimentos, como el lanzamiento de una moneda  $n$  veces, de forma que el alumnado registre cuantas veces cayó águila, para preguntarles: ¿cuál es la probabilidad de que este evento ocurra? En ese sentido, se sugiere realizar más experimentos donde se calcule la probabilidad frecuencial y se compare con la probabilidad teórica, distinguiendo que el valor de la probabilidad frecuencial tiende al valor de la clásica cuando se repite muchas veces el experimento (ley de los grandes números) [DC3].

### ***C. Tercer grado de secundaria***

El PPMS señala el desarrollo de dos aprendizajes esperados, correspondiente al eje “Análisis de datos”, para tercer grado de nivel secundaria. Uno de los aprendizajes vinculado a la estadística, mientras que el otro se trata desde la probabilidad. Estos pueden observarse en la Figura 29.

**Figura 29**

*Aprendizajes esperados del eje “Análisis de datos” en tercer grado de nivel secundaria*

ANÁLISIS DE DATOS	Estadística	• Compara la tendencia central (media, mediana y moda) y dispersión (rango y desviación media) de dos conjuntos de datos.
	Probabilidad	• Calcula la probabilidad de ocurrencia de dos eventos mutuamente excluyentes.

*Nota.* Tomado de *Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación* (SEP, 2017, p. 180).



La Tabla 23 muestra la ficha de registro con los resultados obtenidos del análisis realizado en el tercer grado de nivel secundaria del PPMS.

**Tabla 23**

*Ficha de registro para el análisis de contenido del tercer grado de nivel secundaria*

<i>Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación</i>		
<i>Tercer grado de secundaria.</i>		
<b>Ideas estadísticas fundamentales</b>	<b>Código del Indicador</b>	<b>Argumento</b>
	<b>IEF1</b>	Se trabaja la comparación de la tendencia y dispersión de dos conjuntos de datos en situaciones cotidianas.
	<b>IEF4</b>	Se contempla la elaboración de gráficos donde se analizan y discuten diferentes situaciones como los tratamientos para atender enfermedades y poder comparar el riesgo de cada tratamiento.
	<b>IEF3</b>	Se hace uso de la distribución de probabilidad de una variable aleatoria para establecer todos los posibles resultados de un experimento.
	<b>IEF2</b>	Se comparan dos conjuntos de datos en situaciones en que las respectivas desviaciones medias de los conjuntos de datos son muy cercanas.
	<b>IEF6</b>	Se trabajan eventos singulares y no singulares, mutuamente excluyentes, así como la unión de dos eventos y la regla de la suma de probabilidades.
<b>Conjunto de datos</b>	<b>CD1</b>	Se analizan situaciones a partir de la dispersión de los datos donde se comparan dos conjuntos de datos.
<b>Actividades de clase</b>	<b>AC2</b>	Se trabajan situaciones en las que se mide algo que representa ganancia/perdida, beneficio/prejuicio o bienestar/malestar a partir de la dispersión de los datos
	<b>AC3</b>	Se proponen juegos donde se discute el riesgo de ganar o perder y cuál juego es más conveniente, así como si es justo o no, a partir de la probabilidad que se tiene.
<b>Herramientas tecnológicas</b>	<b>HT2</b>	Los alumnos pueden diseñar hojas de datos que les facilite hacer cálculos rápidamente para comparar conjuntos de datos. Se sugiere usarlas con actividades o proyectos en los que tengan alrededor de 50 datos o más.
<b>Discusión en clase</b>	<b>DC1</b>	Es conveniente iniciar con una discusión grupal o una actividad lúdica para recordar las medidas de tendencia central y su interpretación; en particular, la de la media aritmética de un conjunto de datos, como representante de los datos del conjunto.
	<b>DC3</b>	Se recomienda que sus alumnos analicen y respondan problemas donde se discuta la dispersión de los datos, por ejemplo, las calificaciones de dos grupos. Es conveniente trabajar situaciones donde se discuta la relación entre la desviación media y el riesgo. Así como argumentar cuando un juego es justo o no respecto a la probabilidad que se tiene de que los jugadores ganen o pierda.
<b>Evaluación</b>	<b>E4</b>	Se considera que la evaluación en la asignatura Matemáticas tiene un enfoque formativo, esto es que brinda una oportunidad de reflexión y aprendizaje tanto para el alumno como para el profesor.

	<b>E3</b>	La forma en que se evalúa debe ser congruente con el propósito de la evaluación, es decir, con lo que se quiere evaluar.
	<b>E1</b>	La evaluación es sistemática, se lleva a cabo a lo largo de todo el ciclo escolar, contemplando diversas técnicas e instrumentos (observación, preguntas orales, listas de control, ejercicios, rubricas, escalas, portafolios, exámenes, entre otros) que son útiles para recabar información.
	<b>E2</b>	Se sugiere la elaboración de un proyecto con la utilización de herramientas tecnológicas.
<b>Conocimiento didáctico</b>	<b>SET5</b>	Los alumnos pueden diseñar hojas de datos que les facilite hacer cálculos rápidamente para comparar conjuntos de datos. Se sugiere usarlas con actividades o proyectos en lo que tenga alrededor de 50 datos o más.
	<b>SET1</b>	El PPMS ofrece orientaciones didácticas que pueden guiar al profesor en la enseñanza de la estadística, por ejemplo, en la comparación de dos conjuntos de datos.
	<b>SET3</b>	El diseño de actividades de clase debe de fomentar el análisis de dos conjuntos de datos.
	<b>SET4</b>	Se proponen diferentes herramientas y sugerencias para la evaluación del conocimiento estadístico del estudiante de secundaria.

En la tabla 22 pueden observarse algunas ideas estadísticas: Datos [IEF1] (se trabajan en la *comparación y análisis de dos conjuntos de datos*), Representación [IEF4] (pueden verse en la *elaboración de gráficos donde se analizan y discuten diferentes situaciones*), Variación [IEF2] (se presenta en la *comparación de dos conjuntos de datos en situaciones a partir de su dispersión*), Distribución [IEF3] (se presenta la *distribución de probabilidad de una variable aleatoria en su representación tabular*) (ver Figura 30), y Modelos de Probabilidad [IEF6] (en el estudio de los *eventos singulares y no singulares, mutuamente excluyentes*).



