

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS

“FRANCISCO GARCÍA SALINAS”



**UNIDAD ACADÉMICA DE
MATEMÁTICAS**



**EL USO DE MATERIALES TANGIBLES EN LA ENSEÑANZA
DE SUCESIONES Y GENERALIZACIÓN DE PATRONES
GEOMÉTRICOS: UNA SITUACIÓN DIDÁCTICA PARA
ESTUDIANTES DE PRIMER GRADO DE SECUNDARIA**

TESIS

Que para obtener el grado de:

Maestra en Matemática Educativa

con Orientación en el Nivel Secundaria

Presenta:

Arely Sarahi Rocha García

Director de tesis:

Dr. Plácido Hernández Sánchez

Zacatecas, Zac., México Octubre 2023

Agradecimiento

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías
por el apoyo económico brindado mediante la
beca con número de registro de CVU 1141668,
para la realización de mis estudios de Maestría.

Agradecimientos

A Dios:

Quiero comenzar expresando mi más profundo agradecimiento a Dios, fuente de toda sabiduría y guía en mi vida. Sin su amor incondicional y su gracia, este logro no hubiera sido posible. Agradezco a Dios por darme la fortaleza y la perseverancia para superar los desafíos y obstáculos a lo largo de mi camino académico.

Quiero expresar mi gratitud por las oraciones y las bendiciones que he recibido de mis seres queridos y mi comunidad de fe. Agradezco a aquellos que han intercedido por mí, quienes me han brindado aliento y apoyo espiritual a lo largo de este camino académico.

Doy gracias a Dios por las bendiciones que he recibido en cada etapa de esta travesía educativa. Agradezco por su dirección constante, por iluminar mi mente y permitirme adquirir conocimiento en este campo de estudio. Reconozco que todas mis habilidades y capacidades provienen de Él.

En este momento de agradecimientos, también quiero reconocer y agradecer a todas las personas que Dios ha puesto en mi vida como mentores, profesores y compañeros de estudio. Su experiencia, conocimiento y orientación han sido un regalo invaluable en mi formación académica y personal.

Finalmente, reconozco y agradezco a Dios por las oportunidades y los recursos que me ha provisto durante mi investigación y la redacción de esta tesis. Agradezco por cada descubrimiento, cada avance y cada logro, sabiendo que todo proviene de su gracia.

Que este logro sea un testimonio de la fidelidad y el amor de Dios en mi vida. Mi más profundo agradecimiento a Él por su presencia constante, su dirección y su bendición en este viaje académico.

“En todas tus formas reconócelo, y él enderezará tus caminos”

(Proverbios 3:6)

Dedicatorias

A mis padres Ma. Luisa García Sánchez y Bernardo Rocha López:

Quienes han sido mi mayor fuente de apoyo y motivación a lo largo de mi carrera académica. Gracias por creer en mí y por su constante aliento, paciencia y amor incondicional. Su sacrificio y dedicación han sido fundamentales para que pudiera alcanzar este logro. Estoy agradecida de que estuvieron siempre a mi lado animándome en los momentos difíciles y celebrar mis logros conmigo. Son mi roca y mi motivación constante. Su comprensión cuando he tenido que dedicar largas horas a mi investigación y estudios. El amor y sonrisas han iluminado mi camino y me han dado fuerzas para seguir adelante.

A mis hermanos David y Akari:

Por su apoyo incondicional, palabras de aliento y motivación durante toda mi trayectoria académica. Su confianza en mis habilidades y su respaldo han sido fundamentales para superar los desafíos y llegar hasta aquí.

A mi familia y amigos:

Quiero expresar mi gratitud a toda mi familia extendida y amigos cercanos por su constante apoyo y ánimo a lo largo de este viaje. Sus palabras de aliento, gestos amables y creencia en mi capacidad han sido invaluable. Finalmente, quiero agradecer a todos aquellos que, de una forma u otra, contribuyeron a mi formación y desarrollo académico. Su orientación, conocimientos compartidos y experiencia han sido fundamentales en mi crecimiento profesional. Este logro no habría sido posible sin el amor, el apoyo y la guía de mi familia. Les estoy eternamente agradecida. Su presencia en mi vida es mi mayor bendición."

Para mi asesor de tesis y lectores

A mi apreciado asesor de tesis, Dr. Plácido Hernández Sánchez quiero expresar mi más profundo agradecimiento por su orientación experta y su apoyo constante a lo largo de este proceso de investigación. Su sabiduría, paciencia y compromiso han sido fundamentales para mi crecimiento académico. Sus conocimientos y experiencia han sido una inspiración y un faro que me ha guiado hacia la excelencia. Estoy sumamente agradecida por la confianza que depositó en mí y por su guía durante todo este recorrido.

A mis estimados lectores, quiero expresar mi más sincero agradecimiento por su dedicación y tiempo al revisar y evaluar esta tesis. Sus comentarios, sugerencias y perspicacia han sido invaluable para mejorar la calidad de este trabajo. Agradezco su compromiso y su contribución al enriquecimiento de mis conocimientos.

Quiero reconocer y agradecer a cada uno de ustedes, mis lectores y asesor, por su valioso tiempo, comentarios y contribuciones. Sus perspectivas y sugerencias han ampliado mi visión y han enriquecido la calidad de esta tesis. Ha sido un honor y un privilegio contar con su experiencia y conocimientos en este proceso de investigación.

También deseo agradecer a la institución académica y al cuerpo docente que me han brindado los recursos necesarios para llevar a cabo este proyecto de investigación. Sus esfuerzos y dedicación en la formación de profesionales han sido fundamentales para mi desarrollo académico y personal.

Este logro no habría sido posible sin su valioso apoyo y contribuciones. Les estoy sinceramente agradecido por su confianza, su tiempo y su dedicación. Su participación ha dejado una huella significativa en mi crecimiento profesional y personal.

El conocimiento se multiplica al ser compartido y ustedes han sido parte fundamental en este proceso. Con humildad y gratitud, les dedico este trabajo como muestra de mi reconocimiento y aprecio.

¡Gracias!

Constancia de revisión por asesores y comité evaluador

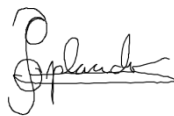
A QUIEN CORRESPONDA:

Por medio de la presente se hace constar que el trabajo de grado que lleva por nombre “El uso de materiales tangibles en la enseñanza de sucesiones y generalización de patrones geométricos: una situación didáctica para estudiantes de primer grado de secundaria” y que fue realizado bajo nuestra asesoría por el Dr. Plácido Hernández Sánchez de la Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria ha atendido las sugerencias y recomendaciones establecidas en el proceso de revisión por parte del comité evaluador, **por lo que se encuentra listo para su presentación y defensa.** Lo anterior en los términos de la legislación vigente, correspondiente a la Universidad Autónoma de Zacatecas y aquella establecida en la Maestría.

Atentamente,

Zacatecas, Zac., a 30 de octubre del 2023

Dr. Plácido Hernández Sánchez



CARTA DE RESPONSABILIDAD Y CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de Zacatecas, Zacatecas, el día 15 del mes de Julio del año 2023, la que suscribe Arely Sarahi Rocha García alumna del Programa de Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Secundaria con número de matrícula 42106983; manifiesta que es la autora intelectual del trabajo de grado intitulado El uso de materiales tangibles en la enseñanza de sucesiones y generalización de patrones geométricos: Una situación didáctica para estudiantes de primer grado de secundaria bajo la dirección del Dr. Plácido Hernández Sánchez.

Por tal motivo asume la responsabilidad sobre su contenido y el debido uso de referencias, acreditando la originalidad del mismo. Así mismo cede los derechos del trabajo anteriormente mencionado a la Universidad Autónoma de Zacatecas para su difusión con fines académicos y de investigación.



Arely Sarahi Rocha García

Agradecimiento

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías
por el apoyo económico brindado mediante la
beca con número de registro de CVU 1141668,
para la realización de mis estudios de Maestría.

**EL USO DE MATERIALES TANGIBLES EN LA ENSEÑANZA
DE SUCESSIONES Y GENERALIZACIÓN DE PATRONES
GEOMÉTRICOS: UNA SITUACIÓN DIDÁCTICA PARA
ESTUDIANTES DE PRIMER GRADO DE SECUNDARIA**

Arely Sarahi Rocha García

ÍNDICE

Resumen.....	1
Abstract	3
Introducción	5
Capítulo 1. Planteamiento del problema	7
1.1 Motivación	8
1.2 Antecedentes	10
1.2.1 Enfoques pedagógicos.....	10
1.2.2 Experiencias previas	12
1.2.3 Tecnología y materiales didácticos tangibles.....	13
1.2.4 Contexto Educativo	17
1.3 Reflexión.....	21
1.4 Problemática	22
1.4.1 Problema de investigación	23
1.5 Objetivo general.....	24
1.5.1 Objetivos específicos.....	24
1.6 Hipótesis.....	24
1.7 Justificación	24
Capítulo 2. Marco Teórico.....	26
2.1 Origen de la Teoría de Situaciones Didácticas	27
2.2 Teoría de las Situaciones Didácticas.....	27
2.2.1 Situación Didáctica	28
2.2.2 Situación a-Didáctica.....	28
2.2.3 Tipos de situaciones didácticas	29
2.2.4 Milieu en la Teoría de Situaciones Didácticas	31
2.2.5 La devolución	33
2.2.6 El contrato didáctico	34
2.3 Los materiales didácticos tangibles.....	34
2.3.1 Material concreto.....	35
2.3.2 Ambientes Lúdicos	36
2.4 FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS.....	37
2.4.1 Sucesión.....	37
2.4.2 Sucesiones figurales	37

2.4.3 Patrones	38
2.4.4 Patrón geométrico	39
2.4.5 Generalización.....	42
Capítulo 3. Metodología.....	44
3.1 Ingeniería didáctica	45
3.2 Fases de la ingeniería didáctica.....	45
3.2.1 Los análisis preliminares.....	45
3.2.2 La concepción y el análisis a priori	46
3.2.3 Experimentación	48
3.2.4 Análisis a posteriori y evaluación	48
3.3 Análisis Preliminares, Concepción y Análisis a priori	48
3.3.1 Análisis epistemológico.....	49
3.3.1.1 Los griegos.....	49
3.3.1.2 Los babilonios.....	53
3.3.1.3 Los mayas	54
3.4 Análisis didáctico	55
3.5 Análisis cognitivo	65
3.5.1 Situación didáctica	72
3.5.2 Propósito general	72
3.5.3 Situación fundamental	72
3.5.4 Variables macrodidácticas.....	72
3.5.5 Organización de las situaciones didácticas	74
3.6 Análisis a priori	76
3.6.1 CONTRATO DIDÁCTICO	77
3.6.2 Objetivos de la situación didáctica:.....	77
3.6.3 Responsabilidades de la docente y los estudiantes	77
3.6.4 Actividades propuestas:	78
3.6.5 Variables didácticas involucradas	78
3.6.6 Desarrollo de la situación didáctica	79
3.7 Actividad 1: Hagamos azulejos.....	79
3.7.1 Variables didácticas.....	80
3.7.2 Consigna: Hagamos azulejos 1/3.....	80
3.7.3 Diseño 2 (Parte 2).....	82

3.7.4 Devolución:.....	84
3.7.5 Momentos de la clase plan 1 (Parte 1).....	85
3.7.6 Momentos de la clase Plan 1 (Parte 2).....	91
3.8 Actividad 2: Expongamos diseños	95
3.8.1 Variables didácticas	99
3.8.2 Consigna: Expongamos diseños 2/3.....	100
3.8.3 Devolución.....	104
3.8.4 Momentos de la clase	105
3.9 Actividad 3: Crea tus diseños	121
3.9.1 Variables didácticas.....	122
3.9.2 Consigna: Para concluir 3/3.....	122
3.9.3 Momentos de la clase	123
3.9.4 Devolución.....	126
Capítulo 4. Experimentación, análisis a posteriori y validación	127
4.1 Experimentación	128
4.1.1 Escuela y ubicación geográfica.....	128
4.1.2 Contexto externo:	128
4.1.3 Contexto interno:	129
4.1.4 Características sociales relevantes.....	129
4.2 Análisis a posteriori	129
4.3 Actividad 1 Diseño 1.....	130
4.3.1 Situación acción - Actividad 1 Diseño 1.....	130
4.3.2 Situación acción. El milieu. Actividad 1 Diseño 1	132
4.3.3 Situación de formulación - Actividad 1 Diseño 1	133
4.3.4 Situación de formulación. El milieu Actividad 1 Diseño 1	145
4.3.5 Situación de validación – Actividad 1 Diseño 1.....	146
4.3.6 Situación de validación. El milieu Actividad 1 Diseño 1	151
4.3.7 Situación de institucionalización Actividad 1 – Diseño 1	152
4.3.8 Situación de Institucionalización. El milieu Actividad 1 Diseño 1	154
4.3.9 Devolución Actividad I Diseño I.....	155
4.3.10 El contrato didáctico Actividad I Diseño I.....	155
4.4 Actividad 1 Diseño 2.....	156
4.4.1 Situación acción - Actividad 1 Diseño 2.....	156

4.4.2 Situación de acción – El milieu – Actividad 1 Diseño 2	158
4.4.3 Situación de formulación - Actividad 1 Diseño 2	158
4.4.4 Situación de formulación – El milieu – Actividad 1 Diseño 2	166
4.4.5 Situación de Validación – Actividad 1 Diseño 2.....	167
4.4.6 Situación de validación – El milieu – Actividad 1 Diseño 2	176
4.4.7 Situación de Institucionalización – Actividad 1 Diseño 2	177
4.4.8 Situación de institucionalización – El milieu – Actividad 1 Diseño 2.....	178
4.4.9 Devolución - Actividad 1 Diseño 2.....	179
4.4.10 El contrato didáctico - Actividad 1 Diseño 2	179
4.5 Actividad 2 – Expongamos diseños	180
4.5.1 Situación de acción – Actividad 2.....	180
4.5.2 Situación de acción – El milieu – Actividad 2	183
4.5.3 Situación de formulación – Actividad 2.....	184
4.5.4 Situación de formulación – El milieu – Actividad 2	206
4.5.5 Situación de Validación – Actividad 2	207
4.5.6 Situación de validación – El milieu – Actividad 2	218
4.5.7 Situación de institucionalización – Actividad 2	219
4.5.8 Situación de institucionalización – El milieu – Actividad 2.....	220
4.5.9 Devolución - Actividad 2.....	220
4.5.10 El contrato didáctico – Actividad 2.....	221
4.6 Actividad 3 – Para concluir	222
4.6.1 Situación de acción – Actividad 3.....	222
4.6.2 Situación de acción – El milieu – Actividad 3	227
4.6.3 Situación de formulación – Actividad 3.....	228
4.6.4 Situación de formulación – El milieu – Actividad 3	242
4.6.5 Situación de validación – Actividad 3.....	243
4.6.6 Situación de validación – El milieu – Actividad 3	249
4.6.7 Situación de institucionalización – Actividad 3	250
4.6.8 Situación de institucionalización – El milieu – Actividad 3.....	252
4.6.9 Devolución Actividad 3.....	252
4.6.10 El contrato didáctico – Actividad 3.....	253
4.7 VALIDACIÓN	254
4.7.1 Validación – Momento de Acción Actividad 1 Diseño 1.....	254

4.7.2 Validación – Momento de Formulación Actividad 1 Diseño 1	255
4.7.3 Validación – Momento de Validación Actividad 1 Diseño 1.....	255
4.7.4 Validación – Momento de Institucionalización Actividad 1 Diseño 1	256
4.7.5 Validación – Momento de Acción Actividad 1 Diseño 2.....	256
4.7.6 Validación – Momento de Formulación Actividad 1 Diseño 2	256
4.7.7 Validación – Momento de Validación Actividad 1 Diseño 2.....	257
4.7.8 Validación – Momento de Institucionalización Actividad 1 Diseño 2	257
4.7.9 Validación – Momento de Acción Actividad 2	257
4.7.10 Validación – Momento de Formulación Actividad 2	258
4.7.11 Validación – Momento de Validación Actividad 2	258
4.7.12 Validación – Momento de Institucionalización Actividad 2	259
4.7.13 Validación – Momento de Acción Actividad 3	259
4.7.14 Validación – Momento de Formulación Actividad 3	260
4.7.15 Validación – Momento de Validación Actividad 3	260
4.7.16 Validación – Momento de Institucionalización Actividad 3	261
Reflexiones finales.....	262
5.1 Alcance de nuestros objetivos	263
5.2 Implementación de una situación didáctica junto con material tangible.....	263
5.3 Limitaciones de la investigación.....	265
5.4 Limitaciones en la generalización.....	267
5.5 Contribuciones de nuestra investigación.....	268
5.6 Reflexión final.....	271
Referencias.....	273

Resumen

La tesis se enfoca en investigar la dificultad que experimenta el alumnado de secundaria en el aprendizaje de patrones geométricos. El aprendizaje de patrones geométricos es una parte esencial del currículo de matemáticas en la educación secundaria. Sin embargo, numerosos estudios han revelado que los estudiantes de secundaria enfrentan diversas dificultades al tratar de descubrir y generalizar estos patrones geométricos. Uno de los desafíos clave que los estudiantes de secundaria encuentran al aprender patrones geométricos es la dificultad en identificarlos en primer lugar. En palabras de Van de Walle (2007), "muchos estudiantes tienen problemas para ver la relación entre diferentes figuras geométricas y cómo estas figuras se conectan a través de un patrón subyacente". Esto se debe a que los patrones geométricos pueden ser abstractos y no siempre evidentes a simple vista.

La generalización es un paso crucial en el aprendizaje de patrones geométricos, pero muchos estudiantes de secundaria muestran resistencia a este proceso. Hiebert y Lefevre (1986) destacan que "los estudiantes a menudo tienen dificultades para identificar la regla o la fórmula que describe el patrón y para aplicarla a situaciones similares". Esto puede deberse a una falta de comprensión de la estructura subyacente de los patrones geométricos. Es por eso que proponemos el diseño de una situación didáctica que ponga en movimiento la noción de patrón geométrico en un ambiente lúdico y experimental usando materiales propios de un museo interactivo de matemáticas. En este contexto, recurrimos de manera orgánica a la Teoría de Situaciones Didácticas, desarrollada por Guy Brousseau hace más o menos medio siglo; que constituye una aproximación sistémica al proceso de enseñanza y aprendizaje.

Ello incluye las planeaciones, las interacciones y las formas para optimizar el proceso. En la Teoría de Situaciones Didácticas se establecen tareas, las cuales son denominadas situaciones *a-didácticas* que se caracterizan por ponerse en marcha en escenarios lúdicos donde no se menciona al alumnado los contenidos que se abordarán. La situación *a-didáctica per se* constituye un ambiente de juego donde se pone de manifiesto el razonamiento y el debate sin la intervención de maestras y maestros. En este ambiente de juego el conocimiento matemático emergería resignificado como solución al desafío lúdico planteado.

Como marco metodológico nos apoyamos de la Ingeniería Didáctica que nace a principios de los ochenta del siglo pasado. Se describe la metodología de la ingeniería didáctica distinguiendo su proceso experimental en cuatro fases: la fase 1 de análisis preliminar, la fase 2 de concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería, la fase 3 de experimentación y la fase 4 de análisis a posteriori y evaluación.

La población estuvo constituida por estudiantes de primer grado de secundaria de un colegio del estado de San Luis Potosí, siendo un total de 15 estudiantes, 9 de ellos alumnos y 6 alumnas. Los instrumentos que utilizamos fue nuestra situación didáctica con un total de 3 actividades. Los resultados fueron mostrados a través de los cuatro momentos de las situaciones didácticas y pasando por la validación siguiendo la metodología implementada.

Los resultados obtenidos en nuestra investigación nos dejan ver que el uso de una situación didáctica e implementación de material didáctico puede ayudar a los estudiantes a comprender mejor los conceptos relacionados con los patrones geométricos para así pasar a lo que es generalizar una sucesión dada por distintos patrones. De igual forma, la combinación de material visual y actividades prácticas aumentó la retención de información. Los estudiantes pueden recordar y comprender mejor los conceptos cuando los experimentaron de manera activa. La situación didáctica ayudó al alumnado a fomentar el pensamiento crítico y las habilidades de resolución de problemas. Los estudiantes pudieron aplicar lo que han aprendido para identificar patrones y a su vez crear reglas de generalización por sí mismos.

Es por eso que argumentamos que una secuencia de situación didáctica bien diseñada puede ayudar a los estudiantes de secundaria a comprender conceptos abstractos relacionados con la generalización. Pueden llegar a comprender cómo identificar patrones, tendencias y reglas subyacentes en diferentes contextos. Trabajar con situaciones de generalización fomenta el pensamiento crítico. Los estudiantes deben analizar datos, identificar tendencias y justificar sus conclusiones, lo que fortalece su capacidad para razonar de manera lógica y resolver problemas. Los estudiantes adquirieron la habilidad de abordar problemas complejos y encontrar soluciones al comprender cómo se pueden aplicar reglas generales en diferentes contextos. Esto es útil en matemáticas y en otras áreas.

La secuencia de situación didáctica diseñada también ayudó a los estudiantes a desarrollar habilidades de comunicación matemática. Aprendieron a expresar sus ideas y hallazgos de manera clara y efectiva, tanto de forma oral como escrita. La implementación de una secuencia de situación didáctica en nivel secundaria al trabajar el tema de la generalización puede tener una serie de resultados positivos, incluida una mejor comprensión conceptual, el desarrollo de habilidades críticas y la aplicación práctica de conceptos matemáticos en la vida cotidiana. Estos resultados pueden contribuir a un aprendizaje matemático más sólido y significativo en este nivel educativo.

Palabras clave: Patrón geométrico, situación didáctica, ambiente lúdico, material tangible, generalizar.

Abstract

The thesis focuses on investigating the difficulty that high school students experience in learning geometric patterns. Learning geometric patterns is an essential part of the mathematics curriculum in secondary education. However, numerous studies have revealed that high school students face various difficulties when trying to discover and generalize these geometric patterns. One of the key challenges that high school students encounter when learning geometric patterns is the difficulty in identifying them in the first place. In the words of Van de Walle (2007), "many students have trouble seeing the relationship between different geometric figures and how these figures are connected through an underlying pattern." This is because geometric patterns can be abstract and not always obvious to the naked eye.

Generalization is a crucial step in learning geometric patterns, but many high school students show resistance to this process. Hiebert and Lefevre (1986) note that "students often have difficulty identifying the rule or formula that describes the pattern and applying it to similar situations." This may be due to a lack of understanding of the underlying structure of geometric patterns. That is why we propose the design of a didactic situation that puts the notion of geometric pattern in motion in a playful and experimental environment using materials typical of an interactive mathematics museum. In this context, we organically resort to the Theory of Didactic Situations, developed by Guy Brousseau more or less half a century ago; which constitutes a systemic approach to the teaching and learning process.

This includes planning, interactions and ways to optimize the process. In the Theory of Didactic Situations, tasks are established, which are called a-didactic situations that are characterized by being implemented in recreational scenarios where the contents that will be addressed are not mentioned to the students. The a-didactic situation per se constitutes a game environment where reasoning and debate are revealed without the intervention of teachers. In this game environment, mathematical knowledge would emerge redefined as a solution to the recreational challenge posed.

As a methodological framework we rely on Didactic Engineering that was born in the early eighties of the last century. The methodology of didactic engineering is described, distinguishing its experimental process into four phases: phase 1 of preliminary analysis, phase 2 of conception and a priori analysis of the engineering didactic situations, phase 3 of experimentation and phase 4 of post-hoc analysis and evaluation.

The population was made up of first grade high school students from a school in the state of San Luis Potosí, with a total of 15 students, 9 of them male and 6 females. The instruments we used was our didactic situation with a total of 3 activities. The results were shown through the four moments of the didactic situations and through validation following the implemented methodology.

The results obtained in our research allow us to see that the use of a didactic situation and implementation of didactic material can help students to better understand the concepts related to geometric patterns in order to move on to what it is to generalize a sequence given by different patterns. Similarly, the combination of visual material and practical activities increased information retention. Students can remember and understand concepts better when they actively experienced them. The didactic situation helped students foster critical

thinking and problem-solving skills. Students were able to apply what they have learned to identify patterns and in turn create generalization rules for themselves.

That is why we argue that a well-designed teaching situation sequence can help high school students understand abstract concepts related to generalization. They can come to understand how to identify patterns, trends and underlying rules in different contexts. Working with generalization situations encourages critical thinking. Students must analyze data, identify trends, and justify their conclusions, which strengthens their ability to reason logically and solve problems. Students gained the ability to address complex problems and find solutions by understanding how general rules can be applied in different contexts. This is useful in mathematics and other areas.

The designed teaching situation sequence also helped students develop mathematical communication skills. They learned to express their ideas and findings clearly and effectively, both orally and in writing. Implementing a didactic situation sequence at the secondary level when working on the topic of generalization can have a number of positive results, including better conceptual understanding, the development of critical skills, and the practical application of mathematical concepts in everyday life. These results can contribute to more solid and meaningful mathematical learning at this educational level.

Keywords: Geometric pattern, didactic situation, playful environment, tangible material, generalize.

Introducción

La información proporcionada aborda el tema de trabajar patrones mediante el uso de material didáctico tangible, a través de diversas investigaciones relacionadas con este enfoque. En general, la investigación destaca la importancia de utilizar material didáctico tangible para trabajar patrones matemáticos, ya que puede facilitar el aprendizaje y promover habilidades algebraicas fundamentales. Sin embargo, también se señalan las problemáticas y dificultades que pueden surgir en este proceso.

Londoño, Kakes y Álamo (2014) identificaron dificultades específicas en el trabajo con patrones y la generalización algebraica. Su estudio reveló que los estudiantes tenían dificultades al pasar de la identificación de patrones a la generalización. Antes de abordar cómo el material didáctico tangible puede ayudar a superar estas dificultades, es importante comprender cuáles son algunas de las barreras comunes en el trabajo con patrones geométricos. Estas dificultades pueden incluir:

- Dificultad en la Identificación de Patrones: Los estudiantes pueden tener problemas para reconocer patrones y relaciones geométricas en conjuntos de figuras.
- Falta de Visualización Espacial: La visualización de transformaciones y secuencias de formas geométricas puede ser desafiante para muchos estudiantes.
- Resistencia a la Generalización: Los estudiantes pueden luchar para generalizar patrones geométricos y aplicarlos a situaciones diversas.

Algunas formas en las que podemos evitar las dificultades anteriores pueden ser con la implementación de material didáctico tangible, para eso algunos autores como Moss y London (2011) se centran en una secuencia diseñada para promover el trabajo de patrones con estudiantes de educación primaria utilizando mosaicos cuadrados. Concluyendo que trabajar con patrones ayudó a los estudiantes a desarrollar una comprensión sólida de la multiplicación. Por su parte el metaanálisis realizado por Carbonneau, Marley y Selig (2013) examina la eficacia del uso de manipulativos en la enseñanza de las matemáticas en comparación con la instrucción simbólica abstracta. Los resultados mostraron que su uso de manipulativos tiene un efecto positivo en el aprendizaje matemático, aunque la fuerza de este efecto depende de otras variables instruccionales.

El material didáctico tangible, como bloques geométricos, rompecabezas y fichas, puede ser una herramienta valiosa para abordar estas dificultades, McNeil, Uttal, Jarvin, y Sternberg (2009) investigaron diferentes tipos de manipulativos y su impacto en el aprendizaje. Destacando la importancia de la riqueza perceptiva de éstos manipulativos para facilitar el aprendizaje. Los manipulativos geométricos permiten a los estudiantes manipular y explorar formas de manera tangible, lo que facilita la identificación de patrones y relaciones. Por ejemplo, al colocar bloques geométricos en secuencias, los estudiantes pueden ver y tocar las transformaciones. El material tangible puede utilizarse para modelar patrones geométricos de manera física. Los estudiantes pueden crear secuencias de formas y experimentar con diferentes configuraciones, lo que fomenta la comprensión de las relaciones entre las figuras.

Por tal motivo el trabajo de grado que se presenta tiene como objetivo diseñar y poner en escena una situación didáctica para favorecer en el estudiantado de primero de secundaria la generalización de patrones geométricos a través de materiales didácticos tangibles. Esto se logra mediante la implementación de material didáctico tangible para

poder representar los primeros términos de patrones lineales. Para alcanzar dicho objetivo se utiliza la Teoría de situaciones didácticas y como metodología la ingeniería didáctica, lo anterior organizado de la siguiente manera.

En el primer capítulo se mencionan parte de mi motivación y aspectos que llevaron a plantear y desarrollar esta investigación, así como un análisis detallado de las diferentes investigaciones realizadas sobre patrón geométrico, sucesiones figurativas, implementación de material didáctico tangible.

El segundo capítulo de este trabajo de investigación tiene como propósito describir el marco teórico con el que se trabajará. Se llevará a cabo con la Teoría de Situaciones didácticas la cual es desarrollada por Guy Brousseau. Esta teoría nos permitirá entender por qué alumnas y alumnos presentan ciertas dificultades al trabajar con patrones geométricos y nos ayudará a buscar la manera que como docentes podamos contribuir para que el alumnado se apropie de los aprendizajes.

En este apartado se analiza el método que se llevará a cabo para realizar esta investigación. Según Schmelkes y Elizondo (2010) el método es el plan ordenado para el desarrollo del proyecto. Para este trabajo se optará por una investigación con enfoque cualitativo, pues, “se estudia la realidad en su contexto natural, tal como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar, los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas” (Rodríguez, Gil y García, 1996, p. 32), en este estudio se trabajará con estudiantes de primer año de educación secundaria, implementando una secuencia didáctica.

Para el apartado de metodología de la investigación consideramos pertinente trabajar la Ingeniería Didáctica de Artigue (1995), que tiene sus inicios en los años ochenta. Se llevará a cabo junto con las cuatro fases que se componen las cuales son: análisis preliminares, concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería, experimentación y análisis a posteriori y validación.

Los resultados obtenidos en esta investigación nos dejan ver si el estudiantado de primer grado de secundaria logra reconocer el patrón que rige los primeros términos de una sucesión del tipo lineal a través de material didáctico tangible, así como llegar a su generalización. Además, se presentan algunas consideraciones que podrían ayudar a mejorar la secuencia didáctica en un futuro.

Finalmente, se destaca que el material didáctico enriqueció la experiencia de aprendizaje al ofrecer a los estudiantes una variedad de recursos visuales, táctiles y auditivos. Estos recursos lograron permitir una comprensión más profunda y significativa de los conceptos matemáticos, ya que los estudiantes pudieron ver y manipular objetos concretos, como manipulativos, gráficos, como lo fue las distintas figuras de fomi.

Capítulo 1.

Planteamiento del problema



En este apartado se presentan los motivos que han impulsado la planificación de esta investigación, seguido de un análisis de los antecedentes para facilitar una reflexión sobre los mismos.

1.1 Motivación

Mi interés en este tema surge a partir de mi experiencia como profesora de matemáticas de nivel secundaria. En este tiempo me he encontrado con alumnas y alumnos que tienen problemas para comprender algunas nociones relacionadas con el álgebra y la geometría. Al trabajar frente a grupo era común observar que parte del alumnado no solía mostrar interés a ciertos contenidos matemáticos, también presentaban un desinterés al realizar las actividades y tareas. Es así que parte de mi motivación inició con querer buscar estrategias en las que haciendo uso de material didáctico tangible pudiera captar la mayor atención del estudiantado y que realmente quisieran participar y trabajar en las clases.

Ante ello, decidí enfocarme en el diseño de una situación didáctica para trabajar con el concepto de patrón geométrico. Puesto que en las ocasiones que he expuesto el contenido de sucesiones y patrón geométrico con el alumnado he podido notar ciertas dificultades, algunas son que no identifican el patrón que rige a la sucesión, no logran coordinar la estructura espacial con la numérica, batallan para pasar de una representación numérica a una algebraica. A lo largo de este trabajo sostengo que el uso apropiado de materiales didácticos tangibles en un ambiente lúdico podría provocar el interés del alumnado hacia las matemáticas y coadyuvar en la construcción del concepto de patrón geométrico.

Otro aspecto que me motivó fue que la noción de sucesión se pone de manifiesto en los tres grados de educación secundaria. En primer año se espera que alumnas y alumnos formulen expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones, en segundo grado, pueden representar propiedades (perímetro, área) de figuras geométricas y verificar la equivalencia de las expresiones algebraicas de primer grado formuladas a partir de sucesiones y finalmente en tercero se ponen de manifiesto expresiones algebraicas de segundo grado. (Secretaría de Educación Pública, 2017)

Asimismo, tengo la intención de promover el interés del alumnado hacia las clases de matemáticas, para ello, sostengo que un ambiente lúdico es fundamental, ya que es común que alumnas y alumnos ostentan rechazo hacia las matemáticas (Miguez, 2004), muchas veces generado por la manera en la que maestras y maestros imparten las clases. Sostengo que el desarrollo de la noción de patrón geométrico podría ser una tarea divertida y relativamente fácil cuando se desarrolla en un ambiente lúdico y robusto en materiales didácticos.

Parte de mi motivación y el querer trabajar con material didáctico se debe a la visita que tuve al Museo Interactivo e Itinerante de Matemáticas de Zacatecas (MIIMaZ), pues el material que me mostró el Dr. Plácido me pareció maravilloso, el hecho de poder trabajar el tema haciendo uso de material didáctico tangible y el pensar en que eso podría interesar bastante al alumnado, por su parte el autor Morales (2012) también ha trabajado con material didáctico y el menciona que:

Los materiales didácticos tangibles se pueden clasificar en relación con el grupo al que se refiere, con respecto a la edad y las características del estudiante, los conocimientos previos del estudiante, las destrezas a adquirir por éste, al tipo de

material, al nivel de dificultad, tipo de contenido y los objetivos perseguidos por el programa de estudio. (p.107)

La noción de sucesión aparece en el estudio de la variable como número general, la cual se aborda desde el primer hasta el tercer año de educación secundaria, por lo que el estudiantado trabaja con sucesiones numéricas y figurales. Una sucesión figurativa es un:

Conjunto de figuras con la propiedad de que hay un patrón de crecimiento que permite encontrar todas las figuras, empezando por la que ocupa el primer lugar de la sucesión; luego la que ocupa el segundo lugar; luego la que ocupa el tercer lugar y así sucesivamente (Araujo, García, García, y López, 2006, p. 40).

El uso de materiales didácticos tangibles es parte fundamental en esta investigación; constituyen instrumentos para experimentar, conjeturar y resolver problemas de manera autónoma; son un medio para la construcción de la noción de patrón geométrico. Quiero que los estudiantes se motiven y que atraigan su interés por los materiales didácticos tangibles ya que en las ocasiones que he podido trabajar con estos recursos veo como alumnas y alumnos los ven como juegos los cuales les causa un reto, el cual al hacer uso de este tipo de material pareciera favorecer a que los más tímidos puedan participar. Con estos recursos podremos apoyar y facilitar a los estudiantes la adquisición de habilidades y competencias matemáticas.

En un ambiente *Hands-on, Minds-on, Hearts-on* (manos activas, mentes activas, corazones activos); es decir cognitivo, afectivo, conductual y motor; alumnas y alumnos podrían experimentar, manipular, conjeturar y contrastar las soluciones generadas y en este ambiente podría resignificarse el aprendizaje.

Propongo que un ambiente robusto en distintos instrumentos y materiales didácticos tangibles de apoyo podría ayudar a resolver algunos conflictos y problemas en el aprendizaje, como son: el no comprender lo que pasa de un término a otro, el determinar el valor de una sucesión y algunas dificultades asociadas a la ausencia de sentido, entre otras.

Cuando los docentes abordan la noción de patrón numérico usando materiales didácticos tangibles apropiados enriquecen el ambiente, planteando patrones geométricos de tal forma que alumnas y alumnos descubren el comportamiento y logran identificar y deducir las reglas de crecimiento que las rigen. De esta forma podrían hacer predicciones provocando madurez en su habilidad para realizar generalizaciones.

Al trabajar con material didáctico pretendo dar a conocer la importancia de incorporar esos medios, tanto materiales concretos, lúdicos y tecnológicos. Por otra parte, me permitirán conocer si es que esto realmente funciona para construir el concepto y que a su vez distintos docentes pudieran conocer una nueva propuesta y la implementen para construir el saber matemático. Me gustaría demostrar que al llevar a la práctica el uso del material didáctico tangible, éste no es exclusivamente para un nivel educativo, ya que es muy común que maestras y maestros que imparten la asignatura de matemáticas a nivel secundaria, vayan dejando de considerarlos como una alternativa que permite facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje lo cual no debería ser el caso.

1.2 Antecedentes

En este apartado se presenta la revisión bibliográfica que se efectuó con artículos relacionados a mi tema de estudio. Para eso, se realizó una búsqueda en diferentes revistas matemáticas, repositorios y sitios web, para obtener información más acertada a mis necesidades, decidí utilizar palabras clave como “sucesiones”, “patrones”, “patrón geométrico” y “regularidades geométricas”. Uno de los buscadores que más utilicé fue Google Académico. Se presentan las investigaciones previas que se hicieron sobre los temas patrones y sucesiones y algunos problemas y dificultades que presentan alumnas y alumnos al hacer uso de estos temas.

1.2.1 Enfoques pedagógicos

Iniciaremos el apartado comentando el trabajo de los autores Fernni, Lappan y Phillips (1997) en el que plantean que los estudiantes son capaces de adquirir conocimientos matemáticos e invención matemática que superan nuestras expectativas. En el artículo de dichos autores presentan un ejemplo de cómo el pensamiento algebraico y el razonamiento pueden extenderse y presentarse en ciertos grados de primaria. También buscan formas de fomentar el pensamiento algebraico a través de las preguntas que suelen hacer las alumnas y alumnos.

Argumentan que el estudio de patrones es una forma productiva de desarrollar razonamiento algebraico en educación primaria. Cuando al estudiantado se les presentan problemas observan patrones y relaciones: conjeturan, prueban, discuten, verbalizan, generalizan y representan estos patrones y las relaciones de generalización y representación de patrones.

Se presentó un ejercicio para cada grado de educación primaria a partir de segundo año y a las conclusiones que llegaron fueron que distintas situaciones matemáticas pueden dar a maestras y maestros la oportunidad de generalizar y representar procesos e ideas matemáticas. Los autores ofrecen un marco geométrico en el que presentan cómo se pueden desarrollar las ideas matemáticas del estudio de los problemas y cómo el álgebra surge como una forma de generalizar y representar estas ideas.

Por su parte autores como Bautista, Bustamante y Amaya (2021) analizaron el desarrollo de razonamiento algebraico elemental de alumnados de primaria implementando patrones y secuencias numéricas y geométricas. Para su investigación usaron el modelo por niveles de algebrización (Godino et al, 2011; 2014) el cual es constituido por cuatro categorías (Nivel cero, Nivel uno, Nivel dos, Nivel tres).

Ellos aplicaron una secuencia en la que la mayoría del estudiantado recurrió al conteo o a la construcción término a término de lo solicitado en cada actividad. Contaban los números de figuras de cada sucesión y después dibujaban las faltantes. Algunos estudiantes lograban identificar el patrón de crecimiento, otros pudieron generar una regla que les permitía encontrar las sucesiones faltantes.

Al final de la secuencia gran porcentaje del alumnado logró hacer generalizaciones con reglas simples, podían expresar un lenguaje natural, numérico y algebraico. También es importante mencionar que durante los procesos de solución cometían algunos errores

de escritura. Los resultados dejaron ver que la mayoría de alumnas y alumnos se encuentran en los niveles cero y dos de algebrización. Las conclusiones a las que llegan es que abordar el tema de patrones a través de secuencias numéricas y algebraicas fue de gran ayuda para el razonamiento algebraico del estudiantado, pues lograron encontrar términos faltantes, generalizar patrones y establecer una regla.

Zapatera (2018) argumenta que suele iniciarse los contenidos algebraicos hasta que el estudiantado entra a nivel secundaria, pero que investigadores han logrado demostrar que el pensamiento algebraico se puede desarrollar desde edades tempranas, es así que el autor aplicó una secuencia de actividades relacionadas al contenido de generalización de patrones desde primero de primaria hasta sexto grado.

Su objetivo tiene relación con motivar a los demás docentes a introducir a las alumnas y alumnos el pensamiento algebraico. Parte de sus actividades se le solicita al alumnado que lleguen a la generalización de patrones siguiendo tres pasos: "Entender la propiedad común, generalizar la propiedad común a todos los términos de la secuencia y Usar la propiedad común para determinar la regla que permita hallar cualquier término de la secuencia" (p.54).

Las conclusiones generales del apartado a las que podemos llegar es que son varios los investigadores que recomiendan iniciar el desarrollo del pensamiento algebraico en educación primaria, a pesar que el plan de estudios actual no ha hecho ningunos cambios pues solemos trabajarlo hasta el primer año de educación secundaria. Consideramos que sería importante empezar a trabajar, aunque sea algunos temas previos al algebra para ir ayudando a los estudiantes con los contenidos que verán en secundaria, de igual manera pensamos que al abordar patrones y sucesiones en primaria ayuda a los estudiantes a obtener un campo más visual y argumentativo.

Santiago, Martínez y Martínez (2008) explican la generalización que logran desarrollar estudiantes de segundo y tercer grado de educación secundaria a problemas de sucesiones lineales y cuadráticas. Relacionando su trabajo y estrategias al razonamiento inductivo. Para eso tomaron cuatro escuelas públicas dando una población de 359 estudiantes.

Trabajaron con una prueba de forma escrita con seis problemas en las que se involucraba el orden de la progresión (línea o cuadrática), operaciones y sistema de representación (numérico, gráfico, verbal). Asumiendo que gran parte del alumnado no recurre a la generalización al dar solución a los distintos problemas.

Se concluye que algunas alumnas y alumnos generalizan verbalmente al momento de justificar sus conjeturas y que otro porcentaje suele limitarse a la representación gráfica, manifestando que la visualización es de suma importancia para la generalización. Algo que tienen en común los autores y sus investigaciones es que el estudiantado suele saltarse pasos al momento de llegar a la generalización tanto de sucesiones lineales como cuadráticas, en el caso de los niveles de razonamiento inductivo es que la mayoría del alumnado suelen llegar a los niveles 2 y 3 logrando un buen dominio y control, también logran entender de una mejor manera los conceptos de patrón, sucesión y término.

1.2.2 Experiencias previas

Se hizo una revisión de investigaciones previas relacionadas con la enseñanza de patrones geométricos en estudiantes de primer grado de secundaria, Castro (1999) buscó un esquema gráfico para poder mostrar términos de las sucesiones de primer y segundo grado con valores enteros a través de configuraciones puntuales. Para eso el investigador pone de manifiesto las nociones de modelo y patrón de representaciones, identificando que existen números que comparten su estructura aritmética la cual la visualizan mediante patrones geométricos expresados de forma aritmética.

Trabajó con estudiantes de primer grado de secundaria siendo el año en el que aparecen los primeros intentos de generalización en expresiones numéricas, de acuerdo con el triple sistema de representación. La población fueron 25 estudiantes a los que se les presentaron distintas actividades en las que tenían que encontrar el n -ésimo término de distintas sucesiones tanto lineales como cuadráticas. Algunas de las conclusiones fueron que la mayoría del alumnado no lograron llegar al término general de las sucesiones, otro porcentaje de estudiantes ni siquiera lo intentaron, fueron muy pocos los que lograron expresar de forma correcta el término general mediante la configuración puntual. Por último, sus resultados nos dejaron observar que conforme fue aumentando el nivel de complejidad se presentaron más errores.

Al diseñar nuestra secuencia se tomarán en cuenta las dificultades y problemas que han presentado ciertos estudiantes al trabajar con el contenido, ya que queremos que el material sea de gran apoyo tanto para el docente como para el alumnado y no un obstáculo, así mismo queremos que al manipular el material puedan lograr realizar el segundo y tercer término de los patrones geométricos.

Otra experiencia que analizamos fue la de Moss y London (2011), en la que diseñaron una secuencia con el objetivo de promover múltiples formas de trabajar patrones con estudiantes de educación primaria. Se les presentó a los estudiantes las primeras tres posiciones en un patrón geométrico creciente. Estos patrones estaban hechos de mosaicos cuadrados dispuestos en matrices que crecían según un coeficiente dado. Los desafíos iniciales que planteó el docente estaban diseñados para centrar la atención de los estudiantes en la relación entre el número de posición y el número de elementos en cada posición, a través de las configuraciones geométricas de los mosaicos.

Por su parte, Palomino (2016) también realizó un estudio con sucesiones y su objetivo general era el de diseñar e implementar una situación didáctica que favoreciera al alumnado de secundaria a desarrollar e identificar el comportamiento y generalización de una sucesión figural de tipo lineal y cuadrático. Para eso el autor modificó dos actividades del fichero de matemáticas usando dos consignas, pero haciendo uso de material didáctico (Cubos y monitos de Minions) y simulando podios con personajes de los Minions. Parte de las actividades que se realizaron con los estudiantes de tercer grado de secundaria dejaron ver que algunas de las dificultades que más se presentaron fueron al momento de trabajar con las sucesiones cuadráticas, Palomino (2016) también resaltó que varios de sus estudiantes no lograban percibir el cambio de una figura a otra y que por esta razón no podían llegar a lo que era la generalización.

A las conclusiones que llegaron fueron que el uso del material didáctico permitió lograr en su alumnado un gran interés y motivación al momento de poner en escena la situación didáctica y al usar el material para poder dar una solución, comenta que fue un poco más fácil para los estudiantes. Por su parte también mencionó que algo difícil fue el tiempo y espacios que tuvo que dedicar a la elaboración de material, pero gracias a esos esfuerzos fue que logró dar los conocimientos necesarios a su grupo.

La construcción de patrones geométricos utilizando material didáctico tangible se ha convertido en una estrategia pedagógica efectiva en la enseñanza de las matemáticas. La evidencia de su utilidad es respaldada por investigaciones recientes. En un estudio realizado por Smith y Johnson (2020), se observó que el uso de bloques geométricos y figuras tridimensionales permitía a los estudiantes construir patrones geométricos de manera concreta y tangible, lo que mejoraba su comprensión de las relaciones espaciales y la generalización de patrones. Uno de los aspectos más destacados del material didáctico tangible es su capacidad para fomentar la creatividad y la exploración en los estudiantes. En un artículo publicado por Rodríguez y García (2021), se enfatiza cómo los estudiantes pueden experimentar con diferentes configuraciones de figuras geométricas y descubrir patrones por sí mismos. Esta experiencia práctica promueve un aprendizaje activo y profundo.

La construcción de patrones geométricos a través de material didáctico tangible sigue siendo una estrategia educativa valiosa y en constante evolución. La investigación reciente respalda su eficacia para mejorar la comprensión de patrones geométricos, promover la creatividad y la exploración, y aprovechar las ventajas de la tecnología educativa. Los educadores deben seguir explorando nuevas formas de incorporar material didáctico tangible en el aula para enriquecer la experiencia de aprendizaje de los estudiantes y fomentar un dominio sólido de los conceptos geométricos.

1.2.3 Tecnología y materiales didácticos tangibles

Queremos empezar el apartado haciendo mención al Museo Interactivo e Itinerante de Matemáticas de Zacatecas (MIIMAZ) que se encuentra dentro de la facultad de Matemática Educativa en la Universidad Autónoma de Zacatecas pues tras varias visitas fue pieza clave para querer trabajar el tema de estudio y el implementar material didáctico tangible. Dentro del museo se suele realizar algunas actividades didácticas con el material que se tiene y son muchas las experiencias que se han vivido dentro del museo, aquí se trabaja con infinidad de contenidos matemáticos, pero algo que motiva mucho a los estudiantes son los distintos materiales, el poder manipularlos y participar con sus compañeros, el sentirse integrados y ser escuchados por sus docentes y el resto de sus compañeros.

El material que usaremos para la aplicación de nuestra secuencia ya ha sido utilizado con anterioridad en el museo para construir algunos conceptos matemáticos como lo son teselados, área y perímetro de las figuras geométricas, fracciones y probabilidad, tenemos conciencia de que un buen material podría servir al docente para trabajar en diversos conceptos como es el caso de las visitas guiadas al museo, al desarrollar las actividades e involucrar al alumnado con el material didáctico su reacción fue bastante buena y al parecer generaron un aprendizaje significativo.

A lo largo de la historia de la educación, se han realizado numerosos estudios que resaltan la importancia de estos materiales en la mejora de la calidad educativa y en la promoción de un aprendizaje más efectivo. Uno de los primeros defensores de la utilización de materiales didácticos en la educación fue el educador suizo Johann Heinrich Pestalozzi. Pestalozzi afirmaba que "la educación debe ser una experiencia activa y vivencial" (Pestalozzi, 1801). Su enfoque pedagógico se basaba en el uso de materiales concretos, como objetos y manipulativos, para que los estudiantes puedan interactuar directamente con el conocimiento y construir su comprensión.

El impacto de los materiales didácticos en la enseñanza y el aprendizaje ha sido respaldado por investigaciones contemporáneas. Un estudio realizado por Hoffer y Hedberg (2001) examinó el uso de materiales visuales en el aula y encontró que "los estudiantes que tienen acceso a materiales visuales tienen una comprensión más profunda de los conceptos y recuerdan la información por más tiempo". Los avances tecnológicos también han ampliado las posibilidades de utilizar materiales didácticos de manera efectiva. La integración de dispositivos digitales, como tabletas y pizarras interactivas, ha permitido la creación de recursos multimedia que estimulan la participación activa de los estudiantes. Un estudio de Zhao y Frank (2003) destacó que "los recursos multimedia pueden aumentar la retención del conocimiento y mejorar la motivación de los estudiantes".

Además de los materiales tangibles y digitales, los juegos educativos también han demostrado ser una herramienta valiosa en la enseñanza. Un informe de Gee (2003) señaló que "los videojuegos pueden proporcionar un entorno de aprendizaje inmersivo donde los estudiantes pueden experimentar, explorar y resolver problemas de manera activa". Esta idea respalda la noción de que el aprendizaje a través del juego puede ser altamente efectivo.

Sin embargo, es importante destacar que la efectividad de los materiales didácticos depende en gran medida de cómo se integren en el contexto educativo. Como señala Clark (1994), "los materiales son solo una parte de la ecuación; la pedagogía y la planificación de lecciones son igualmente cruciales". Por lo tanto, los docentes desempeñan un papel central en la selección y el uso adecuado de estos recursos para optimizar el aprendizaje de sus estudiantes.

En conclusión, los materiales didácticos son herramientas esenciales en la educación que han sido respaldadas tanto por teóricos históricos como por investigaciones contemporáneas. Ya sea a través de materiales tangibles, recursos digitales o juegos educativos, estos materiales tienen el potencial de enriquecer la experiencia educativa, promover la comprensión profunda y motivar a los estudiantes. Sin embargo, su efectividad depende de cómo se integren de manera pedagógica en el aula, lo que subraya la importancia del papel del docente como facilitador del aprendizaje significativo.

Carbonneau, Marley y Selig (2013) realizaron un metaanálisis de la eficacia de la enseñanza de las matemáticas con materiales manipulables concretos, su objetivo era comprobar la eficacia del uso de material didáctico tangible para enseñar matemáticas en comparación con la enseñanza de las matemáticas con sólo símbolos matemáticos

abstractos. Los autores realizaron una búsqueda exhaustiva que cumplieran con las condiciones para poder formar parte de investigación.

Los hallazgos dejaron ver un tamaño pequeño a moderado efecto a favor de las estrategias de instrucción que utilizan material didáctico tangible en comparación con la instrucción simbólica abstracta. Los resultados también dejaron ver que la fuerza de este efecto depende también de otras variables instruccionales.

McNeil, Uttal, Jarvin, y Sternberg (2009) investigaron diferentes tipos de material didáctico tangible que tienden a centrarse en la riqueza perceptiva de los objetos concretos y cómo los detalles de un objeto pueden dificultar o facilitar el aprendizaje. La investigación que examina la riqueza perceptiva de un material didáctico tangible se ha centrado principalmente en el realismo o los detalles visuales de los objetos manipulables que son perceptivamente ricos en contraste con material didáctico tangible que son triviales o de naturaleza blanda (por ejemplo, materiales didácticos tangibles que representan formas geométricas o valor posicional).

Autores como (Martin 2009; Sarama y Clements, 2009) han identificado una problemática al trabajar con material didáctico tangible en la que establecen que el simple acto de mover objetos manipulables no es suficiente para que se esté promoviendo un aprendizaje en el alumnado a lo que Carbonneau y Marley (2012) mencionan que para ellos los materiales didácticos tangibles basados en la manipulación son enfoques que incluyen oportunidades para que los estudiantes interactúen físicamente con los objetos para aprender la información del objetivo.

Uicab (2009) argumenta que es primordial en el contexto escolar que los docentes proporcionen a los estudiantes las herramientas necesarias para que puedan apropiarse del saber matemático. El material didáctico va a ayudar a producir un aprendizaje significativo en los estudiantes. Uicab (2009) define los materiales didácticos tangibles como “aquellos que ponen en juego la percepción táctil” (p.4).

El proyecto del investigador consistió en llevar a estudiantes de diferentes grados a la construcción de una red de conceptos y procedimientos matemáticos. Se quiere que las experiencias que se tienen sobre las matemáticas puedan ser vinculadas con la manipulación de objetos concretos, al hacer uso de material didáctico tangible a veces atrae problemas o dificultades que es fundamental como docentes tener en cuenta:

- El profesor: Los conocimientos tanto matemáticos como didácticos influyen en la decisión de utilizar ciertos materiales tangibles con el alumnado.
- El alumno: Algunos factores al momento de trabajar con material tangible son aspectos como el interés, la motivación, la disciplina y el nivel de los alumnos.
- El conocimiento matemático puede hacer que el docente se cuestione aspectos metodológicos que pueden afectar en la utilización de materiales tangibles.

El autor concluye que es una idea errónea pensar que los conceptos matemáticos están plasmados en el material tangible, por lo que un uso irreflexivo de material manipulativo

podrá construir obstáculos para la apropiación afectiva del conocimiento matemático. El lenguaje y la práctica escolar pueden llegar a confundir entre las propiedades del material manipulativo y los objetos matemáticos. Si no se tiene cuidado de dividir el material didáctico tangible del objeto abstracto el resultado podrá no estar exento de conflictos.

Gonzales, Medina, Vilanova, Astiz (2010) detectaron e identificaron los principales problemas que dificultan la comprensión de sucesiones numéricas y la interpretación de su definición. Fue así que diseñaron una propuesta didáctica involucrando la tecnología informática mediante aplicaciones realizadas con un software matemático y sostienen que los recursos, tanto manipulativos como virtuales son esenciales durante el aprendizaje del alumnado.

La propuesta involucra actividades interactivas con soporte informático GeoGebra. Los ejercicios que se muestran en su investigación pertenecen a los errores que detectaron en el tema sucesiones numéricas con generaciones pasadas. Se presentaron varios ejercicios los cuales pretendían ser generadores de inquietudes en alumnas y alumnos para que así pudieran experimentar con el concepto de sucesión numérica. Al utilizar el software GeoGebra y presentar distintos ejercicios ayudó a alumnas y alumnos a superar ciertos errores y dificultades. También les ayudó a mejorar la interpretación y comprensión de ciertas actividades. Por su parte una investigación un poco más actualizada de Arbona, Gutiérrez y Beltrán (2021) nos muestra un estudio con alumnos superdotados y ordinarios del último grado de educación primaria para comparar sus estrategias de resolución de problemas de patrones geométricos.

Los estudiantes ordinarios realizaron una media de 2.9 intentos durante la resolución de la secuencia. Mientras que los alumnos superdotados realizaron una media de 2.5 intentos durante la resolución de los apartados. El estudio reveló que los estudiantes con alta capacidad matemática (acm) dan respuestas más eficaces que los estudiantes ordinarios, parte de esas conclusiones tienen que ver con las clases pues las alumnas y alumnos ordinarios tienen menos clases que el estudiantado dotado.

Arbona, García, Beltrán y Gutiérrez (2019) desarrollaron una investigación para dar cuenta de los procesos de resolución de problemas de patrones geométricos en estudiantes de primaria con GeoPattern, un programa de software diseñado expofeso por ellos mismos para tal fin. En su investigación muestran el diseño de sus planes de clase, las estrategias y pasos que utilizó el alumnado, logrando identificar cuatro tipos de respuestas (correctas, errónea-correcta, errónea y no contesta).

Así mismo les permitió categorizar al estudiantado en tres tipos (los que consiguen tener una respuesta correcta en su primer intento, los que aplican una estrategia errónea pero después realizan una estrategia válida y los estudiantes que a pesar de varios intentos no lograron resolver correctamente el problema). A las conclusiones que se llega es que el software GeoPattern fue de gran utilidad pues permite al alumnado ser capaz de autocalificar sus ejercicios y analizar los errores que cometieron para poder dar una respuesta correcta posteriormente.

El incorporar tecnología en las clases de matemáticas en los últimos años ha sido más frecuente por parte de los docentes, pues constantemente buscamos las maneras de innovar nuestras prácticas y de interesar a las alumnas y alumnos por los temas, los programas que suelen usar los investigadores son buenos recursos y ayudan a los estudiantes a comprender de una manera más didáctica los conceptos matemáticos, a pesar de que para nuestro trabajo no implementaremos este tipo de recursos consideramos que es importante conocerlos y saber las funciones que se pueden llegar a ejercer.

1.2.4 Contexto Educativo

Osorio (2012) plantea que los estudiantes de educación secundaria tienen problemas al construir una expresión algebraica del tipo cuadrática al trabajar con sucesiones figurativas. Es por eso que su objetivo se centra en “observar las tendencias cognitivas que presenta el alumnado cuando se encuentra en la búsqueda del enésimo término de una sucesión figurativa tanto lineal como cuadrática y cómo proceden para llegar a generalizar el comportamiento que tiene el patrón matemático” (p.75).

Para eso el estudio se estableció con 15 estudiantes de tercer grado de secundaria mediante consignas en la que alumnas y alumnos tenían que encontrar el quinto y sexto término de una sucesión figurativa y explicar cómo fue que encontraron los valores y explicar su expresión algebraica.

Así mismo el autor plantea que una de las dificultades que se presentó en su trabajo es que las alumnas y los alumnos no lograron percibir un patrón, dando referencia a que no logran entender que es lo que pasa de una figura a otra. Sobre los resultados que se presentaron el autor menciona que algunas respuestas se tuvieron a través de la implementación del método de tanteo, otros contaron de uno a uno los elementos de cada figura.

A las conclusiones que llega es que el hecho de trabajar las sucesiones con figuras le permite al alumnado iniciar con el lenguaje algebraico. No todos pudieron observar qué pasaba con las figuras siguientes ya que no expresaban su respuesta, evidenciando que su incapacidad para expresar la forma simbólica del comportamiento que presentan los patrones de las sucesiones. En el caso de las sucesiones lineales suelen observarse menos errores a diferencia que las cuadráticas pues en esta etapa suelen solo quedarse en la verbalización o la expresión escrita.