### Figura 30

#### Situación problema de probabilidad

Ana, Beto, Carolina y Daniel inventan un juego en el que lanzan una moneda tres veces y definen al ganador de acuerdo con el número de águilas que aparezcan, de la siguiente manera:

- A: Ana gana si sale 0 águilas (3 soles)
- B: Beto gana si sale 1 águila
- C: Carolina gana si salen 2 águilas
- D: Daniel gana si salen 3 águilas

En este problema se pueden hacer preguntas como, ¿cuál es la probabilidad de cada evento? Pida a los alumnos que anoten los resultados en un cuadro como el siguiente:

Evento	A	B	C	D	Total
Probabilidad					1

Representación tabular de una distribución de probabilidad de una variable aleatoria ([IEF3], [IEF4] y [IEF6]).

*Nota.* Tomado de *Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación* (SEP, 2017, p. 239).

En el PPMS se sugiere el análisis de dos conjuntos de datos, por ejemplo, en la Figura 31 se presentan las calificaciones de los grupos C y F, donde se busca discutir y analizar el aprovechamiento escolar de cada grupo [DC3].

### Figura 31

#### Calificaciones de los grupos C y F

Grupo	Calificación														
C	9	7	5	8	10	8	10	5	9	7	9	6	8	6	6
F	9	8	9	6	10	7	5	6	10	8	8	10			

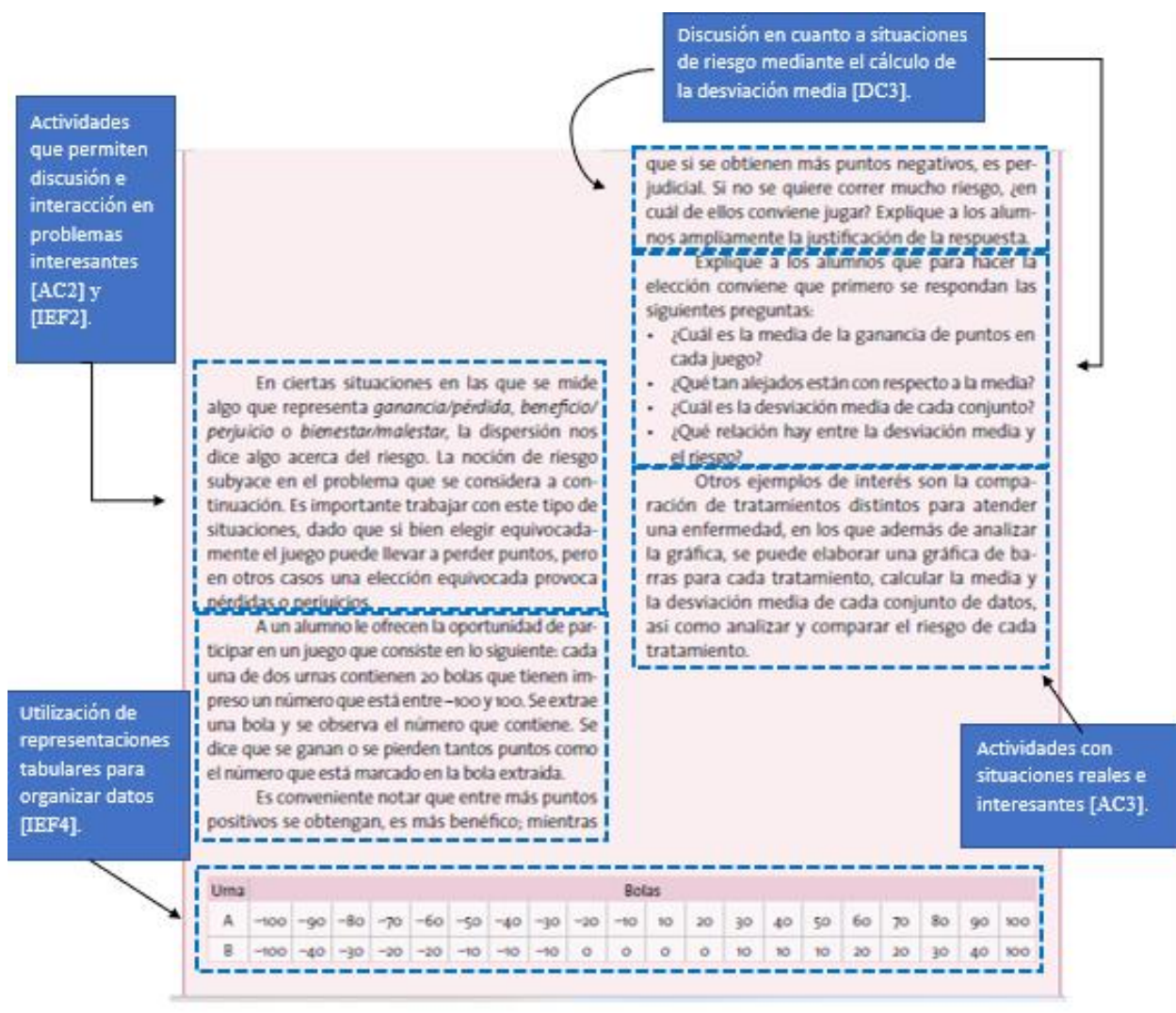
*Nota. Tomado de Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación (SEP, 2017, p. 238).*

A partir de la tabla anterior, se propone que el profesor de matemáticas realice los siguientes cuestionamientos al alumnado: ¿Son cercanas sus desviaciones medias?, ¿Qué grupo tiene mejor aprovechamiento escolar? Una vez que se decida la media aritmética como la mejor representante de ambos conjuntos de datos, se procede al cálculo del rango y la desviación media para observar la dispersión ([IEF2] y [DC3]).

El estudio de la desviación media en dos conjuntos de datos puede extenderse a otras situaciones que sean de relevancia; por ejemplo, en la comparación de tratamientos distintos para atender una enfermedad, a partir del análisis de los datos mediante gráficos estadísticos, el uso de la media aritmética y de la desviación media, y con esto, analizar el riesgo que conlleva utilizar cada tratamiento ([IEF2], [DC3] y [AC3]) lo que se puede ver en la Figura 32.

**Figura 32**

*Estudio de la desviación media en tercer grado de nivel secundaria*



*Nota.* Tomado de *Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación* (SEP, 2017, p. 238).