Consideramos que el hecho de trabajar con patrones geométricos en estudiantes de primer año de secundaria les podría servir para facilitar los temas aritméticos que ya estuvieron trabajando en primaria y poder pasar a un lenguaje algebraico de una manera más fácil. De igual modo como lo mencionan los autores podremos notar el tipo de pensamiento que presenta cada estudiante al estar trabajando con material didáctico tangible, así como ver qué tanto se les facilita o dificulta dependiendo sus estilos de aprendizaje. A pesar de no ser temas en los cuales nos enfocaremos pueden ser aspectos que aun así son importantes de tener en cuenta.

Pérez, Pérez y Hernández (2013) analizan las problemáticas que presentan alumnas y alumnos de secundaria al iniciar los contenidos de álgebra ya que en primaria suele

trabajarse temas aritméticos. Ellos argumentan que solemos saltar de la aritmética al álgebra cuando trabajamos con ideas más complejas de las matemáticas, a través de una secuencia didáctica los autores pretenden que todos o la mayoría del alumnado puedan reconocer, plantear y resolver problemas matemáticos.

El marco teórico que utilizaron fue el de la Teoría de Situaciones Didácticas propuesto por Guy Brousseau (2007) y en la metodología trabajaron con la Ingeniería Didáctica de Michèle Artigue (1995). Su secuencia se divide en tres actividades las cuales tienen como propósito que alumnas y alumnos superen obstáculos a los que se enfrentan al trabajar con tópicos algebraicos.

Para eso los autores les involucran en las actividades para que pusieran en juego su conocimiento matemático anterior que en este caso sería el aritmético y que posteriormente pudieran desarrollar ideas nuevas pertenecientes al álgebra gracias a las nuevas experiencias. Alumnas y alumnos crearon sucesiones de números o figuras geométricas mediante una regla cumpliendo con el objetivo de “interpretar las literales que aparecen en la formulas aplicándola con números generales, y comprender el cambio que se realiza utilizando variables, simbología y los conceptos matemáticos para interpretar y transmitir información” (p.866).

Las reflexiones a las que se llegan son que al entrar a secundaria la mayoría del alumnado inicia con la enseñanza del álgebra pasando de lo aritmético a lo algebraico, a las alumnas y los alumnos se les suele facilitar este tránsito mediante la construcción de figuras geométricas y tablas con patrones numéricos. Los resultados de dicha investigación dejaron ver que la población con la que se trabajó fue capaz de entender el proceso que necesitaba realizar, facilitando el tránsito entre lo aritmético a lo algebraico.

Alumnas y alumnos percibieron, expresaron y escribieron la regla de este patrón mediante las tres actividades que se implementaron, las cuales involucran los esquemas numéricos y geométricos. Con la secuencia que presentaron los autores pudieron obtener elementos de análisis que les permitió mostrar del tránsito de lo aritmético a lo algebraico.

Londoño, Kakes y Álamo (2014) presentan algunas dificultades algebraicas que presenta el alumnado al trabajar patrones y al momento de construir expresiones algebraicas. Los autores esperan que el álgebra que se enseña en la escuela proporcione herramientas que les permita a las alumnas y a los alumnos identificar reglas de procesamiento, iniciando con sucesiones lineales y cuadráticas.

Se diseñaron varias actividades, en una de ellas se les dio cuatro figuras en las cuales van aumentando el número de cuadrados de lado una unidad, cada estudiante tenía que contarlos, hacer los registros en una tabla, observar, comparar y encontrar la cantidad de cuadrados para la figura n-ésima. El estudio permitió encontrar ciertas dificultades por parte de alumnas y alumnos, al momento de pasar de la identificación de patrones a la generalización los cuales son los siguientes:

- No pudieron encontrar una expresión para representar la sucesión que se les presentó.

- La mayoría utilizó la variable solo en su forma más elemental (particularización).
- Presentan dificultades en el desarrollo de sintaxis algebraica.
- No cuentan con las herramientas algebraicas que les permitan llegar al proceso de generalización.
- No hubo una gran diferencia entre las respuestas dadas por los estudiantes de primer y tercer año.

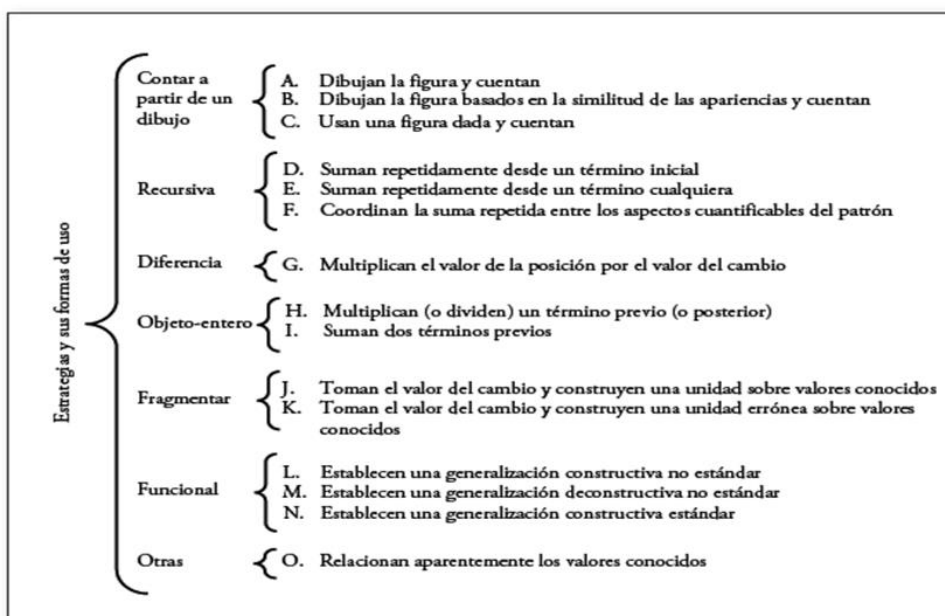
(Londoño, Kakes y Álamo, 2014)

Algunos de los puntos que muestran los autores en sus investigaciones se podrían presentar durante la aplicación de nuestra situación didáctica, es por eso que consideramos de suma importancia tener la noción de los principales problemas que presentaría el alumnado al abordar sucesiones y patrones geométricos. Al tener las ideas y saber cómo actuar o que estrategias implementar con ellos nos permitirá eliminar, o que un menor porcentaje de estudiantes las lleven a cabo.

Cetina y Cabañas (2022) experimentaron con alumnas y alumnos de educación primaria, durante las sesiones se promovió el desarrollo del pensamiento algebraico, gestionaron las dudas, errores y dificultades y se desafió al alumnado a verificar sus respuestas. En la figura 1 los autores realizaron tres problemas con los estudiantes e identificaron siete tipos de estrategias que se usaron para encontrar la generalización de patrones.

Figura 1

Diferentes formas de uso de las estrategias.



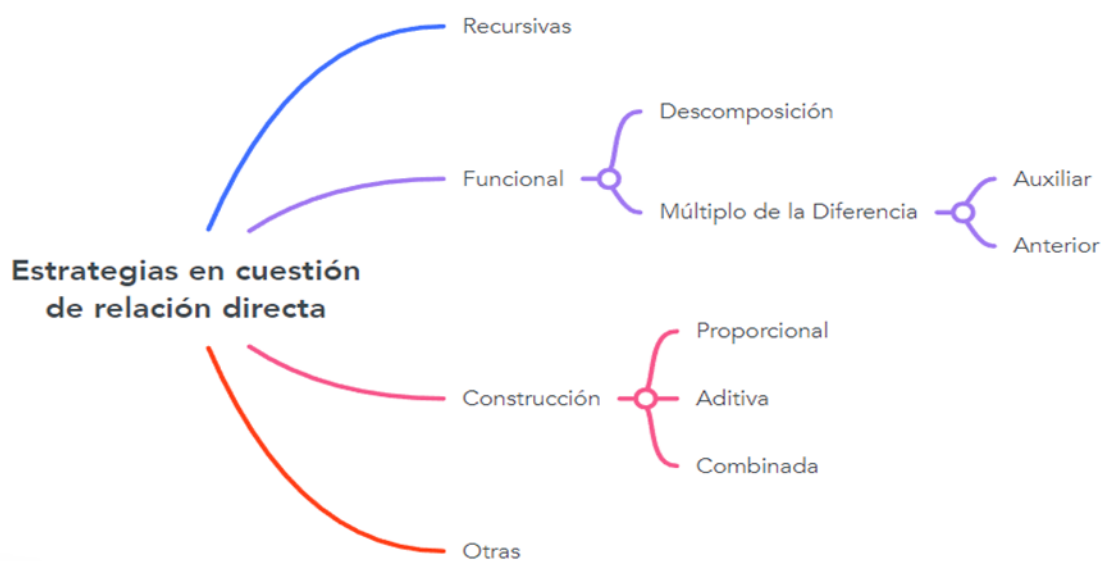
Nota: Tomada de Cetina, M & Cabañas G (2022), P.82.

El artículo permitió clasificar y usar distintas estrategias para la formulación de generalizaciones de patrones geométricos. Finalmente, los autores concluyen que las estrategias estuvieron condicionadas por “la naturaleza de los problemas de trabajo, el trabajo con ciertas formas de presentar los patrones y el razonamiento seguido por los niños al resolver los problemas” (p.83).

Mientras que Arbona, Beltrán y Gutiérrez (2021) en uno de sus trabajos tienen como objetivo analizar la evolución de estudiantes de nivel primaria en una secuencia basada en problemas donde se pone de manifiesto el concepto de patrón geométrico (Figura 2). En la figura 3 los autores confrontaron al alumnado con una secuencia de problemas donde de manera intencional aumentaban el grado de dificultad, mientras que el alumnado resolvía las actividades, los investigadores realizaban una puesta en común de las estrategias usadas para descartar errores.

Figura 2

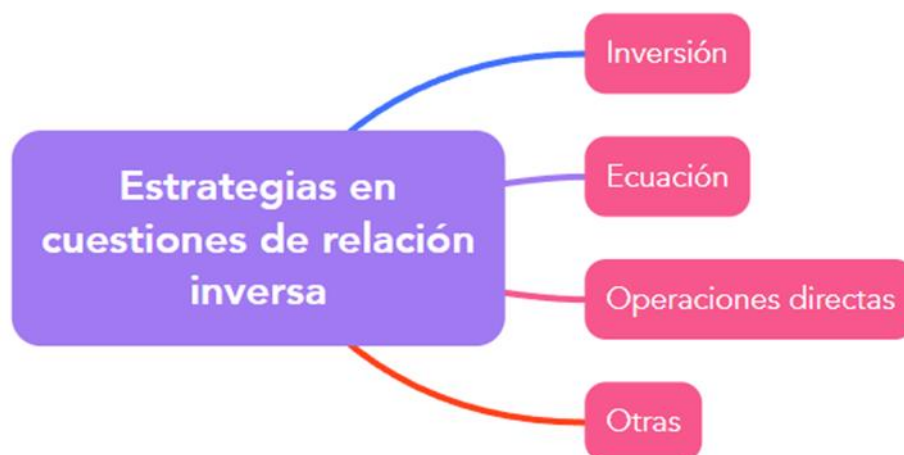
Estrategias que utilizan los estudiantes al trabajar con patrones geométricos.



Nota: Tomado de Arbona, Beltrán y Gutiérrez (2021) P.136-138.

Figura 3

Estrategias en cuestiones de relación inversa.



Nota: Tomado de Arbona, Beltrán y Gutiérrez (2021) P.139.

Estas estrategias podrían emerger al momento de aplicar nuestra situación didáctica, será importante tenerlas en cuenta y saber de qué manera podemos asesorar o guiar al estudiantado, por otra parte, si se llegará a presentar otro tipo de estrategia se comentará y analizará para ver su pertinencia con nuestra investigación.

1.3 Reflexión

El uso de materiales tangibles en la enseñanza es fundamental para promover un aprendizaje significativo y efectivo en los estudiantes, especialmente cuando se trata de conceptos abstractos como los patrones geométricos. En particular, en el caso de estudiantes de primer grado de secundaria, quienes están en una etapa crucial de su desarrollo cognitivo y matemático, la incorporación de materiales tangibles en una situación didáctica puede marcar la diferencia en su comprensión y retención de los conceptos geométricos.

Los patrones geométricos son una parte esencial del currículo matemático, ya que sientan las bases para comprender conceptos más avanzados en geometría y álgebra. Sin embargo, estos patrones a menudo pueden resultar desafiantes para los estudiantes, ya que requieren la capacidad de identificar regularidades y relaciones en formas y figuras. Aquí es donde entran en juego los materiales tangibles.

Al utilizar materiales como bloques de construcción, rompecabezas geométricos, polígonos magnéticos u otros objetos manipulativos, los estudiantes pueden experimentar directamente con formas y patrones. Esto les permite no solo ver y tocar las figuras, sino también manipularlas y crear sus propios patrones. La acción física de mover y ensamblar estas formas les proporciona una experiencia sensorial que ayuda a internalizar los conceptos geométricos de manera más profunda y duradera.

Una situación didáctica efectiva podría comenzar con una introducción a los materiales tangibles y una discusión sobre qué son los patrones geométricos y por qué son importantes en matemáticas y en el mundo real. A continuación, los estudiantes podrían ser desafiados a crear patrones geométricos utilizando los materiales disponibles. Esto fomentaría la exploración y la creatividad, ya que los estudiantes experimentarían con diferentes combinaciones de formas y colores. A medida que avanzan en la actividad, se pueden plantear preguntas que los guíen hacia una comprensión más profunda de los patrones geométricos, como:

- ¿Qué tipo de patrones puedes crear con estas formas geométricas?
- ¿Cómo se repiten los elementos en tu patrón?
- ¿Puedes identificar alguna regla o regularidad en tu patrón?
- ¿Qué sucede si cambias un elemento en tu patrón? ¿Cómo afecta al patrón en su conjunto?

A medida que los estudiantes comparten sus descubrimientos y observaciones, el maestro puede proporcionar retroalimentación y dirigir la discusión hacia la formalización de los conceptos de patrones geométricos, como la identificación de la unidad básica de repetición, la orientación y la simetría. En última instancia, el uso de materiales tangibles en esta situación didáctica ayuda a los estudiantes a construir una comprensión sólida de los patrones geométricos al permitirles interactuar activamente con los conceptos y visualizar las relaciones entre las formas.

Además, fomenta el pensamiento crítico y la resolución de problemas, habilidades esenciales en matemáticas y en la vida cotidiana. En resumen, el uso de materiales tangibles en la enseñanza de patrones geométricos es un enfoque pedagógico efectivo que puede inspirar a los estudiantes y enriquecer su experiencia de aprendizaje.

1.4 Problemática

Estudiantes de secundaria ostentan problemáticas específicas al momento de desarrollar actividades ligadas al tema de sucesiones a través de patrones geométricos, algunos de esos son:

- Identifican el patrón, pero no llegan a la expresión algebraica (Velasco y Acuña, 2010).
- El estudiantado de secundaria presenta dificultades para encontrar reglas algebraicas en patrones y solo los estudiantes avanzados generalizan (Moss & London, 2011).
- El estudiante no logra pasar de lo aritmético a lo algebraico (Pérez, Pérez y Hernández, 2013).
- No perciben el cambio de una figura a otra, ello impide que lleguen a la generalización (Osorio, 2012), (Palomino, 2016).
- Gran parte del alumnado da respuestas verbales correctas cuando analizan patrones numéricos, pero al momento que se les indica que lo expresen de forma

escrita, no tienen elementos para hacerlo o lo hacen de manera incorrecta (Londoño, Kakes y Álamo, 2014).

- El simple acto de mover material didáctico no garantiza el rendimiento en el aprendizaje (Martin, 2009).
- La simple incorporación de material didáctico no garantiza el rendimiento en el aprendizaje (Carbonneau et al., 2013).

Estas problemáticas se tornan relevantes si consideramos que en el programa de estudios (2017) Aprendizajes Clave para la Educación Integral en Primer Grado de Secundaria tiene el siguiente tema “Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes”, cuyo aprendizaje esperado es que el alumnado “formule expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utilicen para analizar propiedades de las sucesiones que representan” (p.178).

Ya que se mencionaron algunas de las problemáticas que se presentan en alumnas y alumnos cuando desarrollan el concepto de sucesión y su posible papel en la promoción del aprendizaje clave que se mencionó antes, proponemos que cuando el profesorado aborde actividades con sucesiones se contemplen actividades con patrones geométricos, esto podría favorecer la comprensión del concepto, tal y como lo comenta Osorio (2012) en una investigación con estudiantes de tercero de secundaria “la población de estudio identificó mejor el patrón cuando se trataba con figuras, debido al tipo de arreglos, pues permitía observar claramente las regularidades, porque se analizan todas sus partes, desde que se descompone, por así decirlo, a la figura” (p. 81).

Se ha analizado que en algunas situaciones, maestras y maestros carecen de materiales educativos, medios y técnicas adecuadas para generar o atraer el interés del alumnado a fin de guiarlos a un aprendizaje significativo. No siempre se toma en cuenta la manera en la que alumnas y alumnos aprenden, es por eso que Villaroel (2011), Orozco y Henao (2013), proponen el uso de material didáctico para adaptarlo a cualquier asignatura para generar interés y un ambiente de trabajo más satisfactorio, muchas veces logrando fomentar la colaboración entre estudiantes y profesores.

Esto ha favorecido que algunos investigadores se planteen diversas situaciones que hagan más accesible el medio para llegar a su comprensión, por su parte es muy común que, al trabajar en el salón de clases, por razones de tiempo y curriculares, las alumnas y los alumnos no se sientan seguros sobre la comprensión de los conceptos, aspectos que posiblemente estén relacionados con los recursos que emplea el profesorado pues en su mayoría solo es el libro de texto y pizarrón.

1.4.1 Problema de investigación

Las alumnas y los alumnos de primer grado de secundaria no generalizan patrones geométricos y cuando son confrontados con material didáctico tangible no hacen uso correcto de éste para lograr la generalización.

Después de un robusto análisis de las investigaciones que manifiestan una problemática en torno al aprendizaje del concepto de patrón geométrico y el impacto de los materiales didácticos tangibles en la enseñanza del mismo planteamos lo siguiente.

1.5 Objetivo general

Diseñar y poner en escena una situación didáctica que utiliza materiales tangibles para desarrollar de manera significativa y duradera el concepto de patrón geométrico en estudiantes de primer grado de secundaria, con el propósito de mejorar su comprensión y competencia en geometría

1.5.1 Objetivos específicos

- Realizar un análisis preliminar para favorecer la construcción de los pasos 4 y 5 de un patrón geométrico.
- Diseñar la situación didáctica.
- Poner en escena la situación didáctica con estudiantes de primer grado de secundaria.
- Analizar la efectividad de la situación didáctica y la eficacia de los materiales didácticos.

1.6 Hipótesis

"Si se diseña y se pone en escena una situación didáctica que utiliza materiales didácticos tangibles para enseñar patrones geométricos a estudiantes de primero de secundaria, entonces se favorecerá significativamente la capacidad de los estudiantes para generalizar y aplicar esos patrones en contextos geométricos diversos"

1.7 Justificación

Importancia de la geometría en la educación: La geometría es una rama fundamental de las matemáticas que desempeña un papel crucial en el desarrollo del pensamiento lógico, la resolución de problemas y la comprensión del mundo que nos rodea. Es esencial en diversas disciplinas científicas y técnicas, por lo que una sólida comprensión de la geometría es beneficiosa para los estudiantes en su futuro académico y profesional.

Dificultades comunes en la enseñanza de la geometría: La enseñanza de la geometría, en particular los patrones geométricos, puede ser un desafío debido a su carácter abstracto y conceptual. Los estudiantes a menudo tienen dificultades para visualizar y comprender estos conceptos, lo que puede resultar en un aprendizaje superficial y falta de interés.

Necesidad de enfoques pedagógicos efectivos: La educación debe adaptarse a las necesidades de los estudiantes y utilizar estrategias pedagógicas efectivas. La investigación en el campo de la pedagogía busca constantemente métodos innovadores para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de conceptos matemáticos, como los patrones geométricos.

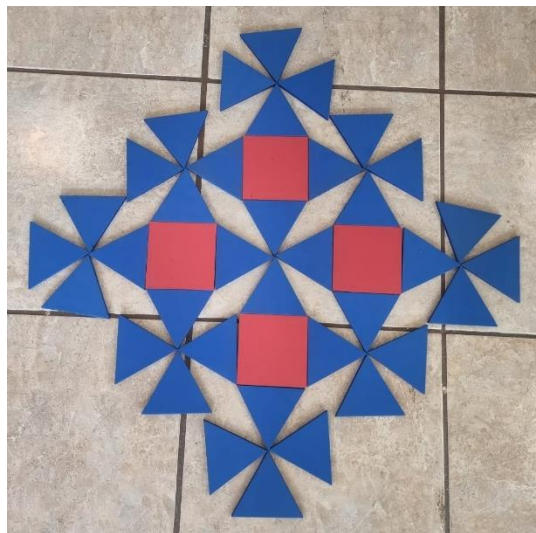
Potencial de los materiales tangibles: Los materiales tangibles, como bloques de construcción geométrica, rompecabezas, figuras manipulativas, etc., ofrecen una forma concreta y experiencial de abordar conceptos abstractos. Estos materiales pueden ayudar a los estudiantes a visualizar, experimentar y comprender mejor los patrones geométricos, lo que puede llevar a un aprendizaje más profundo y significativo.

Falta de investigaciones específicas en el contexto de primer grado de secundaria: A pesar de la creciente atención a los materiales tangibles en la educación, puede haber una falta de investigación específica que evalúe su efectividad en la enseñanza de patrones geométricos a estudiantes de primer grado de secundaria. Esta tesis busca llenar este vacío y proporcionar evidencia empírica sobre la utilidad de esta metodología.

Beneficios potenciales para la educación: Si se demuestra que la situación didáctica con materiales tangibles es efectiva, esto podría tener un impacto significativo en la forma en que se enseña la geometría a nivel de secundaria. Podría proporcionar una base para el desarrollo de estrategias pedagógicas más efectivas que beneficien a los estudiantes en su comprensión de patrones geométricos y, en última instancia, en su éxito académico.

En resumen, la justificación de este trabajo de tesis radica en la importancia de abordar las dificultades en la enseñanza de la geometría, especialmente en el contexto de los patrones geométricos, utilizando materiales tangibles como una posible solución para mejorar el aprendizaje y la comprensión de los estudiantes de primer grado de secundaria. La investigación podría contribuir a la mejora de la educación matemática y al desarrollo de estrategias más efectivas para la enseñanza de la geometría en este nivel educativo.

Capítulo 2. Marco Teórico



El segundo capítulo de este trabajo de investigación tiene como propósito describir el marco teórico con el que se trabajará. La combinación de la teoría de situaciones didácticas y las teorías acerca de los materiales didácticos tangibles y el juego, proporciona un marco teórico sólido y eficaz para el aprendizaje del concepto de patrón geométrico. Al utilizar estos enfoques en conjunto, se pueden crear escenarios de aprendizaje lúdico, experimental, interactivo, significativo y colaborativo, que fomente el desarrollo del pensamiento lógico-matemático y la construcción efectiva del conocimiento, en particular el concepto de patrón geométrico. Expondremos algunos puntos relacionados a la teoría de situaciones didácticas, los materiales didácticos tangibles y los ambientes lúdicos.

2.1 Origen de la Teoría de Situaciones Didácticas

Esta teoría es desarrollada por Guy Brousseau desde los años 70 en Francia, se le conoce por ser un investigador, matemático, profesor y uno de los pioneros de la didáctica de las matemáticas. Para el desarrollo de la teoría, Brousseau se planteaba la siguiente pregunta ¿Por qué alumnas y alumnos tienen dificultades en el área de matemáticas? El enfoque que tenía era el de una construcción que lograra entender las distintas interacciones sociales entre el maestro, estudiante y saber matemático que se presentan en una clase y condiciona el conocimiento del estudiantado y el cómo lo aprenden (Brousseau, 2007).

Brousseau presenta las dificultades más comunes del alumnado, permitiéndole que con los resultados pudiera plantear su Teoría de las Situaciones Didácticas.

- Desarrollo cognitivo (del alumnado)
- Currículo de la matemática
- Métodos de enseñanza
- Complejidad de las matemáticas

2.2 Teoría de las Situaciones Didácticas

La Teoría de Situaciones Didácticas se basa en la premisa de que el aprendizaje matemático es un proceso social y cultural en el que los estudiantes interactúan con el conocimiento matemático a través de situaciones específicas de aprendizaje. Brousseau (1986) afirmó: "Una situación didáctica se puede definir como una estructura que contiene ciertas tareas, recursos y reglas que permiten a los alumnos realizar ciertas acciones y pensar ciertas ideas" (p. 71). Esta definición resalta la idea de que el aprendizaje matemático se produce en contextos específicos y que los elementos de la situación, como las tareas y las reglas, juegan un papel fundamental en la construcción del conocimiento.

Brousseau también enfatizó la importancia de la interacción entre el profesor, el estudiante y el contenido matemático en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Sostuvo que "la situación didáctica se caracteriza por tres componentes: el contrato didáctico, el sistema de gestos y el sistema de tratamientos" (Brousseau, 1997, p. 87). El contrato didáctico se refiere a las expectativas mutuas entre el profesor y el estudiante, el sistema de gestos incluye las acciones físicas y verbales del profesor, y el sistema de tratamientos se relaciona con la forma en que el contenido matemático se presenta y se trabaja en la situación. Esta triada de componentes ilustra cómo la Teoría de Situaciones Didácticas considera tanto los aspectos cognitivos como los socioculturales del aprendizaje matemático.

La Teoría de Situaciones Didácticas también ha influido en la forma en que los educadores diseñan sus clases de matemáticas. Al respecto, Sierpinska (1994) señaló: "La teoría de situaciones didácticas ha proporcionado una estructura sólida para analizar y diseñar situaciones de enseñanza de las matemáticas" (p. 282). Los maestros pueden utilizar esta estructura para planificar actividades y tareas que fomenten la comprensión matemática profunda y promuevan la participación activa de los estudiantes.

La Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau ha dejado una marca significativa en el campo de la educación matemática. Su enfoque en las situaciones de aprendizaje, el contrato didáctico y la interacción entre profesor y estudiante ha proporcionado una base teórica sólida para comprender cómo se construye el conocimiento matemático en el aula. A través de esta teoría, los educadores pueden diseñar situaciones de aprendizaje más efectivas y mejorar la calidad de la educación matemática que ofrecen a sus estudiantes. En palabras de Brousseau (1986), la Teoría de Situaciones Didácticas busca "proporcionar a los educadores un marco teórico sólido para guiar su acción" (p. 74), y en este sentido, ha cumplido con creces su objetivo.

2.2.1 Situación Didáctica

Las situaciones didácticas son situaciones de enseñanza estructuradas y planificadas, diseñadas con un propósito educativo específico. Guy Brousseau, conocido por su trabajo en la Teoría de Situaciones Didácticas, afirmó: "La situación didáctica se puede definir como una estructura que contiene ciertas tareas, recursos y reglas que permiten a los alumnos realizar ciertas acciones y pensar ciertas ideas" (Brousseau, 1986, p. 71). Esta definición destaca la importancia de la planificación y estructuración de las situaciones didácticas.

Las situaciones didácticas ofrecen una serie de ventajas. Por ejemplo, pueden proporcionar claridad y orientación a los estudiantes, lo que es especialmente útil cuando se presentan conceptos nuevos o complejos. Según Drijvers y Trouche (2008), "Las situaciones didácticas brindan a los estudiantes un marco en el que pueden desarrollar habilidades matemáticas específicas" (p. 208). Además, estas situaciones permiten al maestro dirigir y evaluar el progreso del estudiante de manera más específica

2.2.2 Situación a-Didáctica

Por otro lado, las situaciones a-didácticas son aquellas que están menos estructuradas y se centran en fomentar la autonomía del estudiante en el proceso de aprendizaje. Seymour Papert, pionero en el campo de la educación y la tecnología, abogó por esta perspectiva al afirmar: "Las situaciones a-didácticas permiten que los estudiantes exploren, experimenten y construyan su propio conocimiento" (Papert, 1993, p. 120). En estas situaciones, se anima a los estudiantes a ser aprendices activos y a tomar decisiones sobre su propio proceso de aprendizaje.

Las situaciones a-didácticas tienen ventajas únicas. Fomentan la curiosidad, la exploración y la creatividad, ya que los estudiantes tienen la libertad de buscar soluciones por sí mismos. Además, estas situaciones pueden ser especialmente efectivas para promover la resolución de problemas y el pensamiento crítico. Según Jonassen y Rohrer-Murphy (1999), "Las situaciones a-didácticas desafían a los estudiantes a aplicar su conocimiento en contextos auténticos y a tomar decisiones basadas en la comprensión profunda de los conceptos" (p. 8).

En resumen, la elección entre situaciones didácticas y situaciones a-didácticas en la educación depende de varios factores, incluido el contenido, los objetivos de aprendizaje y las necesidades de los estudiantes. Cada enfoque tiene sus ventajas y desventajas. Las situaciones didácticas ofrecen estructura y orientación, mientras que las situaciones a-didácticas fomentan la autonomía y la exploración.

Idealmente, una combinación equilibrada de ambos enfoques puede enriquecer la experiencia de aprendizaje. Como señaló Lev Vygotsky, "El aprendizaje debe estar dirigido por el estudiante, pero guiado por el maestro". Esto sugiere que, aunque la autonomía del estudiante es valiosa, la guía del maestro en forma de situaciones didácticas puede ser necesaria para crear un ambiente educativo efectivo y equitativo. En última instancia, la elección entre situaciones didácticas y a-didácticas en la educación es un tema de equilibrio y adaptación a las necesidades y contextos específicos de los estudiantes y los objetivos de aprendizaje. Ambos enfoques tienen un papel importante en la promoción del aprendizaje efectivo y significativo.

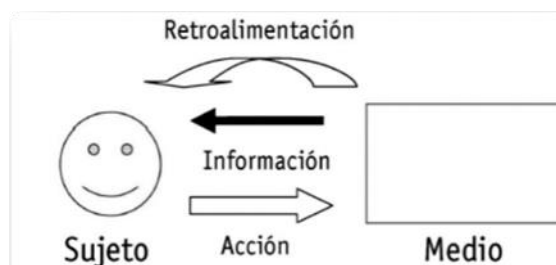
2.2.3 Tipos de situaciones didácticas

La teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau es una teoría educativa que ha tenido un gran impacto en el campo de la enseñanza de las matemáticas. Brousseau propuso un enfoque que se centra en la construcción del conocimiento matemático a través de la resolución de problemas y situaciones concretas. Según Brousseau, este proceso se lleva a cabo en cuatro momentos clave, los cuales son:

- **Situación acción:** El primer momento de la Situación Didáctica, la presentación de la situación, es esencial para establecer el contexto de aprendizaje. Brousseau (1997) enfatizó: "La presentación de la situación debe despertar el interés de los estudiantes, proporcionar una base sólida para la comprensión del problema y establecer un sentido de propósito" (p. 89). En este momento, el maestro introduce el problema o la tarea que los estudiantes deben abordar, creando un ambiente propicio para el aprendizaje (Figura 4). La presentación de la situación es un punto crítico para captar la atención de los estudiantes y establecer una motivación inicial. Como señaló Chick, et al. (2012): "Una presentación efectiva de la situación puede despertar la curiosidad y el deseo de aprender en los estudiantes" (p. 254). Esta etapa inicial crea el marco para el resto de la experiencia de aprendizaje.

Figura 4

Representación de la situación acción

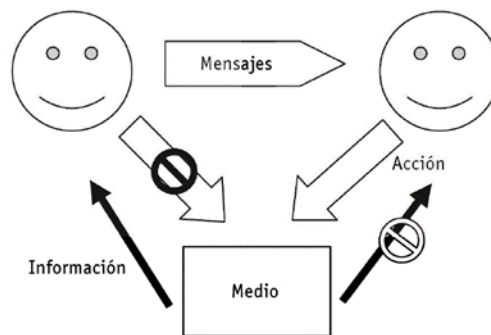


Nota. Tomado de Brousseau, 2007, p.26.

Situación de formulación: El segundo momento haciendo mención a la figura 5 se centra en establecer las restricciones y reglas de juego que guiarán la exploración de los estudiantes. Brousseau (1986) afirmó: "Las reglas deben ser claras y coherentes, proporcionando un marco para la acción de los estudiantes" (p. 79). Estas reglas establecen los límites dentro de los cuales los estudiantes pueden operar y explorar el problema. Este momento es esencial para crear un ambiente de aprendizaje estructurado y equitativo. Como observó Douek (2007): "Las restricciones y reglas de juego son cruciales para garantizar que todos los estudiantes tengan igualdad de oportunidades y para promover la equidad en el aula" (p. 112). Además, estas restricciones fomentan la creatividad al desafiar a los estudiantes a encontrar soluciones dentro de ciertos parámetros.

Figura 5

Representación de la situación de formulación

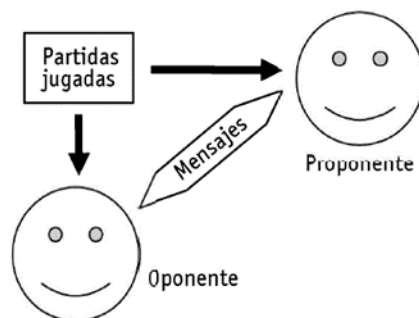


Nota. Tomada de Brousseau, 2007, p.26.

- **Situación de validación:** El tercer momento implica el trabajo activo de los estudiantes en la resolución del problema o la tarea. Aquí, los estudiantes exploran, experimentan y aplican su conocimiento en busca de soluciones (Figura 6). Según Brousseau (1997): "Este momento es el corazón de la situación didáctica, donde los estudiantes se convierten en aprendices activos" (p. 91). El trabajo de los alumnos es crucial para la construcción del conocimiento. Como señaló Brousseau (1986): "Los estudiantes deben tener la oportunidad de trabajar independientemente, pero también de interactuar y colaborar entre ellos para construir una comprensión más profunda del problema" (p. 83). Este momento promueve la participación activa y el desarrollo de habilidades de resolución de problemas.

Figura 6

Representación de la situación de validación



Nota. Tomado de Brousseau, 2007, p.27.

- **Situación de institucionalización:** El cuarto momento se centra en la puesta en común y la sistematización de las ideas y soluciones de los estudiantes. Brousseau (1997) afirmó: "La discusión y la síntesis son esenciales para consolidar el aprendizaje y permitir que los estudiantes comprendan la diversidad de enfoques y soluciones" (p. 92). En esta etapa, se crea un espacio para que los estudiantes compartan sus hallazgos, comparen enfoques y reflexionen sobre el proceso de resolución. La puesta en común y la sistematización son fundamentales para el aprendizaje significativo. Como sostuvo Hiebert y Carpenter (1992): "Este momento ayuda a los estudiantes a ver las conexiones entre diferentes enfoques y a construir una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos subyacentes" (p. 175). Esta etapa promueve la metacognición y la consolidación del conocimiento.

Los cuatro momentos de la Situación Didáctica de Guy Brousseau proporcionan un marco poderoso para el diseño y la implementación de experiencias de aprendizaje significativo. Cada momento desempeña un papel crucial en la construcción del conocimiento, desde la presentación inicial hasta la puesta en común final. Al comprender y aplicar este marco, los docentes pueden crear ambientes de aprendizaje efectivos que promuevan la participación activa, el pensamiento crítico y la construcción de conocimiento significativo en sus estudiantes. Como Brousseau (1997) afirmó: "Los Cuatro Momentos son como los cimientos de una casa sólida de aprendizaje" (p. 94), y al abrazar esta teoría, permite que los maestros puedan construir una base sólida para el éxito educativo de sus estudiantes.

2.2.4 Milieu en la Teoría de Situaciones Didácticas

A menudo una situación *a-didáctica* constituye una tarea desafiante. Ahora, desde la perspectiva de las situaciones didácticas, para que el estudiantado aprenda, éste debe hacer suya la tarea, debe aceptarla, debe haber interés por encontrar una solución a la tarea planteada. Ante la no existencia de una solución inmediata, el alumnado debe explorar, observar, reflexionar, imaginar, conjeturar, discutir, comunicar, argumentar, razonar; en fin, debe pensar en la tarea desafiante que se le ha propuesto.

El conocimiento matemático emerge de una construcción continua, en cada etapa en que el individuo se acerca al entendimiento, surge cierto grado de invención o

descubrimiento, brotan nuevas estructuras que no existían ni en el mundo real ni en la mente del sujeto (Piaget, 1971). Ello sucede en un *milieu* plagado de desequilibrios, obstáculos, dificultades, contradicciones que con frecuencia trastocan las estructuras ya existentes y las nuevas. Las soluciones que brotan en este *milieu* dan cuenta de que el aprendizaje emerge (Brousseau, 1997).

Entendemos *milieu* en el sentido de Brousseau, quien refiere a todo aquello que influye sobre el estudiante y aquello sobre lo que el estudiante influye en cada etapa de la puesta en escena de la situación *a-didáctica*, es decir, el *milieu* no es el todo; es solo una parte, es relativo. *Milieu* no es sinónimo de medio (Brousseau, 2002) .

Durante la fase de acción, por ejemplo, el *milieu* de cada estudiante está constituido por la información entregada, la consigna; el *milieu* también lo es las acciones de su contrincante y los materiales didácticos tangibles; el profesor y los demás equipos constituyen el medio, pero no el *milieu* del estudiante. Lo que está influyendo sobre el estudiante y aquello sobre lo que el estudiante influye, es decir, las acciones de su contrincante de equipo, los materiales didácticos tangibles y la consigna le permiten tomar decisiones sobre su conducta en cada etapa de la construcción del saber que se está poniendo en escena, la solución a la situación da cuenta de que el aprendizaje brota.

En la fase de formulación, cuando emergen las argumentaciones en torno al descubrimiento de los patrones geométricos; la visualización de sus representaciones y su generalización; el *milieu* está constituido por sus compañeros de equipo, las representaciones de los patrones geométricos con el material didáctico tangible sobre la pared y las representaciones y generalizaciones escritas en el pizarrón; el resto de los actores, sus acciones y los otros materiales didácticos tangibles, constituyen el medio.

La etapa de validación en la Teoría de Situaciones Didácticas se refiere al proceso en el cual se evalúa y ajusta una situación didáctica antes de su implementación completa. El "milieu" juega un papel crucial en esta fase. Los educadores deben considerar cómo el entorno escolar, los recursos disponibles y las características de los estudiantes pueden afectar la efectividad de la situación. Por ejemplo, si se está diseñando una situación didáctica que requiere el uso de material didáctico, es importante asegurarse de que los recursos estén disponibles y sean accesibles para todos los estudiantes. Si el "milieu" no es propicio para el uso del material, la situación podría requerir ajustes o modificaciones.

La etapa de institucionalización se refiere a la incorporación de una situación didáctica en la práctica educativa a largo plazo. El "milieu" sigue siendo un factor importante en esta fase, ya que determina en gran medida si una situación se convierte en una práctica educativa habitual. Para que una situación didáctica sea institucionalizada con éxito, debe ser coherente con las normas y estructuras existentes en la institución educativa. El "milieu" debe ser propicio para la integración de la situación en el currículo y la cultura escolar. Además, la disponibilidad de recursos y el apoyo de la administración educativa son factores críticos para la institucionalización exitosa.

En la Teoría de Situaciones Didácticas, el concepto de "milieu" destaca la importancia del entorno y el contexto en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. El "milieu" influye en los cuatro momentos de la teoría de situaciones didácticas, ya que afecta la efectividad de las situaciones y su capacidad para ser incorporadas en la práctica educativa a largo plazo. Los docentes deben considerar cuidadosamente el "milieu" al

diseñar, evaluar y llevar a cabo situaciones didácticas, asegurándose de que estén en sintonía con el entorno educativo y las necesidades de los estudiantes.

2.2.5 La devolución

En la Teoría de Situaciones Didácticas, la devolución se refiere a la retroalimentación que los maestros proporcionan a los estudiantes durante y después de la resolución de una situación matemática. Brousseau (1997) destacó la importancia de la devolución al afirmar que "es a través de la devolución que los estudiantes pueden reflexionar sobre sus acciones y comprender mejor los conceptos matemáticos involucrados en la situación" (p. 95).

La devolución puede ser verbal o escrita y tiene como objetivo proporcionar a los estudiantes información específica sobre su desempeño, resaltando lo que hicieron bien y sugiriendo posibles mejoras. Esta retroalimentación puede ser tanto del maestro como de los propios compañeros de clase, fomentando la participación activa y la colaboración. La devolución desempeña varias funciones cruciales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas:

- **Corrección de Errores:** La devolución permite a los estudiantes identificar y corregir errores en su trabajo. Como señaló Hattie y Timperley (2007), "El feedback efectivo proporciona información sobre lo que se hizo incorrectamente y cómo hacerlo correctamente" (p. 82). Esto promueve la precisión y la mejora del desempeño.
- **Clarificación de Conceptos:** A través de la devolución, los estudiantes pueden aclarar conceptos matemáticos que no comprendieron completamente. Los maestros pueden proporcionar explicaciones adicionales o ejemplos para ayudar a los estudiantes a comprender mejor los principios matemáticos involucrados.
- **Motivación y Autoeficacia:** La devolución puede aumentar la motivación de los estudiantes al reconocer sus logros y esfuerzos. Cuando los estudiantes reciben comentarios positivos y constructivos, pueden sentirse más seguros y motivados para participar activamente en su aprendizaje.
- **Metacognición:** La devolución fomenta la reflexión metacognitiva, lo que significa que los estudiantes pueden aprender a evaluarse a sí mismos y a tomar decisiones informadas sobre su proceso de aprendizaje. Como destacaron Hattie y Timperley (2007), "El feedback efectivo también promueve la autorregulación y la toma de decisiones sobre la planificación futura" (p. 87).
- **Desarrollo de Habilidades de Resolución de Problemas:** La devolución puede guiar a los estudiantes en el desarrollo de habilidades de resolución de problemas al proporcionar pistas y estrategias para abordar situaciones matemáticas de manera efectiva.

La devolución en la Teoría de Situaciones Didácticas desempeña un papel esencial en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Proporciona a los estudiantes información valiosa para mejorar su desempeño, comprender conceptos matemáticos y desarrollar habilidades de resolución de problemas. Además, fomenta la motivación, la reflexión y la autorregulación en el aprendizaje matemático. Como Brousseau (1997) afirmó, "La devolución es una parte integral de la experiencia de aprendizaje y contribuye en gran medida a la construcción de conocimiento matemático significativo" (p. 95). Por lo tanto, la implementación efectiva de la devolución en el aula es esencial para mejorar el aprendizaje y el rendimiento de los estudiantes en matemáticas.

2.2.6 El contrato didáctico

El contrato didáctico es un concepto fundamental en la Teoría de Situaciones Didácticas que se refiere a un acuerdo tácito o explícito entre el maestro y los estudiantes sobre cómo se llevará a cabo la enseñanza y el aprendizaje en el aula. Brousseau (1986) definió el contrato didáctico como "el conjunto de expectativas, obligaciones, y derechos compartidos por el maestro y el estudiante" (p. 77). Este contrato establece las reglas y normas que guiarán la interacción y la dinámica en el aula. El contrato didáctico puede variar según el contexto y los participantes. Establece cómo se abordarán las preguntas, cómo se resolverán los problemas, qué roles desempeñará el maestro y qué se espera de los estudiantes. Es una parte esencial del entorno de aprendizaje y contribuye a la creación de un ambiente de trabajo eficaz y equitativo.

- Claridad y Expectativas: El contrato proporciona claridad sobre las expectativas y roles de maestros y estudiantes. Esto ayuda a reducir la ambigüedad y la confusión en el aula, lo que es esencial para el aprendizaje efectivo.
- Equidad y Justicia: Un contrato didáctico bien definido promueve la equidad al asegurar que todos los estudiantes tengan igualdad de oportunidades para aprender y participar. Establece las reglas del juego de manera justa.
- Motivación y Participación: Cuando los estudiantes comprenden las expectativas y sienten que sus esfuerzos serán reconocidos, están más motivados para participar activamente en el aprendizaje. El contrato puede fomentar la participación y el compromiso.
- Comunicación Efectiva: Facilita la comunicación efectiva entre maestros y estudiantes. Los estudiantes saben a quién acudir si tienen preguntas o preocupaciones, y los maestros pueden brindar orientación clara.
- Responsabilidad Compartida: El contrato didáctico promueve la responsabilidad compartida en el proceso educativo. Tanto maestros como estudiantes tienen un papel activo en la construcción del conocimiento.

En la práctica, el contrato didáctico se establece mediante la interacción y la comunicación entre maestros y estudiantes. Se puede lograr mediante discusiones iniciales sobre las reglas del aula, la distribución de responsabilidades y las expectativas de comportamiento. Sin embargo, es importante que este contrato sea flexible y pueda adaptarse a las necesidades cambiantes del aula y de los estudiantes.

El contrato didáctico en la Teoría de Situaciones Didácticas es un componente esencial en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Proporciona claridad, equidad, motivación y responsabilidad compartida en el aula, lo que contribuye al éxito educativo. Al establecer y mantener un contrato didáctico efectivo, los maestros pueden crear un ambiente de aprendizaje positivo y productivo que fomente el compromiso y el crecimiento de los estudiantes en las matemáticas y otras áreas educativas. Como Brousseau (1986) destacó, "El contrato didáctico es la base sobre la cual se construye una relación educativa sólida y exitosa" (p. 77).

2.3 Los materiales didácticos tangibles

Montessori (1967) argumenta que:

Los objetos más importantes del ambiente son los que se prestan a ejercicios sistemáticos de los sentidos y de la inteligencia con una colaboración armoniosa de

la personalidad síquica y motriz del niño y que poco a poco le conduce a conquistar, con exuberante y poderosa energía, las más duras enseñanzas fundamentales de la cultura: leer, escribir y contar (p. 81).

Rincón y Aida (2010) establecen en su trabajo de tesis que al usar material didáctico como estrategia permite a los estudiantes motivarse por los temas con los que van a trabajar. También llama a la curiosidad, generando la atención y disminuyendo la ansiedad. El material didáctico favorece el proceso de enseñanza-aprendizaje, ayuda al estudiantado a concentrarse. Finalmente concluye que el material didáctico logra poner a prueba los conocimientos del alumnado, en un ambiente lúdico.

Los materiales didácticos tangibles basados en la manipulación son enfoques que incluyen oportunidades para que los estudiantes interactúen físicamente con objetos para aprender la información del objetivo (Carbonneau & Marley, 2012). Morales (2012) entiende por material didáctico:

Conjunto de medios materiales que intervienen y facilitan el proceso de enseñanza-aprendizaje. Estos materiales pueden ser tanto físicos como virtuales, asumen como condición, despertar el interés de los estudiantes, adecuarse a las características físicas y psíquicas de los mismos, además que facilitan la actividad docente al servir de guía; asimismo, tienen la gran virtud de adecuarse a cualquier tipo de contenido (Morales, 2012, p. 10).

2.3.1 Material concreto

Distintos investigadores que han expuesto sus opiniones y conceptos relacionados al material concreto, en primer caso tenemos a Becerra (2021) que argumenta “El material concreto se utiliza para captar la atención del niño sobre el objeto, despertar la curiosidad y ser la base en el proceso de aprendizaje”. Por su parte Labinowicz (1987) establece que “Cuanta más experiencia tenga un niño en objetos físicos de su medio ambiente, más probable es que desarrolle un conocimiento apropiado de ellos” (p. 43).

La manipulación de material concreto y su representación pictórica mediante esquemas simples permite a los estudiantes desarrollar imágenes mentales (Icaza, 2019). Pérez (1996) indica que: “El ser humano genera construcciones mentales cuando interactúa el sujeto con el objeto y de esta manera evoluciona y cambia su contexto en que lo rodea, ya que por su naturaleza siempre el ser humano está en constante cambio.” (p. 23). Al diseñar las actividades haciendo uso del material didáctico esperamos fomentar el pensamiento crítico en el alumnado, que sean capaces de evaluar objetos de su entorno y de resolver situaciones de su realidad cotidiana.

Por su parte Carbonneau, Marley & Selig (2013) presentaron un estudio en el cual el objetivo era comprobar la eficacia del uso de manipulativos para enseñar matemáticas en comparación con la enseñanza de las matemáticas con sólo símbolos matemáticos abstractos. Se examinaron distintos tipos de materiales para determinar si la eficacia de esta estrategia difería por sus características instruccionales y metodológicas.

Encontrando que los materiales concretos facilitan el aprendizaje: a) apoyando el desarrollo de razonamiento abstracto, b) estimulando el conocimiento del mundo real de los alumnos, c) proporciona al alumno la oportunidad de promulgar el concepto para mejorar la manera en que el estudiante almacena su conocimiento, d) permitiendo oportunidades para que los estudiantes descubran conceptos matemáticos a través de la exploración impulsada por el alumno.

Los hallazgos indican que el uso de manipulativos en la enseñanza de las matemáticas produce un efecto de tamaño pequeño a mediano en el aprendizaje de los estudiantes en comparación con instrucción que utiliza únicamente símbolos abstractos. Además, los resultados revelaron que la fuerza de este efecto depende sobre otras variables instruccionales.

2.3.2 Ambientes Lúdicos

Muñoz (2016, citado en Paredes, 2020) que en una investigación abordó distintas actividades lúdicas con un alumno de cuarto grado de primaria, diagnosticado con el Trastorno de Déficit de Atención e Hiperactividad, a las conclusiones que llegó fueron que los juegos lúdicos como estrategia metodológica, sirven para el desarrollo emocional, ayudan a mejorar la enseñanza-aprendizaje porque se transfieren conocimientos significativos.

Camargo y colaboradores (2017, citado en Paredes, 2020) realizaron encuestas a estudiantes, profesores y padres de familia para determinar si al implementar estrategias lúdicas éstos motivan a los estudiantes. Los resultados dejaron ver que la falta de motivación en los estudiantes es debido a la poca implementación de estrategias lúdicas en el aula de clases. Los investigadores ven necesario la implementación de estrategias lúdicas en el aula, mismas que servirán de apoyo para los docentes. Las conclusiones mencionaban que el factor lúdico puede llegar a convertirse en una herramienta que se la puede aplicar diariamente en las aulas por los docentes para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes.

Decidí trabajar con materiales didácticos tangibles a partir de las necesidades educativas de mis estudiantes, he notado que la mayoría de las veces ellos suelen trabajar de mejor manera cuando les brindo distintos recursos para ver temas matemáticos. También he notado en generaciones pasadas que al fomentar este tipo de recursos se han interesado más por los temas y han podido construir nuevos aprendizajes.

Concuerdo con (Muñoz, 2016; Camargo, 2017; Paredes, 2020) que el trabajar con material ya sea del tipo didáctico o concreto ayuda a captar la atención del estudiante, el hecho de que queramos fomentar estos recursos y hacer un ambiente lúdico en el salón de clases no significa que solo vamos a poner a jugar al alumnado, al contrario se estarán dividiendo en equipos e indicando que es lo que van a realizar con el material que les será asignado, una parte de nuestra situación didáctica quiere permitirle al estudiante llegar al conocimiento a través de la experimentación con materiales didácticos tangibles.

2.4 FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

En este espacio se describen algunos conceptos matemáticos, los cuales fueron de vital importancia pues nos permitieron llevar a cabo las actividades pertinentes para la situación didáctica.

2.4.1 Sucesión

Takeuchi (1983) define una sucesión como un conjunto ordenado de números y presenta una notación estandarizada para el concepto. En la terminología de conjuntos:

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n, \dots\}$$

a_1 es el primer término de la sucesión, a_2 es el segundo término de la sucesión, a_n es el n –ésimo elemento de la sucesión.

En resumen:

Una sucesión es una función cuyo dominio es el conjunto \mathbb{N} de los números naturales; al número n le corresponde el n –ésimo elemento de la sucesión (Takeuchi, 1983, p. 1)

Como consecuencia de la definición de Takeuchi, no hay restricciones para la constitución del contradominio de la función, en nuestro caso las figuras geométricas que constituyen nuestros materiales didácticos tangibles.

2.4.2 Sucesiones figurales

Para comprender las sucesiones figurales, es esencial comenzar con una definición clara. Según Wilson y Shaughnessy (1984), las sucesiones figurales son secuencias ordenadas de figuras geométricas que siguen un patrón específico. Estos patrones pueden involucrar cambios en el tamaño, la orientación, la forma o la posición de las figuras en la secuencia. Un ejemplo simple de sucesión figurativa es la serie de triángulos de Sierpinski, donde los triángulos se dividen en formas más pequeñas en cada iteración, creando una estructura fractal asombrosa.

El concepto de sucesiones figurales es fundamental en la educación matemática, ya que ofrece una oportunidad única para combinar la intuición visual con la lógica matemática. En el aula, las sucesiones figurales pueden utilizarse para desarrollar habilidades de observación, patrón y generalización en los estudiantes. Según Almeida, Veloso, y Rebello (2019), trabajar con sucesiones figurales puede mejorar la comprensión de conceptos matemáticos abstractos al vincularlos con representaciones visuales concretas.

Además de su relevancia en el ámbito educativo, las sucesiones figurales desempeñan un papel destacado en el mundo del arte. Artistas como M.C. Escher han utilizado sucesiones figurales para crear obras maestras que desafían la percepción y exploran la simetría y la recursión. Las obras de Escher, como "Día y Noche", muestran cómo la combinación de figuras geométricas puede generar efectos visuales sorprendentes y provocar reflexiones sobre la naturaleza de la realidad.

En la investigación matemática, las sucesiones figurales también han sido objeto de estudio. Los matemáticos han explorado su comportamiento y propiedades, como la convergencia o la divergencia de una secuencia figurativa. Estas investigaciones no solo

tienen aplicaciones en matemáticas puras, sino también en campos como la teoría de números y la topología.

En resumen, las sucesiones figurales son un fascinante punto de encuentro entre el arte y la matemática. Su capacidad para combinar la belleza visual con la profundidad matemática las convierte en un tema valioso tanto en el ámbito educativo como en la investigación académica. Al explorar sucesiones figurales, podemos apreciar la interconexión entre la forma y el número, lo que enriquece nuestra comprensión del mundo que nos rodea y nos permite apreciar la riqueza de la geometría en su forma más pura y creativa.

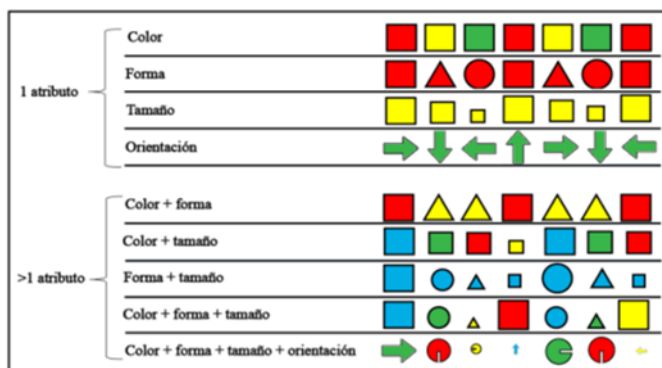
2.4.3 Patrones

Zapatera (2018), define que un patrón “es una sucesión de elementos que se construye siguiendo una determinada regla; los estudiantes a partir de casos particulares, han de decidir esa regla para generalizar el patrón y continuar la sucesión” (p.55), mientras que Rivera (2013), establece que cuando el alumnado realiza actividades con patrones suele enfrentarse a dos tareas 1) aprende a identificar puntos variantes e invariantes en cada etapa 2) adquiere la práctica para hallar las próximas etapas de un patrón y es mediante la expresión general.

Existen distintas maneras de clasificar los patrones, una de ellas puede ser a través de sus reglas de formación, ya sea en patrones de repetición o de recurrencia. La figura 7 nos ayuda a relacionar que en los patrones de repetición los elementos se presentan de forma periódica en función de uno o más atributos como los son: color, tamaño, orientación, forma, entre otros y en los patrones de recurrencia cada término de la sucesión será expresado en función de los anteriores o siguiendo una determinada regla, estos a su vez pueden ser numéricos o geométricos como se puede apreciar en la figura 8.

Figura 7

Patrones de repetición con uno o más atributos



Nota. Tomado de Zapatera, 2018, p.56.

Figura 8

Patrones recurrentes

Patrón geométrico	Patrón numérico	Regla general
	1, 2, 3, ...	$f(n) = n$
	2, 4, 6, ...	$f(n) = 2n$
	4, 7, 10, ...	$f(n) = 1 + 3n$
	5, 9, 13, ...	$f(n) = 1 + 4n$
	8, 10, 12, ... (verde) 9, 12, 15, ... (total)	$f(n) = 5 + 3n$ $f(n) = 6 + 3n$
	6, 10, 14, ... (verde) 7, 12, 17, ... (total)	$f(n) = 2 + 4n$ $f(n) = 3 + 4n$

Nota. Tomado de Zapatera, 2018, p.57.

- *Patrones numéricos:* Pulgarín, (2015) establece que los patrones numéricos “son una lista de números que siguen una cierta secuencia. En ellos se alcanza a determinar de cuánto en cuánto está cambiando, pero no se hace evidente lo variable y lo invariante (p.33).
- *Patrones geométricos:* Arbona et al., (2017) argumentan que los patrones geométricos son “una representación gráfica de los términos de una secuencia creciente de números naturales, representación formada por objetos cuya cantidad corresponde al valor del término de la secuencia representado” (p.42)

Arbona, Beltrán, Jaime y Gutiérrez (2017) informan que:

Los patrones geométricos son un contexto que permite una aproximación inicial, visual e intuitiva, al alcance de todos los estudiantes y permiten pasar de forma significativa a la aproximación algebraica mediante el uso de letras y símbolos que adquieren significado en el contexto de las representaciones gráficas de secuencias numéricas (p.45).

En concordancia a lo anterior Apsari et al. (2020) manifiestan que como modelo matemático la visualización les ayuda a los estudiantes a reconocer la estructura de la serie, la cual tiende a ser categorizada por ellos como un concepto abstracto si se empieza directamente con los números.