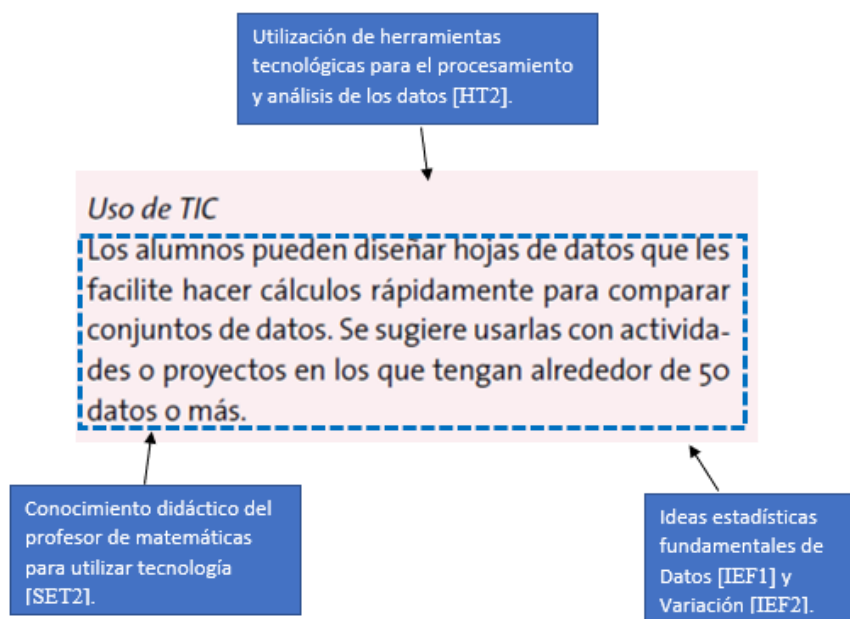
En este nivel educativo, la enseñanza de la probabilidad tiene como objetivo que el alumnado distinga entre eventos singulares y no singulares, mutuamente excluyentes, así como la unión de dos eventos y la regla de la suma de probabilidades [IEF6]. Para esta tarea, el PPMS especifica al profesor que puede llevar a cabo actividades basadas en juegos donde se pueden definir los posibles resultados en términos de eventos singulares o no singulares, donde los alumnos discutan si el juego es justo o no, de manera que lleguen a la conclusión de que un

juego es justo cuando todos los jugadores tienen la misma probabilidad de ganar. Además, se sugiere al profesor utilizar situaciones donde un juego no es justo [AC3].

Para el uso de herramientas tecnológicas, el PPMS sugiere la utilización de las hojas electrónicas de cálculo para agilizar y facilitar los cálculos de las medidas de tendencia central y dispersión, y poder comparar conjuntos de datos rápidamente. Además, se sugiere implementar este recurso tecnológico con actividades o proyectos en los que se tenga un conjunto de 50 o más datos [HT2] (ver la Figura 33).

### Figura 33

*Utilización de herramientas tecnológicas en tercer grado de nivel secundaria*



*Nota.* Tomado de *Aprendizajes Clave para la educación integral. Matemáticas. Educación Secundaria. Plan y programa de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación* (SEP, 2017, p. 238).

#### D. Reflexiones del razonamiento estadístico en nivel secundaria

En la Tabla 24 se evidencia la presencia de los elementos del RE en los tres niveles escolares de educación secundaria. Cabe mencionar que las celdas sombreadas corresponden a aquellos indicadores que se identificaron durante el análisis.

**Tabla 24***Resultados del análisis de contenido del PPMS*

Unidad / Indicador	Ideas estadísticas fundamentales	Conjunto de datos	Actividades de clase	Herramientas tecnológicas	Discusión en clase	Evaluación	Conocimiento didáctico
Primer grado	<b>IEF1</b>	<b>CD1</b>	<b>AC1</b>	<b>HT1</b>	<b>DC1</b>	<b>E1</b>	<b>SET1</b>
	<b>IEF2</b>						
	<b>IEF3</b>	<b>CD2</b>	<b>AC2</b>	<b>HT2</b>	<b>DC2</b>	<b>E2</b>	<b>SET2</b>
	<b>IEF4</b>						
	<b>IEF5</b>	<b>CD3</b>	<b>AC3</b>	<b>HT3</b>	<b>DC3</b>	<b>E3</b>	<b>SET4</b>
	<b>IEF6</b>						
	<b>IEF7</b>						
Segundo grado	<b>IEF1</b>	<b>CD1</b>	<b>AC1</b>	<b>HT1</b>	<b>DC1</b>	<b>E1</b>	<b>SET1</b>
	<b>IEF2</b>						
	<b>IEF3</b>	<b>CD2</b>	<b>AC2</b>	<b>HT2</b>	<b>DC2</b>	<b>E2</b>	<b>SET2</b>
	<b>IEF4</b>						
	<b>IEF5</b>	<b>CD3</b>	<b>AC3</b>	<b>HT3</b>	<b>DC3</b>	<b>E3</b>	<b>SET4</b>
	<b>IEF6</b>						
	<b>IEF7</b>						
Tercer grado	<b>IEF1</b>	<b>CD1</b>	<b>AC1</b>	<b>HT1</b>	<b>DC1</b>	<b>E1</b>	<b>SET1</b>
	<b>IEF2</b>						
	<b>IEF3</b>	<b>CD2</b>	<b>AC2</b>	<b>HT2</b>	<b>DC2</b>	<b>E2</b>	<b>SET2</b>
	<b>IEF4</b>						
	<b>IEF5</b>	<b>CD3</b>	<b>AC3</b>	<b>HT3</b>	<b>DC3</b>	<b>E3</b>	<b>SET4</b>
	<b>IEF6</b>						
	<b>IEF7</b>						

En los tres grados de nivel secundaria se encuentra la presencia de algunas ideas estadísticas fundamentales que son base para el tratamiento de la información: Datos [IEF1], Variación [IEF2], Distribución [IEF3], Representación [IEF4] y Modelos de Probabilidad [IEF6]. Por ejemplo, la idea de Variación [IEF2] puede verse en la comparación, discusión y elección de una medida de tendencia central como la mejor representante en el análisis de los datos. O la idea de Representación [IEF4] en la construcción de diferentes gráficos estadísticos o en el registro tabular de los resultados de un experimento aleatorio como el lanzamiento de un dado.

El trabajo con los conjuntos de datos en nivel secundaria es pertinente, ya que se contemplan actividades donde los estudiantes recopilen datos reales [CD1] utilizando diferentes métodos de recolección [CD3] y discriminando entre ellos para decidir cuál es más pertinentes [CD4]. Consideramos pertinente implementar un proyecto donde los estudiantes prioricen los datos como centro del aprendizaje estadístico.

Las actividades de clase que sugiere el PPMS consisten en la resolución de situaciones problema donde se analice información, se construyan gráficos estadísticos, se realicen experimentos aleatorios y juegos de azar ([AC2] y [AC3]); así como, la recopilación de datos mediante diferentes métodos [AC1]. Estas actividades pueden impulsar la discusión en clase entre los

estudiantes y el profesor. Por ejemplo, para saber si un juego de azar es justo cuando todos los jugadores tienen la misma probabilidad de ganar.

La presencia de las herramientas tecnológicas en el PPMS es limitada, ya que solo se considera el uso de las hojas electrónicas de cálculo, un sitio web y una simulación para experimentos aleatorios y/o el procesamiento de información [HT1]. En este sentido, sugerimos la implementación de softwares dinámicos para la enseñanza-aprendizaje de la estadística y probabilidad, como GeoGebra o las simulaciones interactivas PhET.

En el PPMS la evaluación es genérica, la cual tiene un enfoque formativo y busca que el estudiante se involucre en su proceso de evaluación, así como promover la reflexión docente para la mejora de su práctica y de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas [E4].

El conocimiento didáctico del profesor se promueve de forma que, para enseñar temas de estadística y probabilidad en nivel secundaria, se sugiere el diseño de actividades didácticas alineadas a los propósitos del curso [SET1]. Además, en las orientaciones didácticas del PPMS se advierten posibles errores que el estudiante puede cometer durante su proceso de aprendizaje.

## 6. Conclusiones

En este capítulo se exponen las conclusiones y reflexiones finales que se derivan del análisis del currículo mexicano vinculado a la formación de profesores normalistas y a la educación secundaria, con respecto a los elementos esenciales del RE. Además, se presentan las aportaciones y limitaciones del estudio, las posibles futuras investigaciones y una reflexión docente.

### 6.1. Retomando el problema inicial

El estudio del currículo mexicano vinculado a la formación normalista y a la educación secundaria nos ha permitido analizar cómo se promueve el RE en el futuro profesor de matemáticas y en el estudiante adolescente, así como las herramientas que posea el profesor para el desarrollo del RE en el estudiantado.

Esta investigación tuvo como objetivo general: “Explicar la forma en cómo se desarrolla el razonamiento estadístico en la formación normalista del profesor de matemáticas y cómo debería desarrollar dicho razonamiento en su futuro estudiante de educación secundaria, desde los planes y programas de estudio del currículo escolar”. Este objetivo se ha logrado a partir de los siguientes objetivos específicos.

- *OE1. Examinar cómo se promueve el razonamiento estadístico en el futuro profesor de matemáticas de educación secundaria, a partir del análisis de los Programas de Estudio de las asignaturas vinculadas a la estadística que cursa durante su formación normalista (SEP, 2018; 2019; 2020).*

En la Tabla 25 se expone la presencia de los elementos que conforman el RE en los tres programas de los cursos de formación del profesor de matemáticas normalista vinculados a la estadística (TI, PE y EI).

**Tabla 25**

*Razonamiento estadístico en los cursos de formación normalista (TI, PE y EI)*

Unidad / Indicador	Ideas estadísticas fundamentales	Conjunto de datos	Actividades de clase	Herramientas tecnológicas	Discusión en clase	Evaluación	Conocimiento didáctico
Tratamiento de la Información (TI)	IEF1	CD1	AC1	HT1	DC1	E1	SET1
	IEF2						
	IEF3	CD2	AC2	HT2	DC2	E2	SET2
	IEF4						
	IEF5	CD3	AC3	HT3	DC3	E3	SET3
	IEF6						SET4
	IEF7						SET5
Pensamiento estocástico (PE)	IEF1	CD1	AC1	HT1	DC1	E1	SET1
	IEF2	CD2	AC2	HT2	DC2	E2	SET2
	IEF3						



Estadística Inferencial (EI)	<b>IEF4</b>				<b>DC3</b>		<b>SET3</b>
	<b>IEF5</b>	<b>CD3</b>	<b>AC3</b>	<b>HT3</b>		<b>E3</b>	<b>SET4</b>
	<b>IEF6</b>						<b>SET5</b>
	<b>IEF7</b>	<b>CD4</b>				<b>E4</b>	
	<b>IEF1</b>	<b>CD1</b>	<b>AC1</b>	<b>HT1</b>	<b>DC1</b>	<b>E1</b>	<b>SET1</b>
	<b>IEF2</b>						
	<b>IEF3</b>	<b>CD2</b>	<b>AC2</b>	<b>HT2</b>	<b>DC2</b>	<b>E2</b>	<b>SET2</b>
	<b>IEF4</b>			<b>DC3</b>		<b>SET3</b>	
	<b>IEF5</b>	<b>CD3</b>	<b>AC3</b>	<b>HT3</b>		<b>E3</b>	<b>SET4</b>
	<b>IEF6</b>						<b>SET5</b>
	<b>IEF7</b>	<b>CD4</b>				<b>E4</b>	

A la luz de estos hallazgos, podemos observar que en el curso EI se fortalece el RE, debido a que casi todos los indicadores están presentes. Mientras que en los cursos PE y TI, algunos indicadores se encuentran ausentes, tales como: la idea de relaciones de asociación y modelado entre dos variables, la retroalimentación en la parte de evaluación, el trabajo con métodos para la recopilación de datos, las actividades investigativas y colaborativas, entre otros. Esto no significa que no se promueve el RE en los dos primeros cursos; sino que conforme el estudiante normalista avanza en sus cursos, el desarrollo de su RE se ve favorecido durante su formación; es decir, con formación integral de los cursos TI, PE y EI, es posible que se desarrolle el RE del profesor normalista en formación.

En este sentido, al haber analizado los cursos vinculados a la estadística en el currículo de la formación normalista del profesor, podemos establecer que, con base en los programas de estudio, es posible desarrollar el RE en el futuro profesor de matemáticas durante su preparación inicial. Esto podemos observarlo en la Tabla 26, donde se evidencia la presencia de todos los indicadores durante la formación del profesor.

**Tabla 26**

*Razonamiento estadístico en la formación normalista del profesor de matemáticas*

Indicador	Ideas estadísticas fundamentales	Conjunto de datos	Actividades de clase	Herramientas tecnológicas	Discusión en clase	Evaluación	Conocimiento didáctico
Razonamiento estadístico en la formación normalista del profesor de matemáticas	<b>IEF1</b>	<b>CD1</b>	<b>AC1</b>	<b>HT1</b>	<b>DC1</b>	<b>E1</b>	<b>SET1</b>
	<b>IEF2</b>						
	<b>IEF3</b>	<b>CD2</b>	<b>AC2</b>	<b>HT2</b>	<b>DC2</b>	<b>E2</b>	<b>SET2</b>
	<b>IEF4</b>						
	<b>IEF5</b>	<b>CD3</b>	<b>AC3</b>	<b>HT3</b>	<b>DC3</b>	<b>E3</b>	<b>SET4</b>
	<b>IEF6</b>						
	<b>IEF7</b>						
	<b>CD4</b>				<b>E4</b>	<b>SET5</b>	

- *OE2. Examinar cómo se promueve el razonamiento estadístico en el estudiante de educación secundaria, a partir del análisis de los Aprendizajes Clave para la Educación*



En la Tabla 27 se expone la presencia de los elementos que conforman el RE en la formación académica del estudiante de nivel secundaria.