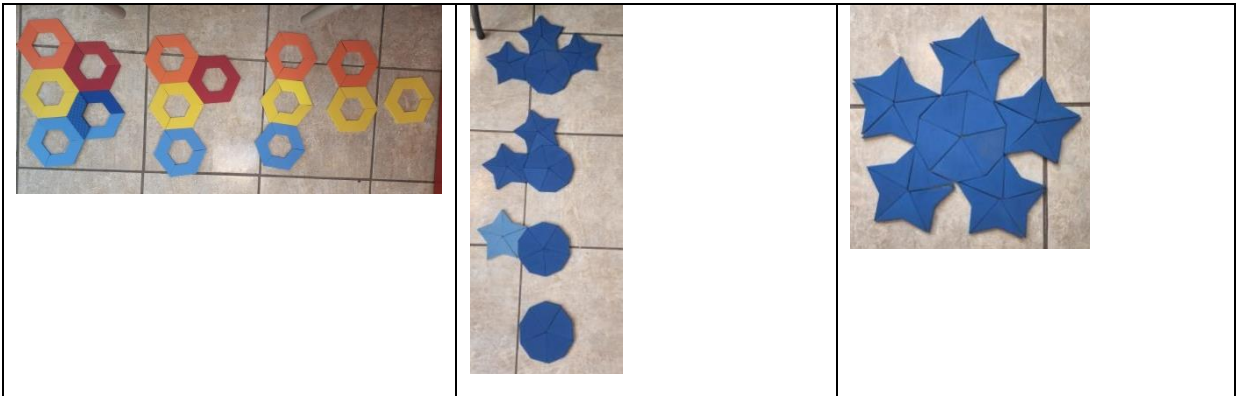
2.4.4 Patrón geométrico

Después de una amplia experimentación con materiales didácticos tangibles propiedad del Museo Interactivo e Itinerante de Matemáticas de Zacatecas presentamos en la tabla 1 algunos de los patrones geométricos obtenidos.

Tabla 1

Regularidades obtenidas con el material didáctico del Museo Interactivo e Itinerante de Matemáticas de Zacatecas.







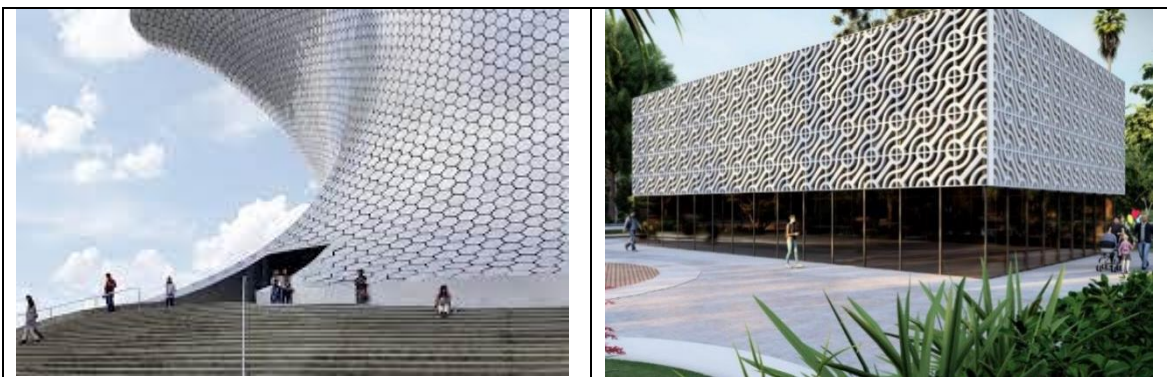
Con base en estas regularidades proponemos una definición para patrón geométrico, la cual es una aportación de esta investigación. Un patrón geométrico es una sucesión de formas geométricas que siguen una regla específica y que constituyen una regularidad que puede describirse mediante una fórmula matemática. Estas reglas junto con la simetría pueden ser utilizadas para realizar predicciones de la forma, el tamaño o el color de las figuras en la sucesión, así como para construir nuevas figuras que sigan la misma regla.

Estos elementos pueden ser figuras geométricas básicas, como puntos, líneas, triángulos, cuadrados, círculos o formas más complejas que se basan en la combinación de estas figuras básicas, la geometría fractal es un buen ejemplo de esta afirmación. En la tabla 2 se puede apreciar como los patrones geométricos se caracterizan por presentar simetría, equilibrio, armonía y una sensación de orden. Además, pueden ser bidimensionales o tridimensionales, y se pueden encontrar en una amplia gama de contextos, desde la naturaleza hasta la arquitectura y el diseño gráfico.

Tabla 2

Ejemplo de patrones que podemos ver en la vida diaria

<p>Naturaleza</p> 	<p>Naturaleza</p> 
<p>Arquitectura</p>	<p>Arquitectura</p>



Diseño gráfico



Diseño gráfico



Nota. Imágenes tomadas de internet.

En el ámbito educativo, en particular en secundaria, el estudio de los patrones geométricos es importante porque permite al estudiantado desarrollar habilidades como la observación, el pensamiento espacial, el análisis, la generalización y la predicción. En secundaria, los docentes suelen diseñar actividades en las que muestren los primeros términos de una sucesión para posteriormente solicitar al estudiantado que calcule el término siguiente y también se les suele pedir que desarrollen la fórmula de la expresión algebraica para así poder conocer cualquier término de la sucesión. También se les puede pedir al alumnado que encuentren el término inmediato o término próximo que en algunas ocasiones suelen batallar menos a diferencia de que les solicitemos que encuentren un término lejano ya que aquí es donde les suele tomar un poco más de tiempo (Arbona et al., 2017).

2.4.5 Generalización

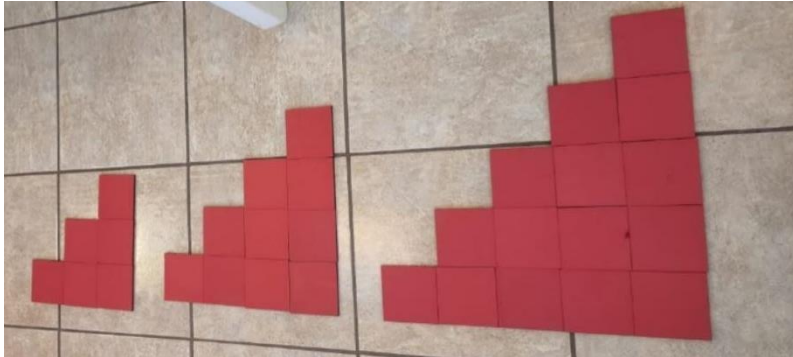
Es común que durante las clases de matemáticas al trabajar con sucesiones se le suele solicitar al alumnado que encuentren la generalización de una sucesión, dicho propósito es para que el estudiantado descubra la regla o patrón, que pueden presentarse de manera numérica o geométrica (Butto et al., 2018). Distintos autores han mencionado que los alumnos suelen ser capaces de encontrar patrones y expresar su generalidad desde una corta edad. Es por eso que es necesario aprovechar todas esas capacidades que poseen los estudiantes desde edades muy tempranas para que ellos en grados más avanzados puedan utilizar ciertas reglas que sean producto de sus propias expresiones de generalidad.

La generalización de patrones y sucesiones es especialmente relevante en la resolución de problemas matemáticos. Los problemas que involucran secuencias numéricas o geométricas a menudo requieren que los estudiantes identifiquen las reglas subyacentes y generalicen para encontrar soluciones. Como señaló el matemático George Pólya, "El pensamiento matemático es esencialmente generalización, y la habilidad de generalizar es indispensable en matemáticas" (Pólya, 1945).

La generalización de patrones y sucesiones es un concepto fundamental en el aprendizaje matemático. Permite a los estudiantes identificar principios generales que se aplican a una variedad de situaciones y promueve el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la formulación de teorías matemáticas. Como señaló el matemático David Hilbert, "Las matemáticas saben de ningún país, no tienen ningún idioma particular, y no están confinadas a ninguna clase de individuos" (Hilbert, 1900). La capacidad de generalizar patrones y sucesiones es una habilidad matemática universal que trasciende fronteras y es fundamental para el avance del conocimiento matemático.

Consideramos de fundamental importancia los anteriores conocimientos matemáticos, ya que serán de gran ayuda para el diseño de la situación didáctica amalgamada con materiales didácticos tangibles, que cumplan con los propósitos y objetivos que plantea el plan de estudios y para el momento en el que demos las conclusiones de cada clase a los estudiantes. Consideramos fundamental conocer los temas y dominarlos ya que al estar trabajando con los estudiantes se podrán presentar ocasiones en las que los estudiantes se sientan confundidos o estén presentando problemas para entender los temas y conceptos. Será necesario buscar estrategias y actividades que les permitan a los estudiantes llegar a un aprendizaje significativo y que puedan relacionar este tipo de conocimiento con algún caso de la vida cotidiana.

Capítulo 3. Metodología



Consideramos que la ingeniería didáctica de Artigue (1995) es un marco metodológico apropiado para diseñar situaciones didácticas que involucren el uso de materiales didácticos tangibles, ya que garantiza la eficacia de la situación didáctica en términos de lograr los objetivos de aprendizaje y porque fomenta la reflexión y la mejora continua de la práctica docente teniendo como fondo el análisis preliminar, concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería, experimentación y análisis a posteriori y validación.

3.1 Ingeniería didáctica

La ingeniería didáctica puede tomar dos posturas:

- Metodología de enseñanza: Las relaciones entre la investigación y la acción en el sistema de enseñanza. Aquí su objetivo es un producto. (Clase didáctica)
- Metodología de investigación: El papel que conviene hacerle tomar a las “realizaciones didácticas” en clase, dentro de las metodologías de la investigación en didáctica Su objetivo es un proceso. (Investigar un proceso)

(Artigue, 1995)

En nuestro caso estaremos tomando una postura de metodología de la investigación, en la que abarcaremos varios aspectos, entre ellos:

- Diseño de la investigación: Esto implica determinar el alcance de la investigación, definir las preguntas de investigación o hipótesis, y establecer el marco teórico en el que se basará la investigación.
- Recopilación de datos: Utilizaremos diversas técnicas para recopilar datos, como observaciones en el aula, situación didáctica, actividades clase, tareas, análisis de documentos educativos, entre otros.
- Análisis de datos: Una vez que recopilemos los datos, se emplearán métodos específicos de análisis para examinar la información y extraer conclusiones.
- Interpretación de resultados: Se interpretarán los resultados de la aplicación de la situación didáctica junto con la implementación del material didáctico tangible y determinaremos qué implicaciones tienen para la enseñanza y el aprendizaje.
- Validación y replicación: Se realizará una validación de los resultados una vez que se llevó a cabo la situación didáctica.

3.2 Fases de la ingeniería didáctica

Como ya se mencionó anteriormente son cuatro las fases que conforman la ingeniería didáctica.

3.2.1 Los análisis preliminares

En esta fase no solo se trabaja en un cuadro teórico didáctico o conocimientos didácticos, sino también en determinados puntos de análisis preliminares marcando el siguiente listado:

- El análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza
- El análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos

- El análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución
- El análisis del campo de restricciones donde se va a situar la realización didáctica efectiva

(Artigue, 1995, p. 38).

Artigue (1995) menciona que el análisis de las restricciones se efectúa distinguiendo tres dimensiones:

- *La dimensión epistemológica:* Aquí se analizan los contenidos desde sus raíces, como se forma el concepto y el tiempo que transcurre para obtener esa formalización. También se observa el tiempo que transcurre para su formulación.
- *La dimensión cognitiva:* Se menciona a qué grupo de estudiantes va a ir dirigida la secuencia, describe las características de la población a la que se dirige el concepto.
- *La dimensión didáctica:* Se analiza cómo es que se enseña desde los libros que se utilizan, los libros de la institución, la situación didáctica (material).

(Artigue, 1995, p.40).

3.2.2 La concepción y el análisis a priori

Sirve para que los investigadores puedan decidir sobre un determinado número de variables del sistema que no estén fijadas por las restricciones. Artigue (1995) distingue dos tipos de variables de comando:

- *Variables macro-didácticas o globales:* Concernientes a la organización global de la ingeniería.
- *Variables micro-didácticas o locales:* Concernientes a la organización local de la ingeniería, o sea, la organización de una secuencia o fase.

Un punto importante es que ambas variables pueden ser generales o bien dependientes del contenido didáctico en el que se enfoca la enseñanza. Aunque se presenten separadas las secciones globales de las selecciones locales, no son independientes de ellas.

(Artigue, 1995, p.42).

Ambos niveles de análisis son importantes para comprender completamente cómo se lleva a cabo la educación y cómo se pueden mejorar las prácticas pedagógicas. El tema de estudio trabajará con las variables micro-didácticas, ya que éstas se centran en detalles específicos y procesos que ocurren en el nivel del aula y en aspectos más específicos y detallados de la enseñanza y el aprendizaje.

- Se refieren a lo que ocurre en el aula de clases, cómo los docentes planifican y entregan lecciones, cómo los estudiantes interactúan entre sí y con el contenido, etc.

- Su análisis se concentra en la interacción y los procesos educativos en el nivel de la clase.
- Ejemplos de variables micro-didácticas podrían incluir la elección de estrategias de enseñanza por parte de un profesor, la participación de los estudiantes en una actividad de grupo en el aula, o la retroalimentación proporcionada a un estudiante sobre su trabajo aspectos que podrán verse al momento de aplicar nuestra situación didáctica.

Artigue destaca que el análisis a priori se debe concebir como un análisis de control de significado, asumiendo que:

Si la teoría constructivista sienta el principio de la participación del estudiante en la construcción de sus conocimientos a través de la interacción de un medio determinado, la teoría de las situaciones didácticas que sirve de referencia a la metodología de la ingeniería ha pretendido, desde su origen, constituirse en una teoría de control de las relaciones entre el significado y las situaciones. (Artigue, 1995, p. 44)

El objetivo del análisis a priori es determinar la manera en que las selecciones hechas permiten controlar los comportamientos del alumnado y su significado. Este tipo de análisis se basa en un conjunto de hipótesis. La validación de las mismas está en juego en la confrontación que se lleva a cabo en la fase cuatro, entre el análisis a priori y el análisis a posteriori.

Artigue (1995) argumenta que tradicionalmente este análisis a priori comprende una parte descriptiva y una predictiva, en la que se debe:

- Describir las selecciones del nivel local (relacionándolas con las selecciones globales) y las características de la situación didáctica que de ellas se desprenden.
- Analizar lo que podría estar en juego en esta situación para un estudiante en función de las posibilidades de acción, de selección, de decisión, de control y de validación de las que él dispone, una vez puesta en práctica en un funcionamiento casi aislado del profesor.
- Prever los campos de comportamientos posibles y se trata de demostrar cómo el análisis realizado permite controlar su significado y asegurar, en particular, que los comportamientos esperados, si intervienen, sean resultado de la puesta en práctica del conocimiento contemplado por el aprendizaje.

(Artigue, 1995, p.45).

En el análisis a priori alumnas y alumnos son incluidos en ambos niveles tanto descriptivo y predictivo, y el profesor no suele intervenir, permitiendo que ellos sean los actores principales del sistema, el profesor suele no estar tan presente en el análisis a priori, excepto durante las situaciones de devolución y de institucionalización. Por último, la noción de contrato didáctico permite recuperar en parte el papel del profesor, por su parte Artigue

declara que no se puede negar que hasta el momento el profesor ocupa siempre un papel marginal en la teorización didáctica.

3.2.3 Experimentación

En este apartado se realizará la implementación de la situación didáctica y se registraran los datos (si se cumplen los objetivos, cómo se desarrollaron las clases, cómo estuvo la intervención del docente...) La experimentación supone:

- La explicitación de los objetivos y condiciones de realización de la investigación a estudiantes que participarán de la experimentación
- El establecimiento del contrato didáctico
- La aplicación de los instrumentos de investigación
- El registro de observaciones realizadas durante la experimentación

Cuando la experimentación tarda más de una sesión suele recomendarse hacer un análisis a posteriori local, confrontando con los análisis a priori, con el fin de hacer las correcciones necesarias. Durante la experimentación se busca respetar las selecciones y deliberaciones hechas en los análisis a priori.

(Artigue, 1995, p.48).

3.2.4 Análisis a posteriori y evaluación

Aquí se analiza el conjunto de datos recolectados a lo largo de la experimentación, es decir, las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, al igual que las producciones del estudiantado en el aula o fuera de ella, se analiza qué fue lo que realizaron alumnas y alumnos, cuáles fueron sus estrategias, qué errores se presentaron, sus acciones, las formulaciones, en general se realiza un análisis riguroso de todo lo que sucedió en la situación didáctica. Estos datos se completan con otros obtenidos mediante la utilización de metodologías externas: cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos, realizadas durante cada sesión de la enseñanza, etc. La validación o refutación de las hipótesis formuladas en la investigación se fundamenta en la confrontación de los análisis, el a priori y a posteriori (Artigue, 1995).

3.3 Análisis Preliminares, Concepción y Análisis a priori

En el siguiente apartado se hablará sobre el análisis epistemológico que se hizo referente a las sucesiones numéricas y geométricas, para poder entender cómo es que se han abordado estos temas y que podemos tomar de estos conocimientos, posteriormente se hablará del análisis didáctico referente al libro de texto que se trabaja en educación secundaria, concluyendo con el análisis cognitivo a través de una actividad diagnóstica que nos deje ver la manera en la que trabajan los estudiantes el contenido matemático.

3.3.1 Análisis epistemológico

3.3.1.1 Los griegos

3.3.1.1.1 Pitágoras

Los matemáticos griegos se interesaron en los patrones numéricos y geométricos y parece que fueron de los primeros en desarrollar una noción primitiva de *sucesión*, algunos historiadores indican el año V a. de C. (Hoffman, 1999) sugiere que el sonido generado por un herrero al golpear su yunque con el martillo, se convierte en el chispazo que enciende la mente de Pitágoras y lo lleva a conjeturar una relación entre los números enteros y la música. Este acontecimiento lo llevó a descubrir que había *patrones regulares* que relacionaban las longitudes de las cuerdas de un instrumento musical con las notas que se producían.

En la música griega antigua, se utilizaba un instrumento llamado monocordio para medir y producir sonidos. El monocordio consistía en una cuerda tensada a lo largo de una caja de resonancia, y se utilizaba para producir sonidos de diferentes frecuencias al cambiar la longitud de la cuerda.

Los pitagóricos descubrieron que la relación entre las longitudes de las cuerdas y las notas que se producían seguía un patrón matemático. En particular, si se divide una cuerda en dos partes de longitud 2:1, la cuerda más corta produce una nota que suena una octava más alta que la cuerda más larga. Si se divide la cuerda en tres partes de longitud 3:2, la cuerda más corta produce una nota que suena una quinta por encima de la cuerda más larga. Si se divide la cuerda en cuatro partes de longitud 4:3, la cuerda más corta produce una nota que suena una cuarta por encima de la cuerda más larga, y así sucesivamente.

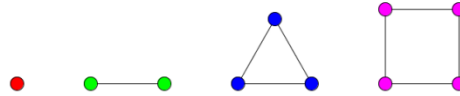
Esta relación matemática entre las longitudes de las cuerdas y las notas que se producen se puede representar como una sucesión geométrica. Por ejemplo, la sucesión de las longitudes de las cuerdas que producen una octava más alta se puede representar como 1:2, 1:4, 1:8, 1:16, etc., lo que es una sucesión geométrica con razón 1/2.

La relación entre las notas que se producen y las longitudes de las cuerdas fue fundamental en el desarrollo de la teoría musical occidental, y todavía se utiliza hoy en día para afinar instrumentos musicales y para componer música. De aquí la conclusión de Pitágoras que *el número lo regía todo*. Este patrón regular sugiere una presencia primitiva de sucesión numérica a la cual podemos llamar protosucesión, que alude a una forma temprana, anterior o preliminar del concepto moderno de sucesión.

Nuevamente pareciera estar implícita la noción de *protosucesión* y *patrón geométrico* en la mente de Pitágoras en la forma como concebía él al número: el número 1 lo percibía como un punto, el número dos como una línea, el número tres como un plano y el cuatro como un sólido; y les asociaba una figura como se puede apreciar en la figura 9 (Strathern, 1999). Está idea evidencia la noción de patrón geométrico en los pitagóricos, y por ende sugiere la presencia del concepto de sucesión figural.

Figura 9

Patrón geométrico que ilustra como concebía Pitágoras el número



Una sucesión figural se refiere a una secuencia ordenada de figuras geométricas que sigue un patrón específico a medida que avanzamos en la secuencia. Cada término de la sucesión figural está compuesto por una figura geométrica, como un cuadrado, un triángulo, un círculo, etc., y estas figuras se organizan de acuerdo con un conjunto de reglas o un patrón geométrico particular. La relación entre la sucesión figural y el patrón geométrico es que el patrón geométrico establece las reglas o las instrucciones que determinan cómo se genera cada término de la sucesión. Estas reglas pueden ser bastante simples o más complejas, y pueden involucrar transformaciones geométricas como rotaciones, traslaciones, reflexiones, dilataciones, etc. El patrón geométrico proporciona la estructura que guía la creación de cada figura en la secuencia.

La sucesión "n" determinada por su número n-ésimo se refiere a la relación entre el término n-ésimo en la sucesión figural y el valor de "n", que es el número de términos en la secuencia. En otras palabras, a medida que se avanza en la secuencia figural y se aumenta el valor de "n", se está generando un conjunto de figuras geométricas que sigue el patrón geométrico definido por el patrón de la sucesión. Por ejemplo, si se tiene una sucesión figural en la que el primer término es un cuadrado y el patrón geométrico indica que cada término subsiguiente se obtiene añadiendo un triángulo al lado del cuadrado anterior, entonces la sucesión "n" determinada por su número n-ésimo permitirá encontrar la figura correspondiente al término n-ésimo. Si $n = 1$, se tendrá el cuadrado inicial; si $n = 2$, se tendrá el cuadrado con un triángulo al lado; si $n = 3$, se tendrá el cuadrado con dos triángulos, y así sucesivamente.

En resumen, una sucesión figural se compone de figuras geométricas organizadas según un patrón geométrico específico, y la sucesión "n" determinada por su número n-ésimo relaciona cada término de la sucesión con su posición en la secuencia. El patrón geométrico es la regla que guía la generación de cada figura en la sucesión.

3.3.1.1.2 Euclides

Uno de los primeros ejemplos de sucesión en la literatura matemática griega se encuentra en el libro V, definición 5 de los Elementos de Euclides, escrito alrededor del 300 a.C. En este texto, pareciera sugerirse que Euclides define implícitamente una sucesión de números como "números que siguen uno tras otro en orden determinado".

Se dice que una primera magnitud guarda la misma razón con una segunda magnitud, que una tercera magnitud con una cuarta magnitud, cuando cualquier equimúltiplo de la primera y la tercera exceden a la par, sean iguales a la par o sean inferiores a la par, que cualquier equimúltiplo de la segunda y la cuarta, respectivamente y tomados en el orden correspondiente (De Campos, 1785).

Es importante aclarar que la definición 5 del libro V de Euclides no define explícitamente el concepto de sucesión. Sin embargo, esta definición si establece la noción

de proporción entre magnitudes, que es una idea clave en la construcción de sucesiones en matemáticas. Recordaremos que no todas las sucesiones guardan una proporción. Las sucesiones pueden clasificarse en diferentes tipos según sus características matemáticas, y algunas de ellas son proporcionales, mientras que otras no lo son. La existencia de una proporción o una relación constante depende del patrón matemático específico que defina la sucesión.

En particular, el hecho de que Euclides compare la relación entre dos parejas de magnitudes, cada una de las cuales se compone de una magnitud multiplicada por una constante, puede ser visto como uno de los inicios de la noción de una sucesión de números. Además, la noción de comparación de magnitudes en relación a una constante es una idea que subyace en el concepto de razón, que es una noción esencial en la construcción de sucesiones. En otras palabras, aunque Euclides no define explícitamente el concepto de sucesión, la noción de proporción y comparación de magnitudes en la definición 5 de su quinto libro, pareciera sugerir una base conceptual que ha sido ampliamente utilizada en la construcción de la noción de sucesión en la historia.

3.3.1.1.3 Arquímedes

En las investigaciones de Arquímedes, se pueden encontrar algunas ideas que sugieren la presencia de la noción de *protosucesión*. Por ejemplo, en su trabajo "El método de los teoremas mecánicos", Arquímedes describe un método para aproximar la raíz cuadrada de un número utilizando una sucesión de fracciones.

Boyer (1986) ha estudiado la obra de Arquímedes y ha señalado la presencia de sucesiones en sus métodos. Arquímedes desarrolló un método para aproximar la raíz cuadrada de un número utilizando el método de exhaustión. El método consiste en encontrar dos números que encierren al número del cual se quiere encontrar la raíz cuadrada, y luego dividir el intervalo entre esos dos números en partes iguales hasta obtener una aproximación lo suficientemente cercana.

Por ejemplo, si queremos encontrar la raíz cuadrada de 2, primero buscamos dos números que encierren a 2, como 1 y 2. Luego calculamos el punto medio del intervalo $[1, 2]$ obteniendo 1.5. Comparamos $1.5^2 = 2.25$ con 2. Si es menor, entonces el número buscado está en el intervalo $[1.5, 2]$. Si es mayor, entonces el número buscado está en el intervalo entre $[1, 1.5]$.

Luego repetimos el proceso, dividiendo el nuevo intervalo en partes iguales y verificando si la aproximación obtenida al cuadrado es mayor o menor que el número buscado. Repitiendo este proceso varias veces, se puede obtener una aproximación cada vez más cercana a la raíz cuadrada del número deseado.

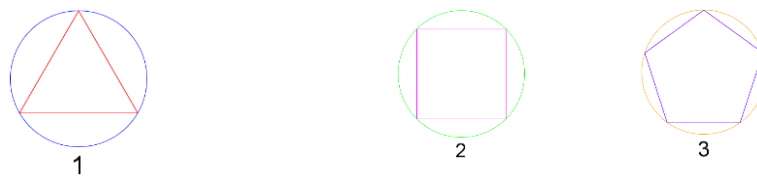
Arquímedes aplicó este método para encontrar la raíz cuadrada de varios números, incluyendo números irracionales como la raíz cuadrada de 2 y la raíz cuadrada de 3. En el método de los teoremas mecánicos, Arquímedes no aborda específicamente la raíz cuadrada de un número, sino que utiliza el método para aproximar áreas y volúmenes de figuras geométricas. Sin embargo, en su obra "Sobre la medida del círculo", Arquímedes utiliza el método de la exhaustión para aproximar el valor de π , que está relacionado con la longitud de la circunferencia y, por lo tanto, con la raíz cuadrada.

El método de exhaustión de Arquímedes se basa en la suposición de que dos cantidades son iguales, y luego se demuestra que la suposición de que una es mayor que la otra lleva a una contradicción en un número finito de pasos. De esta manera, se puede encontrar una aproximación cada vez más precisa de la cantidad en cuestión.

En el caso del área del círculo, Arquímedes propone inscribir en él un polígono con un número muy grande de lados. Cuando el número de lados del polígono aumenta, la diferencia entre el área del círculo y el área del polígono será muy pequeña (figura 10). Ahora bien, el área del polígono se puede calcular dividiéndolo en un número de triángulos isósceles de base un lado del polígono y de altura el radio del círculo.

Figura 10

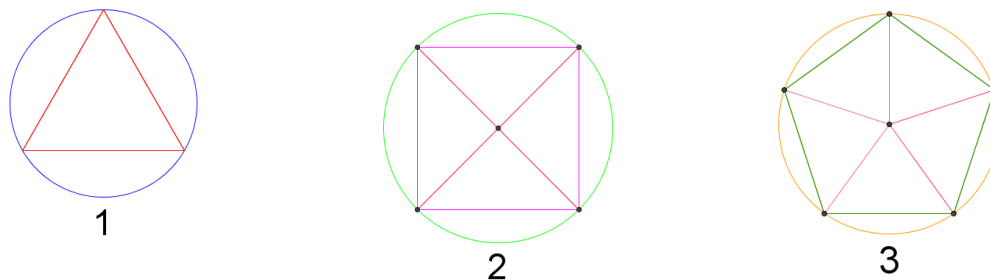
Primeros pasos del método de exhaustión usado por Arquímedes



En la figura 11 se muestra como el área del polígono se puede calcular dividiéndolo en un número de triángulos isósceles de base un lado del polígono y de altura el radio del círculo.

Figura 11

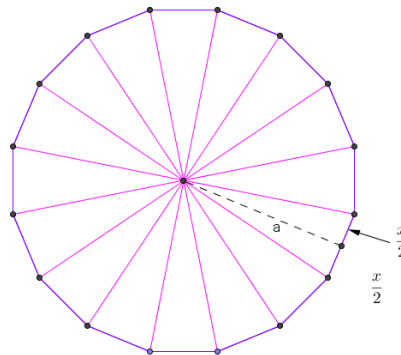
Dividiendo cada polígono en triángulos isósceles



El área del polígono se puede calcular Usando $A = \frac{P \cdot a}{2}$, donde P es el perímetro del polígono y a es su apotema (figura 12). Suponiendo que un lado del polígono mide x , entonces la apotema a se calcula con el teorema de Pitágoras. Y al fin el área del polígono. Tal es el caso del polígono de 16 lados.

Figura 12

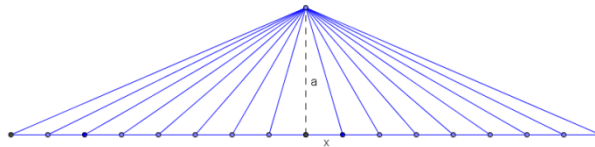
Calculando el área de un polígono de 16 lados



Por otro lado, como el área de cada triángulo solo depende de su base y altura, que en este caso en la figura 13 su base es el lado del polígono y su altura es la apotema del polígono, podemos reacomodar los triángulos en el término 16 de la siguiente sucesión figural:

Figura 13

Reacomodando el polígono de 16 lados



El área de este triángulo es la misma que la del polígono y la misma que la del círculo. Afirmamos que el área A del triángulo, cuya base es el perímetro del polígono y cuya altura es el radio del círculo es igual al área A' del círculo. En efecto, si suponemos que $A \neq A'$, llegamos a una contradicción; pues siempre podemos construir un polígono inscrito en el círculo de altura r , pero de base menor que el perímetro del círculo (Ongay, 2000). Sin abundar más en el método de exhaustión concluimos que en efecto, Arquímedes usa patrones geométricos o *protosucesiones* figurales en los cálculos que acabamos de exhibir.

Resumiendo, los ejemplos que se acaban de exponer, sugieren que Arquímedes usaba las sucesiones para aproximar y entender ciertas cantidades matemáticas. Aunque Arquímedes no utilizó el término "sucesión" explícitamente en sus obras, sus ideas y métodos sí influyeron en el desarrollo posterior de la noción de sucesión en la matemática.

3.3.1.2 Los babilonios

(Ifrah, 2000) presenta la primera numeración posicional en la historia de la humanidad y sitúa sus orígenes aproximadamente en el año 1800 a. C. En la figura 14 se muestra el patrón geométrico de regularidad y la sucesión figural.

Figura 14

Primera numeración posicional

1	𐎀	11	𐎀𐎁	21	𐎀𐎁𐎁	31	𐎀𐎁𐎁𐎁	41	𐎀𐎁𐎁𐎁𐎁	51	𐎀𐎁𐎁𐎁𐎁𐎁
2	𐎁	12	𐎁𐎁	22	𐎁𐎁𐎁	32	𐎁𐎁𐎁𐎁	42	𐎁𐎁𐎁𐎁𐎁	52	𐎁𐎁𐎁𐎁𐎁𐎁
3	𐎂	13	𐎂𐎁	23	𐎂𐎁𐎁	33	𐎂𐎁𐎁𐎁	43	𐎂𐎁𐎁𐎁𐎁	53	𐎂𐎁𐎁𐎁𐎁𐎁
4	𐎃	14	𐎃𐎁	24	𐎃𐎁𐎁	34	𐎃𐎁𐎁𐎁	44	𐎃𐎁𐎁𐎁𐎁	54	𐎃𐎁𐎁𐎁𐎁𐎁
5	𐎄	15	𐎄𐎁	25	𐎄𐎁𐎁	35	𐎄𐎁𐎁𐎁	45	𐎄𐎁𐎁𐎁𐎁	55	𐎄𐎁𐎁𐎁𐎁𐎁
6	𐎅	16	𐎅𐎁	26	𐎅𐎁𐎁	36	𐎅𐎁𐎁𐎁	46	𐎅𐎁𐎁𐎁𐎁	56	𐎅𐎁𐎁𐎁𐎁𐎁
7	𐎆	17	𐎆𐎁	27	𐎆𐎁𐎁	37	𐎆𐎁𐎁𐎁	47	𐎆𐎁𐎁𐎁𐎁	57	𐎆𐎁𐎁𐎁𐎁𐎁
8	𐎇	18	𐎇𐎁	28	𐎇𐎁𐎁	38	𐎇𐎁𐎁𐎁	48	𐎇𐎁𐎁𐎁𐎁	58	𐎇𐎁𐎁𐎁𐎁𐎁
9	𐎈	19	𐎈𐎁	29	𐎈𐎁𐎁	39	𐎈𐎁𐎁𐎁	49	𐎈𐎁𐎁𐎁𐎁	59	𐎈𐎁𐎁𐎁𐎁𐎁
10	𐎉	20	𐎉𐎉	30	𐎉𐎉𐎉	40	𐎉𐎉𐎉𐎉	50	𐎉𐎉𐎉𐎉𐎉		

Por otro lado, la forma en que los babilonios calculaban raíces cuadradas sugiere también la presencia de un concepto primitivo de sucesión o *protosucesión* 3000 años a. C. Su método era iterativo y consistía en realizar una serie de estimaciones cada vez más precisas hasta llegar a un valor lo suficientemente cercano al resultado exacto. En el caso de la raíz cuadrada de 2, la sucesión de fracciones babilónicas que se utilizaba para aproximarla era:

$$\sqrt{2} = \frac{2 + 1}{2(1)} = \frac{3}{2} = 1.5$$

Ya que $1^2 = 1 < 2$.

Ahora tenemos que $(\frac{3}{2})^2 = 1.5^2 = 2.25 > 2$

$$\sqrt{2} = \frac{2 + (\frac{3}{2})^2}{2(\frac{3}{2})} = \frac{2 + \frac{9}{4}}{3} = \frac{\frac{17}{4}}{3} = \frac{17}{12} = 1.416666\bar{6}$$

Ahora $(\frac{17}{12})^2 = \frac{289}{144} \approx 2.00694444 > 2$

$$\sqrt{2} = \frac{2 + (\frac{17}{12})^2}{2(\frac{17}{12})} = \frac{2 + \frac{289}{144}}{\frac{17}{6}} = \frac{\frac{288 + 289}{144}}{\frac{17}{6}} = \frac{6(577)}{144(17)} = \frac{577}{24(17)} = \frac{577}{408} \approx 1.41421569$$

La *protosucesión* babilónica para $\sqrt{2}$ es $\frac{3}{2}, \frac{17}{12}, \frac{577}{408}, \dots$

3.3.1.3 Los mayas

La numeración maya sugiere la presencia de una *protosucesión* figural, patrón de regularidad o patrón geométrico. La numeración maya es un sistema de numeración vigesimal (de base 20) en el que los números se representan mediante puntos y rayas. Aunque no se sabe con exactitud el año en que los mayas desarrollaron su sistema de numeración, (Ifrah, 2000) propone el año IV-X d. C. La figura 15 nos muestra el patrón de regularidad:

Figura 15

Patrón geométrico con los primeros 6 números mayas



En general, los ejemplos anteriores muestran cómo diferentes culturas a lo largo de la historia han reconocido y utilizado los patrones geométricos y figurales como herramientas para comprender y expresar el mundo que les rodea. Estos patrones han sido fundamentales en el desarrollo de la matemática, en particular han sido un pilar fundamental para que se desarrollara el concepto de sucesión como lo conocemos en la actualidad. Conjeturamos que los elementos antes analizados podrían constituir instrumentos críticos para el uso de la historia en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en particular podrían ayudar en el diseño de nuestra situación didáctica.

3.4 Análisis didáctico

Se analizará el libro de texto de matemáticas de primer grado de secundaria de Castillo (2022), ya que es el libro que utilizan los estudiantes con los que se trabajará la situación didáctica. Queremos ver la manera en la que el libro trabaja el tema de sucesiones y patrones. El propósito de la lección es que los estudiantes logren desarrollar métodos para encontrar el patrón de una sucesión. El libro de texto pretende que a lo largo de la lección los estudiantes puedan emplear su conocimiento sobre formulación de expresiones algebraicas y resolución de ecuaciones lineales. El primer ejemplo del libro de texto lo podemos observar en la figura 16, con la actividad se pretende que los estudiantes comprendan la naturaleza de cada sucesión antes de intentar obtener una expresión algebraica que la describa.

Figura 16

Actividades de sucesiones numéricas planteadas por el libro de matemáticas de primer grado de secundaria

Desarrollo

1. Realicen lo siguiente en parejas.
 a) Pablo recortó varios cuadros de papel y los colocó como ilustra la figura 3.27 para hacer distintos diseños. Dibujen los diseños que faltan y anoten debajo el número de cuadros que forman cada diseño.

Diseño 1 Diseño 2 Diseño 3 Diseño 4 Diseño 5 Diseño 6
 Diseño 7 Diseño 8 Diseño 9

Figura 3.27

b) ¿Cuántos cuadros se añaden a cada diseño?
 c) Completen la tabla a partir del número de cuadros de cada uno.

Número de diseño	1	2	3	4	5	8	15	
Número de cuadros								84

Tabla 3.30

2. Dibuja los puntos correspondientes para continuar el patrón. Después completa la tabla 3.31 y contesta.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4 Figura 5 Figura 6 Figura 7

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7
Lugar en la sucesión							
Número de puntos							

Tabla 3.31

a) ¿Cómo se obtiene el número de puntos de la figura 3 a partir de los puntos de la figura 2, y los de la figura 4 con base en los puntos de la figura 3?
 c) Escribe un procedimiento para obtener el número de puntos de cualquier figura a partir del número de puntos de la figura que ocupa el lugar anterior

Nota. Tomado de Castillo, 2022, p.200-201

En la primera actividad que propone el libro de texto podemos darnos cuenta que lo que buscan en los estudiantes es el proponer el diseño de un patrón geométrico haciendo uso de cuadrados, para eso se les muestra el diseño de una sucesión, pero hacen falta los diseños 3,4,6,7 y 9. Los estudiantes tendrán que ir contando los primeros diseños para ver cuánto es que van aumentando e ir contestando la actividad.

En el inciso C ahora el alumnado tendrá que contestar una tabla en la que aparecen los números de diseños o posiciones de cada sucesión y escribir cuántos cuadrados creen que necesitarán para eso es importante mencionar que solamente la tabla les dice que en una posición se ocuparon 84 cuadrados. Los alumnos podrán hacer uso de distintas

estrategias y procedimientos para poder contestar los ejercicios, la actividad antes mencionada nos pareció apropiada y decidimos tomarla, pero adaptarla un poco a los materiales que nosotros tenemos y hacer la tabla con material también tangible para que los estudiantes puedan contestar lo solicitado y que sea parte de nuestra primera actividad introductoria.

La segunda actividad correspondiente a la figura 17 podemos ver que el autor propone que los estudiantes dibujen las posiciones 4,5,6 de la sucesión de puntos dependiendo en cada caso, la primer diferencia que encontramos de los libros de texto a nuestra situación didáctica es que en nuestro caso nosotros estaremos permitiendo a los estudiantes que manipulen el material didáctico tangible, algo similar es que nosotros estaremos trabajando con tablas para que sea un poco más fácil para el alumnado el poder establecer el lugar de la sucesión con el número de figura que estemos ocupando y que puedan visualizar cada cuántos movimientos es que cambia la sucesión.

Las preguntas de esta actividad tienen la intención de que los estudiantes vayan buscando distintos procedimientos que les permitan entender el número de puntos de cualquier figura a partir del número de puntos de la figura que está ocupando el lugar anterior.

Figura 17

Actividad de sucesiones numéricas planteadas por el libro de matemáticas de primer grado de secundaria

1. En parejas completen la tabla 3.32 a partir del número de cuadros sombreados en cada figura.

	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 8	Figura 9	Figura 10
Lugar en la sucesión							
Número de cuadros sombreados							

Tabla 3.32

a) ¿En la serie puede haber una figura con 41 puntos? Expliquen su respuesta.

b) Escriban una expresión algebraica para obtener el número de cuadros sombreados de una figura según el lugar que ocupa.

c) Comparen sus resultados con los de otra pareja. Si algunas respuestas son diferentes, expliquen sus procedimientos para obtenerlas y concluyan cuáles resultados son correctos a partir de sus argumentos.

Secuencia 19 201

Nota. Tomado de Castillo, 2022, p.201

Entendemos que para este punto de la actividad ya no es necesario que los estudiantes hagan los dibujos referentes a las posiciones faltantes de la sucesión, ahora solo se les pide que escriban el lugar de la sucesión y el número de cuadrados que necesitaran. Por otra parte, en la figura 18 se empieza a solicitar al alumnado que escriban

una expresión algebraica con la que puedan obtener el número de cuadrados de una figura según el lugar que ocupa, es interesante ver la dinámica que está tomando el libro de texto pues nos sirve un poco para ver si nuestra forma es la correcta o si podemos hacer algunos cambios. Creemos que algo que consideramos es que constantemente estén comparando sus procedimientos y resultados con sus compañeros pues permitirá un mejor diálogo y que logren expresar sus conocimientos e incluso dudas, dificultades o errores.

Figura 18

Actividad de sucesiones numéricas planteadas por el libro de matemáticas de primer grado de secundaria

Expresión algebraica de una sucesión

4. Resuelvan lo que se pide con base en la siguiente regla.

Cada figura de la sucesión tiene un número de puntos igual a cuatro veces el lugar que ocupa en la sucesión más uno.

a) Escriban los primeros términos de la sucesión.
5, _____

b) ¿Cuál es la diferencia entre dos términos consecutivos de la sucesión?

c) Subrayen las expresiones algebraicas que expresan las reglas generales con las que se pueden obtener los términos de la sucesión. La letra n representa el lugar de cada término.
• $4 + n$ • $4n + n$ • $4n + 1$ • $4n - 4 + 5$

d) ¿Cuántos puntos tendrán las figuras que se encuentran en los lugares undécimo y decimocuarto? _____

e) ¿Qué lugar ocupa la figura formada por 49 puntos? _____

Nota. Tomado de Castillo, 2022, p.201

Parte de la segunda actividad titulada “Expresión algebraica de una sucesión” es que los estudiantes vean que una sucesión numérica se representa como una lista de la forma 1,2,3..., a los que a cada número se le llama término de la sucesión y a los tres puntos nos indican que la lista continua indefinidamente. En la figura 19 el libro ya empieza a trabajar un poco más con sucesiones numéricas y pretende que los alumnos hagan uso poco a poco de expresiones algebraicas para que puedan ir encontrando las reglas que rigen a la sucesión, también se les pide que encuentren esas expresiones algebraicas que logran expresar las reglas generales y dan a entender que la letra n representa el lugar de cada término.

Figura 19

Actividad de sucesiones numéricas planteadas por el libro de matemáticas de primer grado de secundaria

5. En equipos realicen lo siguiente.

a) Completen la tabla a partir de la regla para cada sucesión. Escriban el término que corresponde al lugar n indicado.

Regla general	Lugar que ocupa cada término						
	1	2	3	4	5	6	7
$2n$							
$2n + 1$							
$2n - 5$							
$2n - 1$							
$2(n - 1) + 2$							

Tabla 3.33

b) ¿Cuál es la resta o diferencia entre dos términos consecutivos en cada sucesión?

c) Establezcan una expresión algebraica para la regla general con la cual se obtenga el término que se encuentre en el lugar n en la sucesión: 4, 6, 8, 10, 12, ... _____

d) ¿El número 246 forma parte de esta sucesión? ¿Por qué? _____

e) Comparen sus respuestas con las de otra pareja y expliquen cómo obtuvieron la regla algebraica para la última sucesión. _____

Nota. Tomado de Castillo, 2022, p.202

Al analizar la figura 20 consideramos que esta puede ser un poco pesada o difícil de contestar por parte del alumnado, pues tienen que completar la tabla a partir de la regla general que le dan a cada uno y después escribir el lugar que ocupa cada término para finalmente contestar unos incisos referentes a la tabla. También en uno de los incisos ya se les pide que encuentren una expresión algebraica para la regla general lo cual podría ser difícil para el estudiante.

Figura 20

Actividad de sucesiones numéricas planteadas por el libro de matemáticas de primer grado de secundaria

6. En equipo observen las siguientes sucesiones y realicen lo que se indica.

1,	3,	5,	7,	9,	11,	13,	15,	17,...
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
6,	18,	30,	42,	54,	66,	78,	90,	102,...

a) Escriban una expresión algebraica con la que se obtengan los términos de la primera sucesión. _____

b) Rodeen la operación con la que se obtenga cada término de la segunda sucesión a partir del término correspondiente en la primera.

- Sumar 5
- Multiplicar por 3
- Multiplicar por 6
- Sumar 15

c) ¿Cuál es la expresión algebraica para obtener la segunda sucesión? _____

7. En parejas completen la tabla según el número de cerillos necesarios para construir cada figura y realicen lo que se solicita.




Figura 1

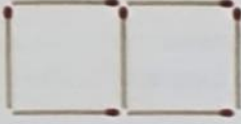


Figura 2




Figura 3

Figura 3.30

Lugar									
Número de cerillos									

Tabla 3.34

Nota. Tomado de Castillo, 2022, p.203

Para esta actividad sugerida por el libro se les pide a los alumnos que escriban una expresión algebraica con la que se obtengan los términos de la primera sucesión que se muestra con números y flechas. Después de que los estudiantes hayan escrito la expresión tienen que subrayar la operación con la que se obtiene cada término. En la figura 21 en el punto 7 el alumnado tiene que completar una tabla en la que expresa el lugar o posición de la figura y el número de cerillos que se utilizan para poder completar cada una de ellas.

Figura 21

Actividad de sucesiones numéricas planteadas por el libro de matemáticas de primer grado de secundaria

a) Escriban una expresión algebraica con la que se obtenga el número de cerillos para formar la figura de acuerdo con el lugar en el que se encuentra.

b) Pablo representó el número de cerillos que forman la figura en el lugar n con la expresión $1 + 3n$ y observó que para $n = 3$ se obtiene 10. Discute con tu compañero si esa expresión coincide con la que encontraron o es casualidad que la figura en el lugar $n = 3$ se construya con 10 cerillos.

c) Juan encontró otra manera de representar el número de cerillos del lugar n con la expresión $4 + 3(n - 1)$ y observó que la figura en $n = 3$ también está formada por 10 cerillos. Analiza con tu compañero si esa expresión describe la situación de manera adecuada.

8. En parejas completen el enunciado y respondan las preguntas acerca de la sucesión que se obtiene con la regla $2n - 5$.

a) Una regla equivalente para obtener un término de la sucesión es sumar _____ al término anterior, iniciando con _____, que es el primer término.

b) ¿Cuál término ocupa el lugar 50? _____

Nota. Tomado de Castillo, 2022, p.203).

El primer inciso solicita al estudiantado que escriba la expresión algebraica con la que puedan saber el número de cerillos dependiendo el lugar en el que se encuentre, para eso el estudiante podrá hacer distintos procedimientos, pero al resultado que se espera que llegue es a $3n+1$. Para el inciso b se desea que los estudiantes usando el discurso puedan decir si lo escrito es correcto o incorrecto, pero argumentando de la mejor manera posible.

En el inciso c en la figura 22 les da una posible expresión algebraica y los alumnos tendrán que decidir si es correcto haciendo las comprobaciones necesarias, finalmente en la actividad 8 les dan a los estudiantes una regla y ellos tienen que responder a las preguntas siguiendo esa regla. Podemos ver que las actividades son buenas, pero son un poco más enfocadas a sucesiones numéricas un poco distinto a lo que nosotros estamos planeando en nuestra situación didáctica pues nosotros hacemos énfasis en el uso de patrones geométricos, pero de igual manera estamos viendo posibles actividades que modificando un poco su estructura también podríamos llegar a implementar.

Figura 22

Actividad de sucesiones numéricas planteadas por el libro de matemáticas de primer grado de secundaria

9. En equipo escriban los primeros términos de la sucesión numérica asociada al número de cubos en cada torre y realiza lo que se pide.

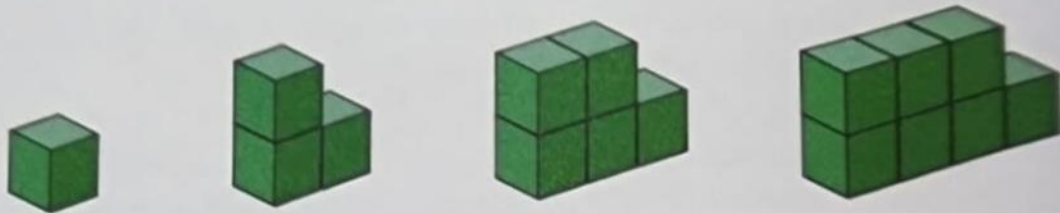


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

1. _____

a) ¿Cuál es la diferencia entre dos términos consecutivos de la sucesión? _____

b) ¿Cuál es la regla algebraica con la que se obtiene el término que está en el lugar n ? _____

c) ¿El número 127 forma parte de la sucesión? _____

10. En parejas realicen lo que se pide según la siguiente regla.

Una sucesión numérica comienza con el número 34 y cada término siguiente se obtiene al restar 3 al término anterior.

a) Escriban los primeros términos de la sucesión.

b) Anoten una expresión algebraica para esta sucesión.

c) ¿Qué números ocupan el vigésimo, trigésimo y centésimo lugares?

d) ¿Cuál es el lugar que ocupa el número -26 ? _____

Nota. Tomado de Castillo, 2022, p.204

Para la actividad del punto 9 los estudiantes tienen que encontrar la expresión algebraica de los cubos verdes, al tener la respuesta $2n-1$ les servirá a los estudiantes para poder contestar el resto de las preguntas. En el punto 10 los estudiantes tienen que escribir

la sucesión siguiendo la siguiente regla, la sucesión comienza con el número 34 y cada término siguiente se obtiene al restar 3 al término anterior.

Los alumnos tendrán que escribir los primeros términos de la sucesión y posterior a eso la expresión algebraica que represente esa sucesión. Teniendo ya clara la expresión ahora los estudiantes podrán escribir los números que ocupan el vigésimo, trigésimo y centésimo lugar incluso dejan que en uno de los puntos los estudiantes también trabajen con posiciones de la sucesión en negativos.

En la actividad 11 de la figura 23 se pretende que los estudiantes también trabajen las sucesiones lineales haciendo uso de números negativos, es bueno que el libro también plantee actividades en las que se involucren otros contenidos matemáticos como es el caso, sería bueno si en nuestra situación vemos pertinente el hacer algo parecido o podríamos incluso dejar de tarea la misma actividad que plantea su libro de texto y ver a las soluciones y procedimientos que llegó el alumnado, creemos que también sería interesante.

Figura 23

Actividad de sucesiones numéricas planteadas por el libro de matemáticas de primer grado de secundaria

11. Respondan en equipos a partir de las siguientes sucesiones.

7,	12,	17,	22,	27,	32,	37,	42,	47,...
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
-14,	-9,	-4,	1,	6,	11,	16,	21,	26,...

a) ¿Cuál es la regla algebraica para obtener la primera sucesión? _____

b) ¿Con qué operación obtenemos cada término de la segunda sucesión según el término correspondiente en la primera? _____

c) ¿Cuál es la regla algebraica para obtener la segunda sucesión? _____

Nota. Tomado de Castillo, 2022, p.204

Para la última lección propuesta por el libro de texto figura 24 podemos ver que el punto 12 se plantean una serie de ejercicios de sucesiones numéricas y de figuras, en los que se les pide a los estudiantes que lleguen a la expresión correspondiente para calcular cualquier lugar de la sucesión propuesta, como se puede ver en la imagen 15, también podemos ver que trata de que los estudiantes puedan escribir o narrar los acontecimientos que van sucediendo de la resta o diferencia entre términos consecutivos de la sucesión que se muestra.

Figura 24

Actividad de sucesiones numéricas planteadas por el libro de matemáticas de primer grado de secundaria

12. Escriban los primeros números de la sucesión de acuerdo con el número de palitos que forman cada figura y haz lo que se solicita.

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 3.32

3. _____

a) Completen la tabla.

Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	13	50
Término de la sucesión	3	11				75	
Resta de términos consecutivos	8						

Tabla 3.35

b) ¿Qué notan acerca de la resta o diferencia entre términos consecutivos de la sucesión? _____

c) Escriban una regla que represente los términos de la sucesión de acuerdo con el lugar que ocupan en ella. _____

d) ¿El número 148 forma parte de la sucesión? Expliquen su respuesta. _____

Nota. Tomado de Castillo, 2022, p.204

Las actividades del libro concluyen argumentando que para obtener cualquier término de una sucesión es conveniente representar la regla de la sucesión con una expresión algebraica (figura 25), que si consideramos es lo que poco a poco el libro fomenta a que el alumno vaya haciendo. También presenta algunos problemas para que los estudiantes usen sus conocimientos previos.

Podemos concluir el análisis diciendo que el libro experimenta con sucesiones numéricas y algunos ejemplos los presenta como sucesiones figurales, pero no plantea el uso de material didáctico tangible. Consideramos que algunas de las actividades que se presentan en el cuadernillo son apropiadas para nuestro diseño y que los estudiantes podrían trabajar con ellas, por eso las consideraremos, con algunas modificaciones para el diseño de nuestra situación didáctica.

Figura 25

Actividad de sucesiones numéricas planteadas por el libro de matemáticas de primer grado de secundaria

● Para obtener cualquier término de una sucesión es conveniente representar la regla de la sucesión con una **expresión algebraica**.

1. Regresa a la situación inicial y anota como sucesiones la cantidad que Lorena tendría en los primeros siete años y la de Paola en los primeros siete meses.
 - a) Escribe una expresión algebraica que represente la sucesión de números que corresponde al dinero que Lorena tendría cada año.
 - b) Anota una expresión algebraica que represente la sucesión de números que corresponde al dinero que Paola tendría cada mes si recibiera los 60 pesos al invertir los 10 500 pesos en la casa de ahorro.
 - c) Escribe una expresión algebraica que represente la sucesión de números que corresponde al dinero que Paola tendría si ahorrara 185 pesos cada mes.
 - d) ¿Cuánto dinero habrá ahorrado Lorena en 7 años?
 - e) ¿Cuánto dinero habrá ahorrado Paola?

Nota. Tomado de Castillo, 2022, p.204

3.5 Análisis cognitivo

Este análisis se obtuvo a través de la aplicación de una actividad a 10 alumnos de primer grado de secundaria, fueron específicamente 6 mujeres y 4 hombres y sus edades son entre 12 y 13 años. A continuación, se estará mostrando la actividad y los resultados. Estos se dividieron por puntos mostrando en tablas el porcentaje de aciertos según sus incisos. La figura 26 representa el primer ejercicio y la tabla 3 sus resultados.

La primera actividad permitió observar que todos los estudiantes contestaron la actividad, pero algunos tuvieron errores en sus respuestas, la mayoría utilizó el método de tanteo para poder dar su resultado y en el inciso c) fue en el que más estudiantes presentaron dificultades e incluso se tardaron en dar una respuesta correcta.

En el caso de los incisos a) y b) a pesar de ambas tener 7 aciertos por parte de los estudiantes no fueron los mismos siete en cada inciso que contestaron correctamente, parte del alumnado en los dos incisos se notaron un poco más relajados al dar su respuesta y lo hicieron más rápido a diferencia del inciso c).

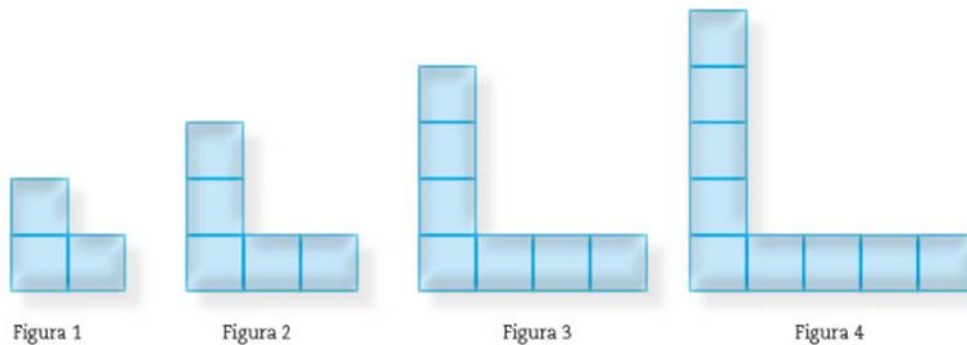
En el caso del inciso c) fue la mitad de los estudiantes los que contestaron correctamente, algunos de los procedimientos más comunes que notamos por parte del alumnado al momento de dar su respuesta es que usaron el método del tanteo, a pesar de que no era un número de figura muy alejado algunos tuvieron errores uno de estos fue que no contaron de manera correcta o confundían los números.

Actividad “Cuadrados, círculos y cerillos”

1. Resuelve las preguntas considerando las siguientes sucesiones de figuras.

Figura 26

Actividad de diagnóstico con cuadrados azules.



- a) ¿Cómo se forma la figura 2 a partir de figura 1? _____
- b) ¿Cómo se forma la figura 3 a partir de la figura 2? _____
- c) Si continuaran dibujando, ¿cuántos cuadritos forman la figura 20? _____

Tabla 3

Resultados del patrón geométrico de cuadrados azules de la actividad de diagnóstico.

	Inciso a	Inciso b	Inciso c
Aciertos	7	7	5

A diferencia de la primera actividad (figura 27) nos dimos cuenta que tres estudiantes no completaron la segunda actividad, el inciso que dejaron sin responder fue el inciso c). Por su parte si vamos analizando desde el principio obtuvimos que 6 estudiantes contestaron de manera correcta el inciso a), pero algo que destacamos es que usaron tres respuestas distintas para describir los procedimientos, es por eso que los marcamos como correctos y a continuación pondremos esas tres respuestas ya que se pensaba que el alumnado argumentaría un solo procedimiento.

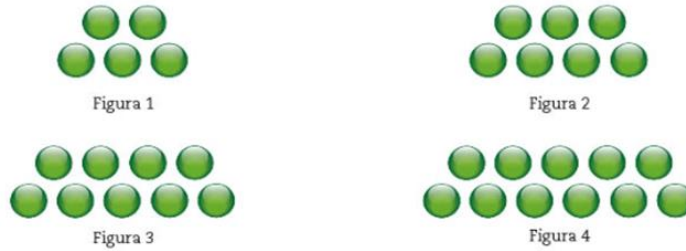
Respuestas correctas inciso a)

- Van agregando una bola verde en cada fila conforme va aumentando la figura.

- Las bolas verdes van aumentando de dos en dos.
- Se deja una bola verde sola y se van agregando dos bolas verdes en diagonales iguales.

Figura 27

Actividad de diagnóstico con bolas verdes.



- Describe en tu cuaderno el procedimiento que se sigue para pasar de una figura a la siguiente.
- Dibuja en tu cuaderno la figura 5 y la figura 10.
- ¿Cuántos círculos forman la figura 20? _____
- Continúa la sucesión numérica: 5, 7, 9, _____, _____, _____, _____

Tabla 4

Resultados del patrón geométrico de bolas verdes de la actividad de diagnóstico

	Inciso a	Inciso b	Inciso c	Inciso d
Aciertos	6	5	4	10

Respecto a la respuesta del inciso b se obtuvieron una serie de resultados figura 28 y 29, así como casos en los que el estudiantado realizó el número de bolas verdes que habría en la figura 5 y 10 pero al momento de dibujarlo en su cuaderno no lo hicieron.