**Tabla 27**

*Razonamiento estadístico en la formación del estudiante de nivel secundaria*

Unidad / Indicador	Ideas estadísticas fundamentales	Conjunto de datos	Actividades de clase	Herramientas tecnológicas	Discusión en clase	Evaluación	Conocimiento didáctico
Razonamiento estadístico en la formación del estudiante de nivel secundaria	<b>IEF1</b>	<b>CD1</b>	<b>AC1</b>	<b>HT1</b>	<b>DC1</b>	<b>E1</b>	<b>SET1</b>
	<b>IEF2</b>						
	<b>IEF3</b>	<b>CD2</b>	<b>AC2</b>	<b>HT2</b>	<b>DC2</b>	<b>E2</b>	<b>SET2</b>
	<b>IEF4</b>						
	<b>IEF5</b>	<b>CD3</b>	<b>AC3</b>	<b>HT3</b>	<b>DC3</b>	<b>E3</b>	<b>SET4</b>
	<b>IEF6</b>						
	<b>IEF7</b>	<b>CD4</b>				<b>E4</b>	<b>SET5</b>

A la luz de los resultados, es posible notar la ausencia de dos ideas estadísticas fundamentales: relaciones de asociación y modelado entre dos variables (IEF5) y muestreo e inferencia (IEF7). Así como algunas áreas de oportunidad en la discusión de clase, debido a que no se contemplan herramientas tecnológicas para favorecer la discusión entre los estudiantes [DC2], por ejemplo, el uso del software GeoGebra para simular una distribución de datos y, con base en ella, observar la variabilidad en los datos, de manera que se pueda generar una discusión con argumentos estadísticos entre el estudiantado.

En este sentido, desde la perspectiva curricular, podemos afirmar que el estudiante de nivel secundaria recibe una formación donde se promueve el RE, de forma que pueda razonar con algunas ideas estadísticas fundamentales, resolver situaciones problema en contexto, utilizar y discriminar entre métodos de recopilación de datos, y discutir acerca de fenómenos cotidianos mediante argumentos estadísticos.

- *OE3. Contrastar los resultados de OE1 y OE2; en concreto, encontrar diferencias y similitudes entre los elementos esenciales para el desarrollo del razonamiento estadístico (ideas estadísticas fundamentales, conjunto de datos, actividades de clase, herramientas tecnológicas, discusión en clase, evaluación, y didáctica de la estadística).*

Como se pudo observar en las Tablas 26 y 27, en la formación normalista del profesor de matemáticas y del estudiante de nivel secundaria, se promueven algunos elementos del RE. En relación con las ideas estadísticas fundamentales, todas se desarrollan en la formación del profesor (las cuales son necesarias para poder desarrollarlas en el estudiante de nivel

secundaria), mientras que en el estudiante solo se promueven algunas de ellas, como son los datos, las representaciones, variación, distribución y modelos de probabilidad.

En cuanto a las otras categorías del RE (conjuntos de datos, actividades de clase, herramientas tecnológicas, discusión de clase, evaluación y conocimiento didáctico), se prevé que el futuro profesor de matemáticas normalista las desarrolle durante su formación inicial; con ello, podemos considerar que contará con las herramientas necesarias para favorecer dicho razonamiento en sus futuros estudiantes de nivel secundaria.

Con base en lo anterior, es posible dar respuesta a la pregunta de investigación planteada en la sección 2.3: *¿Cómo se promueve el razonamiento estadístico desde el currículo escolar en la formación normalista del profesor de matemáticas y cómo este debería promover su desarrollo en su futuro estudiante de educación secundaria?*

En la formación normalista del futuro profesor de matemáticas, a partir de los cursos de Tratamiento de la Información (2018), Pensamiento estocástico (2019) y Estadística Inferencial (2020), se promueven todos los elementos del razonamiento estadístico (Ideas estadísticas fundamentales, Conjuntos de datos, Actividades de clase, Discusión en clase, Herramientas tecnológicas, Evaluación y Conocimiento didáctico), de manera que se logra desarrollar dicho razonamiento en el profesor.

El razonamiento estadístico del profesor normalista de matemáticas se desarrolla durante su formación inicial, de tal manera que este pone en juego todas las ideas estadísticas fundamentales (datos, variación, representación, distribución, modelos de probabilidad, relaciones de asociación y modelado entre dos variables y, muestreo e inferencia), lo que permitirá lograr que el profesor pueda razonar y dar sentido a la información estadística, así como explicar y comprender procesos estadísticos con ayuda de estas ideas, utilizándolas como una directriz en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística.

Con base en el análisis realizado, el plan de estudios estipula que el futuro profesor de matemáticas normalista recolecta, organiza, presenta y analiza datos reales, además utiliza y discrimina entre los diferentes métodos de procesamiento y presentación de la información que tiene a su alcance durante su formación inicial. En suma, elabora y aplica instrumentos para recabar datos, como el caso del diagnóstico socioeconómico o la encuesta para saber los gustos de sus compañeros.

Durante su formación normalista, según los programas analizados, el futuro profesor de matemáticas trabaja diversas actividades y experiencias de aprendizaje de clase (la resolución y análisis de situaciones problemas interesantes y en contexto, la construcción de conceptos, investigaciones en colaborativo, realización de juegos de azar y experimentos aleatorios, recopilación de problemas donde se involucran los estocásticos, diseños de secuencias didácticas, análisis estadísticos, entre otras) donde se involucran las ideas estadísticas fundamentales, y se propicia un ambiente de aprendizaje estadístico que abre paso a la discusión mediante argumentos estadísticos.

En algunas actividades que el profesor normalista de matemáticas trabaja durante su formación, se proponen algunas herramientas tecnológicas con el fin de recolectar, procesar y presentar información. Así como para facilitar la realización de cálculos rigurosos, para comprender conceptos estadísticos y para la enseñanza. Por ejemplo, se considera la utilización de las hojas electrónicas de cálculo para la organización y presentación de la información.

En la formación del profesor normalista de matemáticas, se le evalúa su aprendizaje de tal forma que la evaluación considera diferentes evidencias (proyectos, resolución de problemas, trabajo colaborativo, portafolio de evidencias, examen escrito, diseño de propuestas didácticas, entre otras), alineándose al propósito y los objetivos de los cursos y propiciando la retroalimentación del aprendizaje.

Para los programas de estudio revisados, el conocimiento didáctico de la estadística se desarrolla en el profesor normalista de matemáticas de manera que este diseña e implementa propuestas innovadoras de secuencias didácticas para la enseñanza-aprendizaje de la estadística, a partir de situaciones contextuales, y analiza los resultados de evaluación de sus estudiantes. Asimismo, reflexiona sobre su práctica docente en el aula con el fin de mejorarla.

Por otro lado, el profesor normalista de matemáticas en formación, así como el profesor en servicio, tienen la responsabilidad de desarrollar dicho razonamiento en sus futuros estudiantes de nivel secundaria. Una de esas formas es profundizar en la comprensión de las ideas estadísticas fundamentales, por ejemplo, en primer grado de nivel secundaria, el profesor tiene la tarea de enseñar las propiedades que tienen la media aritmética y la mediana en el análisis de los datos, y a partir de estas propiedades potencializar la idea de Variación, donde los alumnos discutan cuál medida es la mejor representante a partir de la distribución de los datos.

Otro aspecto trascendental para el desarrollo del razonamiento estadístico en el estudiante consiste en el trabajo con los conjuntos de datos, de manera que el profesor los establezca como el centro del aprendizaje estadístico de sus estudiantes, donde los alumnos tengan la oportunidad de utilizar diferentes métodos de recopilación de datos reales, y poder discriminar entre dichos métodos.

En la formación normalista del profesor de matemáticas se tienen consideradas algunas herramientas tecnológicas para el desarrollo del razonamiento estadístico; en el currículo de nivel secundaria se mantiene carente este aspecto. Sin embargo, el profesor podría aprender a utilizar algunos recursos tecnológicos como softwares (GeoGebra, Excel, PhET, Fathom, TinkerPlots y CODAP), canales de YouTube (Daniel Carreón, Susi Profe, Math2me, Matemóvil, entre otros), e implementarlos en sus clases con el fin de procesar información, organizar datos, favorecer la comprensión conceptual de los conceptos estadísticos, simular experimentos aleatorios, entre otros.

Como ya mencionamos, el profesor normalista de matemáticas será capaz de diseñar e implementar actividades de clase que promuevan la investigación colaborativa en los estudiantes, de manera que pueda interactuar y discutir a partir de datos reales provenientes de

problemas interesantes y en contexto. De la misma forma, dichas actividades deben de propiciar la formulación de conjeturas sobre los fenómenos que se estudia, de tal manera que los estudiantes puedan discutir entre ellos con argumentos estadísticos.

En dichas actividades, el profesor normalista de matemáticas debe de evaluar el aprendizaje de sus estudiantes de acuerdo con los diferentes objetivos de aprendizaje, propiciándoles retroalimentación en las diferentes áreas de oportunidad. Asimismo, debe de considerar distintas herramientas para evaluar el aprendizaje estadístico, como proyectos estadísticos, tareas, cuestionarios, resolución de problemas, entre otros.

Sugerimos que en la formación normalista del profesor de matemáticas se estudien los diferentes errores, obstáculos y dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la estadística y la probabilidad, de forma que el profesor pueda tenerlos en cuenta al momento de elaborar su planeación didáctica y proponer estrategias para prevenirlos durante su práctica docente.

Consideramos que es importante que en la formación normalista del profesor de matemáticas se estudie la didáctica de algún contenido estadístico y/o probabilístico. Por ejemplo, en el curso TI puede aprovecharse el concepto de media aritmética para que el estudiante normalista pueda analizar la forma en cómo se puede enseñar dicho concepto y cómo este puede favorecer el desarrollo del razonamiento estadístico del alumno de secundaria.

A la luz de la formación normalista que recibe el profesor de matemáticas, podemos afirmar que tiene el conocimiento didáctico necesario para proponer y evaluar actividades a partir de conjuntos de datos reales y en contexto, donde se favorezcan las ideas estadísticas fundamentales, y la discusión con argumentos estadísticos, contemplando herramientas tecnológicas para promover el razonamiento estadístico en los estudiantes de nivel secundaria; por lo anterior, consideramos que se cumple la hipótesis planteada en el apartado 2.4.

## **6.2. Aportaciones del estudio**

El modelo de razonamiento estadístico que se propone en este estudio surge a la luz de los componentes de un marco referencial para analizar cómo se desarrolla dicho razonamiento en la formación normalista que recibe el profesor de matemáticas y cómo este le provee las herramientas para desarrollarlo en sus estudiantes de nivel secundaria. En este sentido, tomamos en cuenta el modelo SRLE (Ben-Zvi, 2011) ya que se preocupa por promover un ambiente donde promueva el RE. Además, incorporamos las ideas estadísticas fundamentales propuestas por Burill y Biehler (2011) y conjuntamos el SET (Franklin et al., 2015).

El modelo de razonamiento estadístico aquí propuesto puede ser de utilidad como marco de referencia para otros estudios donde se indague acerca de dicho razonamiento, ya que permite tener un panorama amplio y claro acerca de los elementos esenciales para su posible desarrollo, tanto en el profesor de matemáticas como en el estudiante de nivel secundaria. Por ejemplo, el modelo puede ser empleado para analizar la práctica del profesor de matemáticas en un aula de

clase en el nivel secundaria. Otra posible utilidad podría ser en la caracterización del RE del profesor de matemáticas.

### **6.3. Limitaciones del estudio**

Como ya se ha mencionado, en este trabajo de investigación se utilizó la técnica de análisis de contenido (Bernete, 2013), la cual fue de gran utilidad para analizar los elementos esenciales del RE desde los planes y programas de estudio del currículo escolar. No obstante, algunas cuestiones fueron limitadas, por ejemplo, el análisis de dicho razonamiento en el profesor de matemáticas desde el aula de clase de matemáticas.

Otro aspecto importante que quedó fuera del alcance de esta investigación, consistió en el análisis de libros de texto. De forma que al analizar el currículo del profesor y del estudiante de secundaria, pudiéramos contrastar los resultados con las actividades que se proponen en los libros de texto que se trabajan en las clases de matemáticas, y poder corroborar (como un primer acercamiento) si se promueven los elementos del RE en el aula.