Figura 28

Respuestas correctas inciso b

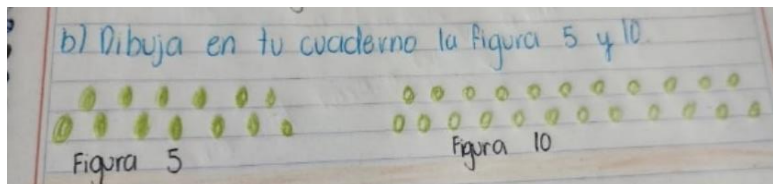
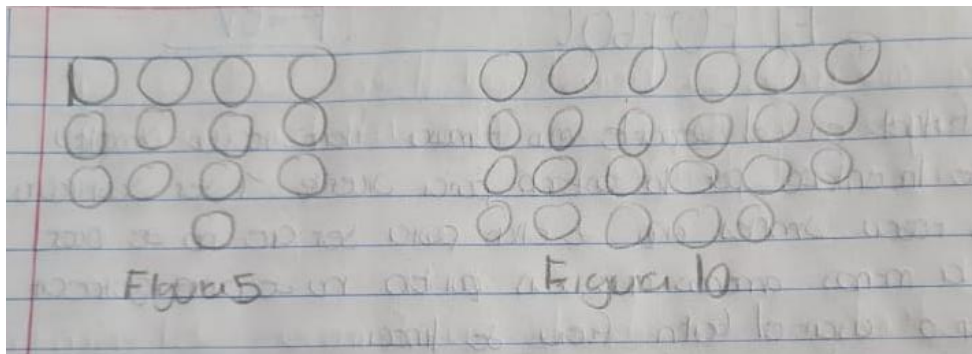


Figura 29

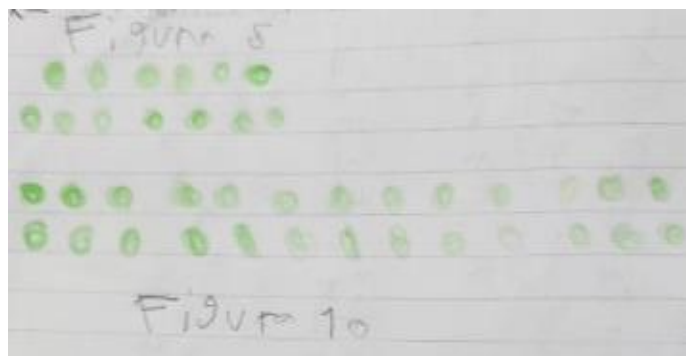
Respuestas correctas inciso b



En la figura 30 podemos mostrar una de las respuestas de algunos estudiantes que de las dos figuras solo respondieron correctamente a una de las indicaciones.

Figura 30

Respuesta incorrecta de uno de los estudiantes.



Para el inciso c) el alumnado contestó muy parecido al inciso b), al ser una figura más grande no quisieron hacer el dibujo justificándose en que la actividad no lo solicitaba como tal, así que los procedimientos que utilizaron fue el de contar de 2 en 2 en cada figura. Este inciso fue en el que más errores tuvieron los estudiantes al igual que una gran serie de respuestas, las más comunes se muestran en la tabla 5.

Tabla 5

Resultados del inciso c, actividad de las bolas verdes

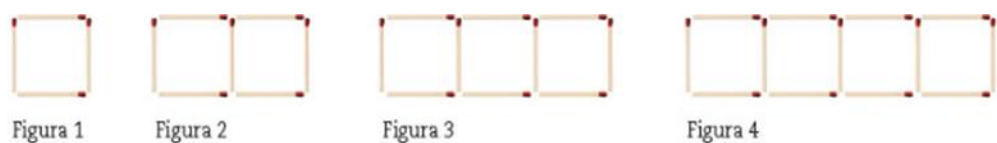
Respuestas	Número de alumnos
43 (correcta)	4
41	2
42	1
44	2

No contesto	1
-------------	---

Para el inciso d) todos los estudiantes tuvieron correctamente ese inciso, pues únicamente tenían que completar la sucesión a lo que se le tenía que ir sumando de dos en dos. En la última actividad (figura 31) nos permitió analizar que algunos estudiantes seguían teniendo problemas al momento de dar las cantidades de figuras grandes como figura 10, 20, etcétera. A parte de que no todos realizaban los dibujos como la consigna lo requería o lo hacían, pero a un lado de la hoja y al hacerlo tan amontonado al momento de contar era donde cometían los errores.

Figura 31

Actividad diagnóstica cuadrados con cerillos.



- Describe qué se hace para pasar de una figura a la siguiente. _____
- Dibuja en tu cuaderno la figura 5 y la figura 10.
- ¿Cómo harías el cálculo del número de cerillos de la figura 20 sin tener que contarlos uno por uno?
- Continúa la sucesión numérica: 4, 7, 10, _____, _____, _____, _____

A pesar de que la actividad era introductoria pudimos evidenciar que algunos de los estudiantes presentan ciertas dificultades al contestar este tipo de actividades, en el caso de la actividad 3 en el inciso a) tenían que ver una serie de cerillos y describir que era lo que tenía que pasar para poder pasar de una figura a la siguiente (tabla 6). Aquí se tuvieron siete alumnos que contestaron correctamente y así como en la segunda actividad lo expresaron de distintas maneras, pero ambas correctas.

Respuestas correctas inciso a)

- Sumar 3 piezas a la siguiente figura.
- Agregamos otro cuadrado y para eso nos damos cuenta que un cuadrado se va formando con 3 cerillos (Salvo el primer cuadrado).
- Sumando un cuadro a cada figura.

Tabla 6

Resultados de los incisos de la actividad de cuadrados con cerillos

	Inciso a	Inciso b	Inciso c	Inciso d
Aciertos	7	8	3	9

Retomando las respuestas del inciso b, fueron varios resultados que se dieron, algunos estudiantes pusieron el número de cuadrados conformados por los cerillos que habría en la figura 5 y 10 más no lo dibujaron o solo una de las dos respuestas eran dibujadas correctamente (figura 32 y 33). La figura 34 nos muestra un resultado erróneo que se presentó durante la aplicación de la actividad diagnóstico.

Figura 32

Respuestas correctas inciso b de la actividad cuadrados con cerillos

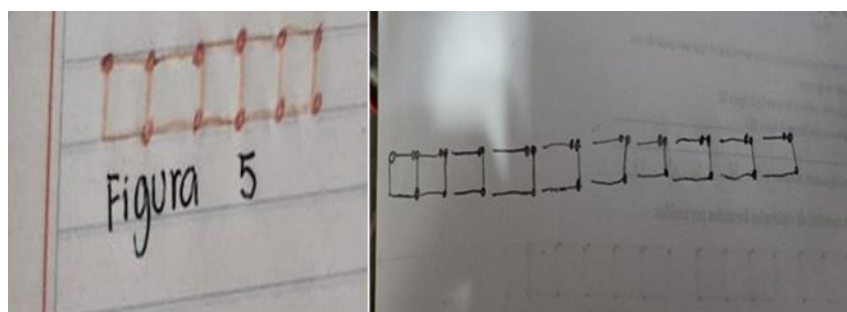


Figura 33

Respuestas correctas inciso b de la actividad cuadrados con cerillos

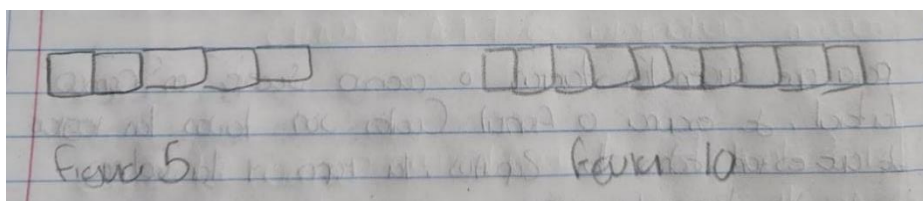
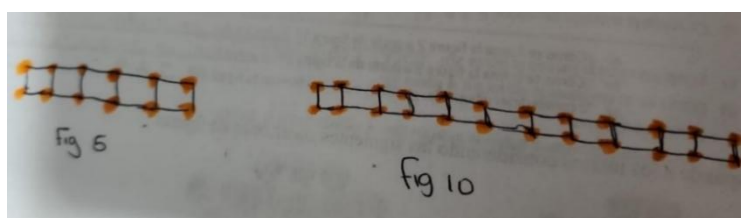


Figura 34

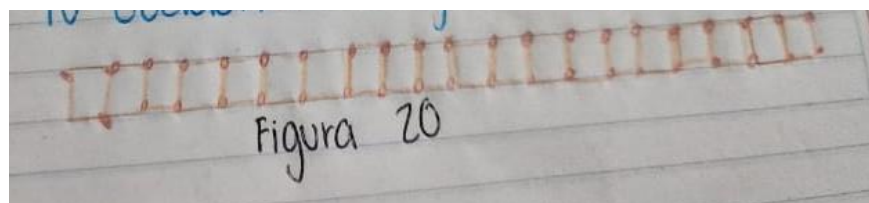
Respuestas incorrectas inciso b de la actividad cuadrados con cerillos



En el caso del inciso c) perteneciente a la tercera actividad se le preguntaba al estudiantado cómo es que harían el cálculo del número de cerillos de la figura 20 sin tener la necesidad de contarlos uno por uno. Un aspecto a rescatar fue que a pesar de que no se les pidió que hicieran dibujo una estudiante decidió hacerlo obteniendo el siguiente resultado (figura 35).

Figura 35

Respuesta al inciso c) de uno de los estudiantes



Finalmente, analizamos que en este inciso fue en el que más errores presentaron los estudiantes, en un caso una estudiante contestó que se podría obtener con una fórmula más no la escribió, un alumno escribió que en cada figura pertenecía un cuadrado, en otro caso un estudiante escribió que se podía obtener al ir sumando de tres en tres. Algunas de las respuestas se muestran en la tabla 7.

Tabla 7

Resultados de la actividad cuadrados con cerillos inciso d

Respuestas	Número de alumnos
20 cuadrados (respuesta correcta)	3
22	2
18	4
No contesto	1

Para el inciso d) solamente un estudiante no contestó lo solicitado, creemos se debió al tiempo que se estableció, fuera de ese estudiante todos los demás tuvieron correctamente ese inciso, pues tenía mucho parecido con el de la segunda actividad en el que debían de completar la sucesión a lo que se le tenía que ir sumando de tres en tres.

En general el análisis preliminar nos permite señalar lo siguiente:

- Se pudo observar que todavía se emplean secuencias figurativas al abordar este tema, no solo se utilizan series numéricas.
- Las actividades que muestran tanto algunos libros de texto como algunas consignas de la SEP no suelen hacer tanto el uso o apoyo de patrones geométricos al trabajar el contenido de sucesiones lineales, se suelen apoyar solo de los patrones numéricos o le dan muy poco seguimiento a los geométricos.
- La mayoría de los estudiantes suele contestar estas actividades siguiendo el método de tanteo, contar de uno en uno y muy pocos suelen buscar reglas o fórmulas que les permitan llegar a la solución.

- Casi no se propone el trabajar con material didáctico y a lo más que se llega es a solicitar al estudiante que dibujen algunos términos de la sucesión.

Para el diseño de nuestra situación didáctica retomaremos el uso de secuencias figurativas, pero implementando el material didáctico concreto, ya que algunos de nuestros objetivos serán

- Identificar y describir patrones numéricos y geométricos.
- Extender patrones y predecir términos futuros.
- Analizar patrones en la vida cotidiana y en situaciones matemáticas.
- Resolver problemas que involucran patrones

Trabajaremos en la selección de recursos y materiales apropiados para apoyar la secuencia didáctica, como hojas de trabajo, libros de texto, actividades con patrones, y materiales manipulativos como distintas figuras geométricas. La secuencia didáctica debe ser adaptable según el nivel de los estudiantes y sus necesidades individuales. Además, fomentaremos la creatividad y el pensamiento crítico al explorar patrones de manera lúdica y desafiante. Con una secuencia didáctica bien diseñada, los estudiantes podrán desarrollar una comprensión sólida y duradera de los patrones matemáticos y su aplicabilidad en diversas situaciones.

3.5.1 Situación didáctica

Se mostrará la situación didáctica que hemos diseñado para desarrollar el significado del concepto de patrón geométrico con estudiantes de primer grado de educación secundaria y se explicará el propósito de las consignas (actividades).

3.5.2 Propósito general

A lo largo de nuestro diseño decidimos emplear tres consignas en las que fomentemos la construcción del cuarto y quinto término de distintas sucesiones lineales a través de material didáctico tangible y que el estudiante pueda encontrar el patrón que rige la sucesión.

3.5.3 Situación fundamental

Las actividades pensadas para la situación didáctica fueron diseñadas dentro del Museo Interactivo e Itinerante de Matemáticas de Zacatecas (MIIMAZ) con la intención de que los estudiantes se sientan más cómodos al trabajar en equipos con el material didáctico tangible. Nuestro objetivo es fomentar que los estudiantes se involucren en un contexto lúdico que les permita comprender y aplicar el concepto de patrón geométrico de forma dinámica y colaborativa.

Se espera que los estudiantes estén motivados al momento de construir los términos de los patrones geométricos que se les soliciten con ayuda del material que les proporcionemos y que de la misma manera el material sea de gran apoyo para que el alumnado logre el conocimiento esperado.

3.5.4 Variables macrodidácticas

Como ya se mencionó anteriormente la situación didáctica está compuesta de tres actividades y a continuación se describirán un poco en qué consiste cada una de ellas.

Actividad 1: Se entregará a cada alumno una hoja con la actividad presentada, posteriormente se dará el material didáctico con el que se llevará a cabo los diseños de dos patrones geométricos distintos, el primero con hexágonos y el segundo con triángulos curvos. Antes de que a los estudiantes se les haga entrega del material didáctico se pedirá que hagan lectura de las instrucciones que tiene la consigna. El alumnado trabajará en equipos y tendrán que completar los términos cuarto, quinto, séptimo y décimo respectivamente, haciendo uso del material didáctico tangible y escribirán en su cuaderno el total de piezas que necesitan para formar los distintos términos, finalmente tendrán que describir cómo es que encontraron el patrón geométrico que rige a la sucesión de ambos diseños también ordenado en la tabla 8 cumpliendo con los cuatro momentos de la teoría de situaciones didácticas.

Actividad 2: Organizada en la tabla 9, aquí se forman parejas de estudiantes y se les hará entrega de los primeros tres términos de distintos patrones geométricos y ellos con ayuda del material didáctico tendrán que formar los términos cuarto y quinto. También completarán una tabla en la que escribirán el total de piezas que utilizaron para cada término, para finalizar, el alumnado buscará la forma de representar la expresión algebraica que expresa la regla general con la que pudieron obtener los términos de la sucesión y cada pareja describirá al resto del grupo sus procedimientos y resultados.

Actividad 3: La tabla 10 explica que para concluir con el tema los estudiantes pondrán en práctica los conocimientos de las actividades 1 y 2. En equipos tendrán que crear su propio diseño de patrón geométrico con los primeros 5 términos de la sucesión, aquí harán uso de todo el material didáctico que deseen. El alumnado escribirá en un cuaderno la expresión algebraica que exprese la regla general, ya que todos los equipos hayan terminado entonces pasarán a los diseños de los otros equipos y al ver los patrones geométricos que diseñaron sus compañeros tendrán que expresar la regla general y de ser correcta cada capitán les dará un punto.

Material didáctico tangible: Distintas teselas de fomi para que puedan realizar los diseños de sus patrones geométricos. Más adelante se presenta de manera detallada el material didáctico para cada una de las actividades, así como los diseños que se espera que realice el alumnado.

Tiempo: Las clases en la secundaria son de 50 minutos así que la docente solamente contará con tres sesiones de 50 minutos para poder llevar a cabo cada actividad de la situación didáctica, esto es decir que al tener pensado tres actividades el total de sesiones será de nueve.

Equipos: Al ser un grupo pequeño de 15 estudiantes tendremos la libertad de hacer 3 equipos que estén conformados por 4 alumnos y otro equipo con tres alumnos. Se pretende que al no tener equipos tan grandes todo el alumnado pueda participar en la creación de los distintos diseños de las secuencias y que logren aportar distintas estrategias y procedimientos.

3.5.5 Organización de las situaciones didácticas

Se describirá de una manera muy breve las intenciones que se tienen para cada momento de las actividades siguiendo los cuatro momentos de la Teoría de Situaciones Didácticas.

Acción: En este momento de la clase la docente entregará las actividades y el material a los estudiantes y hará algunas preguntas clave para ver que el alumnado no tenga dudas de las indicaciones por ejemplo en la primera actividad podrá preguntar ¿Cuántos diseños tenemos? ¿Qué figuras son las que tenemos que realizar? Eso mismo se hará para el resto de las actividades.

Formulación: Aquí se espera que los estudiantes empiecen a manipular el material didáctico y que contesten lo que la actividad solicita, podrán trabajar en parejas o equipos según las instrucciones. El estudiantado dará sus mejores estrategias y procedimientos con las que puedan contestar a lo solicitado en cada ejercicio y tendrán que platicar con sus compañeros qué consideran más oportuno para poder contestar los ejercicios. En esta fase los estudiantes formulan conjeturas respecto al comportamiento del patrón geométrico.

Validación: Después de que los estudiantes tengan sus respectivas respuestas en cada actividad ahora escogerán a un capitán el cual pasará frente a grupo a explicar sus resultados, las estrategias y procedimientos que utilizaron para poder llevarlas a cabo. Argumentan cada conjetura.

Institucionalización: La docente explicará el propósito de cada actividad, mencionará ciertos conceptos matemáticos y retomará los procedimientos y estrategias empleados por los estudiantes para argumentar los que son correctos y que logren entender cuáles fueron los errores que pueda presentar algún equipo.

Tabla 8

Breve descripción de la organización de los momentos de la clase de la actividad 1

Momento de la clase	Tiempo	Organización	Propósito
ACCIÓN	<i>Tres sesiones de 50 minutos</i>	<i>Individual</i>	Que los estudiantes puedan interactuar con el material didáctico y expresen sus dudas antes de comenzar con la actividad y que tengan una idea de cómo iniciar con lo solicitado en cada ejercicio.
FORMULACIÓN		Equipos	Realizar los términos que se solicitan para completar la secuencia y que puedan encontrar al patrón que rige a las sucesiones

			mediante alguna estrategia o procedimiento que argumente uno o más compañeros.
VALIDACIÓN		Equipos	Los estudiantes expondrán sus procedimientos y respuestas empleadas en la actividad. Argumentan sus propuestas.
INSTITUCIONALIZACIÓN		Grupal	Definir los conceptos de sucesión, patrón geométrico y término.

Tabla 9

Breve descripción de la organización de los momentos de la clase de la actividad 2

Momento de la clase	Tiempo	Organización	Propósito
ACCIÓN	<i>Tres sesiones de 50 minutos</i>	<i>Individual</i>	Que los estudiantes puedan interactuar con el material didáctico y expresen sus dudas antes de comenzar con la actividad.
FORMULACIÓN		Parejas	Realizar los términos que se solicitan para completar la secuencia de los términos del patrón geométrico que les fue asignado (cuarto y quinto) y que encuentren la expresión algebraica que exprese la regla general de la sucesión.
VALIDACIÓN		Parejas	Los estudiantes expongan sus procedimientos y respuestas empleadas en la actividad.
INSTITUCIONALIZACIÓN		Grupal	Argumentar la utilidad de la expresión algebraica y el cómo es que nos ayuda a encontrar la regla general de cada sucesión.

Tabla 10

Breve descripción de la organización de los momentos de la clase de la actividad 3

Momento de la clase	Tiempo	Organización	Propósito
ACCIÓN	<i>Tres sesiones de 50 minutos</i>	<i>Individual</i>	Que los alumnos den lectura a los problemas que presenta la actividad y se discutan algunos de los datos que presenta la consigna. Expresan sus dudas y preguntan.
FORMULACIÓN		Equipos	Trabajar con los conocimientos previos y que los estudiantes puedan crear su propio diseño de patrón geométrico (primeros 5 términos) y encuentren la expresión algebraica que rige a la sucesión.
VALIDACIÓN		Equipos	Los equipos pasarán por cada diseño para poder encontrar su expresión algebraica.
INSTITUCIONALIZACIÓN		Grupal	Concluir la importancia de la regla de generalización al trabajar con sucesiones en patrones geométricos.

3.6 Análisis a priori

En el apartado de análisis a priori, se realizaron ciertas hipótesis de las posibles respuestas, errores o dificultades que se puedan presentar durante la aplicación de la situación didáctica por parte del alumnado, permitiéndonos buscar distintas maneras en las que podríamos abarcar el contenido y buscar distintos recursos para que los alumnos también puedan hacer uso de estos y llegar a una comprensión más profunda.

Consideramos pertinente realizar el análisis a priori para que al momento de que hagamos la experimentación se pueda tener un análisis a posteriori en el que se pueda explicar con profundidad de lo que teníamos pensado qué fue lo que realmente pasó y qué tanto estábamos preparados. Al trabajar con el plan de estudios más reciente tenemos como aprendizaje esperado el que formulen expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utilicen para analizar propiedades de la sucesión que están representando. (SEP, 2017).

Propósito Actividad 1: Que a través del material didáctico tangible los estudiantes puedan crear el cuarto y quinto término del diseño de dos patrones geométricos. Con la actividad se quiere que el alumnado inicie a definir los conceptos de patrón geométrico, sucesión y término de la sucesión.

Propósito Actividad 2: Que el estudiantado identifique el patrón que rige a distintas sucesiones del tipo lineal de los primeros términos haciendo uso del material didáctico, así mismo se espera que los estudiantes al encontrar la regla general puedan decir el número de piezas que necesitarán para los términos 10, 15, 38 de la sucesión sin tener que hacer uso del material.

Propósito Actividad 3: Para finalizar el contenido se tiene pensado que los estudiantes diseñen sus propios patrones geométricos siguiendo distintas reglas de sucesión, para eso se les dará el material necesario y crearán los primeros 5 términos, también tendrán que completar una tabla y expondrán sus resultados al resto de la clase explicando cómo fue que pudieron llegar a la generalización de la sucesión de cada equipo.

Situación didáctica: Explorando patrones geométricos con material didáctico tangible y construyendo hasta el quinto término.

3.6.1 CONTRATO DIDÁCTICO

En el ámbito educativo, el contrato didáctico es un acuerdo implícito o explícito entre el docente y los estudiantes que establece las responsabilidades y expectativas de ambas partes en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El objetivo de esta situación didáctica es que los estudiantes desarrollen habilidades de observación, razonamiento y generalización al identificar y analizar patrones geométricos.

3.6.2 Objetivos de la situación didáctica:

- Identificar y describir patrones geométricos.
- Construir el concepto de patrón geométrico.
- Utilizar el razonamiento lógico para predecir elementos futuros en un patrón.
- Generalizar reglas o fórmulas para describir patrones geométricos.
- Aplicar los conocimientos adquiridos para resolver problemas relacionados con patrones geométricos.
- Aplicar el patrón geométrico hasta el quinto término.
- Desarrollar habilidades de observación y análisis.
- Fomentar la creatividad y el pensamiento crítico.
- Promover la colaboración y el trabajo en equipo

3.6.3 Responsabilidades de la docente y los estudiantes

- Presentar de manera clara los conceptos básicos relacionados con los patrones geométricos.
- Proporcionar ejemplos concretos y visualmente atractivos para facilitar la comprensión de los patrones.
- Estimular la participación activa de los estudiantes a través de preguntas que promuevan el pensamiento crítico y el debate.
- Proporcionar retroalimentación constructiva y orientación individualizada para cada estudiante.

- Fomentar el trabajo en equipo y la colaboración entre los estudiantes.
- Facilitar el proceso de aprendizaje.
- Proporcionar el material didáctico necesario.
- Brindar orientación y apoyo durante la actividad.
- Establecer un ambiente seguro y respetuoso.
- Mostrar disposición y participación activa en las actividades propuestas.
- Realizar las tareas y ejercicios asignados de manera completa y puntual.
- Plantear preguntas y dudas cuando sea necesario para aclarar conceptos.
- Colaborar con sus compañeros de equipo en la resolución de problemas y la construcción de conocimiento.
- Reflexionar sobre su propio aprendizaje y proponer estrategias para mejorar.
- Explorar y manipular el material didáctico tangible de colores.
- Registrar sus observaciones y reflexiones.
- Compartir sus ideas y contribuir a la discusión.

3.6.4 Actividades propuestas:

- Observar y analizar diferentes patrones geométricos presentados a través de imágenes, figuras o secuencias.
- Describir verbalmente los patrones identificados, especificando las características comunes y las variaciones.
- Predecir el siguiente elemento en un patrón y justificar la respuesta utilizando el razonamiento lógico.
- Crear patrones geométricos propios y compartirlos con sus compañeros, explicando las reglas o fórmulas que los describen.
- Resolver problemas que requieran la aplicación de los conceptos y habilidades desarrollados en relación con los patrones geométricos.
- Respetando los anteriores puntos podemos decir que el contrato didáctico propuesto para nuestra situación didáctica centrada en el tema de patrón geométrico establece las responsabilidades y expectativas tanto del docente como de los estudiantes. El enfoque de esta situación busca desarrollar habilidades de observación, razonamiento y generalización, así como fomentar la participación activa y la colaboración entre los estudiantes. Al seguir este contrato, se espera que los estudiantes adquieran un sólido conocimiento de los patrones geométricos y puedan expresar de una manera más fácil las reglas de generalización.

3.6.5 Variables didácticas involucradas

- *Material didáctico:* El material didáctico tangible de distintos colores y formas proporcionan un recurso tangible y visual para la manipulación y construcción de patrones geométricos.
- *Contexto lúdico:* El uso de piezas de colores y la exploración creativa promueven un ambiente lúdico que favorece el aprendizaje y la motivación.
- *Participación activa:* Los estudiantes son protagonistas de su propio aprendizaje al manipular las teselas, construir patrones y llegar al quinto término del patrón.
- *Colaboración:* La actividad fomenta el trabajo en equipo y la colaboración entre los estudiantes al compartir ideas, discutir y analizar los patrones creados.

- *Reflexión y registro:* Los estudiantes son alentados a reflexionar sobre sus observaciones y a registrar sus descubrimientos, promoviendo la metacognición y el desarrollo del pensamiento matemático.

3.6.6 Desarrollo de la situación didáctica

- El docente presenta el contrato didáctico, estableciendo los roles y responsabilidades de cada parte y los objetivos de aprendizaje.
- *Manipulación del material didáctico tangible:* Los estudiantes exploran el material didáctico tangible, observan sus formas y clasifican los colores.
- *Construcción del patrón:* Los estudiantes utilizan el material didáctico tangible para construir un patrón geométrico en el plano o tablero, siguiendo una regla o patrón establecido.
- *Llegando al quinto término:* Una vez que los estudiantes han construido el patrón hasta cierto punto, se les desafía a continuar la secuencia hasta el quinto término. Se proporcionan las teselas necesarias y se les anima a aplicar la regla establecida.
- *Observación y registro:* Mientras los estudiantes trabajan, se les invita a observar y analizar el patrón que van construyendo. Se les pide que registren sus observaciones y reflexiones en papel, anotando los colores y formas utilizados en cada término.
- *Compartir y discutir:* Al finalizar la actividad, se permite a los estudiantes compartir sus creaciones y los patrones que construyeron. Se fomenta la discusión sobre las regularidades y repeticiones encontradas, y se comparan y contrastan los diferentes patrones creados.
- Este contrato didáctico explícito y claro establece las expectativas y las responsabilidades de los estudiantes y el docente, promoviendo así una participación activa y una comprensión más profunda del concepto de patrón geométrico. Después de haber aclarado el contrato didáctico que se tiene pensado para nuestra situación didáctica iniciaremos a describir las actividades.

3.7 Actividad 1: Hagamos azulejos

Intención didáctica: Que los alumnos formulen en lenguaje común reglas generales que permitan determinar el cuarto y quinto término de distintos patrones geométricos, así como la construcción de estos mismos haciendo uso de material didáctico. Cada equipo contará con piezas de colores amarillos, azul, rojo, naranja de fomi.

Figura 36

Material por equipos para el primer diseño de la actividad 1



Figura 37

Material por equipos para el segundo diseño de la actividad 1



3.7.1 Variables didácticas

Diseño de azulejos en cada figura

- Material didáctico: Las teselas de distintos colores y formas proporcionan un recurso didáctico tangible y visual para la manipulación y construcción de patrones geométricos.
- Contexto lúdico: El uso de piezas de colores y la exploración creativa de los estudiantes promueven un ambiente lúdico que favorece el aprendizaje y la motivación.
- Participación activa: Los estudiantes son protagonistas de su propio aprendizaje al manipular las teselas, construir patrones y llegar al quinto término del patrón.
- Colaboración: La actividad fomenta el trabajo en equipo y la colaboración entre los estudiantes al compartir ideas, discutir y analizar los patrones creados.
- Reflexión y registro: Los estudiantes son alentados a reflexionar sobre sus observaciones y a registrar sus descubrimientos, lo cual promueve la metacognición y el desarrollo del pensamiento matemático.
- Los estudiantes tienen el diseño de dos azulejos formados por patrones geométricos en los que tendrán que construir con su material los términos 4 y 5 para cada diseño.
- Como segunda indicación, los estudiantes contestarán en su cuaderno una serie de preguntas en las que tendrán que buscar distintas estrategias para saber las piezas que necesitarán para generar las figuras solicitadas.

A continuación, se mostrará el diseño de la consigna titulada “Hagamos azulejos” figura 38 y se narrará algunas de las intenciones que se tienen para que los estudiantes trabajen con ella y su material didáctico.

3.7.2 Consigna: Hagamos azulejos 1/3

Ejercicio 1: El director de la escuela decidió cambiar los azulejos de los salones de clase, pero se encuentra en un conflicto con dos diseños, es por eso que requiere de la ayuda de los estudiantes de primer año de secundaria para decidir cuál de los siguientes será el mejor para comprar y utilizar.

Figura 38

Primeros tres términos del diseño 1 de la actividad 1 de la situación didáctica



Figura 1



Figura 2



Figura 3

En equipos, con el material que se les asignó elabore lo que se les indica en los incisos

- a) Realicen la figura 4 y 5
- b) Realicen la figura 7
- c) Realicen la figura 10

Después de haber diseñado lo solicitado en los alumnos contestarán la tabla 11 y 12.

Tabla 11

Para identificar el número de hexágonos de cada figura.

2. Completen la tabla a partir del número de hexágonos de cada uno

Número de figura	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15
Número de hexágonos										

3. Con los diseños de azulejos que ya tienen ustedes, discutan y contesten las siguientes preguntas y tabla

¿Cuántas piezas se necesitan para formar un hexágono?

¿Cuántas piezas se necesitaron para hacer la figura 4?

¿Cuántas piezas se necesitaron para hacer la figura 15?

¿Cuántas piezas se necesitarán si Octavio quiere hacer la figura 20?

¿Cuántas piezas se necesitarán si Octavio quiere hacer la figura 50?

Tabla 12

Para identificar el número de piezas de cada figura

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 10	Figura 12	Figura 15
Lugar en la sucesión										
Número de piezas										

¿Cómo se obtiene el número de piezas de la figura 4 a partir de los puntos de la figura 3?,
¿Y los de la figura 5 con base en los puntos de la figura 6?

4. Escribe un procedimiento para obtener el número de piezas de cualquier figura a partir del número de piezas de la figura que ocupa el lugar anterior.

3.7.3 Diseño 2 (Parte 2)

A partir del segundo diseño de azulejo con el material didáctico los estudiantes tendrán que crear un nuevo patrón geométrico como se puede apreciar en la figura 39 y completar los datos de la tabla 13.

Ejercicio 1: Octavio tiene un nuevo diseño de azulejos, ayúdalo a realizar las figuras faltantes.

Figura 39

Primeros tres términos del diseño 2 de la actividad 1 de la situación didáctica.



Figura 1

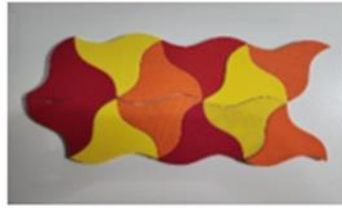


Figura 2



Figura 3

a) Realiza la figura 4 y 5

1. Al tener las figuras terminadas en equipos contesten la siguiente tabla y preguntas.
Tabla 13

Para identificar el número de piezas de cada figura

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 8	Figura 9
Lugar en la sucesión									
Número de piezas									

¿En la serie puede haber una figura con 32 piezas? Expliquen sus respuestas

Escriban una regla con la que puedas obtener el número de piezas de una figura según el lugar que ocupa.

2. Comparen sus resultados con el resto de los equipos. Si algunas respuestas son diferentes, expliquen sus procedimientos para obtenerlas y concluyan cuáles resultados son correctos a partir de sus argumentos.

Forma de desarrollar la actividad: Para que las clases sean dinámicas, se tomó la decisión de que los estudiantes trabajen en equipos de máximo 4 personas. Los equipos ya están asignados, ya que se ha estado trabajando de esa forma desde inicios del ciclo escolar.

3.7.4 Devolución:

La devolución en esta situación didáctica puede centrarse en varios aspectos, como la comprensión y aplicación del concepto de patrón geométrico, así como la creatividad y la capacidad de resolución de problemas. Aquí hay algunas posibles devoluciones que podrían darse:

1. Identificación de patrones: Se puede destacar la capacidad de los estudiantes para identificar y construir patrones geométricos utilizando material didáctico tangible de colores. Se puede elogiar su capacidad para reconocer regularidades y repeticiones en la secuencia.
2. Construcción del quinto término: Se puede valorar el logro de los estudiantes al llegar al quinto término del patrón geométrico. Se puede destacar su habilidad para aplicar la regla establecida y extender la secuencia hasta el quinto término de manera precisa.
3. Creatividad y originalidad: Se puede resaltar la originalidad y creatividad de los patrones construidos por los estudiantes. Se puede animar a los estudiantes a compartir diferentes enfoques y variaciones en sus patrones geométricos.
4. Reflexión y registro: Se puede enfatizar la importancia de la reflexión y el registro de observaciones durante la actividad. Se puede valorar la capacidad de los estudiantes para registrar sus patrones y observaciones, lo que demuestra una comprensión más profunda del proceso y los resultados.
5. Colaboración y comunicación: Se puede elogiar la capacidad de los estudiantes para trabajar en equipo, compartir ideas y participar en discusiones sobre los patrones construidos. Se puede destacar la importancia de la comunicación efectiva y la escucha activa durante el proceso de construcción del patrón geométrico.

La devolución debe ser constructiva y motivadora, reconociendo los logros de los estudiantes y alentándolos a seguir explorando y construyendo patrones geométricos. Además, es importante ofrecer retroalimentación individualizada, identificando fortalezas y brindando sugerencias para mejorar en áreas específicas. Se le pedirá al alumnado que al inicio de la clase se acomoden con sus equipos ya asignados y al estar en orden la docente les hará algunas preguntas para poder contextualizar al alumnado con las actividades que se tienen pensadas.

La primera pregunta que se hará es ¿Conocen los azulejos?, la pregunta está pensada para que los estudiantes mencionen que estos son los que se ponen en los pisos, paredes, baños, etcétera. Aquí se darán algunas participaciones a los alumnos para que puedan expresarse. Después de eso se les dirá a los estudiantes la siguiente pregunta, ¿De qué forma han visto algún azulejo?, aquí las respuestas pueden ser muy variadas, pueden mencionar figuras, colores, entre otras características.

Al terminar esa pequeña introducción se comentará a los estudiantes que el director de la escuela necesita de nuestra ayuda en la clase de matemáticas para que le demos consejos sobre qué tipo de diseño elegir de un azulejo para cambiar el que se encuentra dentro del salón. Con esas indicaciones se tiene pensado atraer el interés del alumnado y que quieran ayudar al director y así poder trabajar la situación didáctica.

Al aceptar el reto entonces la docente hará entrega de la consigna y del material con el que se estará trabajando (figura 40), también se tendrán hojas en blanco en el escritorio para que puedan tomar una cada que lo necesiten.

Figura 40

Material para los dos diseños de la actividad 1.



3.7.5 Momentos de la clase plan 1 (Parte 1)

Situación acción: Se dará un tiempo para que los estudiantes puedan hacer lectura de la actividad, también se estará entregando el material y se harán algunas preguntas para saber si los estudiantes comprendieron lo que marca la actividad. Una pregunta será la de ¿Qué logran ver en el diseño 1?, ¿Qué figura es la que se forma en los azulejos?, ¿Qué dicen los incisos de la actividad 1?

Al ir contestando las preguntas que va planteando la docente conforme lo mencionado en el primer plan de clase, se tiene como objetivo que al hacer este tipo de preguntas el alumnado no tenga problemas al momento de realizar la actividad, más sin embargo se estará monitoreando constantemente a cada equipo y supervisar que no tengan alguna dificultad al momento de contestar las actividades. También podremos hacer preguntas como las siguientes ¿Cuántas tablas nos muestra la actividad? ¿Qué preguntas hace la actividad? ¿Qué figuras logran identificar en cada diseño de azulejo?

Ya que los alumnos tengan su material podrán empezar a hacer uso de este, los primeros incisos de la actividad tienen como propósito que comiencen a representar ciertos términos de la sucesión. Primero se enfocarán en el tercer y cuarto término para poder analizar ese orden y que comprendan que en cada figura se va agregando un hexágono o agregando 3 piezas pues ambas respuestas serían correctas.

Hasta este momento de la actividad se esperaría que los estudiantes no presenten dificultades u errores al momento de contestar. El procedimiento más común que creemos que empleará el alumnado es el de conteo, que es ir contando pieza por pieza cada término de la sucesión, es por eso que también se consideró que para el primer diseño fuera un diseño de patrón geométrico corto.

Situación formulación: La actividad del punto 2, tiene como propósito que los estudiantes confirmen los diseños que hicieron con el material didáctico, pero ahora

pasando toda esa información a la tabla que se muestra. En el caso de la pregunta se espera que contesten que en cada diseño se añade un hexágono y la tabla quedaría de la siguiente manera:

Tabla 14

Respuestas a la tabla del primer diseño de la actividad 1 de la situación didáctica.

Número de figura	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15
Número de hexágonos	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15

Al igual que en la tabla se espera que los estudiantes hagan sus diseños de manera correcta respectivamente en la figura 4, 5, 7 y 10 como se muestra a partir de la figura 41 a la 45.

Figura 41

Respuesta para representar la figura 4 del primer diseño de la actividad 1.

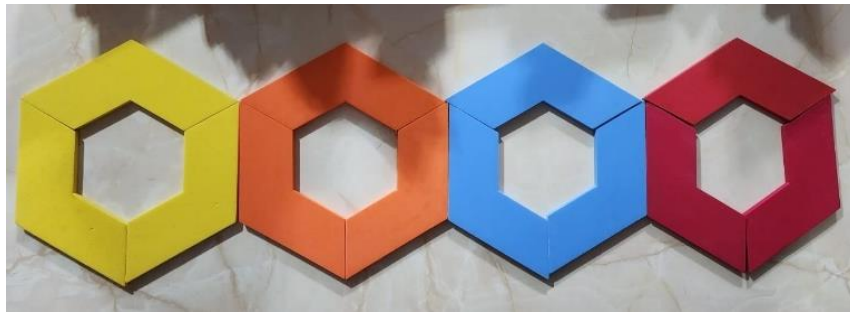


Figura 42

Respuesta para representar la figura 5 del primer diseño de la actividad 1.



Figura 43

Posible respuesta para representar la figura 4 del primer diseño de la actividad



Figura 44

Posible respuesta para representar la figura 7 del primer diseño de la actividad 1



Figura 45

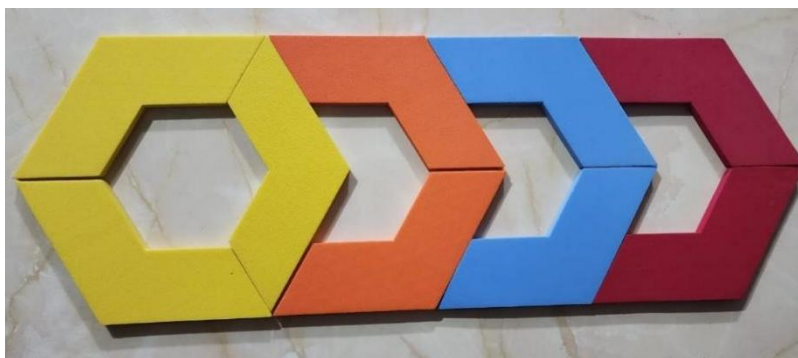
Posible respuesta para representar la figura 10 del primer diseño de la actividad 1.



Se tiene pensado que algunos estudiantes pueden llegar a utilizar una de las piezas de los hexágonos del término anterior para que solamente vayan utilizando solo dos piezas como se muestra en la figura 46, pero este procedimiento es incorrecto:

Figura 46

Posible error al representar las distintas figuras del primer diseño de la actividad 1.



La actividad del punto 3, tiene como propósito que los estudiantes puedan ver otra sucesión dentro del primer diseño de azulejos. Es por eso que la primera pregunta expresa que el alumnado pueda ver que con tres piezas se va formando un hexágono. A través de ese conocimiento es que podrá contestar el resto de las preguntas. Aquí los estudiantes podrán utilizar dos métodos para contestar las preguntas, uno es haciendo uso de los diseños que hicieron e ir contando de uno en uno las piezas de cada figura y el segundo sería ir multiplicando el número de hexágonos de cada figura por 3.

Con la tabla 15 se tiene como propósito que el alumnado vea que el lugar de la posición de la sucesión también podría tomar el concepto de término de la sucesión. De igual manera les permitirá el poder escribir el número de piezas de cada figura quedando de la siguiente manera:

Tabla 15

Respuesta al número de piezas usada en cada figura del primer diseño de la actividad 1.

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 10	Figura 12	Figura 15
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15
Número de piezas	3	6	9	12	15	18	21	30	36	45

En el caso de los estudiantes que puedan cometer el error antes mencionado de ir agregando dos piezas a cada figura entonces sus resultados se muestran en la tabla 16.

Tabla 16*Resultados incorrectos actividad hagamos azulejos*

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 10	Figura 12	Figura 15
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15
Número de piezas	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21

La última pregunta del punto 3 tiene como intención que los estudiantes concluyan que a partir de la figura 3 pueden obtener el número de piezas que ocuparán para la figura 4 si van sumando 3 piezas más, en el caso de la figura 5 como tienes el resultado de la figura 6 ahora no se suma, sino que al contrario se tendrá que restar 3 piezas para poder tener el resultado correcto.

Situación validación: Este momento de la clase se estará presentando cuando los equipos tengan que escoger las respuestas más coherentes que surgieron entre ellos, posterior a eso la docente pedirá que un integrante de cada equipo pase al frente del salón para dar respuesta a los distintos puntos de la actividad.

Para estos momentos lo más recomendado es escoger a equipos que tengan mayormente respuestas correctas y otro equipo que tenga el menor número de respuestas. Al tener a cada integrante de equipo se pedirá que por tiempos cada uno argumente la respuesta de cada ejercicio y que vayan explicando que procedimientos decidieron utilizar. Aquí también se podrá tener una gran respuesta por parte de los estudiantes que no pasaron al frente pues podrán hacer preguntas directas al resto de sus compañeros de porqué fue que usaron ciertos procedimientos o en caso de tener errores ellos podrían hacérselos notar.

Se pueden escribir todas las conjeturas en el pizarrón, solicitar argumentos para cada conjetura y por consenso si la conjetura se acepta se queda en el pizarrón, de lo contrario se quita. Las conjeturas que sobreviven adquieren el estatus de teoremas. En este punto de la actividad se tiene pensado que los estudiantes ya tengan entendido que estamos trabajando con patrones geométricos y sucesiones y que el lugar de la sucesión también se conoce como término (primer término, segundo término, ...)

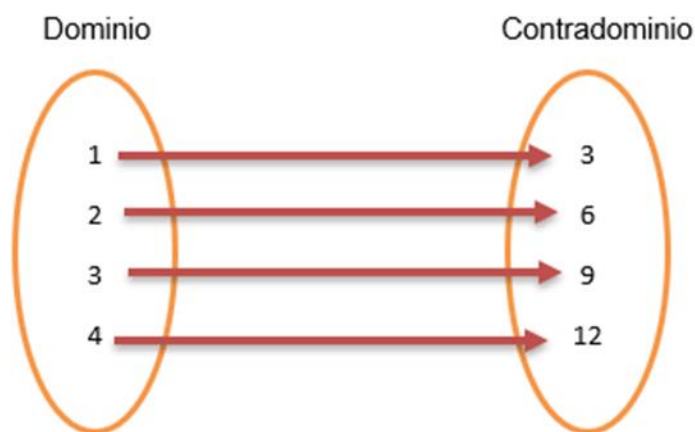
Situación institucionalización: La docente después de que los estudiantes pasen al frente y explique sus procedimientos y resultados podrá comentar que el tema que hoy se estuvo trabajando fue el de sucesiones y patrón geométrico. Podrá hacer mención de los siguientes conceptos: Takeuchi, Y., (1983) argumenta que un conjunto ordenado de números se llama una sucesión. En la sucesión:

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n, \dots\}$$

El número a_n que ocupa el n -ésimo puesto, se llama el n -ésimo término de la sucesión. Así, una sucesión es una función cuyo dominio es el conjunto \mathbb{N} de todos los números naturales: al número natural $n \in \mathbb{N}$ le corresponde el n -ésimo término de la sucesión (figura 47).

Figura 47

Representación de una sucesión



En este momento podremos utilizar la tabla 17 para institucionalizar:

Tabla 17

Respuestas correctas del punto 3 de la actividad 1, diseño 1

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 10	Figura 12	Figura 15
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15
Número de piezas	3	6	9	12	15	18	21	30	36	45

Entenderemos el término de patrón en el sentido de Zapatera (2018) como: “Una sucesión de elementos que se construye siguiendo una determinada regla; los estudiantes a partir de casos particulares, han de decidir esa regla para generalizar el patrón y continuar la sucesión” (p.55). Estaremos trabajando con patrones geométricos, los cuales Arbona et al., (2017) los menciona como: “Una representación gráfica de los términos de una secuencia creciente de números naturales, representación formada por objetos cuya cantidad corresponde al valor del término de la secuencia representado” (p.42).

3.7.6 Momentos de la clase Plan 1 (Parte 2)

Dinámica de trabajo: Se estará presentando la misma dinámica que la parte 1, aquí se analizará el segundo diseño de patrones geométricos, es por eso que no se hará ningún cambio de equipo.

Devolución: Los estudiantes se acomodarán en sus equipos y la docente hará algunas preguntas como las siguientes: ¿Les fue difícil hacer los azulejos del diseño 1?, ¿Qué les gustó más del ejercicio pasado?, ¿Tuvieron algún problema con el material que se les dio? Ese tipo de preguntas nos seguirán sirviendo para contextualizar un poco más al alumnado. Se mencionará a los estudiantes que el segundo diseño que se tiene pensado para el azulejo del piso del salón es el siguiente y se entregará las consignas, una vez entregada se dejará a los estudiantes el material como el de la figura 48 para que comiencen a trabajar.

Figura 48

Material por equipos para representar el segundo diseño de la actividad 1



Situación acción: Después de que los estudiantes lean la consigna se harán algunas preguntas para analizar si entendieron la actividad o de haber dudas éstas sean contestadas. Algunas de las preguntas que se harán son: ¿Qué forma tiene el segundo diseño de azulejos?, ¿Qué piezas utiliza este diseño?, ¿Qué pide el inciso a?

Al dar respuesta a esas preguntas y ver que la mayoría o gran parte del alumnado entiende la consigna entonces se les dará el permiso de hacer uso del material didáctico, de igual forma la docente estará pasando por los equipos para tomar algunas evidencias de los trabajos y por si alguien tiene dudas poder asesorar.

Referente a los ejercicios de los puntos 2 y 3 se pueden hacer preguntas como las siguientes: ¿Qué elementos muestra la tabla? ¿Cuántos datos faltan para completar la tabla?, ¿Qué pregunta se plantea después de la tabla?, ¿Qué nos dice el punto 4 de la actividad?, éstas preguntas tienen la finalidad de que si el alumnado no comprendió la actividad al momento de escuchar a sus compañeros puedan entenderlo de una manera más fácil.

El inciso a), tiene como propósito el representar con material tangible el tercer y cuarto término de la sucesión, aquí el alumnado se podrá dar cuenta que en cada término se van agregando 6 piezas para armar un nuevo azulejo. A diferencia del diseño 1 se espera que

los estudiantes puedan llegar a la conclusión más rápida de que en cada término se tendrá que ir agregando 6 unidades y que no lleguen al método de conteo, de igual forma se espera que durante el primer inciso no se tenga algún error o dificultad por parte del estudiantado.

Situación formulación: El segundo diseño de patrones geométricos tiene como propósito comprobar que los estudiantes logran entender cómo es que se va generando la sucesión, como se puede apreciar en la figura 49 y 50.

Figura 49

Respuesta para la figura 4 del segundo diseño de la actividad 1



Figura 50

Respuesta para la figura 5 del segundo diseño de la actividad 1.



En este punto algunos estudiantes podrán empezar a reconocer el patrón que rige a la sucesión tanto con lo visto en el diseño 1 como ahora en el diseño 2. Sin embargo, dentro del patrón podría surgir un error al momento de encontrar el cuarto y quinto término de la sucesión, algunos estudiantes o equipos podrán pensar que en cada figura se añade un dodecaedro como se muestra en la figura 51.

Figura 51

Posible error al momento de representar la segunda sucesión de la actividad 1



Con el diseño 2 se quiere que los alumnos encuentren el patrón que rige a la sucesión, para eso se harán preguntas a los equipos para que puedan llegar al conocimiento un poco más rápido. Una pregunta es la siguiente: ¿Qué relación existe entre el lugar en la sucesión y el número de piezas?

La tabla les permitirá a los equipos ya no hacer tantos diseños con el material didáctico, pues al ya tener la regla que va rigiendo a la sucesión entonces ahora con esa misma regla podrán ir completando la actividad siguiendo el orden de la tabla 18.

Tabla 18

Respuestas al segundo diseño de la actividad 1

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 8	Figura 9
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de piezas	6	12	18	24	30	36	42	48	54

La pregunta ¿En la serie puede haber una figura con 32 piezas? Tiene la intención de que los estudiantes vean que en la sucesión únicamente se trabaja con múltiplos del 6 y por ende al no ser 32 un múltiplo de este entonces no podrá estar dentro de los números

de piezas. Finalmente se quiere que el alumnado llegue a que la regla es la siguiente $X_n = 6n$, teniendo eso a partir de cualquier lugar de la sucesión ya podrán saber el número de piezas que necesitarán para hacer el azulejo sin tener la necesidad de ir contando de uno en uno.

Algunas posibles expresiones que presenten los estudiantes de manera incorrecta pueden ser las siguientes: $3n + 3$, $4n + 2$, $2n + 4$ ya que éstos solamente dan el número de piezas correcto de la primera figura, pero no el del resto, por ende, las expresiones anteriores no son correctas y se explicará al alumnado el porqué de eso.

Algo que como docente se puede hacer es ayudar al alumnado con este tipo de preguntas: ¿Qué se tiene que hacer para saber el número de piezas que se necesitan para cada lugar de la figura? ¿Si queremos saber cuántas piezas se necesitarán para la figura 25 que debemos hacer?

Situación validación: Se escogerá a distintos estudiantes para que pasen a explicar los resultados que ya escogieron como correctos con su equipo y que narren cuales fueron los procedimientos y estrategias que llevaron a cabo para hacer los diseños del segundo azulejo y contestar el resto de la actividad.

Se hará lo mismo que el diseño 1 y se escogerán a equipos con pocos errores para que pasen y un equipo con mayor número de equivocaciones. Se hará una dinámica muy parecida a la del diseño 1 pues ambas actividades están asociadas.

El profesor debe aclarar cuál fue la finalidad de las tareas que se desarrollaron, así como precisar los términos o conceptos matemáticos que emergieron, ayudar a los estudiantes a distinguir las ideas correctas y las falsas, y situar a los conceptos en el contexto del currículo escolar.

Situación institucionalización: La docente comentará que al estar abordando el concepto de patrones geométricos en ocasiones es más fácil llegar a la regla de generalización para no tener que estar haciendo los patrones de cada término o en su caso no ir contando de uno en uno, es por eso que al trabajar este contenido se suele usar la generalización, la cual Radford (2006) establece que: La generalización algebraica de un patrón se basa en la observación de un punto común local que luego se generaliza a todos los términos de la secuencia y que sirve de garantía para construir expresiones de elementos de la secuencia que permanecen más allá del campo perceptivo (p. 5). . El profesor debe aclarar cuál fue la finalidad de las tareas que se desarrollaron, así como precisar los términos o conceptos matemáticos que emergieron, ayudar a los estudiantes a distinguir las ideas correctas y las falsas, y situar a los conceptos en el contexto del currículo escolar.

Aquí se comprobarán los primeros términos de la sucesión haciendo uso de la expresión algebraica como se muestra en la tabla 19.

$$\text{Regla de generalización } X_n = 6n$$

Tabla 19

Procedimiento del número de piezas de cada figura usando la regla de generalización.

Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 8	Figura 9
$6n$	$6n$	$6n$	$6n$	$6n$	$6n$	$6n$	$6n$	$6n$
6(1)	6(2)	6(3)	6(4)	6(5)	6(6)	6(7)	6(8)	6(9)
6	12	18	24	30	36	42	48	54

3.8 Actividad 2: Expongamos diseños

Intención didáctica: Que los estudiantes encuentren la expresión algebraica que rige al patrón geométrico a través del material didáctico y que puedan exponer sus resultados y procedimientos al resto de sus compañeros.

Material didáctico: Se estarán usando figuras como pentágonos, flechas, triángulos, cuadrados, salamandras, se estarán llevando cajas llenas del material y los alumnos irán pasando a tomar las piezas necesarias dependiendo del diseño que les haya tocado por equipo. Recordemos que para la actividad 2 se tiene pensado el diseño de 8 tipos de patrones geométricos distintos en los que el estudiantado tendrá que encontrar la regla de generalización, mostramos lo distintos materiales que usarán para cada diseño a partir de la figura 52 a la 59.

Figura 52

Material para el diseño 1 de la actividad 2



Figura 53

Material para el diseño 2 de la actividad 2



Figura 54

Material para el diseño 3 de la actividad 2



Figura 55

Material para el diseño 4 de la actividad 2



Figura 56

Material para el diseño 5 de la actividad 2



Figura 57

Material para el diseño 6 de la actividad 2



Figura 58

Material para el diseño 7 de la actividad 2



Figura 59

Material para el diseño 8 de la actividad 2



3.8.1 Variables didácticas

Diseño de azulejos en cada figura

- *Material didáctico:* Las teselas de distintos colores y formas proporcionan un recurso didáctico tangible y visual para la manipulación y construcción de patrones geométricos.
- *Contexto lúdico:* El uso de piezas de colores y la exploración creativa de los estudiantes promueven un ambiente lúdico que favorece el aprendizaje y la motivación.
- *Participación activa:* Los estudiantes son protagonistas de su propio aprendizaje al manipular las teselas, construir patrones y llegar al quinto término del patrón.
- *Colaboración:* La actividad fomenta el trabajo en equipo y la colaboración entre los estudiantes al compartir ideas, discutir y analizar los patrones creados.
- *Reflexión y registro:* Los estudiantes son alentados a reflexionar sobre sus observaciones y a registrar sus descubrimientos, lo cual promueve la metacognición y el desarrollo del pensamiento matemático.

Los estudiantes tienen el diseño de dos azulejos formados por patrones geométricos en los que tendrán que construir con su material los términos 4 y 5 para cada diseño. Como segunda indicación, los estudiantes contestarán en su cuaderno una serie de preguntas en las que tendrán que buscar distintas estrategias para saber las piezas que necesitarán para generar las figuras solicitadas.

La figura 60 muestra el diseño 1 en el que se decidió utilizar una sucesión que da la impresión de tesela pentagonal para que los estudiantes se pudieran sentir un poco más

interesados en su construcción. En la figura 61 podemos ver el diseño 2 se hizo uso de figuras en forma de triángulos para dar la idea de hexágonos o diamantes. La figura 62 muestra el diseño 3 los estudiantes estarán realizando las figuras de un juego de ajedrez. En la figura 63 para el diseño 4 será una especie de estrella. La figura 64 con el diseño 5 aquí se decidió implementar material en forma de salamandras. La figura 65 muestra el diseño 6 será una especie de escalera. La figura 66 nos deja visualizar los primeros tres términos de su diseño y por último en la figura 67 tenemos un diseño en el que dimos una similitud de un estadio cuadrado.

En todos los diseños se utilizaron figuras que fueran familiarizadas para el estudiante para centrar en mayor medida su atención y se mostraran con interés al momento de elaborar los términos faltantes, también se les dieron los diseños para que vayan aprendiendo a formar los patrones geométricos y viendo las distintas figuras para que posteriormente con lo aprendido ellos sean capaces de completar la tabla 20 para después en la actividad 3 el alumnado sea capaz de crear sus propios diseños siguiendo una expresión algebraica.

3.8.2 Consigna: Expongamos diseños 2/3

De manera grupal contesten la actividad 1.

1. Resuelve lo que se pide con base en la siguiente regla.

Cada figura de la sucesión tiene un número de puntos igual a cuatro veces el lugar que ocupa en la sucesión más uno.

a) Escribe los primeros términos de la sucesión

5, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____, …

b) ¿Cuál es la diferencia entre dos términos consecutivos de la sucesión?

c) Escoge las expresiones algebraicas que expresan las reglas generales con las que se pueden obtener los términos de la sucesión. La letra n representa el lugar de cada término.

$$4 + n$$

$$4n + n$$

$$4n + 1$$

$$4n - 4 + 5$$

d) ¿Cuántos puntos tendrán las figuras que se encuentren en los lugares décimo y decimocuarto?

e) ¿Qué lugar ocuparía la figura formada por 49 puntos?

2. En equipos realizarán el diseño que les toque y completarán los términos faltantes y encontrarán el patrón y expresión algebraica que rige a la sucesión.

- Realizar el cuarto y quinto término
- Escribe el total de piezas que utilizaste para cada término

- Escribe la expresión algebraica que expresa la regla general con la que se puede obtener los términos de la sucesión.

Figura 60

Primeros tres términos del diseño 1 de la actividad 2



Figura 1



Figura 2

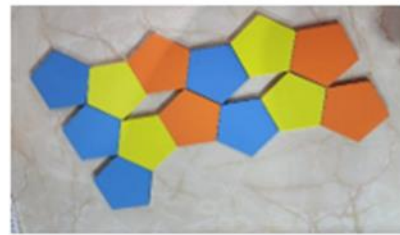


Figura 3

Figura 61

Primeros tres términos del diseño 2 de la actividad 2



Figura 1



Figura 2



Figura 3

Figura 62

Primeros tres términos del diseño 3 de la actividad 2



Figura 1



Figura 2



Figura 3

Figura 63

Primeros tres términos del diseño 4 de la actividad 2



Figura 1



Figura 2



Figura 3

Figura 64

Primeros tres términos del diseño 5 de la actividad 2



Figura 1



Figura 2



Figura 3

Figura 65

Primeros tres términos del diseño 6 de la actividad 2



Figura 1



Figura 2



Figura 3

Figura 66

Primeros tres términos del diseño 7 de la actividad 2



Figura 1



Figura 2



Figura 3

Figura 67

Primeros tres términos del diseño 8 de la actividad 2



Figura 1



Figura 2



Figura 3

Tabla 20

Para generar el lugar de la sucesión, número de piezas y expresión algebraica del diseño que le toque a cada pareja.

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión						
Número de piezas						

3. Contesten las siguientes preguntas con tu equipo y las expondrán al resto de su clase

Ahora que tienes la expresión algebraica con la que puedes saber el número de piezas que necesitaras dependiendo el lugar en la sucesión contesta lo siguiente:

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 7?

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 10?

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 15?

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 38?

Comparen sus respuestas con el resto de los equipos y expliquen cómo obtuvieron la expresión algebraica de su diseño.

Forma de trabajar: Los estudiantes llevarán a cabo las actividades en los mismos equipos para no batallar o perder tiempo en hacer nuevos grupos de trabajo.

3.8.3 Devolución

La devolución en esta situación didáctica también puede centrarse en varios aspectos, como la comprensión y aplicación del concepto de patrón geométrico, así como la creatividad y la capacidad de resolución de problemas. Aquí hay algunas posibles devoluciones que podrían darse:

1. Identificación de patrones: Se puede destacar la capacidad de los estudiantes para identificar y construir patrones geométricos utilizando las teselas de distintos colores, con forma de triángulos, cuadrados, pentágonos y salamandras. Se puede elogiar su capacidad para reconocer regularidades y repeticiones en la secuencia.
2. Construcción del quinto término: Se puede valorar el logro de los estudiantes al llegar al quinto término del patrón geométrico. Se puede destacar su habilidad para aplicar la regla establecida y extender la secuencia hasta el quinto término de manera precisa.
3. Creatividad y originalidad: Se puede resaltar la originalidad y creatividad de los patrones construidos por los estudiantes. Se puede animar a los estudiantes a compartir diferentes enfoques y variaciones en sus patrones geométricos.
4. Reflexión y registro: Se puede enfatizar la importancia de la reflexión y el registro de observaciones durante la actividad. Se puede valorar la capacidad de los estudiantes para registrar sus patrones y observaciones, lo que demuestra una comprensión más profunda del proceso y los resultados.
5. Colaboración y comunicación: Se puede elogiar la capacidad de los estudiantes para trabajar en equipo, compartir ideas y participar en discusiones sobre los patrones construidos. Se puede destacar la importancia de la comunicación efectiva y la escucha activa durante el proceso de construcción del patrón geométrico.

La devolución debe ser constructiva y motivadora, reconociendo los logros de los estudiantes y alentándolos a seguir explorando y construyendo patrones geométricos. Además, es importante ofrecer retroalimentación individualizada, identificando fortalezas y brindando sugerencias para mejorar en áreas específicas.

La docente comenzará a hacer algunas preguntas sobre qué les pareció la actividad anterior, qué se les facilitó, qué fue lo más difícil para ir generando una buena conversación con los estudiantes e identificar esos errores o dificultades que aún presente el alumnado.

Posterior a eso la docente comentará que ahora tienen siete diseños más de azulejos, los cuales se tendrán que sortear para que a cada equipo le toque cumplir con lo solicitado de la actividad del día de hoy y el diseño que quede solo se elaborará al finalizar de manera grupal. Una vez que los estudiantes acepten y se sientan emocionados por conocer las formas de los nuevos azulejos.

La docente le mostrará al alumnado algunas de las piezas con las que se tiene pensado hacer los diseños de la consigna con la intención de que los alumnos traten de adivinar que

figuras de azulejos tendrán que realizar, esto para activar y emocionar al estudiantado. Se hará entrega de los papelitos los cuales dirán diseño 1, diseño 2, diseño 3, diseño 4, respectivamente. Al terminar la maestra pedirá a cada equipo que lea en voz alta el número de diseño que le tocó y se hará entrega del material (figura 68), la consigna y hojas de máquina.

Figura 68

Materiales para poder realizar los distintos diseños de la actividad 2



3.8.4 Momentos de la clase

Situación acción: Se pedirá a los estudiantes que de manera individual hagan lectura de la consigna, ya que todos hayan terminado de leer se les harán algunas preguntas para que las dudas que tengan puedan ser contestadas. Una pregunta será ¿Qué menciona el punto uno de la actividad? ¿Recuerdan el primer número de la sucesión? ¿De qué habla el inciso c de la actividad 1?, ¿Qué se menciona en el inciso e?

Si bien la actividad del punto uno se tiene pensada hacer de manera grupal este tipo de preguntas ayudará a que la docente se dé cuenta si realmente los estudiantes entienden la actividad y saben lo que se les pide. En este momento solo para la primera parte la docente se encontrará al frente del salón cerca del pizarrón para poder apuntar los resultados y respuestas que estos les den.

El inciso a) tiene como propósito que los estudiantes completen los términos faltantes de la sucesión y que según el enunciado “cada figura de la sucesión tiene un número de puntos igual a cuatro veces el lugar que ocupa en la sucesión más uno” y que descubran cuánto es que se tiene que ir sumando. Para este primer punto se espera que el alumnado no tenga problemas en completar los términos solicitados y pueda seguir con el resto de los incisos.

En el caso del inciso a) se esperan las siguientes respuestas:

5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, ...

Situación formulación: En la pregunta del inciso b) tiene como propósito que los estudiantes vean que la diferencia entre dos términos consecutivos de la sucesión es cuatro, es decir al primer término que se tiene se suman cuatro unidades y así sucesivamente para poder completar la sucesión.

En el inciso c) se tiene el propósito que los estudiantes escojan las dos expresiones que logran representar las reglas generales con las que se puede obtener cualquier término de la sucesión. Aquí puede que los estudiantes intenten con cada expresión hasta que encuentren las correctas haciendo lo siguiente:

$$4 + n$$

$$4 + 1 = 5$$

$$4 + 2 = 6$$

$$4 + 3 = 7$$

Podemos ver que la primera expresión no cumple con los números presentados en cada término de la sucesión por ende no es la correcta.

$$4n + n$$

$$4(1) + 1 = 5$$

$$4(2) + 2 = 10$$

$$4(3) + 3 = 15$$

La segunda expresión no cumple con los números presentados en cada término entonces no es la expresión que necesitamos.

$$4n + 1$$

$$4(1) + 1 = 5$$

$$4(2) + 1 = 9$$

$$4(3) + 1 = 13$$

A diferencia de las dos primeras expresiones podemos ver que la tercera si cumple con los números que se presentan en cada término de la sucesión es por eso que si es una de nuestras expresiones algebraicas con la que se puede obtener los términos de la sucesión.

$$4n - 4 + 5$$

$$4(1) - 4 + 5 = 5$$

$$4(2) - 4 + 5 = 9$$

$$4(3) - 4 + 5 = 13$$

La última expresión también cumple con los números de cada término de la sucesión, entonces la tercer y cuarta expresiones son las correctas. El inciso d) tiene como propósito que los estudiantes utilicen cualquiera de las dos expresiones antes ya comentadas que son correctas para que logren encontrar los puntos que tendrán las figuras del término décimo y decimocuarto.

Décimo

$$4n + 1$$

$$4(10) + 1$$

$$40 + 1$$

$$41$$

Decimocuarto

$$4n - 4 + 5$$

$$4(14) - 4 + 5$$

$$56 - 4 + 5$$

$$52 + 5$$

$$57$$

Para finalizar la primera actividad de la consigna, el inciso e) tiene como propósito que los estudiantes encuentren el lugar de la posición si la figura tiene 49 puntos, para eso pueden usar uno de los siguientes métodos:

$$4n + 1 = 49$$

$$4n = 49 - 1$$

$$4n = 48$$

$$n = \frac{48}{4}$$

$$n = 12$$

La segunda actividad tiene como propósito que el alumnado en equipos complete los puntos que se mencionan siguiendo el diseño del número que les tocó, tendrán que realizar el cuarto y quinto término haciendo uso del material didáctico, tendrán que escribir el total de piezas que utilizaron para cada término y finalmente encontrar y escribir la expresión

algebraica que logre expresar la regla con la que se pueda obtener cualquier término de la sucesión.

Se espera que con el apoyo que se dio al trabajar de manera grupal con la primera actividad la mayoría de los estudiantes puedan encontrar y expresar correctamente la regla que rija al diseño de sucesión que les tocó. A continuación, a partir de la figura 69 a la 84 mostraremos los resultados esperados del cuarto y quinto término de los siete diseños.

Figura 69

Cuarto término del diseño 1.



Figura 70

Quinto término del diseño 1



Figura 71

Cuarto término del diseño 2

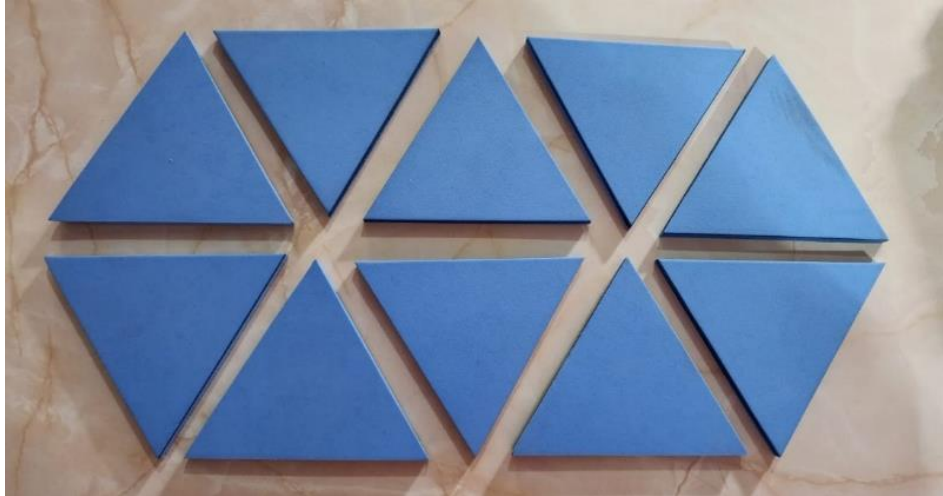


Figura 72

Quinto término del diseño 2

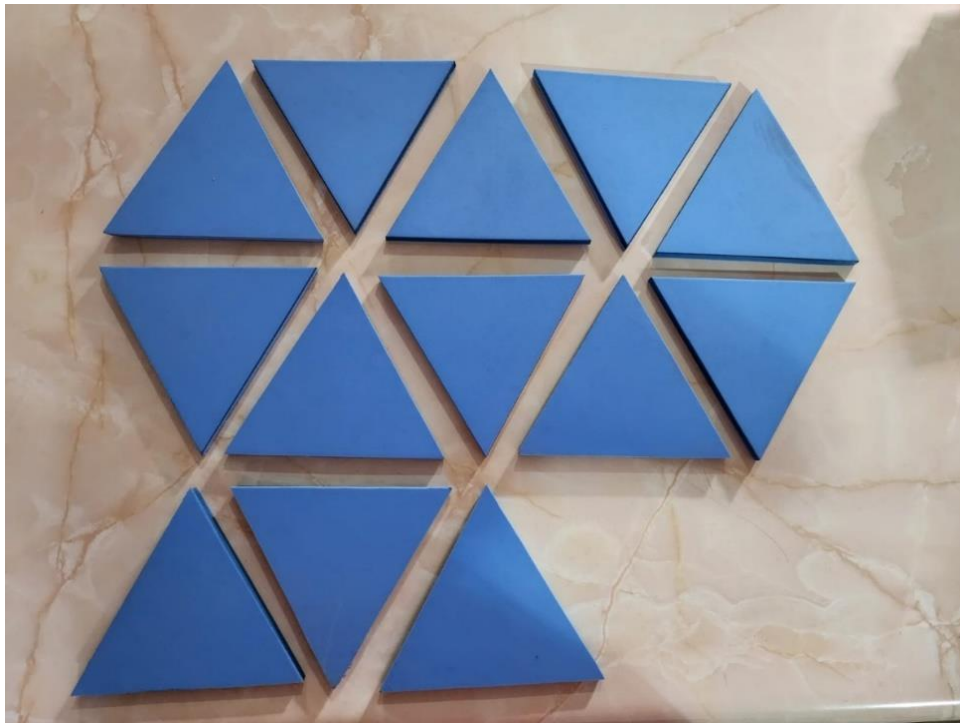


Figura 73

Cuarto término del diseño 3



Figura 74

Quinto término del diseño 3



Figura 75

Cuarto término del diseño 4

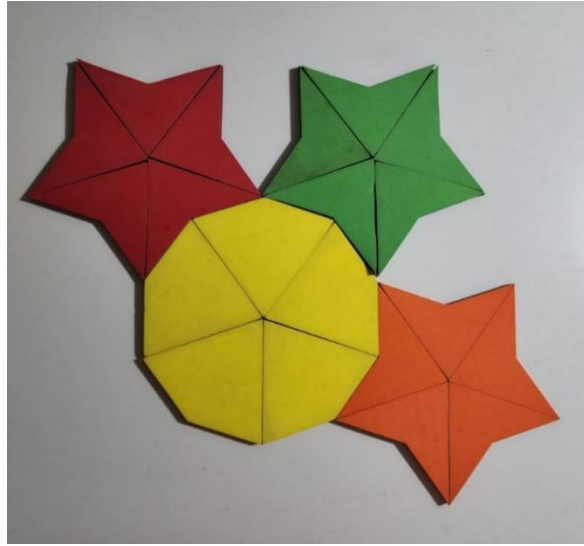


Figura 76

Quinto término del diseño 4



Figura 77

Cuarto término del diseño 5



Figura 78

Quinto término del diseño 5



Figura 79

Cuarto término del diseño 6



Figura 80

Quinto término del diseño 6

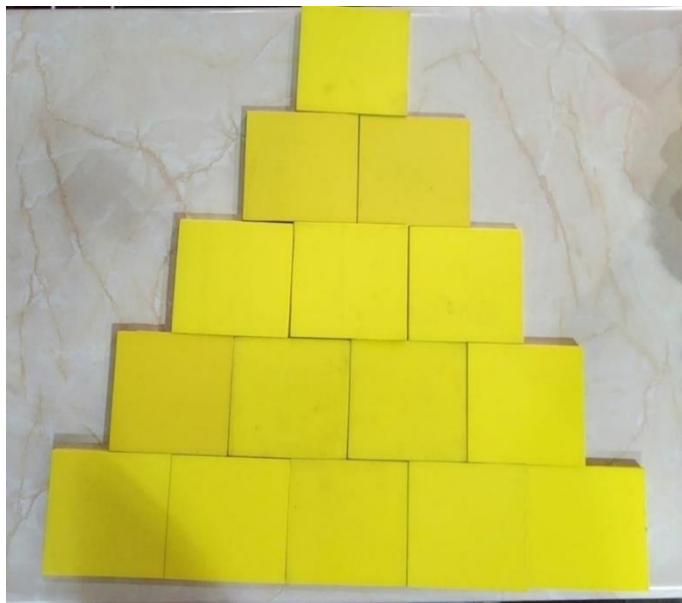


Figura 81

Cuarto término del diseño 7

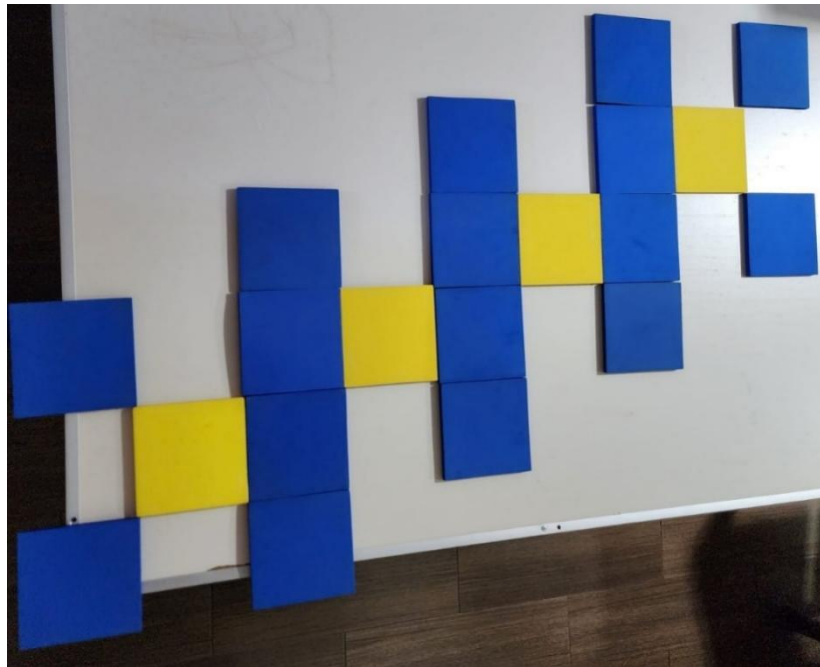


Figura 82

Quinto término del diseño 7



Figura 83

Cuarto término del diseño 8

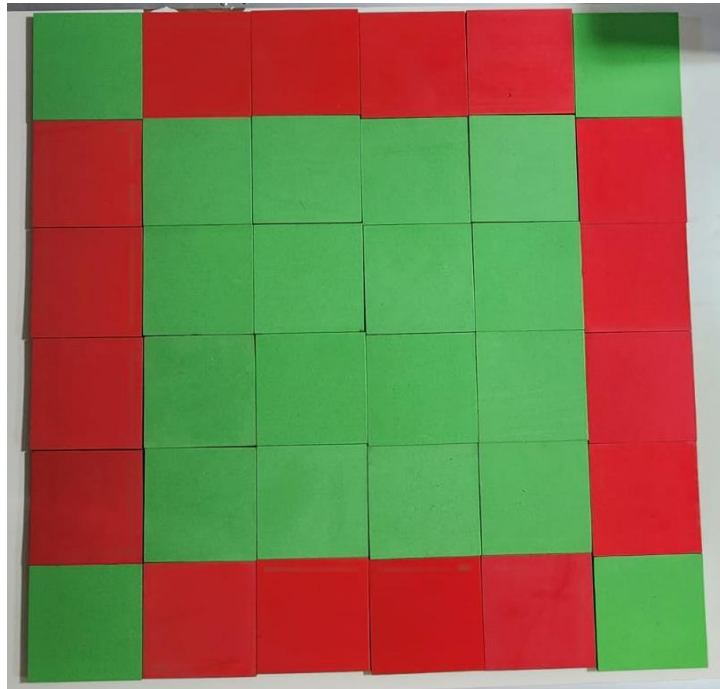
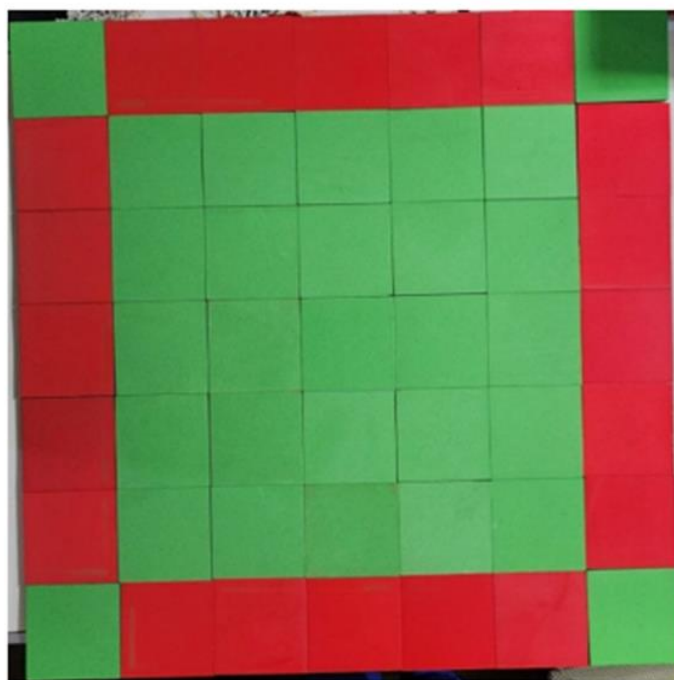


Figura 84

Quinto término del diseño 8



Después de que los estudiantes hayan realizado el cuarto y quinto término del diseño que se les asignó el ejercicio número 3 tiene como propósito que completen la siguiente tabla para que de manera más visual dependiendo los lugares de la sucesión y el número de piezas usadas para cada término puedan encontrar la expresión algebraica A partir de la tabla 21 a la 28 mostraremos los resultados correctos dependiendo el diseño de cada pareja.

Tabla 21

Respuestas de la tabla de la actividad 2 para el diseño 1

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$5n - 2$
Número de piezas	3	8	13	18	23	

Tabla 22

Respuestas de la tabla de la actividad 2 para el diseño 2

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$3n - 2$
Número de piezas	1	4	7	10	13	

Tabla 23

Respuestas de la tabla de la actividad 2 para el diseño 3

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$3n+5$
Número de piezas	8	11	14	17	20	

Tabla 24

Respuestas de la tabla de la actividad 2 para el diseño 4

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica

Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$5n$
Número de piezas	5	10	15	20	25	

Tabla 25

Respuestas de la tabla de la actividad 2 para el diseño 5

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$6n - 4$
Número de piezas	2	8	14	20	26	

Tabla 26

Respuestas de la tabla de la actividad 2 para el diseño 6

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$\frac{n(n+1)}{2}$
Número de piezas	3	6	10	15	21	

Tabla 27

Respuestas de la tabla de la actividad 2 para el diseño 7

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$5n$
Número de piezas	5	10	15	20	25	

Tabla 28

Respuestas de la tabla de la actividad 2 para el diseño 8

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
--	----------	----------	----------	----------	----------	----------------------

Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$4n$
Número de piezas rojas	4	8	12	16	20	

Consideramos que al llegar hasta este punto lo más difícil para los estudiantes será el encontrar la expresión algebraica es por eso que también se estarán monitoreando a los equipos constantemente por parte de la docente, de igual manera si notamos que alguna pregunta se repite entre los estudiantes o tienen la misma duda entonces se aclarará de manera grupal para que sea entendida por todos.

El cuarto punto de la actividad tiene como propósito que los estudiantes una vez encontrados la expresión algebraica ahora sin hacer uso del material didáctico puedan mencionar las piezas que se necesitarán para la sucesión de las figuras 7, 10, 15 y 38. Algunos de los procedimientos esperados para obtener esas respuestas son los mostrados en la tabla 29.

Tabla 29

Procedimientos utilizando las reglas generales de cada diseño

	Diseño 1	Diseño 2	Diseño 3	Diseño 4	Diseño 5	Diseño 6	Diseño 7	Diseño 8
Figura 7	$5n - 2$ $5(7) - 2$ $35 - 2$ 33	$3n - 2$ $3(7) - 2$ $21 - 2$ 19	$3n+5$ $3(7) + 5$ $21 + 5$ 26	$5n$ $5(7)$ 35	$6n-4$ $6(7) - 4$ $42 - 4$ 38	$\frac{n(n+1)}{2}$ $\frac{7(7+1)}{2}$ $\frac{7(8)}{2}$ $\frac{56}{2}$ 28	$5n$ $5(7)$ 35	$4n$ $4(7)$ 28
Figura 10	$5n - 2$ $5(10) - 2$ $50 - 2$ 48	$3n - 2$ $3(10) - 2$ $30 - 2$ 28	$3n+5$ $3(10) + 5$ $30 + 5$ 35	$5n$ $5(10)$ 50	$6n-4$ $6(10) - 4$ $60 - 4$ 56	$\frac{n(n+1)}{2}$ $\frac{10(10+1)}{2}$ $\frac{10(11)}{2}$ $\frac{110}{2}$	$5n$ $5(10)$ 50	$4n$ $4(10)$ 40

						55		
Figura 15	$5n - 2$ 5(15) - 2 75 - 2 73	$3n - 2$ 3(15) - 2 45 - 2 43	$3n+5$ 3(15) + 5 45 + 5 50	$5n$ 5(15) 75	$6n-4$ 6(15) - 4 90 - 4 86	$\frac{n(n+1)}{2}$ $\frac{15(15+1)}{2}$ $\frac{15(16)}{2}$ $\frac{240}{2}$ 120	$5n$ 5(15) 75	$4n$ 4(15) 60
Figura 38	$5n - 2$ 5(38) - 2 190 - 2 188	$3n - 2$ 3(38) - 2 114 - 2 112	$3n+5$ 3(38) + 5 114 + 5 119	$5n$ 5(38) 190	$6n-4$ 6(38) - 4 228 - 4 224	$\frac{n(n+1)}{2}$ $\frac{38(38+1)}{2}$ $\frac{38(39)}{2}$ $\frac{1482}{2}$ 741	$5n$ 5(38) 190	$4n$ 4(38) 152

Por último, el quinto punto de la actividad tiene como propósito que los alumnos platiquen al resto de la clase cuáles fueron los procedimientos que siguieron para poder encontrar la expresión algebraica que rige la sucesión de su diseño.

Situación validación: Para este momento de la clase se estará trabajando del mismo modo que el primer plan de clase, se pedirá un integrante de equipo para que pase a explicar sus resultados, primero mostrarán el cuarto y quinto término según el diseño que les tocó en el sorteo, de igual manera los estudiantes explicarán el procedimiento que emplearon.

En caso de no terminar la actividad o que los estudiantes no pudieron generar la expresión de su sucesión entonces se harán preguntas para ir guiando al equipo y pueda encontrar esa expresión de no entender o no poder realizar el trabajo entonces se trabajará de manera grupal para que entre el resto de los alumnos y la docente puedan ayudar y asesorar al equipo y encuentren la expresión correcta.

Algunas de las preguntas guía serán ¿Qué observan en su sucesión?, ¿Cuántas piezas tenían en el primer término?, ¿Cuántas en el segundo?, ¿Y en el tercero?, ¿Cuánta es la diferencia de cada término?, ¿Se puede generar una expresión algebraica que nos ayude a encontrar el número de piezas dependiendo la figura que se marque?, este tipo de preguntas tenemos la intención de que ayude al estudiantado a representar la expresión algebraica correctamente.

Situación institucionalización: Al terminar el tiempo de trabajo, las parejas pasarán a colocar sus datos en la tabla 30 que llevará la docente. También deberán de exponer cómo fue que llegaron a esos resultados y explicar sus procedimientos y la expresión algebraica a sus compañeros. El profesor debe aclarar cuál fue la finalidad de las tareas que se desarrollaron, así como precisar los términos o conceptos matemáticos que emergieron, ayudar a los estudiantes a distinguir las ideas correctas y las falsas, y situar a los conceptos en el contexto del currículo escolar.

Tabla 30

Respuesta de todos los diseños de la actividad 2 con sus respectivas expresiones algebraicas.

		Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Diseño 1	Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$5n - 2$
	Número de piezas	3	8	13	18	23	
Diseño 2	Número de piezas	1	4	7	10	13	$3n - 2$
Diseño 3	Número de piezas	8	11	14	17	20	$3n+5$
Diseño 4	Número de piezas	5	10	15	20	25	$5n$
Diseño 5	Número de piezas	2	8	14	20	26	$6n-4$
Diseño 6	Número de piezas	3	6	10	15	21	$\frac{n(n+1)}{2}$
Diseño 7	Número de piezas	5	10	15	20	25	$5n$
Diseño 8	Número de	4	8	12	16	20	$4n$

	piezas rojas						
--	--------------	--	--	--	--	--	--

Al terminar de explicar sus resultados la docente comentará que un patrón geométrico es una forma o figura obtenida al unir puntos o segmentos de línea. Estos patrones se pueden utilizar para predecir el comportamiento de una determinada figura geométrica en el futuro. Por ejemplo, se puede usar un patrón geométrico para predecir el comportamiento de una espiral en el futuro. Esta técnica se usa ampliamente en el diseño gráfico para crear figuras complejas.

Así mismo la regla de generalización de una sucesión es una fórmula matemática que describe el patrón de la sucesión. Esta fórmula se puede usar para predecir los siguientes elementos de la sucesión sin tener que calcularlos manualmente. Por ejemplo, la sucesión 1, 4, 7, 10, ... está generalizada por la fórmula $x_n = 3n - 2$, donde n es la posición del elemento de la sucesión. Esto significa que el elemento en la posición 6 será 18 ($3 \times 6 - 2 = 18$). Así ahora los estudiantes podrán explicar cómo fue que pudieron encontrar las piezas que utilizarían para las figuras 7, 10, 15 y 38 sin tener que hacer uso del material didáctico tangible.

3.9 Actividad 3: Crea tus diseños

- *Intención didáctica:* Que los estudiantes construyan su propio patrón geométrico con material didáctico y que logren expresar el patrón y regla algebraica que rige a la sucesión encontrando los términos faltantes.
- *Material didáctico tangible:* Para el material los estudiantes podrán hacer uso de cualquiera de las figuras que quieran, podrán hacer combinaciones, Por equipos podrán crear su sucesión a su elección. El material que se tendrá disponible se muestra en la figura 85.

Figura 85

Material para que los estudiantes puedan crear sus propios diseños de sucesiones



3.9.1 Variables didácticas

- *Material didáctico tangible:* Las teselas de distintos colores y formas proporcionan un recurso didáctico tangible y visual para la manipulación y construcción de patrones geométricos.
- *Contexto lúdico:* El uso de piezas de colores y la exploración creativa de los estudiantes promueven un ambiente lúdico que favorece el aprendizaje y la motivación.
- *Participación activa:* Los estudiantes son protagonistas de su propio aprendizaje al manipular las teselas, construir patrones y llegar al quinto término del patrón.
- *Colaboración:* La actividad fomenta el trabajo en equipo y la colaboración entre los estudiantes al compartir ideas, discutir y analizar los patrones creados.
- *Reflexión y registro:* Los estudiantes son alentados a reflexionar sobre sus observaciones y a registrar sus descubrimientos, lo cual promueve la metacognición y el desarrollo del pensamiento matemático.
- Los estudiantes podrán usar cualquier pieza del material para diseñar su propia sucesión, algunas de las piezas suelen tener forma de figuras como triángulos, cuadrados, pentágonos, hexágonos, lagartijas.

3.9.2 Consigna: Para concluir 3/3

Actividad: Para finalizar con el tema, ahora cada equipo hará los primeros 5 términos de un diseño propio de azulejos y encontrarán la expresión algebraica que expresa la regla general con la que se puede obtener los términos de la sucesión posterior a eso el resto de los equipos pasaran a cada equipo y tendrán que encontrar esa regla y los capitanes dirán si es correcta, ganaran los equipos con más puntos.

1. En el siguiente espacio con tu equipo ve pensando en el diseño de tu sucesión
2. Ahora escribe la expresión algebraica que rige a la sucesión que diseñaron.
3. Realicen el diseño de su sucesión de los primeros tres términos con el material de la docente y pidan al resto de los equipos que diseñen los términos cuatro y cinco. Ya que el resto de los equipos tengan sus diseños argumenten si sus resultados son los correctos.
4. Para finalizar pidan al resto de los equipos que contesten la tabla 31.

Tabla 31

Para que los estudiantes puedan destinar el lugar de posición, el número de piezas y la regla de generalización de su diseño de sucesión respectiva a la actividad 3

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica	Figura 20
Lugar en la sucesión							
Número de piezas							

¿Cómo fue que encontraste la expresión algebraica?

5. Escribe lo aprendido del tema a lo largo de la semana y expresa tus comentarios al resto de la clase.

3.9.3 Momentos de la clase

Situación acción: Ya que los estudiantes estén en sus equipos se les entregará la consigna y se les pedirá que la lean y posterior a eso se realizarán algunas preguntas para para que no queden dudas, algunas de las preguntas serán ¿de qué nos habla el punto uno de la actividad?, ¿Cuántos términos debe de tener nuestro patrón?, ¿Qué nos pide la tabla? Este tipo de preguntas estarán ayudando al docente a explicar si en cierto punto de la actividad se generaron dudas o si es que no se dio a entender correctamente la indicación.

Para la actividad del punto uno se tiene como propósito que los estudiantes puedan comunicarse entre ellos y haciendo uso del material didáctico comiencen a realizar el modelo de su sucesión, aquí podrán pasar dos cosas, una es que los estudiantes escojan primero generar la regla de sucesión y así vayan elaborando los primeros términos de la sucesión para finalmente elaborarla con el material o caso contrario que primero la realicen con el material y después decidan expresar la regla en el cuaderno.

Situación formulación: Una vez que los equipos ya tengan pensado en su diseño y en la expresión algebraica que rige a la sucesión entonces se dirigirán con la docente para que brevemente revise sus resultados y de autorización de comenzar a realizar la sucesión con el material didáctico, una vez que los equipos vayan teniendo el permiso estos solamente podrán realizar los primeros términos y no deberán de decir o mostrar su expresión algebraica.

De esta manera se espera que cada equipo logre pasar a los diseños de sus compañeros y tengan que terminar la sucesión específicamente con el cuarto y quinto término y que logren la expresión algebraica, de ser así serán acreedores a 2 puntos y ganará el equipo que logre completar más puntos.

Durante la elaboración de la actividad, habrá equipos que se confundan al elaborar los términos solicitados de la sucesión o que no logren expresar la regla que defina a dichas sucesiones es por eso que la docente deberá de estar constantemente monitoreando al alumnado y asesorando en ciertos momentos. Para este momento de la situación didáctica

se tiene la intención de que gran parte del estudiantado pueda crear sus propias sucesiones y generar la expresión algebraica que rige a dichas sucesiones.

Para el punto cuatro de la actividad tiene como propósito que cada estudiante tenga una tabla como la que se muestra, pero para cada equipo en este caso al estar pensando en trabajar con 3 equipos entonces tendrán sus 3 tablas la de su equipo y las que completarán al pasar a los restantes a encontrar la sucesión y expresión. Aquí las respuestas dependerán de cada diseño y los errores que se tienen mayormente pensados se creen que se pueden presentar en las últimas dos columnas pertenecientes a la expresión algebraica y a la figura 20, esto como resultado a que no logren llegar a la regla de generalización y que por la misma manera les sea muy difícil dar el número total de piezas para la figura 20.

Situación validación: Para este momento de la clase se tiene la intención de que una vez que los equipos hayan pasado al resto de sucesiones y las contesten y encuentren su generalización se abrirá un círculo o espacio con todo el alumnado para que los jefes de equipos digan esos estudiantes que lograron acertar tanto a los términos faltantes como a la expresión algebraica, de ahí mismo se aprovechará el espacio para dar a los estudiantes el tiempo a que expresen sus conocimientos generados en esta última semana.

Durante la exposición de los estudiantes sobre las sucesiones de los diseños de los equipos servirá a la docente para ver esos errores y dificultades que sigue presentando el alumnado y que pueda intervenir el docente o al momento de institucionalizar dar mejores ejemplos o volver a trabajar ciertos conceptos y definiciones para mejorar el conocimiento y que estos realmente entiendan bien del contenido.

Situación institucionalización: Al terminar las exposiciones por parte de los estudiantes la docente terminará la actividad mencionando sacando la tabla 32 en papel bond o en el pizarrón para que cada representante ponga de manera correcta sus resultados:

Tabla 32

Para cada pareja y pueda pasar a encontrar el lugar de posición, número de piezas y expresión algebraica de los diseños del resto de los equipos

		Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica	Figura 20
	Lugar en la sucesión							

Equipo 1	Número de piezas							
Equipo 2	Lugar en la sucesión							
	Número de piezas							
Equipo 3	Lugar en la sucesión							
	Número de piezas							

Una vez que los estudiantes ya tengan sus resultados la docente tendrá que concluir el tema comentando a los estudiantes que para generalizar el patrón lo que hicieron fue formular una expresión algebraica, la cual es una fórmula que nos va a ayudar a crear sucesiones, se suele utilizar la letra n para representar un valor posicional. Será importante mencionar a los estudiantes que con esta regla podemos calcular cualquier término de la sucesión sin la necesidad de hacer la figura con el material y así evitar tardar tanto en encontrar resultados.

Aquí las reglas dependerán de las sucesiones que hayan diseñado los estudiantes, pero para este apartado haremos un pequeño ejemplo en el que si tenemos la regla general de $2n + 1$ entonces le preguntaremos al alumnado ¿Cuál sería el término que ocuparía el lugar 12 de la sucesión?

Esperando que sus aportaciones sean las siguientes: Si sustituimos 12 en n , nos queda:

$$2n + 1$$

$$2(12) + 1$$

$$24 + 1$$

$$25$$

Conclusión $2n + 1$ es la regla que define el patrón de la sucesión, recordemos que con esta regla general podemos calcular el enésimo término de la sucesión, ósea cualquier término que queramos buscar.

Así como se explicó brevemente cada equipo pasará a argumentar su expresión algebraica y los datos de su tabla. A manera de conclusión la docente le dirá al alumnado que para generalizar el patrón de una sucesión debemos de seguir los siguientes pasos:

1. Observamos regularidades en la sucesión y formulamos conjeturas
2. Definimos el patrón de la sucesión
3. Formulamos una expresión algebraica para generalizar el patrón
4. Demostramos la regla general

3.9.4 Devolución

Una vez terminado el discurso se pedirá a los estudiantes que escriban en sus cuadernos esos pasos y se dará por concluido el tema, se dejará un momento para preguntas, dudas u observaciones. El profesor debe aclarar cuál fue la finalidad de las tareas que se desarrollaron, así como precisar los términos o conceptos matemáticos que emergieron, ayudar a los estudiantes a distinguir las ideas correctas y las falsas, y situar a los conceptos en el contexto del currículo escolar.

1. Creatividad y originalidad: Se puede resaltar la originalidad y creatividad de los patrones construidos por los estudiantes. Se puede animar a los estudiantes a compartir diferentes enfoques y variaciones en sus patrones geométricos.
2. Reflexión y registro: Se puede enfatizar la importancia de la reflexión y el registro de observaciones durante la actividad. Se puede valorar la capacidad de los estudiantes para registrar sus patrones y observaciones, lo que demuestra una comprensión más profunda del proceso y los resultados.
3. Colaboración y comunicación: Se puede elogiar la capacidad de los estudiantes para trabajar en equipo, compartir ideas y participar en discusiones sobre los patrones construidos. Se puede destacar la importancia de la comunicación efectiva y la escucha activa durante el proceso de construcción del patrón geométrico.

Capítulo 4. Experimentación, análisis a posteriori y validación



4.1 Experimentación

En este capítulo se estarán narrando fases como la de experimentación, que es el momento en el que ponemos en práctica nuestra situación didáctica, se describe el lugar en el que fue aplicada, el contexto tanto interno como externo y algunas características sociales relevantes. También podrán ver las evidencias tomadas y los distintos momentos de las sesiones. En el análisis a posteriori se analizó lo que realmente pasó en la experimentación y en la validación se analiza que tanto pasó de lo que teníamos planeado en el análisis a priori y el análisis a posteriori y si es que hubo cambios o diferencias.

4.1.1 Escuela y ubicación geográfica

La Escuela Secundaria Colegio Español San Luis está ubicada en la carretera Matehuala kilómetro 4.5, San Felipe con código postal 78433 en el municipio de Soledad de Graciano Sánchez, San Luis Potosí (figura 86), la zona es semiurbana. Se decidió experimentar con los estudiantes de primer grado de secundaria de esta escuela ya que es en la que estoy laborando. La escuela cuenta con todos los servicios públicos tales como: agua, drenaje, internet, luz, teléfono y medios de transporte público.

Figura 86

Ubicación del Colegio Español San Luis



4.1.2 Contexto externo:

En la comunidad escolar existen distintas problemáticas en cuanto a la familia, en su mayoría sufren situaciones de desintegración familiar y las consecuencias que estos hechos conllevan. Existen complicadas situaciones familiares a las que los jóvenes se enfrentan. En la mayoría de los casos ambos padres trabajan y se ha notado un gran porcentaje de estudiantes que no cumplen con las tareas que se les suelen asignar.

La población escolar en general sufre de muchos conflictos de tipo social y familiar. Por ejemplo, la mayoría de los alumnos provienen de familias desintegradas o compuestas por un solo padre/madre; otros viven con el tipo de familia extensa incluyendo (abuelos, primos, sobrinos, tíos) parte de la información se obtuvo al platicar con el alumnado, personal docente y parte de los directivos.

4.1.3 Contexto interno:

La infraestructura de la secundaria cuenta con: dirección, área administrativa con computadoras e internet, impresoras y teléfono, aula de medios con 12 computadoras, pero algunas no funcionan y no siempre se tiene internet, proyector y mobiliario en cada salón de secundaria, sanitarios tanto para hombres como mujeres, patio cívico, cancha techada y cooperativa, aparte de que la escuela también cuenta con salones para preescolar y primaria.

La secundaria cuenta únicamente con 3 aulas distribuidas para los tres grados de educación secundaria. Las aulas tienen una medida de 3m por 4m, dimensiones que dan alojamiento entre 10-15 estudiantes por salón. Todas las aulas cuentan con bancas suficientes para el alumnado, escritorio, silla para el docente, pizarrón blanco y un cañón en cada salón. La observación en la secundaria sirvió para conocer la forma de trabajar de la escuela, buscar las estrategias necesarias para poder llevar las clases a los alumnos y empatizar con el alumnado.

4.1.4 Características sociales relevantes

El horario de las clases del “Colegio Español San Luis” es de 7:30 am a 1:40pm, para la clase de matemáticas se tenía en distintos horarios, pero las sesiones siempre duraban 50 minutos. Al inicio del ciclo escolar se notó que la mayoría de los participantes no les gustaba intervenir y mostraban distraídos y despreocupados, dichas acciones permitieron concluir que los alumnos se encontraban en la etapa de la adolescencia, lo cual tuvo que ser considerado al momento de diseñar la situación didáctica y los materiales con los que se dio tratamiento al desarrollo del tema de estudio.

El grupo con el que se puso en escena la situación didáctica fue de primer año, así que al ser alumnos de nuevo ingreso no se sabía que estudiantes requerían mayor apoyo, para esto se consideró que sería bueno iniciar las clases con un examen de diagnóstico para ver las fortalezas y dificultades que presentan los alumnos y a partir de esos resultados empezar a trabajar. Se retomaron algunos contenidos, así como la implementación de herramientas didácticas y tecnológicas para que sea una manera más fácil de trabajar. El grupo de estudio de primer año estaba conformado por 15 alumnos siendo 6 mujeres y 9 hombres.

4.2 Análisis a posteriori

El análisis a posteriori nos sirve para considerar lo que pasó durante la experimentación de nuestra situación didáctica, también llevaremos a cabo el proceso de validación que es confrontar ambos análisis el a priori y el a posteriori. Siguiendo nuestro marco teórico presentando cada momento de la situación didáctica (Acción, Formulación, Validación e Institucionalización).

La situación didáctica estaba diseñada por tres actividades, la primera actividad se realizó en equipos, la segunda en parejas y la última fue de nuevo en equipos. Los días de la

aplicación fueron del 21 de febrero al 3 de marzo con un total de 10 sesiones de 50 minutos. Las tres actividades fueron grabadas e igualmente se tomaron fotografías de los distintos momentos de las clases. Durante la aplicación de las actividades la docente era la responsable de llevar todo el material didáctico y hojas de trabajo (consignas).

4.3 Actividad 1 Diseño 1

El propósito de nuestra primera actividad es que a través del material didáctico tangible los estudiantes puedan crear el cuarto y quinto término del diseño de dos patrones geométricos. Con la actividad se quiere que el alumnado construya los conceptos de patrón geométrico, sucesión y término de la sucesión.

4.3.1 Situación acción - Actividad 1 Diseño 1

La docente hizo entrega a cada estudiante con su respectiva hoja de trabajo (figura 87) y les pidió que comenzarán a leerla de manera individual y que posteriormente les haría algunas preguntas

D: Todos trabajando y leyendo la actividad, ahorita solamente van a leer y después les voy a hacer algunas preguntas, entonces por ahora solo lean.

D: Ok, ya la mayoría terminó. ¿Qué nos dice la actividad?

E1: Que el director quiere cambiar los azulejos de la escuela, pero no encuentra la forma y quiere que nosotros lo ayudemos.

D: ¿Saben que es un azulejo?

E1: Es como un diseño que tienen los pisos.

D: Correcto, referente a eso qué nos dice el punto uno, ¿Quién lo puede leer?

E1: El director de la escuela decidió cambiar los azulejos de los salones de clase, pero se encuentra en un conflicto con dos diseños, es por eso que requiere de la ayuda de los estudiantes de primer año de secundaria para decidir cuál de los siguientes será el mejor para comprar y utilizar pues el maestro quiere comprar el menor número de piezas.

D: Gracias, entonces nos están mostrando solamente el primer diseño, ¿Qué pueden ver niños, se forma alguna figura o algo?

E1: Si, se forman hexágonos.

D: Ok, entonces si leemos el punto 2 que nos dice.

E1: Que realicemos las siguientes figuras la cuatro, cinco, siete y diez.

Figura 87

Los estudiantes por equipos dando lectura a la actividad



En una etapa posterior a las preguntas que planteó la docente y al ver un interés por parte del alumnado decidió que los jefes de grupo se dirigieran por el material didáctico, que lo analizaran y comenzaran a trabajar según la actividad. En la figura 88 se pudo ver a los estudiantes muy emocionados, tomaban las piezas y las clasificaban por colores e incluso entre ellos se compartían tareas como quién pegaría el material, quién cortaría pedazos de cinta, quién decidiría el orden del diseño según los colores.

D: Muy bien, entonces en la puerta se encuentra el material, por jefes de equipo vayan pasando a tomar las piezas que consideren necesarias para realizar las figuras que les solicitan.

Ex: Se pararon para tomar parte de su material.

D: Empiecen a formar las figuras, fórmelas de una vez en la pared y pueden hacer uso de la cinta.

Ex: La mayoría de los equipos empezaron a clasificar las piezas por colores y a empezar a seguir el patrón del diseño (figura 89 y 90) (Al entregar el material se pudo notar el interés por parte de los estudiantes y ayudarse entre los integrantes de sus equipos).

D: Trabajando, con qué se inicia la primera figura.

E1: Con un hexágono de color amarillo.

Figura 88

Estudiantes recogiendo parte del material que ocuparían



Figura 89

Equipo 1 clasificando las piezas por colores y manipulando el material



Figura 90

Equipo 2 clasificando las piezas por colores y manipulando el material



4.3.2 Situación acción. El milieu. Actividad 1 Diseño 1

El milieu que se presenta en la situación acción descrita es el siguiente:

- El entorno físico es un aula donde la docente entrega a cada estudiante una hoja de trabajo (consigna).
- La docente establece una comunicación verbal con los estudiantes, indicándoles que deben leer individualmente la actividad y que después les hará algunas preguntas.
- El aula cuenta con una dinámica de trabajo donde los estudiantes se dedican a leer la actividad y esperan instrucciones adicionales de la docente.
- La docente realiza preguntas a los estudiantes y fomenta la participación activa en la discusión.
- Los estudiantes responden a las preguntas formuladas por la docente, aportando información y generando un diálogo con ella.
- Los estudiantes hacen observaciones sobre los contenidos de la actividad, como la idea de cambiar los azulejos de la escuela y la formación de figuras hexagonales en el primer diseño.
- Se establece una interacción entre la docente y los estudiantes, donde se aclaran conceptos y se fomenta la comprensión de la actividad propuesta.
- Se espera que los estudiantes realicen las figuras solicitadas en el punto 1 y 2 de la actividad.
- En resumen, el milieu de esta situación didáctica incluye la comunicación verbal entre la docente y los estudiantes. Se empieza a hacer uso de materiales didácticos tangibles, hojas de trabajo, la interacción social en el aula, la orientación hacia el trabajo individual y la participación activa en la discusión.

4.3.3 Situación de formulación - Actividad 1 Diseño 1

Los estudiantes comenzaron a pegar en la pared las piezas del material para construir el patrón que pedía la actividad, en la clase se podía notar un buen escenario, la mayoría sino es que todo el alumnado se encontraba participando y apoyándose, incluso alumnos de otros equipos si veían a un equipo un poco más lento o que estaban cometiendo un error hacían mención y los corregían.

Ex: Los equipos comenzaron a diseñar las figuras 4, 5, 7 y 10

D: Recuerden dejar un espacio en la pared para poder identificar cada diseño, también en la mesa tienen hojas y plumones para que a cada diseño le pongan el número de figura que le pertenece

Ex: Algunos integrantes fueron por hojas para nombrar las figuras que llevaban.

D: ¿Cuál diseño están haciendo equipo 2?

E1: La figura 5.

D: Entonces la figura 4 ¿Dónde la van a hacer?

E1: En la parte de abajo.

D: Equipo 1 ¿Qué más les falta, ¿qué pide la consigna?

Eq1: La figura 7.

D: Muy bien, entonces trabajen en esa figura.

D: Cómo van equipo 3.

Eq3: Vamos a iniciar con la figura 7.

D: Entre todos ayúdense y asesórense niños.

Ax: La mayoría de los equipos iniciaban el diseño de la figura 7.

D: En lo que están trabajando les voy a hacer algunas preguntas, ¿Qué logran ver en esos diseños?

Es: Que van siguiendo un patrón.

D: A qué se refieren con patrón.

Es: Que estamos siguiendo una regla de colores.

D: ¿Cómo es ese patrón en cuestión a los colores?

Es: Amarillo, naranja azul, amarillo, naranja, azul.

D: Correcto, se van repitiendo esos 3 colores, ahora ¿Que figura habíamos dicho que se formaban en este diseño?

E1: Hexágonos.

D: Otra cosa en cada figura, ¿Qué logran ver conforme a los hexágonos?

E1: Que conforme aumenta el número de figuras se va añadiendo un hexágono.

D: Muy bien, ahora yo les pregunto. ¿Cuántas piezas necesitan para formar un hexágono?

E1: Tres.

D: Bien, sigan trabajando.

Ex: Los equipos siguieron trabajando en la figura 7 y 10.

Durante los diseños se tenía pensado que los estudiantes trabajaran con los cuatro colores que tenían en material piezas rojas, amarillas, naranjas y azul; pero nos dimos cuenta que al solo mostrar tres figuras en la consigna y que solo tomaban los colores amarillo, naranja y azul la mayoría de los equipos solo hacían uso de esos tres colores como se puede apreciar de la figura 91 a la 94.

Figura 91

Equipo 1 realizando las figuras 4,5,7 y 10 de su primer diseño de azulejos



Figura 92

Equipo 2 realizando las figuras 4,5,7 y 10 de su primer diseño de azulejos



Figura 93

Equipo 3 realizando las figuras 4,5,7 y 10 de su primer diseño de azulejos



Figura 91

Equipo 1 realizando las figuras 4,5,7 y 10 de su primer diseño de azulejos



La actividad del punto 2, tenía como propósito que los estudiantes confirmen los diseños que hicieron con el material didáctico, pero ahora pasando toda esa información a la tabla

que se muestra en su hoja de trabajo. En el caso de la pregunta se espera que contesten que en cada diseño se añade un hexágono, para este punto todos los equipos lograron contestar la tabla y las primeras preguntas de la actividad como se puede ver a partir de la figura 95 a la 98.

Figura 95

Resultados equipo 1 de la primera tabla y preguntas de la actividad 1

3. Después de haber diseñado lo solicitado en los incisos contesta lo siguiente.
 ¿Cuántos hexágonos se añaden a cada diseño? 1

4. Completen la tabla a partir del número de hexágonos de cada uno

Número de figura	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15
Número de hexágonos	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15

5. Con los diseños de azulejos que ya tienen ustedes, discutan y contesten las siguientes preguntas y tabla

¿Cuántas piezas se necesitan para formar un hexágono? 3 piezas

¿Cuántas piezas se necesitaron para hacer la figura 4? 12 piezas

¿Cuántas piezas se necesitaron para hacer la figura 15? 45 p.
45 piezas, multiplicamos 15×3

¿Cuántas piezas se necesitarán si Octavio quiere hacer la figura 20? 60
60 piezas, multiplicamos 20×3

¿Cuántas piezas se necesitarán si Octavio quiere hacer la figura 50?
150 piezas, multiplicamos 50×3

Figura 96

Resultados equipo 2 de la primera tabla y preguntas de la actividad 1

3. Después de haber diseñado lo solicitado en los incisos contesta lo siguiente.
¿Cuántos hexágonos se añaden a cada diseño?
1

4. Completen la tabla a partir del número de hexágonos de cada uno

Número de figura	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15
Número de hexágonos	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15

5. Con los diseños de azulejos que ya tienen ustedes, discutan y contesten las siguientes preguntas y tabla

¿Cuántas piezas se necesitan para formar un hexágono?
3

¿Cuántas piezas se necesitaron para hacer la figura 4?
12

¿Cuántas piezas se necesitaron para hacer la figura 15?
 $3 \times 10 = 45$

¿Cuántas piezas se necesitarán si Octavio quiere hacer la figura 20?
 $3 \times 20 = 60$

¿Cuántas piezas se necesitarán si Octavio quiere hacer la figura 50?
 $3 \times 50 = 150$

Figura 97

Resultados equipo 3 de la primera tabla y preguntas de la actividad 1

4. Completen la tabla a partir del número de hexágonos de cada uno

Número de figura	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15
Número de hexágonos	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15

5. Con los diseños de azulejos que ya tienen ustedes, discutan y contesten las siguientes preguntas y tabla

¿Cuántas piezas se necesitan para formar un hexágono?
3 piezas

¿Cuántas piezas se necesitaron para hacer la figura 4?
12 piezas

¿Cuántas piezas se necesitaron para hacer la figura 15?
45 piezas

¿Cuántas piezas se necesitarán si Octavio quiere hacer la figura 20?
65 piezas

¿Cuántas piezas se necesitarán si Octavio quiere hacer la figura 50?
150 piezas

Figura 98

Resultados equipo 4 de la primera tabla y preguntas de la actividad 1

3. Después de haber diseñado lo solicitado en los incisos contesta lo siguiente.
¿Cuántos hexágonos se añaden a cada diseño?
se va añadiendo 1 hexagono a cada figura

4. Completen la tabla a partir del número de hexágonos de cada uno

Número de figura	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15
Número de hexágonos	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15

5. Con los diseños de azulejos que ya tienen ustedes, discutan y contesten las siguientes preguntas y tabla
¿Cuántas piezas se necesitan para formar un hexágono?
3
¿Cuántas piezas se necesitaron para hacer la figura 4?
12

¿Cuántas piezas se necesitaron para hacer la figura 15?
45

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 3 \\ \hline 45 \end{array}$$

¿Cuántas piezas se necesitarán si Octavio quiere hacer la figura 20?
60

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 3 \\ \hline 60 \end{array}$$

¿Cuántas piezas se necesitarán si Octavio quiere hacer la figura 50?
150

$$\begin{array}{r} 50 \\ \times 3 \\ \hline 150 \end{array}$$

En este punto de la primera parte de la actividad se pudo notar que ninguno de los equipos presentó problemas para contestar lo solicitado pues hasta el momento era solamente mencionar que conforme aumentaba la figura se iba añadiendo un hexágono y que cada hexágono estaba conformado por tres piezas. Teniendo esa información los estudiantes solo hicieron multiplicaciones para contestar las preguntas. Para la segunda parte de la actividad se pudo notar que la mayoría de los estudiantes tenían dudas sobre a que se referían con lugar de la sucesión, ya que varios equipos preguntaron a la docente y esta tuvo que intervenir.

D: La docente pasó a supervisar los resultados de los equipos que ya iban terminando y para ver los procedimientos y estrategias que estaban empleando para contestar la actividad

Eq2: Qué es un lugar de la sucesión.

D: Por ejemplo, en la figura 1 qué lugar ocupa.

E1: El uno.

E1: El primero.

D: Bien, la figura 2.

E1: El segundo.

D: La figura 3.

E1: El tercero, entonces, ¿Dependiendo el número de la figura es el lugar de la sucesión?

D: Correcto.

Otra duda que tuvieron los estudiantes fue la de ¿Cómo se obtiene el número de piezas de la figura 4 a partir de los puntos de la figura 3?, ¿Y los de la figura 5 con base en los puntos de la figura 6? Para eso la docente tuvo que hacer algunas preguntas que guiarán al alumnado a la respuesta correcta sin la necesidad de ella darle el resultado, sino que ellos con sus respuestas fueran entendiendo realmente lo que pedía la actividad.

Eq2: Maestra tenemos dudas de qué es lo que tenemos que hacer en una pregunta.

D: Léanme la pregunta.

Eq2: ¿Cómo se obtiene el número de piezas de la figura 4 a partir de los puntos de la figura 3?, ¿Y los de la figura 5 con base en los puntos de la figura 6?

D: Haber entonces ¿Cuántas piezas tienes en la figura 4?

Eq2: 12 piezas.

D: ¿Y en la figura 3?

Eq2: 9 piezas.

D: Entonces nos preguntan ¿Cómo se obtiene el número de piezas de la figura 4 a partir de los puntos de la figura 3? Si en la figura 3 sabías que tendrías 9 piezas en la figura cuatro cómo fue que dijeron que tendrían 12 piezas.

Eq1: Es que solo sumamos 3.

D: Entonces ahora solo argumenten eso en su hoja y la otra que dice ¿Y los de la figura 5 con base en los puntos de la figura 6?

Eq2: Ahora es restando 3.

D: Correcto.

La figura 99 y 100 nos muestran algunas de las respuestas que presentaron los estudiantes a la segunda parte de la actividad 1 y de igual modo se explicarán algunos de los errores que estuvieron presentando parte de los equipos.

Figura 99

Resultados equipo 1 de la segunda tabla y preguntas de la actividad 1.

Ahora contesta la tabla dependiendo del número de piezas de cada figura

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 10	Figura 12	Figura 15
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15
Número de piezas	3	6	9	12	15	18	21	30	36	45

¿Cómo se obtiene el número de piezas de la figura 4 a partir de los puntos de la figura 3?
 ¿Y los de la figura 5 con base en los puntos de la figura 6?
se le agrega el tres al anterior

2. Escribe un procedimiento para obtener el número de piezas de cualquier figura a partir del número de piezas de la figura que ocupa el lugar anterior.
Número Anterior + 3 = siguiente Número

Figura 100

Resultados equipo 2 de la segunda tabla y preguntas de la actividad 1

Ahora contesta la tabla dependiendo del número de piezas de cada figura

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 10	Figura 12	Figura 15
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15
Número de piezas	3	6	9	12	15	18	21	30	36	45

¿Cómo se obtiene el número de piezas de la figura 4 a partir de los puntos de la figura 3?
 ¿Y los de la figura 5 con base en los puntos de la figura 6?
sumamos sumando 3 y restando 3.