### **6.4. Posibles futuras investigaciones**

A partir de la realización de este estudio se abren las puertas para otros posibles trabajos de investigación, siguiendo la línea de educación estadística y la formación de profesores. A continuación, enlistamos algunas oportunidades que pueden ser aprovechadas para futuras investigaciones dentro del campo mencionado:

- Análisis del razonamiento estadístico del profesor de matemáticas desde su práctica docente en el aula.
- Análisis del razonamiento estadístico en los currículos educativos de otros países como Chile, Colombia, Argentina, España, Estados Unidos, entre otros.
- Análisis del desarrollo del razonamiento estadístico en el currículo mexicano en comparación con el currículo de otro país.
- Análisis del desarrollo del razonamiento estadístico del profesor de matemáticas en comparación con el currículo con respecto su práctica docente en servicio.
- Caracterización del razonamiento estadístico de los profesores de matemáticas en formación y en servicio, a partir del modelo propuesto en este estudio.
- Análisis y comparación (evolución) de cómo se promueve el razonamiento estadístico en las diferentes reformas curriculares tanto en la formación del profesor de matemáticas como en la del estudiante de nivel secundaria.
- Análisis del razonamiento estadístico en los libros de texto gratuitos que se trabajan en la clase de matemáticas en las escuelas secundaria de México.
- Análisis y comparación de la presencia del razonamiento estadístico en los libros de texto de México con respecto a otros países.
- Uso de herramientas tecnológicas que favorezcan el desarrollo del razonamiento estadístico en la formación del profesor de matemáticas.

- El diseño de diferentes actividades de clase que favorezcan el desarrollo del razonamiento estadístico en los estudiantes a partir de lo estipulado en las bases curriculares.
- Consideración de algunos cambios y mejoras en el currículo escolar del estudiante de nivel secundaria y del profesor de matemáticas, de forma que estos apunten hacia el desarrollo de un razonamiento estadístico.
- Diseño de talleres de formación continua para profesores en servicio con el propósito de darle herramientas para el desarrollo del razonamiento estadístico.

Como es posible observar, aún queda trabajo por realizar, de forma que es posible seguir aportando con investigaciones en el área de la educación estadística.

### **6.5. Reflexión como profesor**

La realización de este estudio fue de utilidad para mi desarrollo profesional como profesor de matemáticas, tanto para mi conocimiento didáctico y disciplinar como para mi formación como futuro investigador. Al haber efectuado un análisis de contenido, pude conocer y utilizar una técnica de investigación que permite indagar a través de diferentes documentos. En este caso, el estudio se enfocó en el currículo escolar de la formación normalista de los profesores de matemáticas y de los estudiantes de educación secundaria, destacando los elementos del razonamiento estadístico que se promueven desde dicha perspectiva.

Al ser profesor de matemáticas y hacer investigación puedo reflexionar acerca de mi formación y práctica docente, de forma que esta se ha enriquecido, propiciándome un panorama más amplio de cómo enseñar matemáticas a los estudiantes y cómo ellos aprenden. Especialmente en los temas de estadística y probabilidad. Por ejemplo, al enseñar el tema de medidas de tendencia central en primer grado de secundaria, sé que puedo favorecer algunas ideas estadísticas fundamentales como datos, variación, distribución y representación, mediante actividades que permitan al estudiante interactuar y discutir con sus compañeros.

A través de las diferentes reflexiones, pude darme cuenta que la educación estadística es un área relativamente joven que necesita ser atendida dentro del campo de la matemática educativa, especialmente desde la formación de los profesores de matemáticas, ya que son ellos quienes enseñan estadística a sus estudiantes, futuros ciudadanos.

La formación de profesores en cuanto a didáctica de la estadística es un trabajo de suma importancia para los formadores de profesores. De esta forma, la realización de este trabajo de investigación me proporciona herramientas y diferentes perspectivas para poder atender esta problemática que se reporta en la literatura especializada.

El conocimiento didáctico de la estadística del profesor de matemáticas es trascendental debido a que juega un papel importante para la enseñanza-aprendizaje de la estadística. En este sentido, es conveniente que el profesor de matemáticas reciba una formación que actúe en pro de la

reflexión acerca de su práctica, profundizando en los conceptos estadísticos, su enseñanza y comprensión.

## 7. Referencias

- Alsina, Á., Vásquez, C. A., Muñiz-Rodríguez, L., y Rodríguez Muñiz, L. J. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Primaria. *Epsilon Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática*, (104), 99-128.
- Andrade, L., Fernández, F., y Álvarez, I. (2017). Panorama de la investigación en educación estadística desde tesis doctorales 2000-2014. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (41), 87-107. <https://doi.org/10.17227/01203916.6039>.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15(2), 2-13.
- Batanero, C. (2004). Los retos de la cultura estadística. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la estadística*, 23.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M., y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números. Revista de didáctica de las Matemáticas*, 83, 7-18.
- Batanero, C. y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*, Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers
- Ben-Zvi, D. (2011). Statistical reasoning learning environment. *EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 2 (2), 1-13.
- Ben-Zvi, D., y Garfield, J. B. (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer academic publishers.
- Bernete, F. (2013). Análisis de contenido. En A. Lucas, y A. Noboa (Eds.), *Conocer lo social: estrategias y técnicas de construcción y análisis de los datos* (pp. 221-261). Madrid.
- Bianchini, C. A. (2022). *Propuesta didáctica que promueve el sentido estadístico centrada en ideas estocásticas fundamentales* (Tesis doctoral).
- Burrill, G., & Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. En: Batanero, C., Burrill, G., Reading, C. (eds) *Teaching statistics in school mathematics-Challenges for teaching and teacher education* (Vol. 14, pp. 57-69). Springer, Dordrecht. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0\\_10](https://doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_10).
- Clemente, D. (2021). *La transformación Curricular del programa "Tratamiento de la información" en futuros profesores de matemáticas* [Tesis de maestría no publicada]. Instituto Politécnico Nacional. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada.



- Dirección General de Educación Superior para Profesionales de la Educación (2018). *Planes de Estudio 2018. Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria*. DGESPE.
- Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En A. Salcedo (Ed.), *Alternativas Pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI* (pp. 173- 194). Centro de Investigaciones Educativas, Escuela de Educación. Universidad Central de Venezuela.
- Estrella, S., Olfos, R., y Mena-Lorca, A. (2015). El conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de primaria. *Educação e Pesquisa*, 41(2), 477-493. <https://doi.org/10.1590/S1517-97022015041858>
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-K–12 curriculum framework*. American Statistical Association.
- Franklin, C., Bargagliotti, A., Case, C., Kader, G., Scheaffer, R., & Spangler, D. A. (2015). The statistical education of teachers. *American Statistical Association*.
- Franklin, C., & Bargagliotti, A. (2020). Introducing GAISE II: A guideline for precollege statistics and data science education. *Harvard Data Science Review*, 2(4), 1-9.
- Gal, I. (2004). Statistical Literacy. En Ben-Zvi, D., y Garfield, J. (eds.) *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 47-78). Springer.
- García, J., y Sánchez, E. (2007). El desarrollo de nociones de variabilidad estadística en profesores de secundaria con apoyo de actividades de simulación. En *5to Congreso sobre Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora* (pp. 81-82).
- García-García, J., Fernández, N., Hernández, E, y Díaz-Levicoy, D. (2020). Niveles de razonamiento estadístico de profesores de matemáticas sobre variabilidad. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 15(2), 27-37.
- García-García, J.I. (2021). *El contagio de los datos. La importancia de alfabetización estadística* [Conferencia]. II Simposio de Educación Matemática Virtual.
- García-García, J.I., Carmona, J., Fernández, N.A. y Arredondo, E.H. (2022). Tendencias actuales en educación estadística. Aportaciones desde el Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (2015-2021). *Revista de Educación Estadística*, 1(1), 1-22.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of statistics education*, 10(3).
- Garfield, J., delMas, R., & Chance, B. (2003). *Web-based assessment resource tools for improving statistical thinking*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago.

- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: connecting research and teaching practice*. Dordrecht: Springer.
- Gómez-Blancarte, A., y Sánchez, E. (2008). El pensamiento estadístico en la planificación de lecciones de estadística por profesores de secundaria. En *Investigación en educación matemática XII*.
- González, M.T., Leiria, A., y Pinto, J. (2015). Conocimiento del profesor sobre pensamiento estadístico. *PNA*, 10(1), 25-51.
- Hernández, S., Ruiz, B., Pinto, J.E., y Albert, J.A. (2013). Retos para la enseñanza y la formación de profesores de estadística en México. *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones*, 20(2), 257-273.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. (6ª. ed.) Colombia: McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A de C.V.
- Inzunza, S., y Rocha, E. (2021). Los datos y el azar en el currículo de educación básica y bachillerato en México: reflexiones desde la perspectiva internacional. *Diálogos sobre educación. Temas actuales en investigación educativa*, 12(23), 1-13. <https://doi.org/10.32870/dse.v0i23.717>
- López, J., Ojeda, A., y Cantoral, R. (2009). Estocásticos en el segundo grado de educación especial. En Lestón, P. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 5-13). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- López-Mojica, J. M., Ojeda, A. M., y Salcedo, J. (2018). Ideas fundamentales de estocásticos en libros de texto de educación primaria: una alternativa de enseñanza. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 9(17), 87-102.
- Maldonado, J., y Ojeda, A. (2009). Ideas fundamentales de estadística en educación primaria: una perspectiva epistemológica. *Premisa*, 43, 3-10.
- Martínez, A., Ojeda, A. (2017). Comprensión de la media ponderada por docentes en formación para primaria. En Serna, L. A. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1125-1136). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Micheli, E. (2010). Desafíos y oportunidades en la enseñanza de la estadística. En Malaspina, U. (Ed.), *V Congreso Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 3-18). Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Pfannkuch & Ben-Zvi. (2011). Developin Teachers' Statistical Thinking. In *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education* (pp. 323-333). Springer, Dordrecht.

- Pinto, J., Zapata-Cardona, L., Tauber, L., Alvarado, H., y Ruiz, B. (2018). Programa de formación de profesores en probabilidad y estadística. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(1), 897-904.
- Pinto, J. (2022). Estadística con proyectos: una propuesta para la formación del profesorado. En A. Salcedo y D. Díaz-Levicoy (Eds.), *Formación del Profesorado para Enseñar Estadística: Retos y Oportunidades* (pp. 47-75). Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística. Universidad Católica del Maule.
- Ramos, L. (2019). La educación estadística en el nivel universitario: retos y oportunidades. *Revista Digital de Investigación en Docencia Universitaria*, 13(2), 67-82.
- Rodríguez-A, F., Díaz-Levicoy, D., y Vásquez, C. (2021). Análisis de las actividades sobre variabilidad estadística en los libros de texto de educación secundaria: Una mirada desde las propuestas internacionales. *Uniciencia*, 35(1), 108-123.
- Ruiz, B. (2018) Programa de formación de profesores en probabilidad y estadística. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(1), 897-904.
- Rumsey, D. J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. *Journal of statistics education*, 10(3) 1-12.
- Salcedo, A., y Ramírez, T. (2016). Análisis de las actividades de probabilidad propuestas en textos escolares de primaria. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(1), 179-202.
- Salcedo, A. (2019). Las ideas fundamentales de la estadística en textos escolares de matemáticas. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 2-10). Universidad de Granada.
- Salcedo, A., Uzcátegui, R., y Díaz-Levicoy, D. (2021). Ideas estadísticas fundamentales en libros de texto de matemáticas para la educación primaria en Nicaragua y Venezuela. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 12(12), 1-18. [https://doi.org/10.33010/ie\\_rie\\_rediech.v12i0.1210](https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v12i0.1210).
- Sánchez, E. (2009). La probabilidad en el programa de estudio de matemáticas de la secundaria en México. *Educación matemática*, 21(2), 39-77.
- Sánchez, E. (2013). *Elementos de estadística y su didáctica a nivel bachillerato*. 1ª ed. México: SEP.
- Sánchez, E. y Gómez-Blancarte, A. (2011). El desarrollo del pensamiento estadístico de profesores de secundaria en servicio. En Ortiz (Ed.), *Investigaciones actuales en Educación Estadística y Formación de Profesores* (pp. 55-72). Universidad de Granada.

- Sanoja, J., y Buitrago, J. (2013). El conocimiento didáctico del contenido estadístico del maestro. En Salcedo, A (Ed.), *Educación Estadística en América Latina: Tendencias y Perspectivas*. (pp. 125 – 151). Programa de Cooperación Interfacultades. Universidad Central de Venezuela.
- Secretaría de Educación Pública. (2017). *Aprendizajes Clave para la Educación Integral. Matemáticas. Secundaria*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2018). *Tratamiento de la Información*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2019). *Pensamiento Estocástico*. SEP.
- Secretaría de Educación Pública. (2020). *Estadística Inferencial*. SEP.
- Smith, T. (2017). Gamified modules for an introductory statistics course and their impact on attitudes and learning. *Simulation & Gaming*, 48(6), 832-854. <https://doi.org/10.1177/1046878117731888>
- Wild, C. J. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3),223-265. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>
- Wistuba, L. (2014). Didáctica de la estadística: modelos culturales en la enseñanza de la estadística. *Savbia Revista de Educación*, 1(4), 1-30.
- Zamora, J. A., Aguilar, E., y Guillén, H. S. (2022). Educación Estadística: tendencias para su enseñanza y aprendizaje en educación secundaria y terciaria. *Revista Educación*, 46(1), 547-567. <https://doi.org/10.15517/revedu.v46i1.43494>.