2. Escribe un procedimiento para obtener el número de piezas de cualquier figura a partir del número de piezas de la figura que ocupa el lugar anterior.
sumando 3 a la figura anterior

Los equipos 1 y 2 contestaron de manera correcta la segunda tabla de la actividad, al igual que la pregunta de cómo obtener el número de piezas de la figura 4 a partir de la figura 3 y los de la figura 5 con base a los puntos de la figura 6. Pero algo que pudimos notar es que el procedimiento para obtener el número de piezas de cualquier figura en estos equipos fue algo parecido. En su caso el equipo 1 lo representó como número anterior + 3 = siguiente número, mientras que el equipo 2 lo planteó como sumando 3 a la figura anterior. La respuesta es correcta, aunque en el caso que a los estudiantes les pregunten sobre alguna figura como la 40 pero no tienen la respuesta de la figura anterior en este caso sería un poco difícil para ellos. Pero como mencionamos al principio estas son buenas respuestas para dar inicio a los conceptos de patrones y sucesiones, éstas eran algunas de las respuestas que se tenían esperadas por parte de los alumnos pues aún no conocen de

las expresiones algebraicas y lo más usual es que ellos traten de dar procedimientos comunes.

Los resultados de la tabla son correctos por parte del equipo 3 (figura 101) y de igual manera nos pudimos dar cuenta que lograron entender cómo es que podían obtener el número de piezas de ciertas figuras si era consecuente sumaban solo 3 piezas más, pero si era una figura antecedente a la que querían saber el número de piezas entonces iban restando. Por otra parte, el equipo 4 logró escribir un correcto procedimiento para poder obtener el número de piezas de cualquier figura aquí ellos usaron un poco de lenguaje común pero su respuesta fue correcta y ya lograban tener una idea de las sucesiones (figura 102).

Figura 101

Resultados equipo 3 de la segunda tabla y preguntas de la actividad 1

Ahora contesta la tabla dependiendo del número de piezas de cada figura

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 10	Figura 12	Figura 15
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15
Número de piezas	3	6	9	12	15	18	21	30	36	45

¿Cómo se obtiene el número de piezas de la figura 4 a partir de los puntos de la figura 3?
 ¿Y los de la figura 5 con base en los puntos de la figura 6?

sumando 3 piezas
 Restar 3 piezas

2. Escribe un procedimiento para obtener el número de piezas de cualquier figura a partir del número de piezas de la figura que ocupa el lugar anterior.

Multiplicar 3 por el número de lugar en la sucesión

Figura 102

Resultados equipo 4 de la segunda tabla y preguntas de la actividad 1

Ahora contesta la tabla dependiendo del número de piezas de cada figura

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 10	Figura 12	Figura 15
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	6	7	10	12	15
Número de piezas	3	6	9	12	15	18	21	30	36	45

¿Cómo se obtiene el número de piezas de la figura 4 a partir de los puntos de la figura 3?
 ¿Y los de la figura 5 con base en los puntos de la figura 6?

sumando 3 y restando 3

2. Escribe un procedimiento para obtener el número de piezas de cualquier figura a partir del número de piezas de la figura que ocupa el lugar anterior.

sumando cualquier número por 3

$$\begin{array}{r} 12 \\ 3 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 3 \\ \hline 39 \end{array}$$

Para esta actividad nos pudimos dar cuenta que el equipo 4 tenía una idea correcta de que era lo que se tenía que hacer solamente que no lo lograron explicar de la misma manera. Cuando la docente se dirigió a ese equipo ellos expresaban que cada que multiplicaban el número de la figura por 3 les daba el número de piezas que necesitaban que prácticamente esto es decir "multiplicar el lugar de la sucesión

por 3" pero al momento de ellos plasmarlo a la hoja escribieron como suman cualquier número por 3.

Hasta este punto de la actividad al estar analizando las hojas de cada equipo pudimos notar que la mayoría de los estudiantes tenían una idea de los conceptos que se estaban trabajando, no presentaron tantos problemas y las dudas que tenían rápidamente se las decían a la docente para que pudiera asesorarlos. Es importante resaltar que el equipo 4 sí hablaba de una solución correcta, pero no logró hacerlo de forma escrita.

A partir de la tabla 33 a la 36 se muestran los aciertos asignándole un valor dependiendo el aspecto a calificar que tuvieron los equipos en esta actividad. En general los primeros 6 ejercicios son resueltos de forma correcta por todos, el ejercicio 7 solamente un equipo obtuvo un error.

Tabla 33

Lista de cotejo de los resultados de la actividad 1 Diseño 1 Equipo 1

ASPECTOS	PUNTOS	OBSERVACIONES
El equipo usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el cuarto y quinto término del diseño 1 de la actividad 1 (2 puntos)	2	Lo hicieron de manera correcta y trabajaron de manera grupal
El equipo usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el séptimo término del diseño 1 de la actividad 1 (1 punto)	1	El material fue usado de manera correcta y pudieron diseñar correctamente la figura 7
El equipo usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el décimo término del diseño 1 de la actividad 1 (1 punto)	1	El material fue usado de manera correcta y pudieron diseñar correctamente la figura 10
El equipo pudo identificar que para cada figura se agregaba un hexágono (1 punto)	1	Lo pudieron identificar de manera rápida
El equipo completó de manera correcta la tabla referente al número de hexágonos y las preguntas del punto 5 (2.5 puntos)	2.5	Sus resultados fueron los correctos y desempeñaron un buen trabajo grupal al argumentar sus resultados
El equipo completó de manera correcta la tabla referente al número de piezas para cada figura y usó una estrategia para	1.5	La estrategia que plantearon no era la más eficaz pues en caso de no tener la figura consecuente no podrían usar ese procedimiento.

describir el número de piezas de cualquier figura (2.5 puntos)		
TOTAL	9	

Tabla 34

Lista de cotejo de los resultados de la actividad 1 Diseño 1 Equipo 2

ASPECTOS	PUNTOS	OBSERVACIONES
El equipo usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el cuarto y quinto término del diseño 1 de la actividad 1 (2 puntos).	2	El equipo trabajo de manera colaborativa y sus resultados fueron correctos.
El equipo usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el séptimo término del diseño 1 de la actividad 1 (1 punto).	1	El equipo uso y diseño de manera correcta la figura 7 del primer diseño de la actividad 1.
El equipo usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el décimo término del diseño 1 de la actividad 1 (1 punto).	1	El equipo uso y diseño de manera correcta la figura 10 del primer diseño de la actividad 1.
El equipo pudo identificar que para cada figura se agregaba un hexágono (1 punto).	1	Lo pudieron identificar de manera rápida.
El equipo completó de manera correcta la tabla referente al número de hexágonos y las preguntas del punto 5 (2.5 puntos).	2.5	Sus resultados y procedimientos fueron los correctos para la actividad.
El equipo completó de manera correcta la tabla referente al número de piezas para cada figura y usó una estrategia para describir el número de piezas de cualquier figura (2.5 puntos).	1.5	La tabla la pudieron contestar fácilmente, pero al momento de diseñar su procedimiento la estrategia que plantearon no era la más eficaz pues en caso de no tener la figura consecuente no podrían usar ese procedimiento.

TOTAL	9	
-------	---	--

Tabla 35

Lista de cotejo de los resultados de la actividad 1 Diseño 1 Equipo 3

ASPECTOS	PUNTOS	OBSERVACIONES
El equipo usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el cuarto y quinto término del diseño 1 de la actividad 1 (2 puntos).	2	Lo hicieron de manera correcta y trabajaron de manera grupal.
El equipo usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el séptimo término del diseño 1 de la actividad 1 (1 punto).	1	El material fue usado de manera correcta y lograron representar la figura 7.
El equipo usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el décimo término del diseño 1 de la actividad 1 (1 punto).	1	El material fue usado de manera correcta y lograron representar la figura 10.
El equipo pudo identificar que para cada figura se agregaba un hexágono (1 punto).	1	Lo hicieron de manera correcta.
El equipo completó de manera correcta la tabla referente al número de hexágonos y las preguntas del punto 5 (2.5 puntos).	2.5	Sus resultados fueron correctos tanto en la tabla como en las preguntas.
El equipo completó de manera correcta la tabla referente al número de piezas para cada figura y usó una estrategia para describir el número de piezas de cualquier figura (2.5 puntos).	2.5	El resultado que realizó el equipo fue el correcto y a pesar de no representarlo como una expresión algebraica lograron dar a entender su estrategia.
TOTAL	10	

Tabla 36

Lista de cotejo de los resultados de la actividad 1 Diseño 1 Equipo 4

ASPECTOS	PUNTOS	OBSERVACIONES
----------	--------	---------------

El equipo usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el cuarto y quinto término del diseño 1 de la actividad 1 (2 puntos).	1	El material fue utilizado por el equipo, pero no siguieron el patrón correcto de los colores al estar diseñando las figuras faltantes.
El equipo usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el séptimo término del diseño 1 de la actividad 1 (1 punto).	0.5	El material fue utilizado por el equipo, pero no siguieron el patrón correcto de los colores al estar diseñando las figuras faltantes.
El equipo usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el décimo término del diseño 1 de la actividad 1 (1 punto).	0.5	El material fue utilizado por el equipo, pero no siguieron el patrón correcto de los colores al estar diseñando las figuras faltantes.
El equipo pudo identificar que para cada figura se agregaba un hexágono (1 punto).	1	Lo hicieron de manera correcta.
El equipo completó de manera correcta la tabla referente al número de hexágonos y las preguntas del punto 5 (2.5 puntos).	2.5	Sus resultados y procedimientos fueron correctos y trabajaron de manera grupal.
El equipo completó de manera correcta la tabla referente al número de piezas para cada figura y usó una estrategia para describir el número de piezas de cualquier figura (2.5 puntos).	1	Los resultados de la tabla fueron los correctos, pero al momento de escribir su procedimiento para saber el número de piezas de cualquier figura no cumplía con lo solicitado.
TOTAL	6.5	

4.3.4 Situación de formulación. El milieu Actividad 1 Diseño 1

El milieu que se presenta en la situación de formulación descrita es el siguiente:

- El entorno físico es un aula donde los estudiantes trabajan en la construcción de patrones utilizando piezas de material.
- Se observa un escenario favorable donde la mayoría de los estudiantes están participando y apoyándose mutuamente.
- Los equipos de estudiantes trabajan de forma colaborativa en el diseño de las figuras solicitadas en la actividad.
- Se fomenta la comunicación y la interacción entre los equipos, ya que incluso los estudiantes de otros equipos brindan ayuda y correcciones a aquellos que lo necesitan.

- La docente ofrece instrucciones específicas y brinda orientación a los equipos durante el proceso.
- Los estudiantes utilizan hojas y plumones para etiquetar los diseños en la pared y asegurarse de identificar cada figura correctamente.
- La docente realiza preguntas a los equipos para verificar su comprensión de las consignas y promover el razonamiento matemático.
- Se generan discusiones sobre los patrones observados en los diseños, como la secuencia de colores y la formación de hexágonos.
- Los estudiantes resuelven preguntas relacionadas con el número de piezas y el lugar de la sucesión en los diseños.
- Algunos equipos presentan dudas sobre conceptos como el lugar de la sucesión y cómo obtener el número de piezas de una figura a partir de la figura anterior.
- La docente guía a los estudiantes a través de preguntas para que reflexionen y encuentren respuestas por sí mismos.
- Se revisan los resultados y procedimientos de los equipos y se brinda retroalimentación.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica incluye un entorno colaborativo y participativo, interacciones entre los equipos de estudiantes, apoyo mutuo, comunicación efectiva, orientación docente, reflexión sobre patrones y sucesiones, y la resolución de problemas matemáticos.

4.3.5 Situación de validación – Actividad 1 Diseño 1

A continuación, analizaremos cómo fue que se dieron las explicaciones por parte de los equipos, que a pesar de que se quería que cada equipo pasara a describir sus resultados por cuestiones de tiempo mejor se decidió por dejar que entre los jefes de equipos representarán algunas de las respuestas de cada una de las actividades. La docente se encargaba de hacer algunas preguntas para que explicaran los procedimientos que siguieron.

Para el punto dos de la actividad que solicitaba que en equipos y con el material que se les asignó elaboraran las figuras 4, 5, 7 y 10 los resultados por equipos se pueden apreciar a partir de la figura 103 a la 106.

Figura 103

Resultados equipo 1 de las figuras 4, 5, 7 y 10



Figura 104

Resultados equipo 2 de las figuras 4, 5, 7 y 10



Figura 105

Resultados equipo 3 de las figuras 4, 5, 7 y 10



Figura 106

Resultados equipo 4 de las figuras 4, 5, 7 y 10



Como se mencionó anteriormente solamente el equipo 4 no siguió correctamente el patrón en algunos de sus diseños pues se esperaba que los estudiantes solo usaran amarillo, naranja, azul y así sucesivamente pero el patrón que siguieron fue un poco diferente y al momento que se dieron cuenta ya era un poco tarde, razón por la que se optó que así dejaran sus figuras. Algo que pudimos notar durante la aplicación de la situación didáctica fue que los estudiantes se mostraban activos, la mayoría quería pasar al pizarrón y explicar sus procedimientos incluso en algunas ocasiones los jefes permitían que otro de sus integrantes pasara a explicar sus respuestas. En el siguiente registro se muestra cómo fue que se dio el inicio de la situación de validación

D: Al terminar el tiempo establecido para que contestarán el resto de la actividad la docente prendió el proyector para que cada jefe de equipos pasara a presentar sus respuestas.

D: Los jefes de equipo pasen al pizarrón por favor.

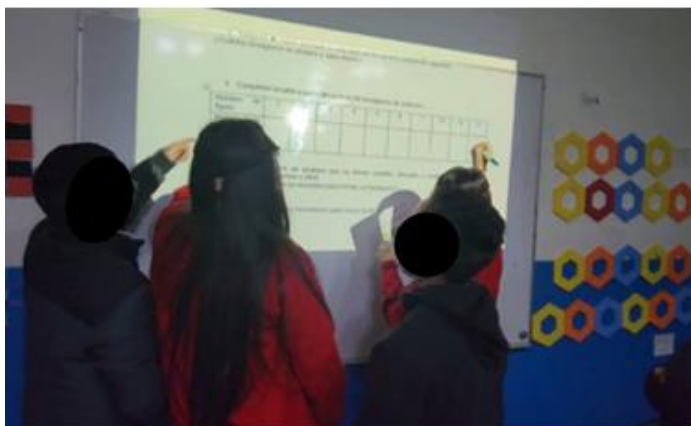
Ex: Los jefes fueron pasando y se le entregó un marcador a cada uno (figura 107).

D: Primero van a completar la tabla y las preguntas del punto 3,4 y 5, se pueden ayudar.

Ex: Cada equipo participaba en la actividad.

Figura 107

Jefes de grupo apuntando sus resultados en el pizarrón para los puntos 3, 4 y 5



Referente a la pregunta del punto 3,4 y 5 de la actividad los estudiantes argumentaron lo siguiente:

E1: Completen la tabla a partir del número de hexágonos de cada uno.

D: Entonces cuántos hexágonos había en la figura 1.

Es: Uno.

D: En la figura 2.

Es: Dos.

D: En la figura 3.

Es: Tres.

D: ¿Qué relación encontraron?

Es: Conforme aumenta la figura se añade un hexágono.

D: Correcto, hasta aquí alguna duda o batallaron.

Es: No.

D: Cuántas piezas se necesitan para formar un solo hexágono.

Es:3.

D: Correcto, ahora nos dicen cuántas piezas se necesitan para hacer la figura 4.

E1: 12.

D: Cómo fue qué obtuviste ese resultado.

E1: Multiplicando 4×3 .

En la primera parte de la actividad nos dimos cuenta que todos los equipos compartían las mismas respuestas y que hasta el momento no habían tenido dificultades con lo solicitado

en la consigna así que la docente decidió dar comienzo con la segunda parte de la actividad surgiendo los siguientes diálogos:

D: Correcto ahora pasemos a nuestra segunda hoja a contestar el resto de las preguntas y la segunda tabla, igual que pasen los representantes de cada equipo o si quieren dejar que pase otro de sus compañeros también se puede.

Ax: Los estudiantes pasaron al pizarrón a completar lo solicitado.

D: Siguiendo con la actividad nos preguntan ¿Cuántas piezas se necesitaron para hacer la figura 15?, ustedes escribieron que 45 piezas explíquenme ese procedimiento.

E1: Multiplicando 15×3 porque son las piezas que se necesitan para cada hexágono.

D: En la pregunta ¿Cuántas piezas se necesitarán si Octavio quiere hacer la figura 20?

E1: Ahí son 60 piezas multiplicamos 20×3 .

D: La tabla que nos dice.

E1: Que el número de piezas conforme el número de figura va de 3 en 3.

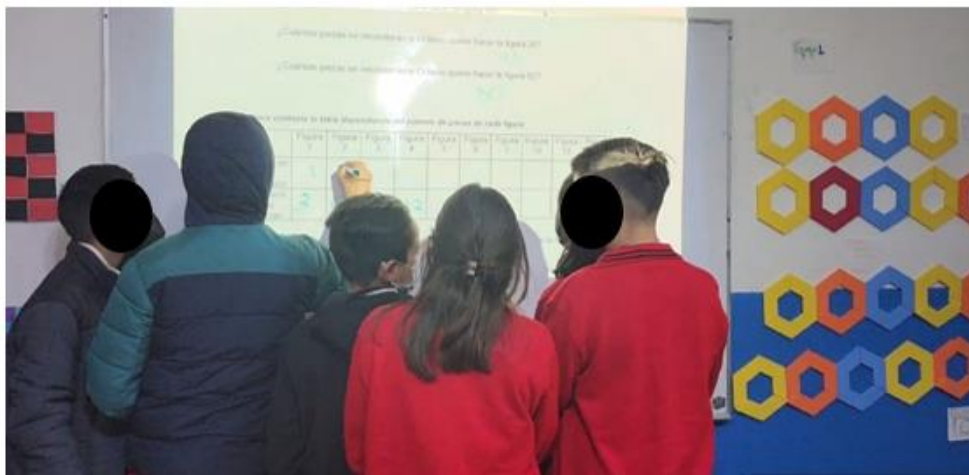
D: Bien y que dijimos que era el lugar de la sucesión.

E1: La posición en la que se encontraba cada figura.

Para la segunda parte de la actividad pudimos notar que más estudiantes quisieron pasar al frente del pizarrón y ayudar a sus compañeros a apuntar sus resultados (figura 108) y explicar los procedimientos que habían seguido, también se pudo notar que la mayoría de los estudiantes utilizaron el mismo procedimiento de ir multiplicando el lugar de la sucesión por tres.

Figura 108

Estudiantes escribiendo sus resultados de la segunda hoja de la actividad



Para terminar con la actividad 1 los últimos dos ejercicios dieron paso a los siguientes diálogos:

D: Finalmente la pregunta que nos dice ¿Cómo se obtiene el número de piezas de la figura 4 a partir de los puntos de la figura 3?, ¿Y los de la figura 5 con base en los puntos de la figura 6? Que pusieron ustedes.

E1: Que en el caso de querer saber la figura 4 teniendo la figura 3 entonces se va a sumar 3 piezas más, pero si tenemos la figura 6 y queremos saber la figura 5 entonces tendremos que restar 3 piezas.

D: El último punto nos dice escribe un procedimiento para obtener el número de piezas de cualquier figura a partir del número de piezas de la figura que ocupa el lugar anterior. En la figura 109 se puede ver como pasaron los representantes de cada equipo para apuntar su procedimiento.

Eq1: El número de piezas de la figura anterior + 3 = Número de piezas de la figura siguiente.

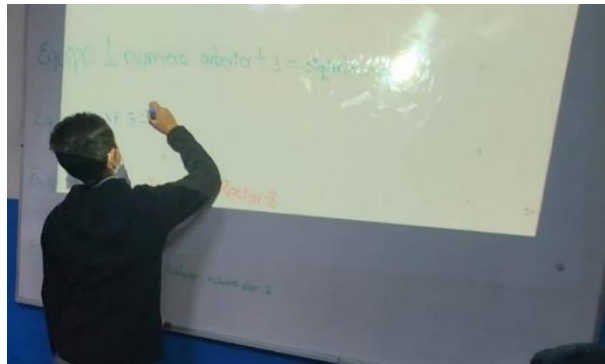
Eq2: $x+3 =$ siguiente número (x representa el número de piezas de la figura anterior).

Eq3: Sumarle 3 piezas más de la figura anterior.

Eq4: Sumar por cualquier número por 3.

Figura 109

Cada equipo escribiendo el procedimiento que crearon para obtener el número de piezas de cualquier figura a partir del número de piezas de la figura que ocupa el lugar anterior.



En general se observó cómo los estudiantes validaron tanto en equipo, como en forma grupal y se logró que un equipo propusiera una expresión algebraica correcta, aunque la forma en que la expresó fue con un lenguaje común, pero para dar inicio a la primera actividad consideramos que parte de los resultados que se tuvieron de los estudiantes fue muy bueno y que nos sirvió para lograr hacer buenos análisis. También como la docente frente a grupo puedo decir que los estudiantes realmente estuvieron en un papel de compartir conocimientos y experiencias.

4.3.6 Situación de validación. El milieu Actividad 1 Diseño 1

El milieu que se presenta en la situación de validación descrita es el siguiente:

- El entorno físico es un aula donde se lleva a cabo una presentación de resultados por parte de los equipos de estudiantes.
- La docente organiza la presentación y permite que los jefes de equipo representen algunas de las respuestas de cada actividad.

- Se promueve la participación activa de los estudiantes, ya que tienen la oportunidad de explicar sus procedimientos y resultados frente a sus compañeros.
- Se establece un ambiente de colaboración y apoyo mutuo, donde los estudiantes pueden ayudarse entre sí durante la presentación.
- La docente realiza preguntas para que los estudiantes expliquen sus procedimientos y razonamientos.
- Los estudiantes comparten sus respuestas y procedimientos, mostrando comprensión de los patrones y sucesiones en los diseños.
- Se enfatiza el uso de multiplicaciones y sumas para calcular el número de piezas en las figuras.
- Los estudiantes muestran habilidades de comunicación y argumentación al expresar sus respuestas y justificar sus procedimientos.
- Se realiza una discusión sobre el lugar de la sucesión y se aclaran dudas sobre la relación entre las figuras y el número de piezas.
- Los estudiantes participan activamente en el registro de los procedimientos y respuestas en el pizarrón.
- La docente destaca los procedimientos correctos y promueve la comprensión de las expresiones algebraicas.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica incluye un entorno participativo y colaborativo, interacciones entre los equipos de estudiantes, comunicación efectiva, presentación de resultados, explicación de procedimientos, resolución de problemas matemáticos, discusión y aclaración de conceptos, y el uso de multiplicaciones y sumas para calcular el número de piezas en los diseños.

4.3.7 Situación de institucionalización Actividad 1 – Diseño 1

Para dar cierre a la actividad la docente consideró pertinente retomar parte de los conceptos que los estudiantes decían que se estaban trabajando y preguntarles que entendían ellos o cómo es que los definirían y posterior a eso decidió dar el concepto formal para que también lo pudieran tener presente en sus hojas de trabajo.

D: Ahora retomemos los conceptos que estuvimos viendo con la actividad niños, ustedes cómo definirían un patrón.

E1: Es una sucesión de figuras, números o colores.

D: Es valida esa respuesta, pero ahora escriban en sus cuadernos para que todos tengan la misma definición. Los patrones geométricos son figuras geométricas de una misma forma que se repiten constantemente, que quiere decir eso. Si analizamos sus diseños con que color iniciaban (figura 110).

E1: Un hexágono amarillo.

D: Después.

E1: Un hexágono naranja.

D: Luego.

E1: Un hexágono azul.

D: Correcto entonces el patrón se iba repitiendo sucesivamente, también se mencionaron las sucesiones, ustedes saben qué son las sucesiones, o cómo las definirían (figura 111 y 112).

E1: Es seguir un patrón.

D: Si bueno las sucesiones son un conjunto ordenado de números, cada uno de ellos es denominado término, la docente finalizó la clase escribiendo en el pizarrón lo siguiente.

Una sucesión es una función cuyo dominio es el conjunto \mathbb{N} de todos los números naturales: al número natural $n \in \mathbb{N}$ le corresponde el n -ésimo término de la sucesión.

Figura 110

Docente explicando los conceptos de sucesión y patrón geométrico.

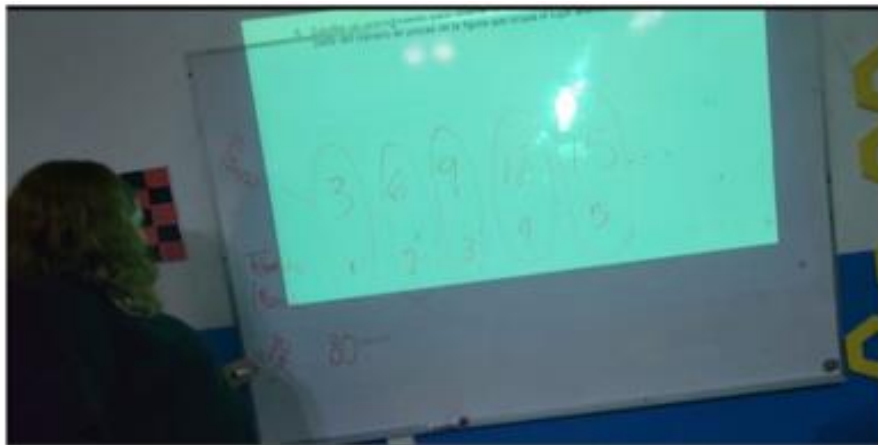


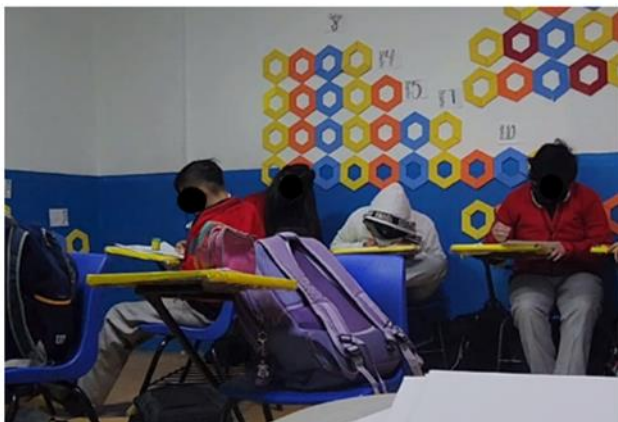
Figura 111

Docente explicando los conceptos de sucesión y patrón geométrico.



Figura 112

Alumnado escribiendo los conceptos



La clase finalizó con los conceptos de patrón geométrico y sucesión, fue bueno el ver que parte de los estudiantes tenían una pequeña noción de estos conceptos también se decidió hacer uso del pizarrón para que usando los datos de la sucesión de la segunda tabla los estudiantes pudieran entender la relación que tenía el lugar de la sucesión con el número de piezas para las distintas figuras del diseño.

4.3.8 Situación de Institucionalización. El milieu Actividad 1 Diseño 1

El milieu que se presenta en la situación de institucionalización descrita es el siguiente:

- El entorno físico es un aula donde se lleva a cabo el cierre de la actividad.
- La docente retoma los conceptos trabajados durante la actividad y pregunta a los estudiantes cómo ellos definirían un patrón y una sucesión.
- Se fomenta la participación de los estudiantes, quienes ofrecen sus definiciones y comprensión de los conceptos.
- La docente guía a los estudiantes a escribir en sus cuadernos una definición común de patrón y les proporciona una definición formal de sucesión.
- Se establece una conexión entre los diseños de los estudiantes y los conceptos de patrón y sucesión, utilizando el ejemplo del patrón de colores en los hexágonos.
- La docente finaliza la clase escribiendo la definición formal de sucesión en el pizarrón.
- Se utiliza el pizarrón como herramienta visual para mostrar la relación entre el lugar de la sucesión y el número de piezas en las figuras del diseño.
- Se busca que los estudiantes comprendan la relación entre los conceptos de sucesión y número de piezas a través de la visualización de la segunda tabla.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica incluye un entorno de cierre de la actividad, interacciones entre la docente y los estudiantes, participación activa de los estudiantes al definir conceptos, uso de cuadernos y pizarrón como recursos de aprendizaje, conexión entre los diseños de los estudiantes y los conceptos de patrón y sucesión, y la presentación de una definición formal de sucesión.

4.3.9 Devolución Actividad I Diseño I

Para la primera actividad de la situación didáctica podemos rescatar la capacidad de los estudiantes para identificar y construir patrones geométricos utilizando material didáctico tangible de colores. También lograron reconocer las regularidades y repeticiones en la secuencia. Una estrategia que implementaron al momento de pegar sus diseños en la pared fue primero seleccionar por colores cada una de sus piezas.

Pudimos valorar el logro de los estudiantes al llegar al quinto término del patrón geométrico pues todos los equipos lograron construir los términos cuatro, cinco, siete y diez del primer diseño.

Se puede elogiar la capacidad de los estudiantes para trabajar en equipo, compartir ideas y participar en discusiones sobre los patrones construidos. Se apreció una gran participación e interés por parte del alumnado a lo que fue el material didáctico tangible, incluso se mostraban más activos a diferencia de otras clases.

Los estudiantes lograron expresar en cada uno de sus equipos las estrategias que consideraban más pertinentes, así como cuestionarse si realmente estaban realizando los diseños que solicitaba la consigna de manera correcta. Lo anterior evidencia que el estudiantado aceptó la responsabilidad de la situación didáctica cedida por la profesora.

4.3.10 El contrato didáctico Actividad I Diseño I

Objetivo: La primera actividad tenía la intención de que los estudiantes comprendan y apliquen los conceptos de sucesiones y patrones geométricos.

Contenido: Analizar diseños, figuras e identificar patrones de crecimiento, realizar representaciones en tablas y establecer relaciones entre los términos de la sucesión.

La primera regla que se logró fue darles a los estudiantes un tiempo para que lean y comprendan la actividad, también se les proporcionó el material necesario.

La docente estableció preguntas para verificar la comprensión de los estudiantes, como: "¿Qué logran ver en el diseño 1?", "¿Qué figura se forma en los azulejos?" y "¿Qué dicen los incisos de la actividad 1?" Para eso los estudiantes en equipos empezaron a implementar ciertas estrategias para poder llevar a cabo la actividad.

Una vez que los estudiantes tenían su material comenzaron a trabajar en la actividad. Los primeros incisos de la actividad tenían como propósito que los estudiantes representen ciertos términos de la sucesión. Los estudiantes comenzaron a platicar en equipos y llevar a cabo distintos procedimientos y estrategias para poder representar el tercer y cuarto término.

Otra estrategia que desarrollaron fue el de ir pegando los diseños de sus patrones en la pared para posteriormente completar los datos en la consigna. En el punto 2 de la actividad

los estudiantes pasaron la información de los diseños al formato de una tabla. En el punto 3, los equipos identificaron otra sucesión dentro del primer diseño de azulejos.

El uso de la tabla les permitió escribir el número de piezas de cada figura. Los estudiantes pudieron concluir con ayuda del material didáctico tangible que a partir de la figura 3 pueden obtener el número de piezas que ocuparán para la figura 4 sumando 3 piezas más, y para la figura 5 restando 3 piezas. Por último, los equipos escogieron las respuestas más coherentes y un integrante de cada equipo pasaba a escribir las respuestas y argumentaba los procedimientos utilizados.

El periodo de tiempo en el que se realizó la actividad fue en dos sesiones de 50 minutos y la evaluación fue con las consignas, los diseños con materiales didácticos tangibles y los resultados de las tablas en el proyector.

4.4 Actividad 1 Diseño 2

El propósito de nuestra primera actividad era que los estudiantes al tener una noción de patrón geométrico y sucesión ahora realizaran el segundo diseño de azulejos formado por patrones geométricos de triángulos curvos localizando el número de piezas que necesitarían el cuarto y quinto termino.

4.4.1 Situación acción - Actividad 1 Diseño 2

Para dar inicio a la clase la docente hizo entrega del segundo diseño referente a la actividad 1 y les pidió a los estudiantes que se incorporaran en sus equipos, también que de manera individual hicieran lectura a la consigna (figura 113).

D: Ya les entregué la hoja con la que vamos a estar trabajando el día de hoy y mañana y les di el tiempo necesario para leer. Entonces que nos dice la actividad.

E1: El día de hoy le llegó a Octavio un nuevo diseño de azulejos, ayúdalo a realizar las figuras faltantes.

D: Si recuerdan estuvimos trabajando con el primer diseño y ahora por fin nos muestran el segundo diseño, ¿qué les pide la actividad?

E1: Realizar la figura 4 y 5.

D: En la hoja les muestra alguna figura para que se den una idea del diseño o no muestra nada.

E1: Si la figura 1, 2 y 3.

D: ¿Qué logran ver en esas figuras niños?

E1: Se ven como triángulos.

D: Y que colores se ven ahora.

E1: Rojo, naranja y amarillo.

D: Saben cómo se le llama a la figura que tenemos ahora.

Es: Triángulo.

Figura 113

Los estudiantes por equipos dando lectura a la actividad



Los estudiantes se mostraron positivos al momento de leer la actividad, participaban cada que la docente hacía preguntas y no era necesario que se dirigiera directamente a un estudiante pues varios querían participar, al terminar de comentar sobre la actividad la docente les mencionó que ahora podían ir por el material didáctico que se encontraba en las cajas y que comenzaran con los diseños solicitados (figura 114 y 115).

D: Recibe el nombre de triángulo curvo. Ahora pasen por el material necesario para realizar las figuras 4 y 5 del segundo diseño de la actividad por favor.

Ex: Los estudiantes pasaron a recoger el material y dieron inicio a los diseños de las figuras 4 y 5.

D: Acuérdense de ver bien las primeras tres figuras para poder elaborar de una manera más fácil la figura 4 y 5.

Ex: Entre los equipos se acomodaban para algunos elaborar la figura 4, otros la figura 5 y algunos ponían el pegamento a cada una de las piezas.

Figura 114

Estudiantes recogiendo parte del material para el diseño 2 de la actividad 1.



Figura 115

Estudiantes clasificando por colores su material



4.4.2 Situación de acción – El milieu – Actividad 1 Diseño 2

El milieu que se presenta en la situación de acción descrita es el siguiente:

- El entorno físico es un aula donde se lleva a cabo la clase.
- La docente entrega a los estudiantes el segundo diseño de azulejos y les indica que se organicen en sus equipos.
- Se da tiempo a los estudiantes para que lean la consigna de manera individual y se familiaricen con la actividad.
- La docente realiza preguntas a los estudiantes para que compartan sus interpretaciones y comprensión de la actividad.
- Los estudiantes participan activamente al responder las preguntas y expresar sus observaciones sobre el diseño y los colores en las figuras anteriores.
- Se fomenta la colaboración entre los equipos de estudiantes al permitirles recoger el material necesario para realizar las figuras 4 y 5 del segundo diseño.
- Los estudiantes se organizan dentro de los equipos y comienzan a trabajar en los diseños, teniendo en cuenta las figuras anteriores como referencia.
- Se observa un ambiente de trabajo donde los equipos se acomodan y se distribuyen las tareas, algunos elaborando la figura 4, otros la figura 5 y algunos aplicando la cinta a las piezas.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica incluye un entorno de aula, interacciones entre la docente y los estudiantes, participación activa de los estudiantes en la lectura y comprensión de la consigna, colaboración entre los equipos, utilización de material didáctico, observación y aplicación de conocimientos previos para realizar los diseños de las figuras.

4.4.3 Situación de formulación - Actividad 1 Diseño 2

Al tener el material los estudiantes comenzaron a pegar las piezas en la pared (figura 116-119) y la docente aprovecho ese momento para hacerles algunas preguntas, se pudo notar que todos los estudiantes se encontraban trabajando, algunos iban por el material y lo clasificaban, otros recortaban pedazos de cinta y comenzaban a pegar las distintas piezas siguiendo el patrón.

D: Con qué color se inició niños.

Eq1: Con el rojo.

D: Correcto, entonces ¿tendrán que seguir qué cosa?

E1: El patrón del nuevo diseño.

Eq4: Maestra entonces para cada uno va aumentando de 6 en 6.

D: Porqué lo dicen.

Eq4: En la primera figura solo tenían 6 piezas, en la segunda figura continuaron con 12 y en la tercera hay 18 piezas, entonces en la cuarta figura tendremos 24 piezas y en la quinta figura serían 30 piezas.

D: Correcto entonces vayan trabajándolo.

D: Igual que el primer diseño asígnenle con una hoja el nombre de cada figura ahora que terminen.

Eq2: Maestra entonces cada fila es de 6 en 6.

D: Si lo pueden representar de esa manera.

Eq1: Maestra ya terminamos la figura 4, son 24 piezas porque conforme aumenta la figura se aumentan 6 piezas.

D: Muy bien, fue lo que descubrieron ahorita.

Eq1: Si.

D: Continúen con la figura 5.

Eq4: Maestra ya terminamos la figura 5.

D: Correcto, si les sobraron piezas vayan a entregarlas a la caja.

Eq4: Listo ahora si ya terminamos.

D: Bien, guarden el resto, limpien su espacio y comiencen a contestar la hoja que les entregue.

Figura 116

Equipo 1 realizando las figuras 4 y 5 de su segundo diseño de azulejos



Figura 117

Equipo 2 realizando las figuras 4 y 5 de su segundo diseño de azulejos



Figura 118

Equipo 3 realizando las figuras 4 y 5 de su segundo diseño de azulejos



Figura 119

Equipo 4 realizando las figuras 4 y 5 de su segundo diseño de azulejos



La actividad del punto 2, tiene como propósito que los estudiantes confirmen los diseños que hicieron con el material didáctico, pero ahora pasando toda esa información a la tabla que se muestra en su hoja de trabajo. En el caso de la pregunta se espera que contesten que en la serie no puede haber una figura con 32 piezas ya que la sucesión va de 6 en 6 y 32 no es múltiple de 6. En las figuras 120 a la 123 mostramos las respuestas de los cuatro equipos para después argumentar sobre sus resultados.

Figura 120

Resultados equipo 1 de la tabla y preguntas de la actividad 1 diseño 2

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 8	Figura 9
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de piezas	6	12	18	24	30	36	42	48	54

¿En la serie puede haber una figura con 32 piezas? Expliquen sus respuestas.
No porque es impar y la tabla del 6

Escriban una regla con la que puedas obtener el número de piezas de una figura según el lugar que ocupa.
 $6 \times n = 6n$

Figura 121

Resultados equipo 2 de la tabla y preguntas de la actividad 1 diseño 2

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 8	Figura 9
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de piezas	6	12	18	24	30	36	42	48	54

¿En la serie puede haber una figura con 32 piezas? Expliquen sus respuestas
no, Por que lleva un orden

Escriban una regla con la que puedas obtener el número de piezas de una figura según el lugar que ocupa.
 $6 \times n = \text{número del lugar de la sucesión}$

Figura 122

Resultados equipo 3 de la tabla y preguntas de la actividad 1 diseño 2

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 8	Figura 9
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de piezas	6	12	18	24	30	36	42	48	54

¿En la serie puede haber una figura con 32 piezas? Expliquen sus respuestas
de 6 en 6 x porque tienen un orden

Escriban una regla con la que puedas obtener el número de piezas de una figura según el lugar que ocupa.
 $6 \times 3, 4 \text{ y } 5$

Figura 123

Resultados equipo 4 de la tabla y preguntas de la actividad 1 diseño 2

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 8	Figura 9
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de piezas	6	12	18	24	30	36	42	48	54

¿En la serie puede haber una figura con 32 piezas? Expliquen sus respuestas
No quedaria incompleta o sobrarian 2 piezas que no sirven para absolutamente nada

Escriban una regla con la que puedas obtener el número de piezas de una figura según el lugar que ocupa.
 $\text{sumando } 6 \times 6 \times 3 = 30$

Como se puede ver todos los equipos contestaron de manera correcta la tabla y a simple vista pudieron notar que la sucesión era de 6 en 6, en las preguntas la que se refería a ¿En la serie puede haber una figura con 32 piezas? Los estudiantes argumentaban que la sucesión tenía un orden y ese orden era de 6 en 6, también lo argumentaron como que era seguir la tabla del 6 lo cual son respuestas correctas (Validación).

D: Les quedan 10 minutos, pero también deben de contestar las preguntas de la hoja así que dense prisa, solamente un equipo ya pudo comenzar a contestar la actividad.

D: Pasados 4 minutos la maestra preguntó al resto de los equipos cómo es que iban.

Eq4: Maestra tenemos una duda.

D: Díganme.

Eq4: Hay una pregunta que dice ¿En la serie puede haber una figura con 32 piezas? Pero no se puede maestra porque quedaría incompleto o solo se puede de 30 o 36 piezas.

D: Exacto, así como lo dijeron es correcto. Solo arguméntelo en la hoja.

Eq2: Maestra puede venir.

D: Qué paso.

Eq2: Aquí dice puede haber una figura con 32 piezas.

D: Ustedes qué creen.

Eq2: No porque tienen un orden.

D: Correcto y cómo es ese orden.

Eq2: De 6 en 6.

Docente: Correcto escriban eso entonces.

La parte final de la actividad fue la que confundió un poco al estudiantado, les pedía que escribieran una regla con la que pudieran obtener el número de piezas de una figura según el lugar que ocupa. Muchos equipos decidieron usar la “ x ” como incógnita poniendo respuestas como $x + 6$, $x(6)$ y $6x$.

Docente: Quien ya tiene la fórmula para obtener el número de piezas de una figura según el lugar que ocupa.

Eq1: Nosotros tenemos $x+6$ igual al siguiente número.

D: Entonces sustituye los datos si queremos saber las piezas que se ocuparán para la primera figura entonces nos quedaría.

Eq1: $1 + 6$.

D: Eso a cuánto es igual.

Eq1: 7.

D: Entonces en la primera figura necesitábamos de 7 piezas.

Eq1: No dé 6, entonces estamos mal.

D: Por lo regular que suelen hacer, qué procedimiento estuvieron realizando ahorita ustedes para completar la tabla.

Eq1: Estuvimos multiplicando.

D: Entonces cómo podemos usar esa regla.

Eq1: Entonces es x (6).

D: Solamente que se representa como $6x$.

D: Pero el tiempo ya se nos terminó entonces vamos a finalizar por el día de hoy y mañana doy 5 minutos más para que terminen y platicamos sobre las respuestas a las que llegaron.

A pesar de que aún los estudiantes no sabían que para expresar un lugar de la sucesión se presentaba con la letra n la mayoría trató de buscar una estrategia para poder contestar el último punto de la actividad, algo que también les funcionó fue que al antes haber trabajado con ecuaciones lineales decidieron usar " x " para dar posibles respuestas. En las tablas 37-40 se muestran los aciertos asignándole un valor dependiendo el aspecto a calificar que tuvieron los equipos en esta actividad.

Tabla 37

Lista de cotejo de los resultados de la actividad 1 Diseño 2 Equipo 1

Criterio	Puntos	Observaciones
El alumnado usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el cuarto y quinto término del diseño 2 de la actividad 1 (2 puntos)	2	El material fue usado de manera correcta y lograron realizar el cuarto y quinto término
El alumnado completó de manera correcta la tabla referente al número de piezas de las primeras ocho figuras del diseño 2 de la actividad 1 (3 puntos)	3	Sus datos fueron correctos
El alumnado contestó de manera correcta que en la sucesión no puede haber una figura con 32 piezas ya que el patrón va de seis en seis (2 puntos)	2	Lo hizo, lo expresaron con otras palabras, pero la idea era la misma
El alumnado logró generar una regla con la que pudiera obtener el número de piezas de una figura según el lugar que ocupa (3 punto)	2	Con ayuda de la docente lograron la regla pues al inicio ellos lo tenían como $x+6$

Total	9	
--------------	---	--

Tabla 38

Lista de cotejo de los resultados de la actividad 1 Diseño 2 Equipo 2

Criterio	Puntos	Observaciones
El alumnado usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el cuarto y quinto término del diseño 2 de la actividad 1 (2 puntos)	2	No presentaron problemas al momento de hacer los diseños de la figura 4 y 5
El alumnado completó de manera correcta la tabla referente al número de piezas de las primeras ocho figuras del diseño 2 de la actividad 1 (3 puntos)	3	Sus resultados fueron correctos
El alumnado contestó de manera correcta que en la sucesión no puede haber una figura con 32 piezas ya que el patrón va de seis en seis (2 puntos)	2	Tenían la idea y lo lograron expresar de manera correcta
El alumnado logró generar una regla con la que pudiera obtener el número de piezas de una figura según el lugar que ocupa (3 punto)	1	Lo intentaron, pero no llegaron a una respuesta correcta
Total	8	

Tabla 39

Lista de cotejo de los resultados de la actividad 1 Diseño 2 Equipo 3

Criterio	Puntos	Observaciones
El alumnado usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el cuarto y quinto término del diseño 2 de la actividad 1 (2 puntos)	2	El material fue usado de manera correcta y lograron el punto
El alumnado completó de manera correcta la tabla referente al número de piezas de las primeras ocho figuras del diseño 2 de la actividad 1 (3 puntos)	3	Los datos de la tabla fueron completados de manera correcta

El alumnado contestó de manera correcta que en la sucesión no puede haber una figura con 32 piezas ya que el patrón va de seis en seis (2 puntos)	2	Su respuesta fue correcta
El alumnado logró generar una regla con la que pudiera obtener el número de piezas de una figura según el lugar que ocupa (3 punto)	2	Con ayuda de la docente lograron la regla pues al inicio ellos lo tenían x (6)
Total	9	

Tabla 40

Lista de cotejo de los resultados de la actividad 1 Diseño 2 Equipo 4

Criterio	Puntos	Observaciones
El alumnado usó el material didáctico de manera correcta para encontrar el cuarto y quinto término del diseño 2 de la actividad 1 (2 puntos)	2	Hicieron uso del material y lograron diseñar la figura 4 y 5
El alumnado completó de manera correcta la tabla referente al número de piezas de las primeras ocho figuras del diseño 2 de la actividad 1 (3 puntos)	3	La tabla fue contestada correctamente
El alumnado contestó de manera correcta que en la sucesión no puede haber una figura con 32 piezas ya que el patrón va de seis en seis (2 puntos)	1	Su respuesta fue un poco vaga, no fue muy precisa
El alumnado logró generar una regla con la que pudiera obtener el número de piezas de una figura según el lugar que ocupa (3 punto)	1	Su respuesta fue algo confusa pues solo expresaron la regla como $6x = 30$ sin explicar su resultado
Total	7	

4.4.4 Situación de formulación – El milieu – Actividad 1 Diseño 2

El milieu que se presenta en la situación de formulación descrita es el siguiente:

- Los estudiantes tienen acceso al material necesario para pegar las piezas en la pared y comienzan a trabajar en sus diseños.
- La docente aprovecha este momento para hacerles preguntas y guiar su comprensión del patrón y la sucesión en el segundo diseño.
- Los estudiantes se muestran activos y participativos al responder las preguntas de la docente y argumentar sus observaciones.
- Se establece una discusión sobre el patrón de aumento de piezas en cada figura, donde los estudiantes reconocen que se incrementa de 6 en 6.
- Los equipos continúan trabajando en sus diseños y se organiza la entrega de piezas sobrantes.
- La docente instruye a los estudiantes a asignar nombres a cada figura del segundo diseño, al igual que en el primer diseño.
- Los estudiantes continúan con sus diseños, siguiendo el patrón y aplicando sus conocimientos sobre el aumento de piezas.
- Se les da tiempo a los estudiantes para contestar la tabla y las preguntas en la hoja de trabajo, y se les informa que solo un equipo ha comenzado.
- Durante este tiempo, algunos equipos plantean dudas y consultan a la docente sobre las preguntas de la hoja.
- Se generan discusiones sobre la posibilidad de una figura con 32 piezas, donde los estudiantes argumentan que no es posible debido al patrón de aumento de 6 en 6.
- Al finalizar el tiempo asignado, se decide dar 5 minutos adicionales para que los estudiantes terminen y se acuerda revisar las respuestas al día siguiente.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica incluye la manipulación de material didáctico tangible, interacciones entre la docente y los estudiantes, participación activa y colaborativa de los estudiantes, aplicación de conocimientos sobre patrones y sucesiones, planteamiento de dudas y consultas, y tiempo para la finalización de las actividades.

4.4.5 Situación de Validación – Actividad 1 Diseño 2

Siguiendo con el momento de validación se mostrarán (figura 124-127) y describirán las respuestas que expresaron los equipos al momento de estar formando el segundo diseño de la actividad 1, como en el diseño 1 se les pidió a los estudiantes que pasarán al pizarrón a escribir sus respuestas y que explicarán los procedimientos que siguieron. El inciso a) del primer punto de la actividad pedía que realizaran la figura 4 y 5, estos fueron los resultados por equipos.

Figura 124

Resultados equipo 1 de las figuras 4 y 5 diseño 2



Figura 125

Resultados equipo 2 de las figuras 4 y 5 diseño 2



Figura 126

Resultados equipo 3 de las figuras 4 y 5 diseño 2



Figura 127

Resultados equipo 4 de las figuras 4 y 5 diseño 2



La validación se realizó al día siguiente al que los estudiantes comenzaron con su segundo diseño es por eso que la docente consideró pertinente iniciar la clase con algunas preguntas para que los estudiantes recordaran en que se habían quedado trabajando.

D: Recopilando lo del día de ayer, estábamos trabajando en el segundo diseño de Octavio ¿Qué figuras nos pedía la actividad?

E1: La figura 4 y figura 5.

D: Correcto, que más notaban en la actividad ¿Los colores se repetían?

E1: Si en rojo, amarillo y naranja.

D: Exacto, entonces el punto 2 nos decía al tener las figuras terminadas en equipos contesten la siguiente tabla y preguntas, ¿Quién quiere pasar al pizarrón a escribir sus resultados?

Los estudiantes se mostraron interesados y querían pasar al pizarrón a poner los resultados de la tabla y explicar sus resultados, fácilmente llegaron a la conclusión de que la sucesión era de 6 en 6.

D: Exacto, entonces el punto 2 nos decía al tener las figuras terminadas en equipos contesten la siguiente tabla y preguntas, ¿Quién quiere pasar al pizarrón a escribir sus resultados?

Ex: Varios estudiantes levantaron su mano y fueron caminando al pizarrón para poner sus respuestas.

D: Pasen ustedes dos primero como representantes del equipo 1 y del equipo 2.

Es: Los estudiantes pasaron y comenzaron a escribir sus resultados (figura 128).

D: Listo, ok vamos a comprobar con todos los equipos.

D: Lugar de la sucesión de la figura 1.

E1: El primero.

D: Y qué número de piezas le corresponde a la figura 1.

E1: 6 piezas.

D: A la figura 2 que lugar de sucesión le corresponde y cuántos números de piezas.

E1: Segundo lugar y 12 piezas.

D: A la figura 3 que lugar de sucesión le corresponde y cuántos números de piezas.

E1: Tercer lugar y 18 piezas.

D: Entonces qué me pueden decir de esa sucesión.

E1: Que va de 6 en 6, es como si estuviéramos haciendo la tabla del 6.

D: Correcto y siempre aumenta de 6 en 6 o notaron que aumentara también de 7 en 7 o en 8 en 8.

E1: No todo es de 6 en 6.

D: Esto quiere decir que estamos trabajando con puras sucesiones lineales siempre es el mismo patrón.

Figura 128

Estudiantes exponiendo sus resultados de la actividad 1 diseño 2.



En la parte de la tabla concluimos que todos los estudiantes contestaron de manera correcta y que la parte en la que les preguntaba si alguna figura tendría 32 piezas los estudiantes dieron buenas respuestas

D: Ahora demos lectura a las siguientes preguntas de la actividad, quién me quiere ayudar a leer.

E1: Yo.

D: Adelante.

E1: ¿En la serie puede haber una figura con 32 piezas? Expliquen sus respuestas.

D: Ustedes que dicen.

E1: No porque tiene un orden y ese va de 6 en 6.

Eq1: Nosotros pusimos que es como si estuviéramos representando la regla del 6.

Eq4: Pusimos que no porque nos sobrarían dos piezas en el caso de la figura 5 pero si hacíamos la figura 6 entonces nos faltarían 4 piezas.

Para la última pregunta la docente tuvo que ayudar a los estudiantes al llegar a la respuesta correcta ya que algunos equipos estaban batallando o no entendían muy bien a lo que se referían con escribir una regla.

Docente: Correcto, ahora otra pregunta nos decía que escribieran una expresión algebraica para obtener el número de piezas de una figura según el lugar que ocupa, ustedes qué hicieron, quién quiere pasar.

Eq2: Nosotros.

D: Adelante.

Eq2: $6x$.

D: Porqué pusieron la "x".

E1: Hay una incógnita y esa incógnita se tiene que multiplicar por 6.

D: Bueno yo estuve viendo que varios equipos estuvieron utilizando la letra "X", por lo que acababan de ver el tema de ecuaciones cierto.

E1: Si, pero se puede poner otra.

D: ¿Por qué dices que se puede poner otra?

E1: Porque no solo se puede representar una letra para representar una incógnita.

D: Algún equipo obtuvo otra respuesta.

Eq4: $6y$.

D: Bueno si ustedes se acuerdan les había comentado que las sucesiones son un conjunto de números ordenados denominados términos ahora a eso agreguen que para trabajar con sucesiones utilizamos la letra n .

Por ejemplo, si nosotros queremos saber el número de piezas de un lugar de nuestra sucesión entonces tenemos que hacer lo siguiente:

n_1 eso quiere decir lugar del primer término de la sucesión.

Si tuviera n_{15} que representa.

E1: Lugar de la sucesión número quince.

D: Y si tengo n_{20}

E1: Lugar de la sucesión número 20.

D: Entonces para eso ahora si hacemos uso de nuestra expresión algebraica, que también les voy a dar el concepto de ella.

Si tengo n_1 y quiero saber cuántas piezas le corresponden a mi primer lugar de la sucesión entonces hacemos lo siguiente:

$$n_1 = 6n$$

$$n_1 = 6(1)$$

$$n_1 = 6$$

Después de que la docente intervino y explicó un poco de cómo es que podían expresar un lugar de la sucesión fue que se notó de nuevo ese interés por participar y mostrar sus resultados así que para aprovechar y que los estudiantes siguieran generando conocimiento la docente les pidió que hicieran la siguiente actividad (figura 129).

D: Voy a borrar el pizarrón y harán lo siguiente:

Haciendo uso de la expresión algebraica $6n$ van a tener que encontrar el número de piezas para cada figura.

E1:

$$n_1 = 6n$$

$$n_1 = 6(1)$$

$$n_1 = 6$$

D: Alguien que quiera pasar para la figura 2.

E1:

$$n_2 = 6n$$

$$n_2 = 6(2)$$

$$n_2 = 12$$

D: Para la figura 3 quién pasa.

E1:

$$n_3 = 6n$$

$$n_3 = 6(3)$$

$$n_3 = 18$$

D: Figura 4 pase alguien.

E1:

$$n_4 = 6n$$

$$n_4 = 6(4)$$

$$n_4 = 24$$

D: Ahora alguien para la figura 5.

E1:

$$n_5 = 6n$$

$$n_5 = 6(5)$$

$$n_5 = 30$$

D: Pase alguien a contestar la figura 6 por favor (figura 130).

E1:

$$n_6 = 6n$$

$$n_6 = 6(6)$$

$$n_6 = 36$$

D: Solamente corrigió cuando notaba que el subíndice lo representaban de manera muy grande.

Pase alguien para hacer el procedimiento de la figura 7.

E1:

$$n_7 = 6n$$

$$n_7 = 6(7)$$

$$n_7 = 42$$

D: Penúltimo dato quien pasa a representar el de la figura 8.

E1:

$$n_8 = 6n$$

$$n_8 = 6(8)$$

$$n_8 = 48$$

D: ¿Quién pasa para el último?

E1:

$$n_9 = 6n$$

$$n_9 = 6(9)$$

$$n_9 = 54$$

Figura 129

Resultado de la tabla

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 8	Figura 9
Lugar en la sucesión	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8	n_9
Número de piezas	6	12	18	24	30	36	42	48	54

$n_1 = 6n$
 $n_2 = 6n$
 $n_3 = 6n$
 $n_4 = 6n$
 $n_5 = 6n$
 $n_6 = 6n$
 $n_7 = 6n$
 $n_8 = 6n$
 $n_9 = 6n$

$6(1) = 6$
 $6(2) = 12$
 $6(3) = 18$
 $6(4) = 24$
 $6(5) = 30$
 $6(6) = 36$
 $6(7) = 42$
 $6(8) = 48$
 $6(9) = 54$

Expresión algebraica
 $n = 6n$
 $n = 6(1)$
 $n = 6$

$n_5 = 6n$
 $n_5 = 6(5)$
 $n_5 = 30$

$n_3 = 6n$
 $n_3 = 6(6)$
 $n_3 = 36$

$n_8 = 6n$
 $n_8 = 6(8)$
 $n_8 = 48$

Figura 130

Estudiantes pasando a completar la tabla usando el procedimiento antes explicado



Figura 131

Resultado de la tabla

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6	Figura 7	Figura 8	Figura 9
Lugar en la sucesión	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	n_7	n_8	n_9
Número de piezas	6	12	18	24	30	36	42	48	54

Expresión Algebraica

$n_1 = 6n$
 $n_1 = 6(1)$
 $n_1 = 6$

$n_2 = 6n$
 $n_2 = 6(2)$
 $n_2 = 12$

$n_3 = 6n$
 $n_3 = 6(3)$
 $n_3 = 18$

$n_4 = 6n$
 $n_4 = 6(4)$
 $n_4 = 24$

$n_5 = 6n$
 $n_5 = 6(5)$
 $n_5 = 30$

$n_6 = 6n$
 $n_6 = 6(6)$
 $n_6 = 36$

$n_7 = 6n$
 $n_7 = 6(7)$
 $n_7 = 42$

$n_8 = 6n$
 $n_8 = 6(8)$
 $n_8 = 48$

$n_9 = 6n$
 $n_9 = 6(9)$
 $n_9 = 54$

Al explicar la expresión algebraica los estudiantes lograron completar la tabla de nuevo y se decidió dejar a los estudiantes que con esa misma expresión encontrarán las piezas que necesitarían para formar las figuras 35, 20, 50, 18 y 100 y se pudo ver que los estudiantes no tuvieron problemas al sustituir los datos.

D: Correcto, que les pareció ahora que supieron la expresión algebraica de la sucesión que ustedes tenían les pareció un poco más fácil.

Ex: Si.

D: Ahora niños con esa expresión podrán saber el número de piezas exactas que necesitarán para una figura grande por ejemplo para representar la figura 100, 500. Solamente tendrán que sustituir a su expresión $6n$.

Para finalizar usando su expresión $6n$ ahora escribirán cuántas piezas encontrarán para la figura 35, 20, 50, 18 y 100.

Ex: Yo paso (figura 132).

E1: Yo quiero la 100.

E1: Yo la 20.

D: Dio el marcador a los primeros estudiantes en lo que los demás lo elaboraban en su cuaderno.

Ex: Los estudiantes comenzaron a participar y hacer uso de la expresión y sustitúan los datos de manera correcta (figura 133).

D: Comenzó a revisar los procedimientos de todos los que participaron y asignaba una palomita de tener los resultados correctos.

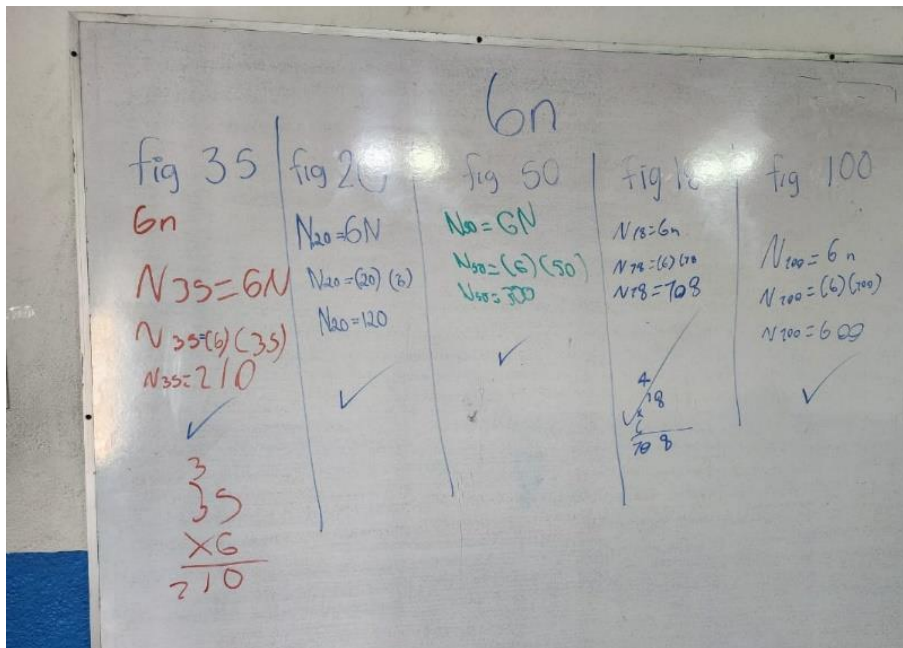
Figura 132

Estudiantes escribiendo sus resultados y procedimientos en el pizarrón



Figura 133

Respuestas de la actividad



4.4.6 Situación de validación – El milieu – Actividad 1 Diseño 2

El milieu que se presenta en la situación de validación descrita es el siguiente:

- La docente retoma la actividad del día anterior, recordando a los estudiantes que estaban trabajando en el segundo diseño de Octavio y les hace preguntas para repasar los objetivos.
- Los estudiantes participan activamente al responder las preguntas y expresar sus observaciones sobre los colores y el patrón en el diseño.
- Se les da la oportunidad a algunos estudiantes de pasar al pizarrón a escribir y explicar sus respuestas a la tabla de la actividad.
- Se genera una discusión sobre la sucesión de 6 en 6 en el aumento de piezas, y los estudiantes reconocen que están trabajando con sucesiones lineales.
- Se realiza una validación de las respuestas en la tabla y las preguntas de la actividad, donde los estudiantes demuestran comprensión sobre la sucesión y la imposibilidad de una figura con 32 piezas.
- Algunos equipos proponen expresiones algebraicas para obtener el número de piezas según el lugar que ocupa en la sucesión.
- La docente guía a los estudiantes en el uso de la letra "n" para representar el lugar de la sucesión y ofrece ejemplos de sustitución en la expresión algebraica.
- Los estudiantes realizan ejercicios prácticos usando la expresión algebraica para determinar el número de piezas en figuras específicas.
- La docente revisa y evalúa los procedimientos de los estudiantes, otorgando marcas de verificación a aquellos con respuestas correctas.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica incluye interacciones entre la docente y los estudiantes, participación activa y colaborativa de los estudiantes, aplicación de conocimientos sobre sucesiones y expresiones algebraicas, resolución de ejercicios prácticos y evaluación de los procedimientos.

4.4.7 Situación de Institucionalización – Actividad 1 Diseño 2

La clase finalizó por parte de la docente dando el concepto de expresión algebraica como se ve en la figura 133:

D: Para concluir escriban en sus cuadernos lo siguiente.

Una expresión algebraica es una combinación de letras o letras y números, en este caso que estamos viendo.

E1: Combinación de letras y números.

D: Correcto sigan escribiendo Una expresión algebraica es una combinación de letras o letras y números unidos por medio de las operaciones suma, resta, multiplicación, división, potenciación o radicación de manera finita.

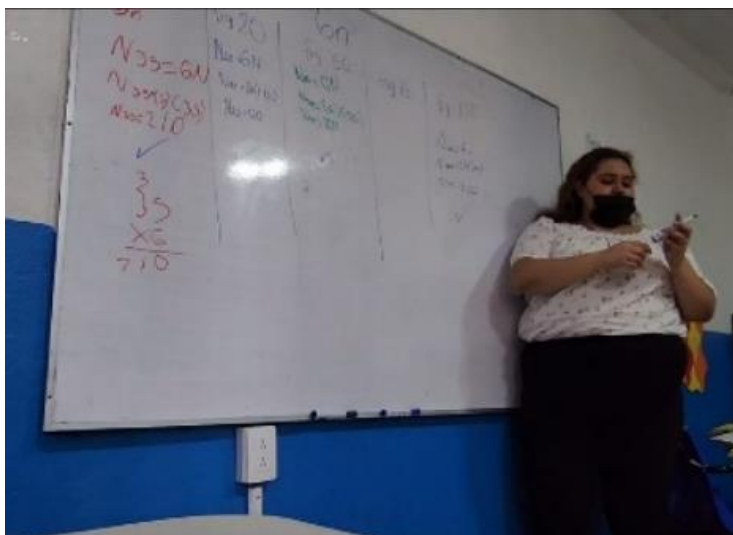
D: Entonces niños nosotros en el segundo diseño por medio de que operación es nuestra expresión algebraica.

E1: Por medio de la multiplicación.

D: Correcto por medio de una multiplicación, entonces hasta aquí la vamos a dejar y que me entreguen sus hojas y el lunes continuamos con la siguiente actividad.

Figura 133

Docente explicando el concepto de expresión algebraica



A pesar de que la docente intervino en uno de los momentos de la clase, sirvió para que los estudiantes entendieran cómo es que se representa un lugar de la sucesión y que supieran la función de las expresiones algebraicas al estar trabajando el contenido de sucesiones, consideramos que para la aplicación de la actividad 2 y 3 será un poco más fácil que los estudiantes lleguen a encontrar la expresión que rige a la sucesión con la que estén trabajando.

4.4.8 Situación de institucionalización – El milieu – Actividad 1 Diseño 2

El milieu que se presenta en esta situación de institucionalización es el siguiente:

- La docente concluye la clase dando el concepto de expresión algebraica a los estudiantes.
- Los estudiantes escriben en sus cuadernos la definición de expresión algebraica como una combinación de letras o letras y números unidos por medio de operaciones matemáticas.
- Se destaca que, en el segundo diseño trabajado en la clase, la expresión algebraica está representada por la multiplicación.
- La docente indica que la clase finaliza y solicita a los estudiantes que entreguen sus hojas, y anuncia que se continuará con la siguiente actividad en la próxima clase.
- Se destaca que, gracias a la explicación de la docente sobre las expresiones algebraicas y su relación con la sucesión, se espera que los estudiantes tengan una mejor comprensión y sean capaces de encontrar la expresión que rige a una sucesión en las próximas actividades.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica se caracteriza por la conclusión de la clase con la definición de expresión algebraica, la reflexión sobre el tipo de operación presente en la expresión del segundo diseño, y la anticipación de un mayor entendimiento por parte de los estudiantes en futuras actividades que involucren expresiones algebraicas, patrones geométricos y sucesiones.

4.4.9 Devolución - Actividad 1 Diseño 2

Para este momento de la clase se pudo notar que a diferencia del primer diseño los estudiantes tardaron menos tiempo en formar sus diseños, la mayoría de los equipos se sentían confiados con sus resultados y al terminar las figuras que pedía la consigna continuaban con la actividad para no perder el ritmo. De igual manera fue fácil para el alumnado descubrir que a cada figura se le agregaban 6 piezas más y que el patrón según los colores era rojo, amarillo y naranja y así sucesivamente. A diferencia del primer diseño en el que un equipo no había seguido el patrón de los colores en este diseño todos los estudiantes de manera correcta lograron cumplirlo.

4.4.10 El contrato didáctico - Actividad 1 Diseño 2

Objetivo: El objetivo de esta actividad es que los estudiantes desarrollen habilidades para identificar y describir patrones geométricos en diseños con triángulos curvos. Se espera que puedan completar los términos especificados, utilizando el material didáctico proporcionado, y que puedan explicar cómo encontraron el patrón geométrico que rige la sucesión en ambos diseños.

Desarrollo de la actividad: Se entregó a cada alumno una hoja con la actividad presentada. Posteriormente, se les proporcionó el material didáctico tangible necesario para llevar a cabo los diseños de los patrones geométricos.

Antes de entregar el material, se les dio a los estudiantes la regla de que lean las instrucciones de la consigna para comprender claramente lo que se les solicita.

Los estudiantes trabajaron en equipos para completar los términos cuarto y quinto término implementando el material didáctico tangible para contar y determinar el total de piezas necesarias para formar cada término. Registraron en su cuaderno el número total de piezas requeridas para cada término de la sucesión.

Finalmente, buscaron una estrategia y argumentaron cómo fue que encontraron el patrón geométrico que rige la sucesión en ambos diseños.

Roles y responsabilidades: El docente fue responsable de proporcionar las hojas de actividad y el material didáctico necesario. Los estudiantes tenían que leer las instrucciones de la consigna y trabajar en equipos para completar los términos y describir los patrones geométricos. Todos los participantes respetaron las normas de trabajo en equipo, fomentando la participación equitativa y el respeto mutuo.

Tiempo: Se establecerá un tiempo específico para la lectura de las instrucciones y la entrega del material el total de la actividad se realizó en dos sesiones de 50 minutos. Los estudiantes tuvieron un plazo determinado para completar los términos con ayuda de material didáctico y pegándolos en la pared y posterior a eso describir los patrones geométricos y completar la hoja de trabajo. El tiempo asignado permitió que los estudiantes trabajen de manera adecuada y completa la actividad dentro del marco establecido.

Evaluación: La evaluación se realizó en base a la correcta completación de los términos y la descripción adecuada de los patrones geométricos. Se valoró la precisión y claridad en

la explicación del proceso utilizado para identificar los patrones geométricos. La docente proporcionó retroalimentación sobre el desempeño de los estudiantes y brindó apoyo adicional en algunos casos que fue necesario.

Podemos concluir en que en este contrato didáctico tanto el docente como los estudiantes cumplieron con los compromisos acordados, promoviendo un ambiente propicio para el aprendizaje y la comprensión de los patrones geométricos en los diseños propuestos.

4.5 Actividad 2 – Expongamos diseños

Propósito de la actividad: Con los conocimientos adquiridos de la primera actividad ahora se tiene como propósito que el estudiantado identifique el patrón que rige a distintas sucesiones del tipo lineal de los primeros términos haciendo uso del material didáctico, así mismo se espera que los estudiantes al encontrar la regla general puedan decir el número de piezas que necesitarán para los términos 10, 15, 38 de la sucesión sin tener que hacer uso del material.

4.5.1 Situación de acción – Actividad 2

La clase inició con un repaso por parte de la docente, pues se encargó de hacer algunas preguntas sobre los temas y conceptos que habían trabajado la semana pasada, estas preguntas fueron de gran ayuda pues sirvieron para que la docente pudiera ver cuáles eran los conceptos que aún tenía que repasar con el estudiantado y cuáles ya lograban dominar. Parte de la plática es la que se muestra a continuación:

D: Haber niños vamos a hacer un repaso de lo que hemos trabajado la semana pasada- ¿Qué se acuerdan que estuvimos viendo?

E1: Patrones geométricos, sucesiones y sus términos.

D: Bien, repasemos si por ejemplo me dictan los siguientes datos 3,5,7,9,11... y así sucesivamente. ¿Entonces yo tengo una?

E1: Sucesión.

D: Correcto, y cómo definimos una sucesión.

E1: Un conjunto ordenado de números y cada uno de ellos es denominado término.

D: Correcto entonces cada número de mi sucesión es un término.



D: Con qué letra les dije que se podía expresar un término de la sucesión.

Es: letra n.

D: Correcto entonces tenemos:

3,5,7,9,11...

$n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 \dots$

D: Si yo quisiera saber qué número va a ir en mi lugar de la sucesión número quince y no quiero seguir haciendo la sucesión entonces que puedo hacer.

E1: Regla de 3.

E1: Expresión.

D: Si recuerden es la expresión algebraica que esa es la que nos ayuda a encontrar cualquier término de nuestra sucesión.

D: Entonces la expresión algebraica de mi sucesión es la siguiente $2n+1$.

D: Quién quiere pasar a encontrar n_{15} usando la expresión algebraica.

E1: Yo maestra.

D: Adelante.

E1: $2n+1$

$$n_{15} = 2n + 1$$

$$n_{15} = 2(15) + 1$$

$$n_{15} = 30 + 1$$

$$n_{15} = 31$$

D: Ahora alguien encuentre el número que estaría en n_{40} :

E1: Yo

$$n_{40} = 2n + 1$$

$$n_{40} = 2(40) + 1$$

$$n_{40} = 80 + 1$$

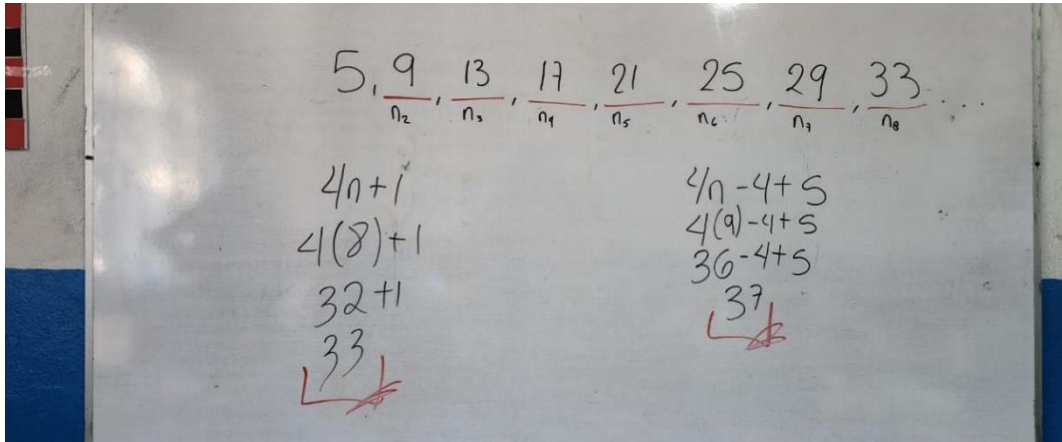
$$n_{40} = 81$$

D: Correcto entonces hasta aquí tienen alguna duda o problema.

Es: No.

Figura 135

Actividad de repaso



Al haber tomado unos minutos para dar un repaso a los estudiantes antes se tenía pensado que al entregar la actividad 2 de expongamos diseños los estudiantes a manera individual leyera la consigna y posterior a eso se hicieran algunas preguntas, pero por tiempo se optó por leer las indicaciones de manera grupal. El inciso a) de la actividad tenía la intención de que los estudiantes para encontrar los números que iban en cada término de la sucesión debían de multiplicar el lugar que ocupaban por cuatro y sumar una unidad más, dando los siguientes procedimientos:

D: Bueno, terminen de escribirlo en su cuaderno en lo que voy por el control del proyector.

D: Pidió apoyo a un alumno para que entregara la nueva actividad y la docente dictó el orden de las parejas.

D: Alguien que me ayude a leer lo que dice la actividad.

E1: Resuelve lo que se pide con base en la siguiente regla. Cada figura de la sucesión tiene un número de puntos igual a cuatro veces el lugar que ocupa en la sucesión más uno. Inciso a) Escribe los primeros términos de la sucesión (figura 136).

D: Si nos dice que cada figura de la sucesión tiene un número de puntos igual a cuatro veces el lugar que ocupa en la sucesión más uno qué vamos a hacer nosotros.

E1: Se multiplica por 4 y se suma 1.

D: Exactamente, entonces aquí que voy a tener yo.

E1: 4.

E1: 1.

E1: 5.

D: No adivinen, hagan la operación en la primera es 5, ¿Por qué es?

E1: El primer lugar de la sucesión.

D: Si dice cuatro veces el lugar que ocupa más uno entonces para el segundo lugar de la sucesión ¿Qué tendremos que hacer?

E1: $4(2) + 1$.

E1: 9.

D: Entonces el lugar número 3. ¿Qué vamos a obtener?

E1: $4(3) + 1$.

E1: 13.

D: El siguiente.

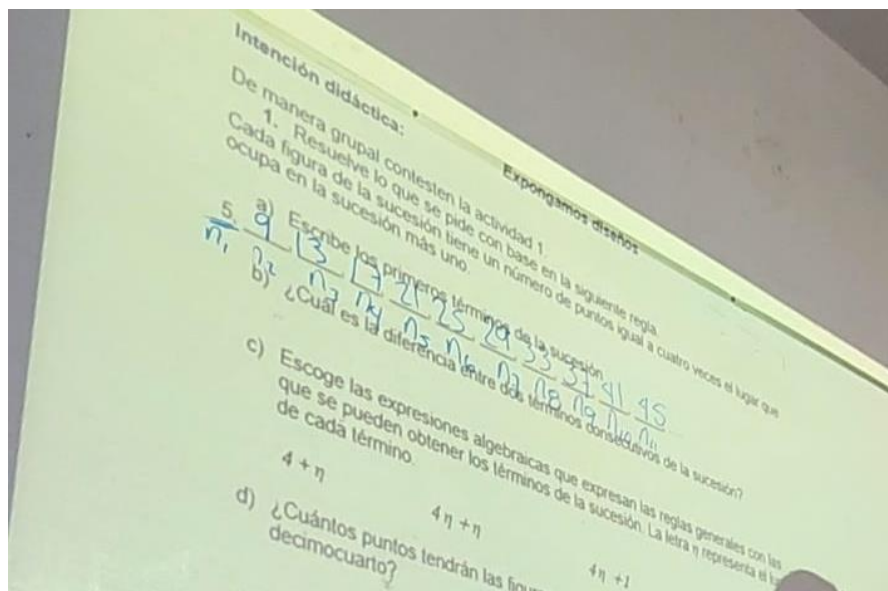
E1: $4(4) + 1 = 17$.

D: Después.

E1: $4(5) + 1 = 21$.

Figura 136

Resultados del inciso a) de la actividad 2



4.5.2 Situación de acción – El milieu – Actividad 2

El milieu que se presenta en esta situación de acción es el siguiente:

- La clase inicia con un repaso por parte de la docente sobre los temas y conceptos trabajados la semana anterior, como patrones geométricos, sucesiones y términos.
- La docente plantea una sucesión numérica y pregunta a los estudiantes qué es y cómo se define una sucesión.
- Se menciona que cada número de la sucesión es un término y se utiliza la letra " n " para representar un término en la sucesión.
- Se introduce la idea de la expresión algebraica como una forma de encontrar cualquier término de una sucesión sin tener que seguir generando la sucesión completa.
- Se muestra la expresión algebraica de la sucesión como $2n + 1$.
- Los estudiantes resuelven ejemplos prácticos utilizando la expresión algebraica, como encontrar el término en el lugar 15 y el término en el lugar 40.

- Se confirma si los estudiantes tienen alguna duda o problema relacionado con los conceptos repasados y las expresiones algebraicas.
- Posteriormente, se menciona que se entregará una nueva actividad denominada "Expongamos Diseños". La docente lee las indicaciones de manera grupal, y se enfoca en el inciso a) de la actividad, que requiere que los estudiantes encuentren los primeros términos de una sucesión utilizando una regla específica.
- Los estudiantes participan y realizan las operaciones para encontrar los valores correspondientes a cada lugar de la sucesión, como 5, 9, 13, 17, 21, etc.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica se caracteriza por un repaso inicial sobre los conceptos trabajados previamente, la introducción de la expresión algebraica como una herramienta para encontrar términos de sucesiones, y la resolución de ejemplos prácticos utilizando una regla específica para encontrar los términos de una sucesión numérica.

4.5.3 Situación de formulación – Actividad 2

La pregunta del inciso b) tuvo como propósito que los estudiantes pudieran notar que la diferencia entre dos términos consecutivos de la sucesión es cuatro, es decir al primer término que se tiene se suman cuatro unidades y así sucesivamente para poder completar la sucesión. En el inciso c) se tiene el propósito que los estudiantes escojan las dos expresiones que logran representar las reglas generales con las que se puede obtener cualquier término de la sucesión. Hasta este momento de la clase los estudiantes tenían entendido los incisos a), b) y c). Al estar realizando la actividad de manera grupal se pidió a dos estudiantes que usando las expresiones algebraicas del punto c) pudieran contestar el inciso d) como se puede ver a continuación:

D: El inciso b) nos dice ¿Cuál es la diferencia entre dos términos consecutivos de la sucesión?

E1: Cuatro.

D: Quiere decir que nuestra sucesión va ¿De cuánto en cuánto?

E1: De cuatro en cuatro.

D: Alguien ayúdeme a leer el inciso c).

E1: Escoge las expresiones algebraicas que expresan las reglas generales con las que se puedan obtener los términos de la sucesión. La letra n representa el lugar de cada término.

D: Entonces de las cuatro expresiones tenemos que escoger cuales son las expresiones algebraicas que expresan las reglas generales.

E1: Yo.

D: Mande.

E1: $4n+1$.

D: Por qué $4n+1$.

E1: Porque antes multiplicamos $4n+1$ para obtener los términos faltantes de la sucesión.

D: Ok, correcto. ¿Creen que se tenga otra?

Es: $4n - 4 + 5$.

D: ¿Por qué?

E1: Porque vuelve a quedar $4n-1$.

D: ¿Las otras también quedan simplificadas?

E1: No.

D: El inciso d) nos dice ¿Cuántos puntos tendrán las figuras que se encuentran en los lugares décimo y decimocuarto? ¿Quién la quiere venir a hacer?

Es: Yo.

D: Uno va a usar la expresión $4n+1$ y otro la expresión $4n-4+5$.

*Pasaron los estudiantes realizando los siguientes procedimientos (figura 137).

E1: Procedimiento:

$$\begin{aligned} &4n - 4 + 5 \\ n_{14} &= 4n - 4 + 5 \\ n_{14} &= 4(14) - 4 + 5 \\ n_{14} &= 56 - 4 + 5 \\ n_{14} &= 57 \end{aligned}$$

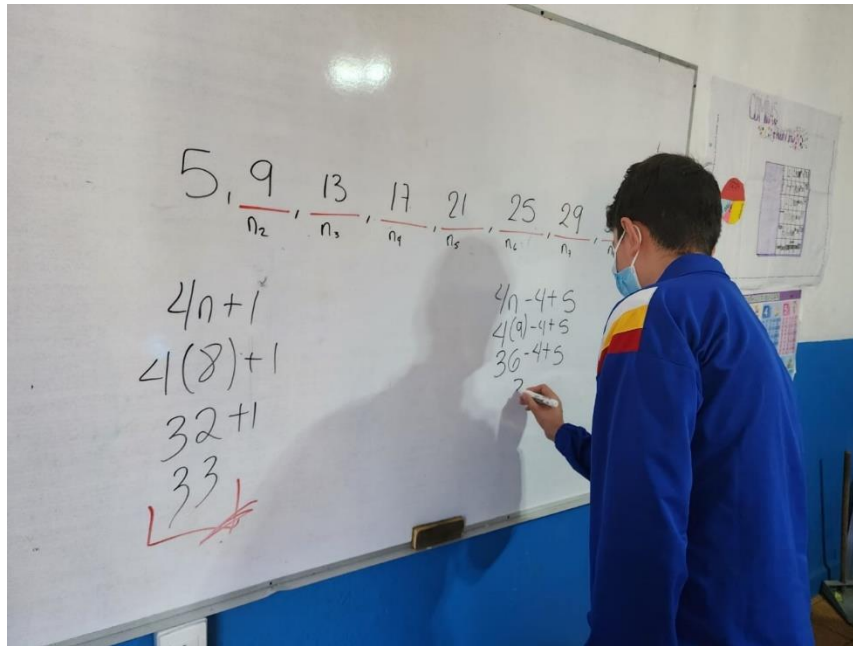
E1: Procedimiento:

$$\begin{aligned} &4n + 1 \\ n_{10} &= 4n + 1 \\ n_{10} &= 4(10) + 1 \\ n_{10} &= 40 + 1 \\ n_{10} &= 41 \end{aligned}$$

D: La docente explicó ambos procesos y comentó que ambos resultados eran correctos.

Figura 137

Procedimiento del alumnado para contestar los incisos b), c) y d)



Por último, el inciso e) tenía como intención que los estudiantes encontraran el lugar de la posición de la figura que tendría 49 puntos. Para dar respuesta a lo solicitado los estudiantes fueron explicando los procedimientos que la docente debía seguir (figura 138) para obtener la respuesta como se muestra en la siguiente plática:

D: Por último, el inciso e) nos dice ¿Qué lugar ocuparía la figura formada por 49 puntos? entonces para esto volvemos a usar nuestra expresión $4n + 1 = 49$. Entonces ahora queremos saber el valor de n .

E1: $4n = 49 + 1$.

D: Recuerden también la ley de los signos.

E1: $4n = 49 - 1$.

D: $4n = 48$.

E1: Ahora el 4 se pasa dividiendo.

D: Entonces $n = \frac{48}{4}$

E1: $n = 12$.

D: Entonces que lugar de la sucesión va a ocupar la figura formada por 49 puntos.

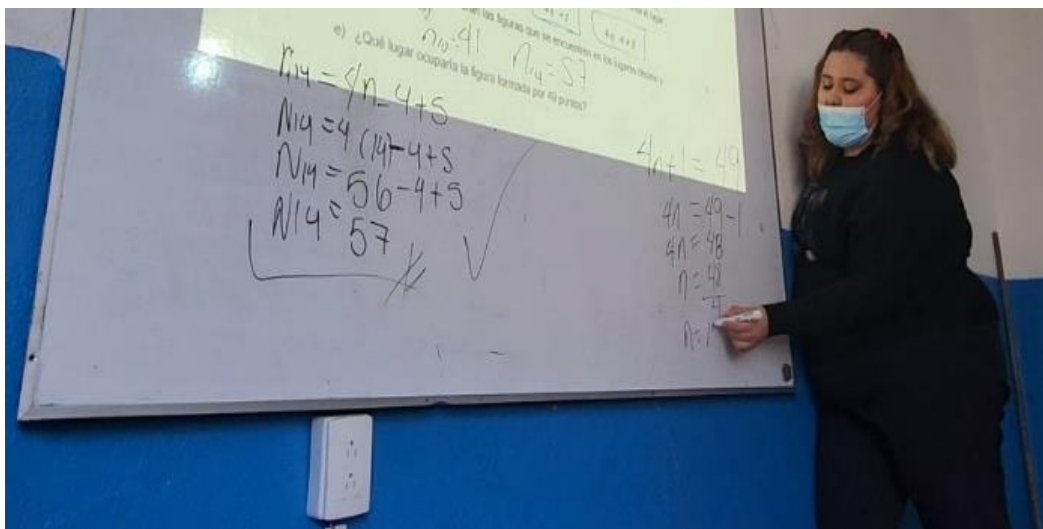
E1: El 12.

D: Correcto, terminen de pasarlo a su libreta por favor.

D: Por mientras les voy a pasar una hoja con la que vamos a estar continuando la actividad.

Figura 138

Procedimiento utilizado para contestar el inciso e) de la actividad 2



La nueva consigna que se entregó al estudiantado tenía como propósito que en parejas completaran los puntos que se mencionan siguiendo el diseño del número que les tocó (Diseños del 1 al 7). Tenían que realizar el cuarto y quinto término haciendo uso del material didáctico y escribir el total de piezas que utilizaron para cada término. Finalmente encontrar y escribir la expresión algebraica que logre expresar la regla con la que se pueda obtener cualquier término de la sucesión.

Los estudiantes primero leyeron la actividad (figura 139), analizaron el diseño que le tocó a cada uno y posterior a eso comenzaron a buscar a sus parejas para con el material trabajar en lo solicitado. Mientras la docente entregó algunas cintas para que pudieran pegar sus piezas en las paredes.

D: Démonos prisa con sus diseños niños.

*La docente fue asignando los distintos espacios que ocuparían en la pared para que alcanzaran a realizar los 7 diseños.

E1: Maestra, pero entonces también tenemos que hacer los diseños que están en la hoja que nos dio.

D: No por el tiempo solo estaremos realizando las figuras 4 y 5.

D: Si tienen alguna duda me pueden decir.

*La clase fue más en la construcción de cada diseño por lo que se les dio el espacio y tiempo para que se pusieran a trabajar.

D: La docente dio a los estudiantes hojas para que las pegaran dependiendo la pareja que eran y también para que escribieran figura 4 y figura 5 respectivamente.

Figura 139

Estudiantes leyendo las instrucciones de la actividad



Mientras las parejas se encontraban realizando las figuras 4 y 5 (figuras 140-146) de sus respectivos diseños la docente se encargó de hacerles algunos cuestionamientos como los siguientes, incluso también si tenían algunas dudas éstas fueron contestadas:

D: Pareja 7 qué es lo que ven en su sucesión.

P7: Tenemos que agregar un cuadro rojo a cada columna.

D: Y el resto que va.

P7: En cuadrados verdes.

D: Bueno, entonces sigan trabajando.

P5: Maestra me confundí con mi diseño entonces en ese caso se va cambiando de color cada 6 salamandras.

D: Si esa es una buena observación.

P3: La figura 4 ya la tengo.

D: Deja ver tus primeros tres figuras, segura que ya terminaste.

P3: Me faltaron agregar dos piezas más.

P2: Yo ya me confundí.

D: Explíqueme su diseño.

P2: Es con triángulos rosa, azul, negro y amarillo.

D: Y la sucesión ¿de cuánto en cuánto va?

P2: De tres en tres.

D: Entonces si van bien, no se confundieron lo están realizando correctamente.

P3: Ya terminamos la figura 4 nosotros maestra.

D: Ya puede comenzar con el siguiente término.

P6: Bien maestra estamos haciendo la figura 4.

D: Las personas que acaben antes van a poder ayudar a sus demás compañeros.

*Algunas de las parejas que terminaron primero ayudaron a sus compañeros que estaban poco más atrasados para terminar todos a tiempo.

*Con el paso de los minutos el resto de las parejas comenzaban a terminar sus diseños.

D: Muy bien ya que todos terminaron las figuras 4 y 5 de sus diseños recojan todas las piezas que les sobraron y comiencen a contestar su hoja de trabajo.

E1: Si maestra.

Figura 140

Pareja 1: trabajando en su diseño



Figura 141

Pareja 2: trabajando en su diseño



Figura 142

Pareja 3: trabajando en su diseño



Figura 143

Pareja 4: trabajando en su diseño



Figura 144

Pareja 5: trabajando en su diseño



Figura 145

Pareja 6: trabajando en su diseño

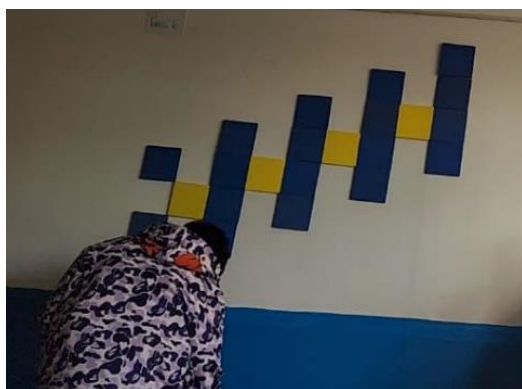


Figura 146

Pareja 7: trabajando en su diseño



Al terminar las figuras faltantes de los diseños de cada pareja se les dio 10 minutos para que terminaran de contestar la tabla y las preguntas que aparecían en su hoja de trabajo (figuras 147-153), algunos estudiantes pidieron apoyo al momento de encontrar la expresión algebraica de sus sucesiones como se puede apreciar:

D: Les voy a dar 10 minutos para que contesten el resto de la actividad y posterior a eso con su pareja pasarán a exponer sus resultados y procedimientos.

E1: Maestra aquí que tenemos que hacer.

D: Tienes que encontrar la expresión algebraica de tu sucesión que te va a permitir saber la cantidad de piezas que vas a necesitar para cualquier lugar de la sucesión.

E1: Entonces. si mi sucesión va de 3 en 3.

D: Cómo iniciarías tu expresión.

E1: $3n$.

D: Ok tus primeros números son 8, 11, 14 sustituye usando tu expresión para ver si te da.

E1: $3(1) = 3$ pero en la sucesión aparece el número 8.

D: Entonces te falta o te sobra.

E1: Faltan 5.

D: ¿Qué podríamos agregar a nuestra expresión?

E1: $3n + 5$.

D: Checa si queda o hay que corregir.

E1: Si quedó bien maestra.

P7: Nosotros la sucesión que tenemos es de 4 en 4 maestras entonces nuestra expresión es $4n$.

D: Muy bien niños como ya se terminó el tiempo ahora las parejas van a pasar a exponer sus resultados.

Figura 147

Resultados punto 1.

Expongamos diseños

De manera grupal contesten la actividad 1.

1. Resuelve lo que se pide con base en la siguiente regla.
Cada figura de la sucesión tiene un número de puntos igual a cuatro veces el lugar que ocupa en la sucesión más uno.

a) Escribe los primeros términos de la sucesión
 $5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, \dots$

b) ¿Cuál es la diferencia entre dos términos consecutivos de la sucesión?
 Cuatro

c) Escoge las expresiones algebraicas que expresan las reglas generales con las que se pueden obtener los términos de la sucesión. La letra n representa el lugar de cada término.
 $4 + n$ $4n + n$ $4n + 1$ $4n - 4 + 5$

d) ¿Cuántos puntos tendrán las figuras que se encuentren en los lugares décimo y decimocuarto?
 $n_{10} = 41$ $n_{14} = 57$ $n_{14} = 4(14) + 5 = 56 + 5 = 61$ $n_{10} = 4(10) + 1 = 40 + 1 = 41$

e) ¿Qué lugar ocuparía la figura formada por 49 puntos?
 $n = 12$ $4n + 1 = 49$ $n = 12$
 $4n = 49 - 1$
 $n = \frac{48}{4}$

Figura 148

Resultados de una de las parejas

2. Al terminar tus diseños contesta la tabla

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$5n - 2$
Número de piezas	3	8	13	18	23	

3. Contesten las siguientes preguntas con tu equipo y las expondrán al resto de su clase
 Ahora que tienes la expresión algebraica con la que puedes saber el número de piezas que necesitaras dependiendo el lugar en la sucesión contesta lo siguiente:

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 7?
 33 $5(7) - 2 = 35 - 2 = 33$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 10?
 48 $5(10) - 2 = 50 - 2 = 48$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 15?
 73 $\frac{15}{5} = 3$ $5(15) - 2 = 75 - 2 = 73$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 38?
 198 $\frac{38}{5} = 7 \frac{3}{5}$ $5(38) - 2 = 190 - 2 = 188$

Comparen sus respuestas con el resto de los equipos y expliquen cómo obtuvieron la expresión algebraica de su diseño.

Figura 149

Resultados punto 2 y 3 pareja 2

2. Al terminar tus diseños contesta la tabla

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$3n - 2$
Número de piezas	1	4	7	10	13	

3. Contesten las siguientes preguntas con tu equipo y las expondrán al resto de su clase

Ahora que tienes la expresión algebraica con la que puedes saber el número de piezas que necesitaras dependiendo el lugar en la sucesión contesta lo siguiente:

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 7?

19

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 10?

28

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 15?

45

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 38?

114

Comparen sus respuestas con el resto de los equipos y expliquen cómo obtuvieron la expresión algebraica de su diseño.

Figura 150

Resultados punto 2 y 3 pareja 3

2. Al terminar tus diseños contesta la tabla

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$3n + 5$
Número de piezas	8	11	14	17	20	

3. Contesten las siguientes preguntas con tu equipo y las expondrán al resto de su clase

Ahora que tienes la expresión algebraica con la que puedes saber el número de piezas que necesitaras dependiendo el lugar en la sucesión contesta lo siguiente:

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 7?

$3(7) + 5 = 26$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 10?

$3(10) + 5 = 35$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 15?

$3(15) + 5 = 50$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 38?

$3(38) + 5 = 119$

Comparen sus respuestas con el resto de los equipos y expliquen cómo obtuvieron la expresión algebraica de su diseño.

Figura 151

Resultados punto 2 y 3 pareja 4

2. Al terminar tus diseños contesta la tabla

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$5n$
Número de piezas	5	10	15	20	25	

3. Contesten las siguientes preguntas con tu equipo y las expondrán al resto de su clase
 Ahora que tienes la expresión algebraica con la que puedes saber el número de piezas que necesitaras dependiendo el lugar en la sucesión contesta lo siguiente:

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 7?
 35 $5n(7) = 35$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 10?
 50 $5n(10) = 50$
 ~~$5(10) = 50$~~

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 15?
 75 $5n(15) = 75$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 38?
 190 $5(38) = 190$

Figura 152

Resultados punto 2 y 3 pareja 5

2. Al terminar tus diseños contesta la tabla

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$6n - 4$
Número de piezas	2	8	14	20	26	

3. Contesten las siguientes preguntas con tu equipo y las expondrán al resto de su clase
 Ahora que tienes la expresión algebraica con la que puedes saber el número de piezas que necesitaras dependiendo el lugar en la sucesión contesta lo siguiente:

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 7?
 38 $6n - 4$
 $6(7) - 4$
 $42 - 4$
 38

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 10?
 56 $6n - 4$
 $6(10) - 4$
 $60 - 4$
 56

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 15?
 86 $6n - 4$
 $6(15) - 4$
 $90 - 4$
 86

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 38?
 224 $6n - 4$
 $6(38) - 4$
 $228 - 4$
 224

Comparen sus respuestas con el resto de los equipos y expliquen cómo obtuvieron la expresión algebraica de su diseño.

Figura 153

Resultados punto 2 y 3 pareja 6

2. Al terminar tus diseños contesta la tabla

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$5n$
Número de piezas	5	10	15	20	25	

3. Contesten las siguientes preguntas con tu equipo y las expondrán al resto de su clase

Ahora que tienes la expresión algebraica con la que puedes saber el número de piezas que necesitaras dependiendo el lugar en la sucesión contesta lo siguiente:

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 7?

$$5n = 5(7) = 35$$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 10?

$$5(10) = 50$$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 15?

$$5(15) = 75$$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 38?

$$5(38) = 190$$

Comparen sus respuestas con el resto de los equipos y expliquen cómo obtuvieron la expresión algebraica de su diseño.

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 5 \\ \hline 190 \end{array}$$

Figura 154

Resultados punto 2 y 3 pareja 7

2. Al terminar tus diseños contesta la tabla

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$4n$
Número de piezas	4	8	12	16	20	

3. Contesten las siguientes preguntas con tu equipo y las expondrán al resto de su clase

Ahora que tienes la expresión algebraica con la que puedes saber el número de piezas que necesitaras dependiendo el lugar en la sucesión contesta lo siguiente:

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 7?

$$4(7) = 28$$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 10?

$$4(10) = 40$$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 15?

$$4(15) = 60$$

¿Cuántas piezas se necesitarán en la figura 38?

$$4(38) = 152$$

Comparen sus respuestas con el resto de los equipos y expliquen cómo obtuvieron la expresión algebraica de su diseño.

40 de 4 en 4 y se multiplican los números por ejemplo

en esta multiplicación 38 que me da 152 y sería la cantidad de piezas en la figura 38

$$\begin{array}{r} 38 \\ \times 4 \\ \hline 152 \end{array}$$

Analizando los resultados y procedimientos del alumnado se pudo ver que la mayoría de las parejas realizaron sus procedimientos de forma correcta, también pudimos observar que contestaron la tabla correctamente y de manera individual pero que algunas parejas comenzaron a tener dudas al momento de querer representar la expresión algebraica. Se pudo ver que algunos compañeros se ayudaron y aconsejaron sobre los procedimientos que debían de seguir. En las tablas 41-47 se muestran las ponderaciones asignándole un valor dependiendo el aspecto a calificar que tuvieron los equipos en esta actividad.

Tabla 41

Resultados de la rúbrica pareja 1

Destacado	Satisfactorio	Suficiente	Insuficiente
La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño que les fue asignado con el material didáctico.	La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño que les fue asignado con el material didáctico, aunque solicitaron ayuda de algunos compañeros o de la docente	La pareja logró representar únicamente uno de los dos términos solicitados haciendo uso del material didáctico	La pareja confunde los diseños y no logran establecer las piezas correctas en cada término de la sucesión.
La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado y se ayudó de previamente haberlas construido con su material didáctico	La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado, pero no terminó de representarlas mediante el material didáctico	La pareja completó la mayoría de los lugares de cada término de la sucesión y del total de piezas usadas	La pareja no contestó o escribió de manera incorrecta tanto el lugar de cada término de la sucesión como el número de piezas de cada figura.
La pareja pudo encontrar la regla de generalización con la que posteriormente pudiera encontrar el número de piezas	La pareja con ayuda del docente pudo encontrar la regla de generalización con la que	La pareja trato de generar la expresión algebraica que rige el diseño de su sucesión, pero lo	La pareja no intentó o dejó el espacio vacío al momento de generar la expresión algebraica que rige

necesarias para cualquier término del diseño que se les asignó.	posteriormente pudiera encontrar el número de piezas necesarias para cualquier término del diseño que se les asignó	hizo de manera incorrecta.	el diseño de su sucesión
Gracias a la expresión algebraica la pareja pudo encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, incluso pudieron contestar las que la consigna pedía y los procedimientos fueron correctos.	La pareja pudo encontrar la expresión algebraica y pudieron encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, pero por el tiempo no contestaron algunas de las preguntas de la actividad	La pareja tuvo problemas al momento de encontrar la expresión algebraica que rige a la sucesión de su diseño, pero con ayuda del docente la desarrolló y algunas de las preguntas fueron contestadas de manera correcta	La pareja no usa los procedimientos correctos para obtener la expresión algebraica y por lo mismo no pudo contestar el resto de las preguntas o las contesto mediante el método del conteo.

Tabla 42

Resultados de la rúbrica pareja 2

Destacado	Satisfactorio	Suficiente	Insuficiente
La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño que les fue asignado con el material didáctico.	La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño que les fue asignado con el material didáctico, aunque solicitaron ayuda de algunos compañeros o de la docente	La pareja logró representar únicamente uno de los dos términos solicitados haciendo uso del material didáctico	La pareja confunde los diseños y no logran establecer las piezas correctas en cada término de la sucesión.
La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la	La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la	La pareja completó la mayoría de los lugares de cada término de la	La pareja no contestó o escribió de manera incorrecta tanto el lugar de cada

sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado y se ayudó de previamente haberlas construido con su material didáctico	sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado, pero no terminó de representarlas mediante el material didáctico	sucesión y del total de piezas usadas	término de la sucesión como el número de piezas de cada figura.
La pareja pudo encontrar la regla de generalización con la que posteriormente pudiera encontrar el número de piezas necesarias para cualquier término del diseño que se les asignó.	La pareja con ayuda del docente pudo encontrar la regla de generalización con la que posteriormente pudiera encontrar el número de piezas necesarias para cualquier término del diseño que se les asignó	La pareja trato de generar la expresión algebraica que rige el diseño de su sucesión, pero lo hizo de manera incorrecta.	La pareja no intentó o dejó el espacio vacío al momento de generar la expresión algebraica que rige el diseño de su sucesión
Gracias a la expresión algebraica la pareja pudo encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, incluso pudieron contestar las que la consigna pedía y los procedimientos fueron correctos.	La pareja pudo encontrar la expresión algebraica y pudieron encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, pero por el tiempo no contestaron algunas de las preguntas de la actividad	La pareja tuvo problemas al momento de encontrar la expresión algebraica que rige a la sucesión de su diseño, pero con ayuda del docente la desarrolló y algunas de las preguntas fueron contestadas de manera correcta	La pareja no usa los procedimientos correctos para obtener la expresión algebraica y por lo mismo no pudo contestar el resto de las preguntas o las contesto mediante el método del conteo.

Tabla 43

Resultados de la rúbrica pareja 3

Destacado	Satisfactorio	Suficiente	Insuficiente
La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño	La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño	La pareja logró representar únicamente uno de los dos términos	La pareja confunde los diseños y no logran establecer las piezas correctas

que les fue asignado con el material didáctico.	que les fue asignado con el material didáctico, aunque solicitaron ayuda de algunos compañeros o de la docente	solicitados haciendo uso del material didáctico	en cada término de la sucesión.
La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado y se ayudó de previamente haberlas construido con su material didáctico	La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado, pero no terminó de representarlas mediante el material didáctico	La pareja completó la mayoría de los lugares de cada término de la sucesión y del total de piezas usadas	La pareja no contestó o escribió de manera incorrecta tanto el lugar de cada término de la sucesión como el número de piezas de cada figura.
La pareja pudo encontrar la regla de generalización con la que posteriormente pudiera encontrar el número de piezas necesarias para cualquier término del diseño que se les asignó.	La pareja con ayuda del docente pudo encontrar la regla de generalización con la que posteriormente pudiera encontrar el número de piezas necesarias para cualquier término del diseño que se les asignó	La pareja trato de generar la expresión algebraica que rige el diseño de su sucesión, pero lo hizo de manera incorrecta.	La pareja no intentó o dejó el espacio vacío al momento de generar la expresión algebraica que rige el diseño de su sucesión
Gracias a la expresión algebraica la pareja pudo encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, incluso pudieron contestar	La pareja pudo encontrar la expresión algebraica y pudieron encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, pero	La pareja tuvo problemas al momento de encontrar la expresión algebraica que rige a la sucesión de su diseño, pero con ayuda del docente la	La pareja no usa los procedimientos correctos para obtener la expresión algebraica y por lo mismo no pudo contestar el resto de las preguntas o las contesto mediante

las que la consigna pedía y los procedimientos fueron correctos.	por el tiempo no contestaron algunas de las preguntas de la actividad	desarrolló y algunas de las preguntas fueron contestadas de manera correcta	el método del conteo.
--	---	---	-----------------------

Tabla 44

Resultados de la rúbrica pareja 4

Destacado	Satisfactorio	Suficiente	Insuficiente
La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño que les fue asignado con el material didáctico.	La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño que les fue asignado con el material didáctico, aunque solicitaron ayuda de algunos compañeros o de la docente.	La pareja logró representar únicamente uno de los dos términos solicitados haciendo uso del material didáctico.	La pareja confunde los diseños y no logran establecer las piezas correctas en cada término de la sucesión.
La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado y se ayudó de previamente haberlas construido con su material didáctico	La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado, pero no terminó de representarlas mediante el material didáctico	La pareja completó la mayoría de los lugares de cada término de la sucesión y del total de piezas usadas	La pareja no contestó o escribió de manera incorrecta tanto el lugar de cada término de la sucesión como el número de piezas de cada figura.
La pareja pudo encontrar la regla de generalización con la que posteriormente pudiera encontrar el número de piezas necesarias para cualquier término	La pareja con ayuda del docente pudo encontrar la regla de generalización con la que posteriormente pudiera encontrar el número de piezas necesarias para	La pareja trató de generar la expresión algebraica que rige el diseño de su sucesión, pero lo hizo de manera incorrecta.	La pareja no intentó o dejó el espacio vacío al momento de generar la expresión algebraica que rige el diseño de su sucesión

del diseño que se les asignó.	cualquier término del diseño que se les asignó		
Gracias a la expresión algebraica la pareja pudo encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, incluso pudieron contestar las que la consigna pedía y los procedimientos fueron correctos.	La pareja pudo encontrar la expresión algebraica y pudieron encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, pero por el tiempo no contestaron algunas de las preguntas de la actividad	La pareja tuvo problemas al momento de encontrar la expresión algebraica que rige a la sucesión de su diseño, pero con ayuda del docente la desarrolló y algunas de las preguntas fueron contestadas de manera correcta	La pareja no usa los procedimientos correctos para obtener la expresión algebraica y por lo mismo no pudo contestar el resto de las preguntas o las contesto mediante el método del conteo.

Tabla 45

Resultados de la rúbrica pareja 5

Destacado	Satisfactorio	Suficiente	Insuficiente
La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño que les fue asignado con el material didáctico.	La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño que les fue asignado con el material didáctico, aunque solicitaron ayuda de algunos compañeros o de la docente	La pareja logró representar únicamente uno de los dos términos solicitados haciendo uso del material didáctico	La pareja confunde los diseños y no logran establecer las piezas correctas en cada término de la sucesión.
La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado y se ayudó de previamente	La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado, pero no terminó de	La pareja completó la mayoría de los lugares de cada término de la sucesión y del total de piezas usadas	La pareja no contestó o escribió de manera incorrecta tanto el lugar de cada término de la sucesión como el número de piezas de cada figura.

haberlas construido con su material didáctico	representarlas mediante el material didáctico		
La pareja pudo encontrar la regla de generalización con la que posteriormente pudiera encontrar el número de piezas necesarias para cualquier término del diseño que se les asignó.	La pareja con ayuda del docente pudo encontrar la regla de generalización con la que posteriormente pudiera encontrar el número de piezas necesarias para cualquier término del diseño que se les asignó	La pareja trato de generar la expresión algebraica que rige el diseño de su sucesión, pero lo hizo de manera incorrecta.	La pareja no intentó o dejó el espacio vacío al momento de generar la expresión algebraica que rige el diseño de su sucesión
Gracias a la expresión algebraica la pareja pudo encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, incluso pudieron contestar las que la consigna pedía y los procedimientos fueron correctos.	La pareja pudo encontrar la expresión algebraica y pudieron encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, pero por el tiempo no contestaron algunas de las preguntas de la actividad	La pareja tuvo problemas al momento de encontrar la expresión algebraica que rige a la sucesión de su diseño, pero con ayuda del docente la desarrolló y algunas de las preguntas fueron contestadas de manera correcta	La pareja no usa los procedimientos correctos para obtener la expresión algebraica y por lo mismo no pudo contestar el resto de las preguntas o las contesto mediante el método del conteo.

Tabla 46

Resultados de la rúbrica pareja 6

Destacado	Satisfactorio	Suficiente	Insuficiente
La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño que les fue asignado con el material didáctico.	La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño que les fue asignado con el material didáctico, aunque solicitaron ayuda de algunos	La pareja logró representar únicamente uno de los dos términos solicitados haciendo uso del material didáctico	La pareja confunde los diseños y no logran establecer las piezas correctas en cada término de la sucesión.

	compañeros o de la docente		
La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado y se ayudó de previamente haberlas construido con su material didáctico	La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado, pero no terminó de representarlas mediante el material didáctico	La pareja completó la mayoría de los lugares de cada término de la sucesión y del total de piezas usadas	La pareja no contestó o escribió de manera incorrecta tanto el lugar de cada término de la sucesión como el número de piezas de cada figura.
La pareja pudo encontrar la regla de generalización con la que posteriormente pudiera encontrar el número de piezas necesarias para cualquier término del diseño que se les asignó.	La pareja con ayuda del docente pudo encontrar la regla de generalización con la que posteriormente pudiera encontrar el número de piezas necesarias para cualquier término del diseño que se les asignó	La pareja trato de generar la expresión algebraica que rige el diseño de su sucesión, pero lo hizo de manera incorrecta.	La pareja no intentó o dejó el espacio vacío al momento de generar la expresión algebraica que rige el diseño de su sucesión
Gracias a la expresión algebraica la pareja pudo encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, incluso pudieron contestar las que la consigna pedía y los procedimientos fueron correctos.	La pareja pudo encontrar la expresión algebraica y pudieron encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, pero por el tiempo no contestaron algunas de las preguntas de la actividad	La pareja tuvo problemas al momento de encontrar la expresión algebraica que rige a la sucesión de su diseño, pero con ayuda del docente la desarrolló y algunas de las preguntas fueron contestadas de manera correcta	La pareja no usa los procedimientos correctos para obtener la expresión algebraica y por lo mismo no pudo contestar el resto de las preguntas o las contesto mediante el método del conteo.

Tabla 47*Resultados de la rúbrica pareja 7*

Destacado	Satisfactorio	Suficiente	Insuficiente
La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño que les fue asignado con el material didáctico.	La pareja logró representar el cuarto y quinto término del diseño que les fue asignado con el material didáctico, aunque solicitaron ayuda de algunos compañeros o de la docente	La pareja logró representar únicamente uno de los dos términos solicitados haciendo uso del material didáctico	La pareja confunde los diseños y no logran establecer las piezas correctas en cada término de la sucesión.
La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado y se ayudó de previamente haberlas construido con su material didáctico	La pareja escribió de manera correcta en su tabla los lugares de cada término de la sucesión, así como el total de piezas usadas según el diseño que le fue asignado, pero no terminó de representarlas mediante el material didáctico	La pareja completó la mayoría de los lugares de cada término de la sucesión y del total de piezas usadas	La pareja no contestó o escribió de manera incorrecta tanto el lugar de cada término de la sucesión como el número de piezas de cada figura.
La pareja pudo encontrar la regla de generalización con la que posteriormente pudiera encontrar el número de piezas necesarias para cualquier término del diseño que se les asignó.	La pareja con ayuda del docente pudo encontrar la regla de generalización con la que posteriormente pudiera encontrar el número de piezas necesarias para cualquier término del diseño que se les asignó	La pareja trato de generar la expresión algebraica que rige el diseño de su sucesión, pero lo hizo de manera incorrecta.	La pareja no intentó o dejó el espacio vacío al momento de generar la expresión algebraica que rige el diseño de su sucesión

Gracias a la expresión algebraica la pareja pudo encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, incluso pudieron contestar las que la consigna pedía y los procedimientos fueron correctos.	La pareja pudo encontrar la expresión algebraica y pudieron encontrar el número de piezas que necesitaban de cualquier término de la sucesión, pero por el tiempo no contestaron algunas de las preguntas de la actividad	La pareja tuvo problemas al momento de encontrar la expresión algebraica que rige a la sucesión de su diseño, pero con ayuda del docente la desarrolló y algunas de las preguntas fueron contestadas de manera correcta	La pareja no usa los procedimientos correctos para obtener la expresión algebraica y por lo mismo no pudo contestar el resto de las preguntas o las contesto mediante el método del conteo.
---	---	---	---

4.5.4 Situación de formulación – El milieu – Actividad 2

El milieu que se presenta en esta situación de formulación es el siguiente:

- Los estudiantes resuelven ejercicios prácticos para encontrar los términos de la sucesión utilizando la regla general y se les presenta una actividad con varios incisos relacionados con la sucesión.
- En el inciso b), los estudiantes deben notar que la diferencia entre dos términos consecutivos de la sucesión es cuatro.
- En el inciso c), los estudiantes deben escoger las expresiones algebraicas que representen las reglas generales para obtener los términos de la sucesión.
- Dos estudiantes son elegidos para resolver el inciso d), utilizando las expresiones algebraicas seleccionadas anteriormente.
- En el inciso e), se plantea encontrar el lugar de la figura que tiene 49 puntos, utilizando la expresión algebraica.
- Se entrega una nueva actividad en parejas junto con el material didáctico tangible para cada pareja, los estudiantes deben completar los diseños de la sucesión y encontrar la expresión algebraica que representa la regla general.
- Los estudiantes trabajan en parejas, construyendo los diseños con ayuda de su material y también escriben la tabla de términos y encuentran la expresión algebraica correspondiente.
- La docente realiza preguntas a los estudiantes y les brinda apoyo cuando tienen dudas sobre cómo encontrar la expresión algebraica.
- Al finalizar, las parejas presentan sus resultados y procedimientos ante el resto de la clase y exponen los diseños que crearon con ayuda de su material didáctico tangible.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica se caracteriza por un repaso inicial de conceptos, la utilización de expresiones algebraicas para encontrar los términos de una sucesión, la resolución de ejercicios prácticos y la realización de actividades en parejas para construir diseños y encontrar la regla general de la sucesión. Se fomenta la participación, la colaboración entre compañeros y la resolución de problemas de manera individual y en equipo. La docente brinda apoyo y aclara dudas durante todo el proceso.

4.5.5 Situación de Validación – Actividad 2

Después de que los estudiantes completaran su hoja de trabajo se les pidió que pasaran al pizarrón para que explicaran los procedimientos que siguieron para dar respuesta a los distintos puntos de la actividad. Además de que por parejas expusieron el diseño que les había tocado (figura 155-161) y cómo habían quedado los términos de las posiciones 4 y 5.

Figura 155

Resultados pareja 1



Figura 156

Resultados pareja 2

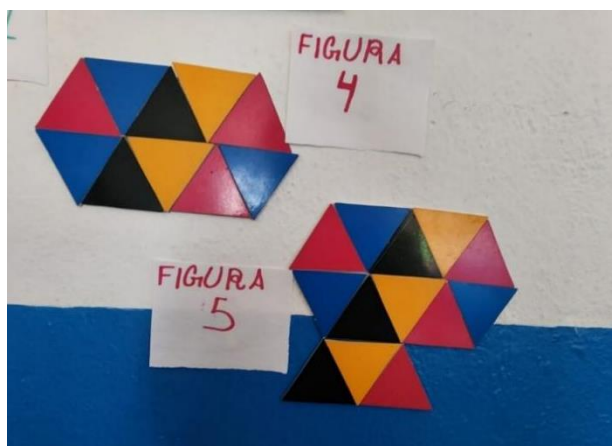


Figura 157

Resultados pareja 3

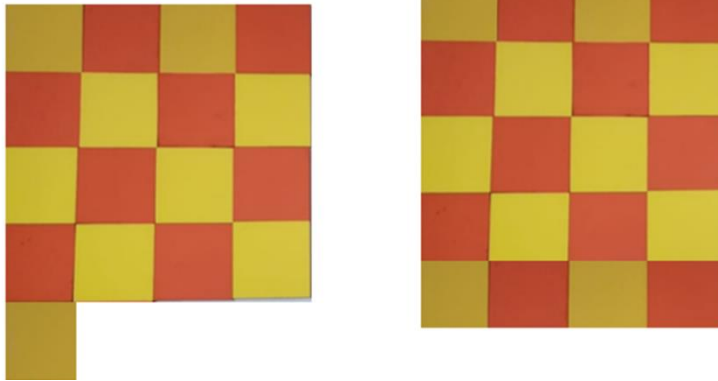


Figura 158

Resultados pareja 4



Figura 159

Resultados pareja 5



Figura 160

Resultados pareja 6

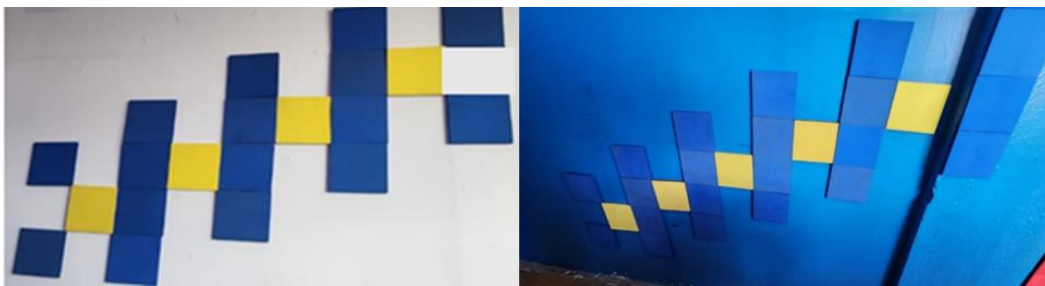


Figura 161

Resultados pareja 7



Hasta el momento en el que los estudiantes expusieron sus diseños se pudo notar que en el caso de la pareja 4 los colores que utilizaron fueron distintos a los que nosotros teníamos pensados. De igual manera sus resultados al contestar la tabla fueron correctos, sabíamos que eso podía pasar ya que había material de muchos colores por lo que es normal que escogieron distintos colores a los que nosotros teníamos pensados. Después de que las parejas compartieran sus resultados también se les pidió que pasaran al pizarrón a explicar los procedimientos que siguieron para encontrar su expresión algebraica.

D: Pase la pareja 1 a exponer sus datos.

P1: Mi sucesión va de 5 en 5, mi expresión es $5n-2$ y los primeros términos fueron 3, 8, 13, 18, 23 (figura 162).

D: Pase la pareja 2.

P2: La sucesión era 1, 4, 7, 10, 13 entonces es lineal y va aumentando de 3 en 3 y nuestra expresión primero lo multiplicamos por 3 pero al pasarnos por dos entonces decidimos restarle los dos que nos sobraban en el primer término y lo comprobamos con el resto de los términos y ya nos salieron bien en todas (figura 163).

D: Es correcto que bueno que comprobaron pase la pareja 3.

P3: Mi sucesión es 8, 11, 14, 17, 20 y la expresión algebraica es $3n+5$ porque al principio solo teníamos el $3n$ ya que la sucesión va de 3 en 3 pero nuestro primer número es el 8 entonces nos faltaban 5 unidades y vimos que al dejar la expresión como $3n+5$ todos los datos de la sucesión eran correctos (figura 164).

D: Bien ahora vamos con los resultados de la pareja 4.

P4: Nuestra sucesión iba de 5 en 5 los primeros números eran 5, 10, 15, 20, 25. Al principio al ver el diseño pensamos que era muy difícil pero después de hacer la figura 4 vimos que solamente era repetir (figura 165).

D: Y cómo fue que encontraron la expresión algebraica.

E4: Bueno la de nosotros era fácil maestra porque como era de 5 en 5 cuando pusimos $5n$ en la hoja empezamos a ver que si daban los mismos números de la sucesión.

D: Correcto, gracias ahora la pareja 5.

P5: Bueno nuestra sucesión era 2, 8, 14, 20, 26. Maestra nosotros cuando estábamos haciendo las figuras 4 y 5 con el material que nos tocó es muy desestresante. También de que si es cierto que entendiendo el patrón ya es más fácil con el material y la expresión pusimos que es $6n-4$ (figura 166).

D: Y la expresión cómo fue que la obtuvieron.

P5: Bueno como cada 6 salamandras se cambiaba de color nuestra sucesión primero pusimos el $6n$, pero $6(1) = 6$ y nosotros al inicio de la sucesión teníamos el número 2 entonces solamente le restamos menos 4 para que al final nos quedara $6n-4$.

D: Y comprobaron que los datos fueran los mismos de la tabla usando esa expresión algebraica.

P5: Si maestra.

D: Ok entonces ahora que pase la pareja 6.

P6: Nosotros somos igual que el equipo 4 porque nuestra expresión fue $5n$ y los números de nuestra sucesión eran los mismos 5, 10, 15, 20, 25 pero el diseño que nos entregaron si era muy distinto maestra (figura 167).

D: ¿Por qué lo dices?

P6: Pues los de la pareja 4 hicieron como estrellas, pero nosotros usamos cuadrados y nuestra figura era distinta.

D: Sí, realmente a pesar de que con ustedes decidí dejar la misma sucesión cambié los diseños para que no llegaran a la conclusión de que tenían los mismos resultados.

P6: Si maestra, de hecho, nos dimos cuenta hasta ahorita que expusieron ellos.

D: Bueno, por último, los resultados de la pareja 7 por favor.

P7: Si maestra.

D: Ustedes que expresión algebraica era con la que pudieron encontrar cualquier figura de su sucesión.

P7: $4n$.

D: Expliquen sus respuestas.

P7: Bueno nuestro diseño era muy tardado porque tenía varias piezas, pero en la tabla de nuestra sucesión solo querían saber cuántas piezas rojas eran las que íbamos a utilizar y fue que nos dimos cuenta que nuestra sucesión era de 4 en 4. En la primera figura tenían solo 4 piezas rojas, la segunda 8, la tercera 12 y entonces la figura 4 que nosotras hicimos solo usamos 16 piezas rojas y en la última 20 (figura 168).

D: Correcto buenas respuestas.

Figura 162

Pareja 1, explicando sus procedimientos y resultados

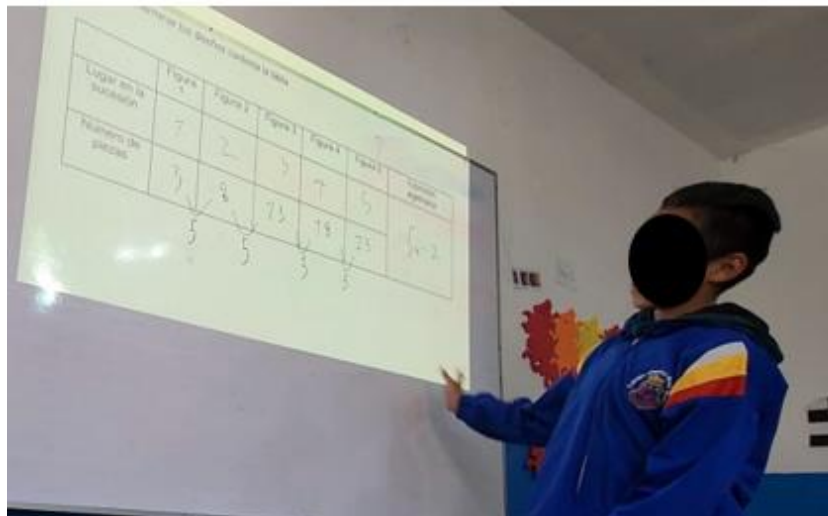


Figura 163

Pareja 2, explicando sus procedimientos y resultados

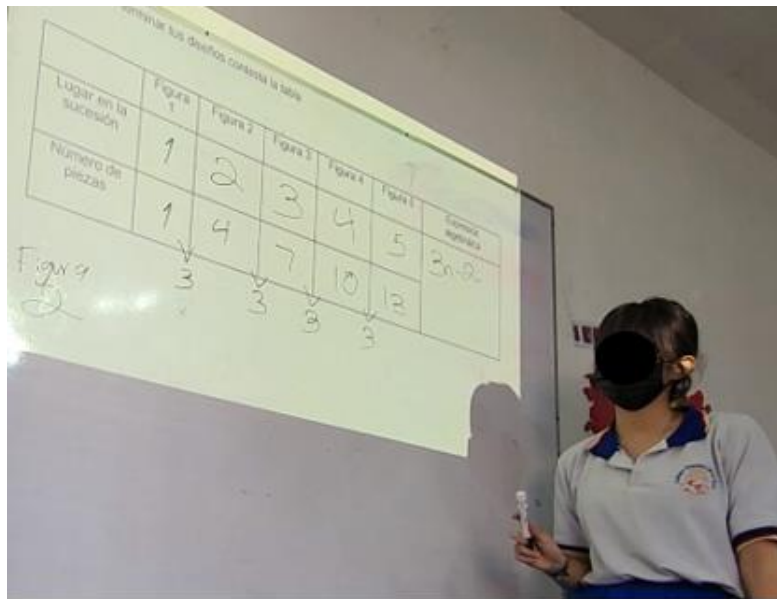


Figura 164

Pareja 3, explicando sus procedimientos y resultados

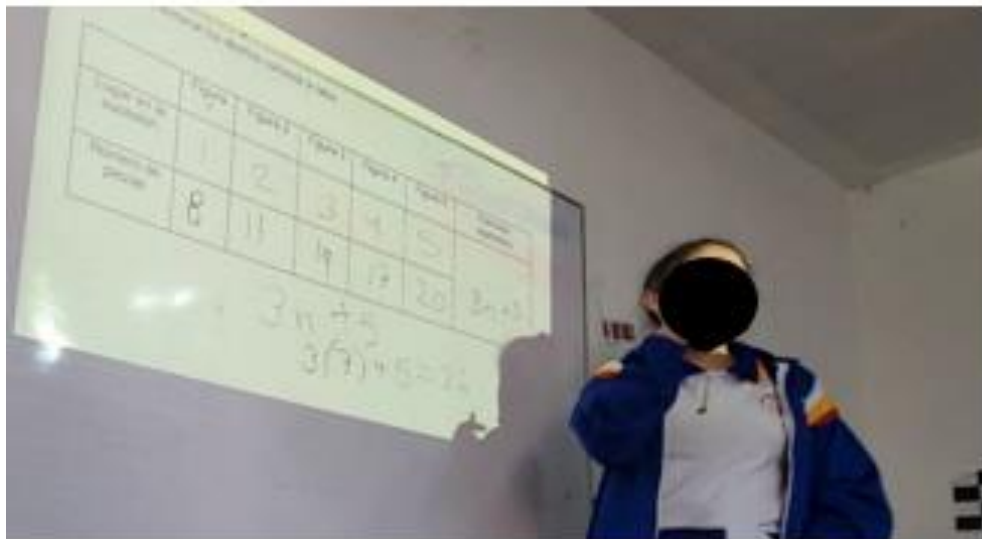


Figura 165

Pareja 4, explicando sus procedimientos y resultados



Figura 166

Pareja 5, explicando sus procedimientos y resultados

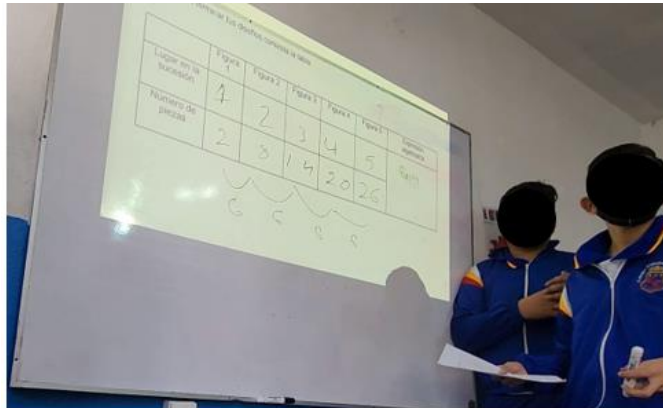


Figura 167

Pareja 6, explicando sus procedimientos y resultados

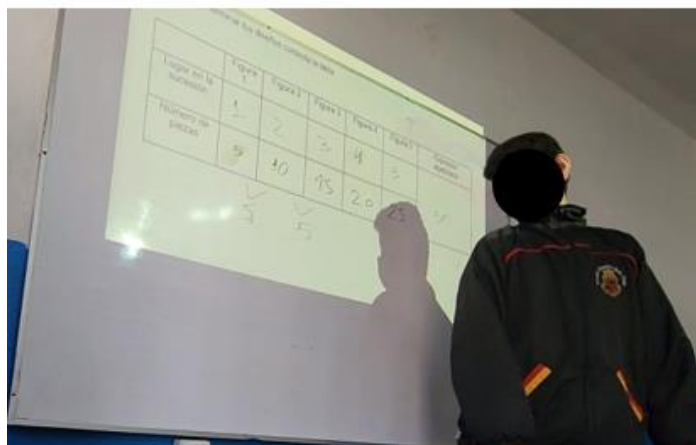


Figura 168

Pareja 7, explicando sus procedimientos y resultados



Al terminar de exponer los resultados de las tablas por parejas se les pidió que en el pizarrón escribieran los procedimientos a los que llegaron (figura 169). Para saber el número de piezas que necesitarían para realizar las figuras 7, 10, 15 y 38 de cada sucesión respecto al diseño que les había tocado, resultando lo siguiente:

D: Ahora la actividad nos dice usando la regla de su expresión encuentren cuantas piezas necesitarán para las figuras 7, 10, 15 y 38 ¿Quiénes quieren pasar a escribir sus resultados?

Es: Yo.

D: Adelante marquen sus resultados en el pizarrón.

P1: Escribió los siguientes procedimientos:

$$5n - 2$$

$$5(7) - 2$$

$$33$$

P2: Escribió los siguientes procedimientos:

$$3n - 2$$

$$3(7) - 2$$

$$21 - 2$$

$$19$$

P3: Escribió los siguientes procedimientos:

$$3n + 5$$

$$3(7) + 5$$

$$21 + 5$$

$$26$$

P4: Escribió los siguientes procedimientos:

$$5n$$

$$5(7)$$

$$35$$

P5: Escribió los siguientes procedimientos:

$$6n - 4$$

$$6(7) - 4$$

$$42 - 4$$

$$38$$

P6: Escribió los siguientes procedimientos:

$$5n$$

$$5(7) = 35$$

P7: Escribió los siguientes procedimientos: (figura 170)

$$4n$$

$$4(7)$$

$$28$$

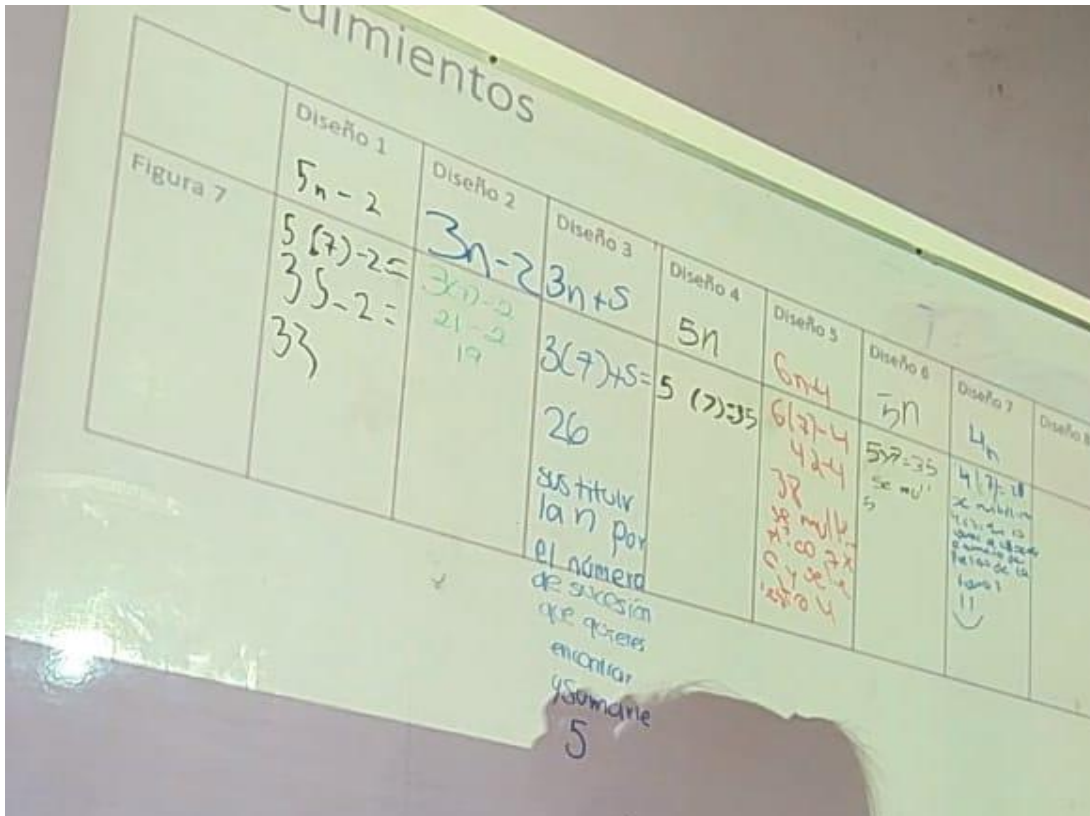
Figura 168

Estudiantes pasando al pizarrón a escribir sus resultados de la figura 7 según el diseño que se les asignó



Figura 170

Respuestas por parte de los estudiantes



D: Pasen a escribir sus procedimientos para la figura 15

P1: Escribió los siguientes procedimientos (figura 171):

$$5n - 2$$

$$5(15) - 2$$

$$73$$

P2: Escribió los siguientes procedimientos:

$$3n - 2$$

$$3(15) - 2$$

$$45 - 2$$

$$43$$

P3: Escribió los siguientes procedimientos:

$$3n + 5$$

$$3(15) + 5$$

$$45 + 5$$

$$50$$

P4: Escribió los siguientes procedimientos:

$$5$$

$$5(15)$$

$$75$$

P5: Escribió los siguientes procedimientos (figura 172):

$$6n - 4$$

$$6(15) - 4$$

$$90 - 4$$

$$86$$

P6: Escribió los siguientes procedimientos:

$$5n$$

$$5(15) = 75$$

P7: Escribió los siguientes procedimientos:

$$4n$$

$$4(15)$$

$$60$$

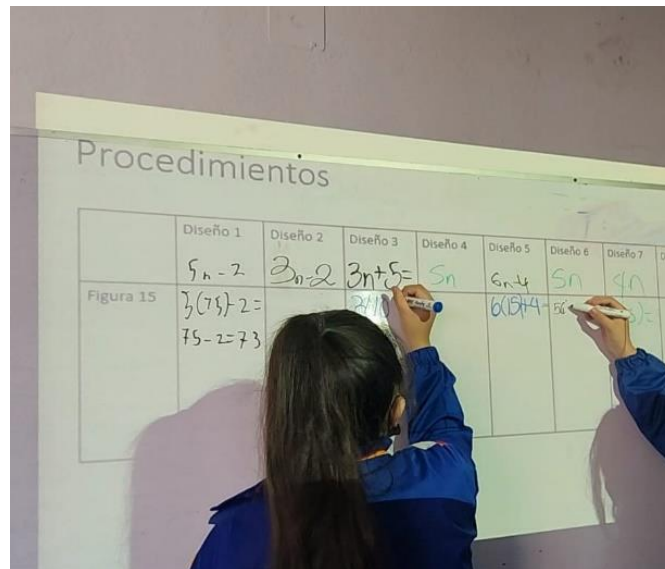
Figura 171

Estudiantes escribiendo sus resultados de la figura 15 según el diseño que se les asignó



Figura 172

Respuestas figura 15



D: Por último, solo den el resultado que les dio para la figura 38 ya que le quedan pocos minutos a la clase igual si quieren hacer el procedimiento en el pizarrón en lo que yo guardo mis cosas porque ya casi van a timbrar (figura 173).

Figura 173

Resultados de la figura 38

	Diseño 1	Diseño 2	Diseño 3	Diseño 4	Diseño 5	Diseño 6	Diseño 7	Diseño 8
Figura 38	$5n - 2$	$3n - 2$	$3n + 5$	$5n$	$6n - 4$	$5n$	$4n$	
	$5(38) - 2 =$ $740 - 2 =$ 738	$3(38) - 2 =$ 114	$3(38) + 5 =$ 119	$5(38) =$ 190	$6(38) - 4 =$ $208 - 4 =$ 204	$5(38) =$ 190	$4(38) =$ 152	

4.5.6 Situación de validación – El milieu – Actividad 2

El milieu que se presenta en esta situación de validación es el siguiente:

- Los estudiantes completan la hoja de trabajo que les fue asignada.
- Se les pide a las parejas que pasen al pizarrón para explicar los procedimientos que siguieron para responder a los diferentes puntos de la actividad.
- Se destaca que algunas parejas utilizaron colores distintos a los previstos en el diseño, pero sus resultados en la tabla fueron correctos.

- Cada pareja expone su diseño y explica su expresión algebraica y cómo llegaron a ella.
- Se resalta que la pareja 4 utilizó un diseño diferente, pero obtuvo resultados consistentes con su expresión algebraica.
- Las parejas 5 y 6 comentan que el material didáctico tangible les ayudó a entender el patrón y facilitó el proceso de encontrar la expresión algebraica.
- La pareja 7 presenta una sucesión con una regla simple y explica cómo determinaron la cantidad de piezas necesarias para cada figura.
- Se pide a las parejas que escriban en el pizarrón los procedimientos para determinar el número de piezas necesarias para las figuras 7, 10, 15 y 38 de cada sucesión.
- Cada pareja escribe sus procedimientos y resultados en el pizarrón.
- La docente anuncia que solo se requiere el resultado para la figura 38 debido a la proximidad del timbre.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica se caracteriza por la exposición de los resultados y procedimientos de las parejas en el pizarrón, así como por la discusión de las expresiones algebraicas utilizadas y los patrones observados en los diseños. Se fomenta la participación activa de los estudiantes, la presentación y explicación de sus razonamientos, y se les brinda la oportunidad de compartir diferentes enfoques y soluciones. La docente muestra interés en los procedimientos y resultados de los estudiantes, y les proporciona retroalimentación positiva sobre sus respuestas y procedimientos.

4.5.7 Situación de institucionalización – Actividad 2

Para concluir con la clase la docente argumenta algunos aspectos de la expresión algebraica y el porqué era importante que los estudiantes pudieran encontrarla al momento de estar trabajando con el contenido de sucesiones (figura 174):

D: Gracias, para concluir con la clase les voy a comentar lo siguiente y también quiero que lo escriban en su cuaderno la regla de generalización de una sucesión es una fórmula matemática que describe el patrón de la sucesión. Esta fórmula se puede usar para predecir los siguientes elementos de la sucesión sin tener que calcularlos manualmente. Por ejemplo, en las dos sesiones nos encargamos de trabajar con siete diseños de sucesiones a las cuales ustedes encontraron su regla de generalización y pudieron completar de una manera más fácil la cantidad de piezas que necesitarían para las figuras 7, 10, 15, 38 pero incluso lo pueden hacer para la figura 100, 200, 976 etcétera.

D: Guarden todo lo que ya no necesiten y entréguenme la actividad con su nombre.

Figura 174

Docente concluyendo la actividad 2



4.5.8 Situación de institucionalización – El milieu – Actividad 2

El milieu que se presenta en esta situación de institucionalización es el siguiente:

- La docente argumenta sobre la importancia de la expresión algebraica y su relación con las sucesiones en el diseño de cada patrón geométrico de las distintas parejas.
- Se destaca que la regla de generalización de una sucesión es una fórmula matemática que describe el patrón de la sucesión.
- Se menciona que esta fórmula permite predecir los siguientes elementos de la sucesión sin tener que calcularlos manualmente.
- Se resalta el ejemplo de los siete diseños de sucesiones trabajados en las clases anteriores, donde los estudiantes encontraron la regla de generalización y pudieron completar fácilmente la cantidad de piezas necesarias para figuras específicas.
- Se enfatiza que esta regla de generalización también puede aplicarse para figuras con números más grandes, como los términos 100, 200, 976, entre otros de cada sucesión.
- Se solicita a los estudiantes que guarden todo lo que ya no necesiten y entreguen la actividad con su nombre.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica se centra en la importancia de la expresión algebraica como una herramienta que permite generalizar patrones y predecir elementos de una sucesión sin necesidad de realizar cálculos manualmente. Se enfatiza el uso de la regla de generalización para facilitar la resolución de problemas relacionados con las sucesiones. La docente brinda una explicación clara y ejemplos concretos para reforzar la comprensión de los estudiantes. Se fomenta la reflexión y la escritura de la información relevante en los cuadernos de los estudiantes.

4.5.9 Devolución - Actividad 2

En esta devolución, analizaremos la situación didáctica centrada en el tema de patrón geométrico y la construcción de los primeros 5 términos haciendo uso de material didáctico tangible. Con la segunda actividad se enfoca en el proceso de aprendizaje y la construcción de conocimiento matemático.

Esta actividad proporcionó a los estudiantes la oportunidad de observar y describir patrones, utilizar el razonamiento lógico, generalizar reglas y aplicar los conceptos aprendidos para resolver problemas relacionados con los patrones geométricos. Esto favoreció el desarrollo de habilidades matemáticas fundamentales, como la observación, la abstracción y el razonamiento deductivo.

El planteamiento de la situación permitió generar un conflicto cognitivo en los estudiantes, ya que se les presenta una serie de patrones geométricos para analizar y comprender. Esto desencadenó una necesidad de encontrar regularidades y reglas subyacentes en los patrones, lo que estimula su pensamiento crítico y creativo. La identificación de las regularidades y la formulación de hipótesis para predecir los elementos futuros en el patrón desafió a los estudiantes a explorar nuevas soluciones y desarrollar estrategias propias.

La actividad promovió la interacción entre pares y con la docente, lo cual es esencial para la construcción del conocimiento matemático. A través de la discusión y el intercambio de ideas con sus compañeros, los estudiantes generaron la oportunidad de contrastar y enriquecer sus propias perspectivas. Además, la docente desempeñó un papel crucial al plantear preguntas estimulantes, brindar retroalimentación individualizada y guiar a los estudiantes hacia la comprensión profunda de los conceptos.

Los distintos diseños brindaron oportunidades para que los estudiantes consolidaran su conocimiento mediante la resolución de problemas relacionados con patrones geométricos. Esto les permitió aplicar los conceptos aprendidos en contextos diferentes y desarrollar la capacidad de transferir su conocimiento matemático a nuevas situaciones. Además, el énfasis en la descripción verbal y la formulación de reglas o fórmulas para los patrones fomenta la habilidad de comunicación matemática.

En conclusión, la actividad centrada en el tema de patrón geométrico se alineó con los principios de la teoría de situaciones didácticas. Proporcionó un ambiente propicio para el desarrollo de habilidades matemáticas y el fomento del pensamiento crítico y creativo. La interacción entre pares y con la docente enriqueció el proceso de aprendizaje, y la resolución de problemas consolidó el conocimiento adquirido. En general, la actividad didáctica ofreció una experiencia significativa y enriquecedora.

4.5.10 El contrato didáctico – Actividad 2

Objetivo: El objetivo de esta actividad es que los estudiantes desarrollen habilidades para identificar patrones geométricos, completar términos de sucesiones y representar la expresión algebraica que expresa la regla general. Se espera que puedan trabajar en parejas, utilizando el material didáctico proporcionado, y que puedan comunicar claramente sus procedimientos y resultados al resto del grupo.

Desarrollo de la actividad: La primera regla se estableció al solicitar al estudiantado que formaran parejas para realizar la actividad. Después de esa regla a cada pareja se les entregará los primeros tres términos de distintos patrones geométricos. Utilizando el material didáctico proporcionado, los estudiantes tuvieron que desarrollar distintas estrategias y procedimientos para formar los términos cuarto y quinto de cada patrón geométrico.

Otra tarea fue el solicitar al alumnado que en una tabla registrarán el total de piezas utilizadas para cada término de la sucesión. Posteriormente, cada pareja buscó la forma de representar la expresión algebraica que expresa la regla general con la que obtuvieron los términos de la sucesión. Finalmente, cada pareja describió a todo el grupo sus procedimientos y resultados obtenidos.

Roles y responsabilidades: La docente fue responsable de dar las indicaciones para que los estudiantes formaran sus parejas, también se encargó de proporcionarles los primeros tres términos de los patrones geométricos, así como el material didáctico necesario. Los estudiantes trabajaron en parejas y fueron responsables de completar los términos, registrar los totales en la tabla y encontrar la expresión algebraica que expresa la regla general. Todos los participantes respetaron las normas de trabajo en pareja, fomentando la colaboración y la participación activa de ambos miembros.

Tiempo: Se estableció un tiempo específico para que las parejas completaran los términos, que registraran los datos en la tabla y elaboraran la expresión algebraica. También se asignó un tiempo determinado para que cada pareja expusiera sus procedimientos y resultados al resto del grupo. El tiempo asignado permitió que los estudiantes realizaran la actividad de manera adecuada.

Evaluación: La evaluación se realizó con los diseños del cuarto y quinto término de cada pareja, la correcta representación de la expresión algebraica que lograra expresar la regla general del patrón geométrico, así como los diseños correctos con ayuda del material didáctico tangible. Por último, se tomó en cuenta los datos de la tabla y la exposición y argumentación que dieron al resto de los compañeros de cómo fue que obtuvieron sus resultados. Se valoró la claridad en la comunicación de los procedimientos y resultados al resto del grupo.

La docente proporcionó retroalimentación sobre el desempeño de los estudiantes y brindará apoyo al momento de institucionalizar sobre los conceptos de expresión algebraica.

4.6 Actividad 3 – Para concluir

El propósito de la tercera actividad es que los estudiantes diseñen sus propios patrones geométricos siguiendo distintas reglas de sucesión, para eso se les dará el material necesario y crearán los primeros 5 términos, también tendrán que completar una tabla y expondrán sus resultados al resto de la clase explicando cómo fue que pudieron llegar a la generalización de la sucesión de cada equipo.

4.6.1 Situación de acción – Actividad 3

Para dar inicio con la actividad la docente hizo entrega de la hoja de trabajo por estudiantes y les pidió que hicieran lectura de manera individual (figura 175 y 176). Se le pidió al alumnado que si tenían dudas preguntaran a la docente de acuerdo con el diseño, la expresión algebraica y la sucesión que realizarían.

D: Buenos días niños, hoy les voy a entregar la nueva actividad con la que vamos a estar trabajando, se las voy a ir entregando y se van a formar en sus equipos de cuatro.

*Los estudiantes empezaron a mover los pupitres para juntarse en equipos.

D: Ya debieron de haber leído la hoja ahora vamos a hacerlo de manera grupal para ver si no tienen alguna duda, quién me ayuda a leer.

E1: Para finalizar con el tema, ahora cada equipo hará los primeros 5 términos de un diseño propio de azulejos y encontrarán la expresión algebraica que expresa la regla general con la que se puede obtener los términos de la sucesión posterior a eso el resto de los equipos pasaran a cada equipo y tendrán que encontrar esa regla y los capitanes dirán si es correcta, (ganaran los equipos con más puntos).

D: Entonces niños lo que vamos a hacer ahora es que con su equipo van a platicar sobre que expresión quieren tener y ya que hayan decidido una van a completar la primera tabla y posterior a eso al reverso de la hoja o en la libreta harán un boceto del diseño que van a elaborar para que el resto de los equipos puedan realizar la figura 4 y 5.

Figura 175

Estudiantes leyendo la actividad



Figura 176

Estudiantes acomodados en los 4 equipos analizando la actividad 3



Al estar trabajando los estudiantes presentaron dudas de cómo era que primero tenían que tener una expresión algebraica y dada esa tenían que colocar los primeros 5 términos de la sucesión en su hoja. Fue así que la docente decidió pasar frente al pizarrón y dar un ejemplo para que el alumnado se pudiera dar una idea de qué era lo que se estaba pidiendo.

Eq1: Maestra, pero cómo que primero la expresión y luego el diseño nos puede dar un ejemplo.

D: Bueno les voy a dar el primer ejemplo si tuvieran la expresión $8n-4$ entonces en el primer lugar de la sucesión que número van a poner.

E1: 4.

D: Cuatro exactamente, en el segundo lugar.

E1:12.

D: El tercer lugar.

E1: 20.

D: El cuarto.

E1: 28.

D: El quinto.

E1: 36.

D: Entonces ya tienen su expresión y los primeros 5 términos entonces tendrán que formar el diseño de su sucesión en la libreta y en la segunda hora vamos a hacer esos diseños por equipos, entonces pónganse a trabajar y si tienen alguna duda levanten su mano para ir a asesorarlos.

Después de que la docente tuvo una pequeña intervención en la clase, al estar el grupo separado en equipos se decidió a pasar de uno a uno a hacer algunas preguntas sobre sus avances y que de igual manera si tenían algún problema la maestra los pudiera asesorar, además de que al pasar por los equipos la docente podría ver de una manera más fácil que estudiantes realmente estaban entendiendo la actividad y si algunos solo estaban jugando o si no sabían lo que debían de hacer.

Eq4: Maestra puede venir.

D: Dime.

Eq4: Nuestra sucesión queremos que sea de 9 en 9.

D: Entonces cómo quedaría su expresión algebraica.

Eq4: $9n$.

D: Bien vayan escribiéndola en su hoja y ahora si completen su tabla.

Eq4: Entonces sería 9, 18, 27, 36, 45 (figura 177).

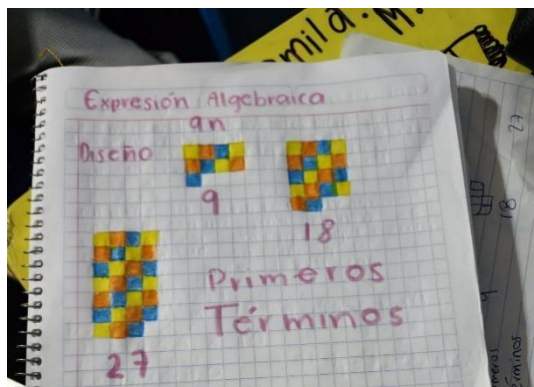
D: Bien vayan pensando que piezas van a utilizar y los aspectos que tendrá su diseño.

Eq4: Lo podemos hacer en la libreta.

D: Si.

Figura 177

Avances equipo 4



Después de pasar con el equipo 4, la docente se dirigió con el equipo 1 pues habían levantado su mano para expresar que ellos también ya habían encontrado su expresión.

Eq1: Maestra nosotros también ya lo tenemos (figura 178).

D: Muy bien explíquenme su expresión.

Eq1: Es $4n-2$ y también ya completamos la tabla.

D: Y esa cómo quedó, cuál fue su orden.

Eq1: 2, 6, 10, 14, 18.

D: Muy bien.

Eq1: También ya tenemos que para la figura 20 ocuparíamos 78 piezas.

D: Al ya tener su expresión y la tabla contestada, entonces en la parte de atrás o en su cuaderno vayan poniendo que material quieren usar y el patrón que van a elaborar para que en la segunda hora no batallen y pierdan tanto tiempo.

Figura 178

Avance equipo 1



Al pasar al equipo 3, la docente se percató que los estudiantes estaban haciendo una expresión que en la actividad 2 ya se había utilizado, así que para cambiar un poco les pidió que mejor la cambiaran y volvieran a completar la tabla.

D: Equipo 3 ustedes que expresión van a usar.

Eq3: $3n-2$.

D: Esa ya la utilizamos ayer platiquen sobre otra.

Eq3: Entonces la que teníamos como segunda opción $8n-2$ (figura 179).

D: Entonces con esa expresión completen la tabla, díganme qué lugar ocuparía su primer término de la sucesión.

Eq3: 6.

D: Después que número seguiría.

Eq3: 14.

Figura 179

Avances equipo 2



Por último, se pasó al equipo 2 para que explicaran sus avances.

D: Cómo van ustedes equipo 2.

Eq2: Queremos usar la expresión de $5n+5$.

D: Bien entonces que número tendrá el primer lugar de la sucesión.

Eq2: El 10.

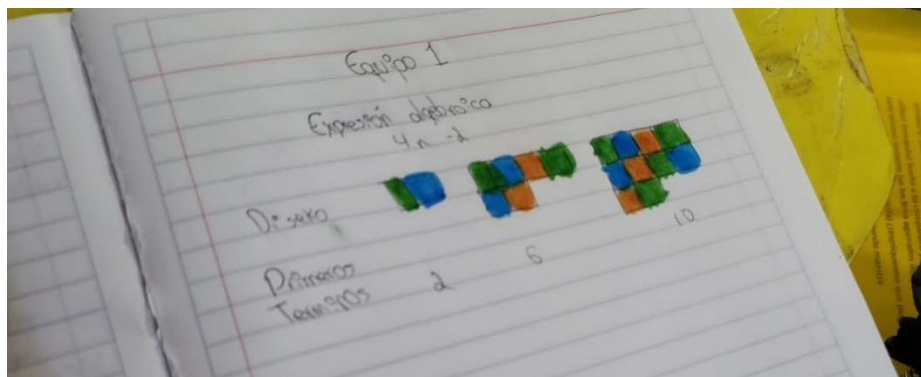
D: El segundo.

Eq2: 15.

D: Bien, escriban su expresión en la hoja para que no se les olvide.

Figura 180

Avances equipo 1



4.6.2 Situación de acción – El milieu – Actividad 3

El milieu que se presenta en esta situación de acción es el siguiente:

- La docente entrega la hoja de trabajo a los estudiantes y les pide que la lean de manera individual.
- Se organiza a los estudiantes en equipos de cuatro para realizar la actividad.
- Los estudiantes trabajan en sus equipos para discutir y decidir la expresión algebraica que utilizarán, completando la primera tabla con los primeros términos de la sucesión.
- La docente se acerca a los equipos uno por uno para responder preguntas y asesorar a los estudiantes.
- Se muestra un ejemplo de interacción con el equipo 4, donde deciden que su sucesión será de 9 en 9 y encuentran la expresión algebraica y completan la tabla.
- La docente continúa recorriendo los equipos, interactuando con el equipo 1, que ya ha encontrado su expresión y completado la tabla.
- Se les pide a los equipos que planifiquen el diseño que van a elaborar en la segunda hora, escribiendo en la parte de atrás de la hoja o en su cuaderno el material que usarán y el patrón del diseño.
- La docente se percata de que el equipo 3 está utilizando una expresión que ya se había utilizado en una actividad anterior y les pide que la cambien.
- Se continúa interactuando con el equipo 3, donde deciden cambiar su expresión a $8n - 2$ y completan la tabla con los primeros términos de la sucesión.
- Por último, se interactúa con el equipo 2, que elige la expresión $5n + 5$ y completa la tabla con los primeros términos de la sucesión.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica se caracteriza por la entrega de la hoja de trabajo, la formación de equipos, la lectura individual y grupal de las instrucciones, la explicación de un ejemplo por parte de la docente, las discusiones en equipo para encontrar la expresión algebraica y completar la tabla de la sucesión, y la interacción individualizada con la docente para resolver dudas y recibir asesoramiento. Se fomenta la participación activa de los estudiantes y se promueve la reflexión y planificación del diseño que realizarán en la siguiente hora de clase.

4.6.3 Situación de formulación – Actividad 3

Al terminar de contestar la primera hoja de la actividad 3 la cual consistía en poner su expresión algebraica y los primeros 5 términos de su sucesión entonces los equipos fueron por su material y comenzaron a realizar sus propios diseños de sucesiones (figuras 181-184), (solo los primeros 3 términos).

Figura 181

Equipo 1 realizando su sucesión con el material didáctico tangible



Figura 182

Equipo 2 realizando su sucesión con el material didáctico tangible



Figura 183

Equipo 3 realizando su sucesión con el material didáctico tangible



Figura 184

Equipo 4 realizando su sucesión con el material didáctico tangible



Después de analizar los primeros 3 términos de las sucesiones de cada equipo y analizar los resultados de la tabla que ellos habían realizado previamente nos pudimos dar cuenta de ciertas cosas. Primero mostraremos las respuestas de las tablas de cada equipo (figuras 185-188) y posterior los diseños que crearon por equipos (figuras 189-192).

Figura 185

Resultados tabla equipo 1

1. En el siguiente espacio con tu equipo ve pensando en el diseño de tu sucesión

2. Ahora escribe la expresión algebraica que rige a la sucesión que diseñaron.

3. Realicen el diseño de su sucesión de los primeros tres términos con el material de la docente y pidan al resto de los equipos que diseñen los términos cuatro y cinco. Ya que el resto de los equipos tengan sus diseños argumenten si sus resultados son los correctos.

4. Para finalizar pidan al resto de los equipos que contesten la siguiente tabla.

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica	Figura 20
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$4n - 2$	20
Número de piezas	2	6	10	14	18	$4n - 2$	78

¿Cómo fue que encontraste la expresión algebraica?
Multiplicando 4 por el lugar de la sucesión y restandole 2

5. Escribe lo aprendido del tema a lo largo de la semana y expresa tus comentarios al resto de la clase.

$4n - 2$
 $4(20) - 2$
 $80 - 2$
 78

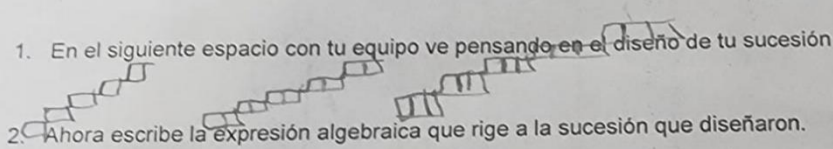
Figura 186

Resultados tabla equipo 2

Para concluir

Actividad: Para finalizar con el tema, ahora cada equipo hará los primeros 5 términos de un diseño propio de azulejos y encontrarán la expresión algebraica que expresa la regla general con la que se puede obtener los términos de la sucesión posterior a eso el resto de los equipos pasaran a cada equipo y tendrán que encontrar esa regla y los capitanes dirán si es correcta, (ganaran los equipos con más puntos)

1. En el siguiente espacio con tu equipo ve pensando en el diseño de tu sucesión



2. Ahora escribe la expresión algebraica que rige a la sucesión que diseñaron.

$5n + 5$

3. Realicen el diseño de su sucesión de los primeros tres términos con el material de la docente y pidan al resto de los equipos que diseñen los términos cuatro y cinco. Ya que el resto de los equipos tengan sus diseños argumenten si sus resultados son los correctos.

4. Para finalizar pidan al resto de los equipos que contesten la siguiente tabla.

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica	Figura 20
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	5n $5n + 5$	
Número de piezas	20	15	20	25	30		

¿Cómo fue que encontraste la expresión algebraica? Sacamos primero la expresión y sacamos los números de la sucesión

5. Escribe lo aprendido del tema a lo largo de la semana y expresa tus comentarios al resto de la clase.

Figura 187

Resultados tabla equipo 3

2. Ahora escribe la expresión algebraica que rige a la sucesión que diseñaron.

$8n-2$

3. Realicen el diseño de su sucesión de los primeros tres términos con el material de la docente y pidan al resto de los equipos que diseñen los términos cuatro y cinco. Ya que el resto de los equipos tengan sus diseños argumenten si sus resultados son los correctos.

4. Para finalizar pidan al resto de los equipos que contesten la siguiente tabla.

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica	Figura 20
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5	$8n-2$	$8 \times 20 = 160 - 2$
Número de piezas	6	14	22	30	38	$8n-2$	158

¿Cómo fue que encontraste la expresión algebraica?
multiplicando por 8 y restando el resultado por dos

5. Escribe lo aprendido del tema a lo largo de la semana y expresa tus comentarios al resto de la clase.

Figura 188

Resultados tabla equipo 4

Para concluir

Actividad: Para finalizar con el tema, ahora cada equipo hará los primeros 5 términos de un diseño propio de azulejos y encontrarán la expresión algebraica que expresa la regla general con la que se puede obtener los términos de la sucesión posterior a eso el resto de los equipos pasaran a cada equipo y tendrán que encontrar esa regla y los capitanes dirán si es correcta. (ganaran los equipos con más puntos)

1. En el siguiente espacio con tu equipo ve pensando en el diseño de tu sucesión
2. Ahora escribe la expresión algebraica que rige a la sucesión que diseñaron.
3. Realicen el diseño de su sucesión de los primeros tres términos con el material de la docente y pidan al resto de los equipos que diseñen los términos cuatro y cinco. Ya que el resto de los equipos tengan sus diseños argumenten si sus resultados son los correctos.
4. Para finalizar pidan al resto de los equipos que contesten la siguiente tabla.

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica	Figura 20
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5		20
Número de piezas	9	18	27	36	45	$9n$	180

¿Cómo fue que encontraste la expresión algebraica?
 por que la sucesión avanza de 9 y
 esa es la expresion

Figura 189

Diseño del patrón geométrico equipo 1

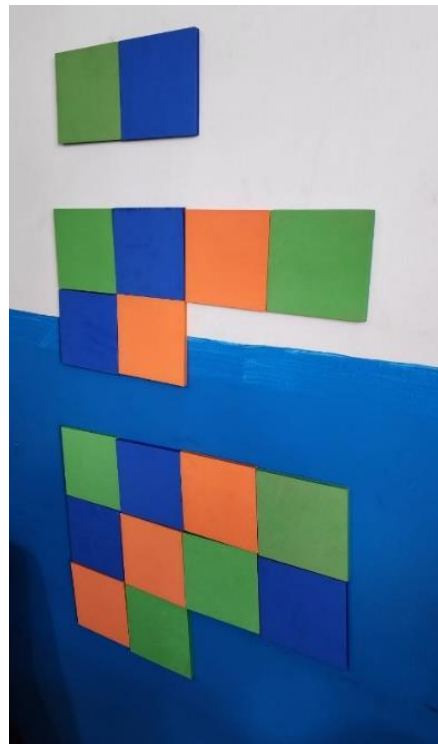


Figura 190

Diseño del patrón geométrico equipo 2

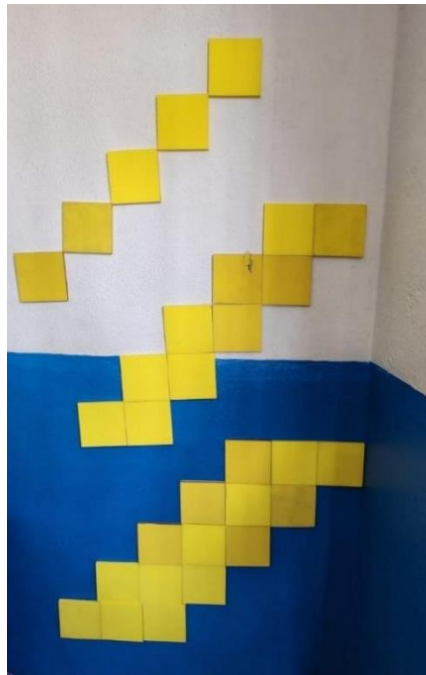


Figura 191

Diseño del patrón geométrico equipo 3



Figura 192

Diseño del patrón geométrico equipo 4



Como se puede ver el diseño del equipo 2 tiene una discrepancia con su sucesión pues ellos en la tabla pusieron 10, 15, 20, 25, 30 pero al momento de realizar la sucesión con el material didáctico solo pusieron 5, 10, 15 cuando realmente su sucesión debió de haber iniciado con 10 cuadrados y no con 5. Por otro lado, nos dimos cuenta que el diseño del equipo 3 era algo peculiar pues no tenía un patrón como tal solamente colocaban los triángulos que querían sin tener un orden de color o posición. A través de esos errores que se estuvieron presentando se pueden hacer mejoras en nuestra situación didáctica. Nos aseguraremos de comunicar claramente los cambios a los estudiantes y proporcionar orientación adicional si es necesario.

Ya que todos los estudiantes tenían terminados los primeros términos de sus sucesiones la docente dio las siguientes indicaciones:

D: Buenos días, por favor se juntan en sus equipos porque ahorita les voy a decir que sucesión le va a tocar representar las figuras 4 y 5 de los que elaboraron el día de ayer.

*Los estudiantes se acomodaron en sus equipos.

E1: Listo maestra.

D: Bien, entonces el equipo 4 representará los términos 4 y 5 del diseño que elaboró el equipo 1.

Eq4: Si maestra.

D: Y el equipo 1 completará los términos 4 y 5 del equipo 4 (figura 193).

Eq1: Ok.

D: Por último, el equipo 2 seguirá con la sucesión del equipo 3 y viceversa, queda alguna duda.

Es: No maestra.

D: Entonces pónganse a trabajar, son equipos así que analicen entre todos las respuestas y la forma de los distintos patrones para que hagan un buen trabajo colectivo.

Es: Si.

*Los estudiantes comenzaron a completar la tabla que se les había entregado con los primeros tres términos de los compañeros que les tocó y platicando empezaron a crear los diseños de los términos 4 y 5.

La docente estuvo pasando entre los equipos para observar los procedimientos que seguían para elaborar los términos 4 y 5 de cada sucesión y les hacía algunas preguntas como se puede ver:

D: ¿Qué han notado en la sucesión del equipo 4, equipo 1?

Eq1: La sucesión del equipo 4 va de 9 en 9 y el patrón de los cuadrados que utilizaron es primero amarillo, luego naranja y al final azul y se vuelve a repetir el diseño.

D: Ok, entonces ¿cuántas piezas van a tener en la figura 4?

Eq1: 36 piezas.

D: Y cómo obtuvieron ese resultado.

Eq1: Porque cada término de la sucesión tiene una diferencia de 9.

D: Y ya encontraron su expresión algebraica.

Eq1: Sí, es $9n$.

D: Si ese es su resultado entonces completen la tabla y terminen de construir el cuarto y quinto término de su sucesión y en un rato más nos van a compartir sus resultados y procedimientos.

Figura 193

Equipo 1 trabajando en el diseño del equipo 4



D: Equipo 2 ¿Cómo van?

Eq2: Mal maestra no le entendemos.

D: Ok, díganme que no están entendiendo.

Eq2: Es que no sabemos cómo obtener la expresión algebraica y no entendemos la sucesión ni el patrón de nuestras compañeras.

D: Ok primero explíquenme qué es lo que ven en los primeros 3 términos de la sucesión.

Eq2: Primero usaron 6 triángulos para formar un hexágono y los colores que usaron fueron 3 azules, 2 amarillo y uno negro (figura 192).

D: Ok en el segundo número de la sucesión cómo lo hicieron los del equipo 2.

Eq2: Es que ahí empieza el problema, utilizaron 14 piezas, pero ya no tienen forma de hexágono y los colores no tienen orden y sentido.

D: Bien ya veo a que se refieren.

Eq2: Si maestra y luego la tercera figura tiene 22 piezas, pero igual los colores no concuerdan y la manera en la que inicia esa figura no es la misma a los diseños de las figuras 1 y 2. Creemos que se equivocaron.

D: Ok, vamos a hacer lo siguiente. Que les parece si ustedes con los datos que tienen completan su tabla y encuentran la expresión algebraica, pero como las figuras no tienen ningún patrón geométrico entonces ese lo hacen como ustedes quieran para las figuras 4 y 5.

Eq2: Bueno.

D: Y ya al momento que expongan sus resultados explican todos esos problemas por los que pasaron.

Eq2: Si maestra.

Figura 194

Equipo 2 trabajando en el diseño del equipo 3



D: Hola equipo 3, cómo van con el diseño del equipo 2.

Eq3: Bien maestra ellos hicieron como una escalera en su sucesión, pero maestra ellos usaron una expresión que ya habíamos usado antes entonces fue más fácil para nosotras.

D: ¿Cuál es esa expresión?

Eq3: $5n$ maestra, es que mire, la primera figura tiene 5 cuadros amarillos, la segunda 10 y la tercera 15 (figura 193).

D: Correcto ya veo, bueno completen la tabla y las figuras 4 y 5 y ya que les toque exponer les comentan eso a sus compañeros.

Eq3: Si maestra.

Figura 195

Equipo 3 trabajando en el diseño del equipo 2



D: Equipo 4, ¿Cómo van con las figuras 4 y 5 del diseño del equipo 1?

Eq4: Bien maestra, ellos también siguieron un patrón de 3 colores y usaron los cuadrados como nosotros.

D: Ok platíqueme un poco más.

Eq4: Ellos usaron el patrón de colores que primero es un cuadrado verde, luego uno azul y uno naranja y así va, pero ya ve que nuestra sucesión era de 9 en 9.

D: Si.

Eq4: Bueno la de ellos es de 4 en 4. Primero tienen 2 piezas, luego 6 y en la tercera tienen 10 piezas (figura 195).

D: Y ya completaron su tabla hasta el momento con esos datos.

Eq4: Si, también ya tenemos la expresión.

D: Y esa cuál es, también platíqueme un poco de cómo fue que la obtuvieron.

Eq4: Bueno como la sucesión es de 4 en 4 primero pusimos que la expresión sería $4n$, pero al checar con el primer término $4(1) = 4$ y ellos solo tienen 2 cuadrados entonces escribimos $4n-2$ y entonces las piezas que mis compañeros pusieron ya tenían sentido.

D: Bueno entonces ahorita todo eso que me comentaron cuando sea el momento de exponer lo van a platicar al resto de sus compañeros.

Eq4: Si maestra.

Figura 196

Equipo 4 trabajando en el diseño del equipo 1



Al estar pasando a los equipos observamos que el equipo 2 era el que tenía más dudas y no lograba entender que era lo que tenían que realizar a pesar de que la docente ya los había auxiliado, también pudimos ver que pidieron apoyo al equipo 4 para que los asesorará con los términos faltantes de la sucesión. También notamos que, el resto de los equipos resultaron trabajar de manera correcta, algunos hicieron algunos cuestionamientos a la docente, pero gran parte de sus respuestas y procedimientos fueron los correctos. En las tablas 48-51 se muestran los aciertos asignándole un valor dependiendo el aspecto a calificar que tuvieron los equipos en esta actividad.

Tabla 48

Lista de cotejo de los resultados de la actividad 3 Equipo 1

CRITERIOS	Puntos	Observaciones
El equipo creo su propio diseño de sucesión (2 puntos)	2	Pidió algunos asesoramientos por parte de la docente, pero finalmente el equipo fue capaz de manera individual de discutir sobre su diseño de sucesión.
El equipo expresó de manera correcta la regla de generalización de su sucesión (2 puntos)	2	Lo hizo de manera correcta y no batallaron
El equipo completó de manera correcta su tabla para posterior poder revisar los resultados de sus compañeros (2 puntos)	2	Correcto
El equipo encontró la regla de generalización del diseño del equipo que le tocó (3 puntos)	3	La encontraron sin la necesidad de apoyo por parte de algunos compañeros o de la docente

El equipo logró argumentar de manera correcta cómo fue que encontró la expresión algebraica de los diseños y sucesiones de sus compañeros (1 punto)	1	Lo hicieron de manera correcta
---	---	--------------------------------

Tabla 49

Lista de cotejo de los resultados de la actividad 3 Equipo 2

CRITERIOS	Puntos	Observaciones
El equipo creó su propio diseño de sucesión (2 puntos)	1	Hicieron 2 diseños pues en papel hicieron una representación, pero al momento de hacerlo en la pared quedó diferente
El equipo expresó de manera correcta la regla de generalización de su sucesión (2 puntos)	1	Lo hicieron en el papel (hoja de trabajo) pero al momento de expresarlo con el material didáctico la regla de generalización no era la misma
El equipo completó de manera correcta su tabla para poder revisar los resultados de sus compañeros (2 puntos)	2	Sus resultados fueron correctos
El equipo encontró la regla de generalización del diseño del equipo que le tocó (3 puntos)	1.5	Tuvieron problemas no entendían la sucesión que les había tocado y la regla de generalización la encontraron con ayuda de algunos compañeros
El equipo logró argumentar de manera correcta cómo fue que encontró la expresión algebraica de los diseños y sucesiones de sus compañeros (1 punto)	0.5	El equipo no logró argumentar de manera correcta pues aún no logran expresar las reglas de generalización de distintas sucesiones

Tabla 50

Lista de cotejo de los resultados de la actividad 3 Equipo 3

CRITERIOS	Puntos	Observaciones
-----------	--------	---------------

El equipo creo su propio diseño de sucesión (2 puntos)	1	Pidieron asesoría, pero al momento de crear su sucesión no siguieron ningún patrón generando un obstáculo en el equipo que tenía que realizar los términos 4 y 5
El equipo expresó de manera correcta la regla de generalización de su sucesión (2 puntos)	2	Lo hicieron de manera correcta, aunque para confirmar sus datos pidieron apoyo a la docente
El equipo completó de manera correcta su tabla para posterior poder revisar los resultados de sus compañeros (2 puntos)	2	Lograron completar su tabla con los datos correctos
El equipo encontró la regla de generalización del diseño del equipo que le tocó (3 puntos)	2	Encontraron otra regla de generalización, ya que el diseño del equipo que les tocó tenía el número de piezas de manera incorrecta
El equipo logró argumentar de manera correcta cómo fue que encontró la expresión algebraica de los diseños y sucesiones de sus compañeros (1 punto)	0.5	Al momento de explicarlo lo hicieron un poco confundidos

Tabla 51

Lista de cotejo de los resultados de la actividad 3 Equipo 4

CRITERIOS	Puntos	Observaciones
El equipo creo su propio diseño de sucesión (2 puntos)	2	Fue de manera correcta y solo pidieron asesoría para confirmar que sus resultados eran correctos
El equipo expresó de manera correcta la regla de generalización de su sucesión (2 puntos)	2	Lo hicieron correctamente

El equipo completó de manera correcta su tabla para posterior poder revisar los resultados de sus compañeros (2 puntos)	2	Sin ayuda de compañeros o docente
El equipo encontró la regla de generalización del diseño del equipo que le tocó (3 puntos)	3	Lograron representar correctamente los términos 4 y 5 de la sucesión, así como la regla de generalización del diseño del equipo 1
El equipo logró argumentar de manera correcta cómo fue que encontró la expresión algebraica de los diseños y sucesiones de sus compañeros (1 punto)	1	Sus argumentos fueron buenos e implementaron un lenguaje matemático como conceptos de expresión algebraica, sucesión, patrón

4.6.4 Situación de formulación – El milieu – Actividad 3

El milieu que se presenta en esta situación de formulación es el siguiente:

- Después de contestar la primera hoja de la actividad 3, los equipos reciben material didáctico tangible y comienzan a realizar sus propios diseños de sucesiones utilizando los primeros tres términos de su diseño.
- Se observa que el equipo 2 tiene una discrepancia entre su tabla y el diseño realizado, ya que los términos de su sucesión no coinciden con el número de piezas utilizadas en el diseño.
- Se nota que el diseño del equipo 3 carece de un patrón definido, ya que no hay un orden específico en los colores o posiciones de las piezas.
- La docente da indicaciones para la siguiente parte de la actividad, donde los equipos deberán representar los términos 4 y 5 de las sucesiones de otros equipos.
- Se asignan los equipos correspondientes para representar los términos de las sucesiones de otros equipos.
- Los equipos completan la tabla con los términos 4 y 5 de las sucesiones asignadas y crean los diseños correspondientes.
- La docente pasa por los equipos y les hace preguntas sobre los patrones y procedimientos utilizados.
- Se observa que el equipo 2 tiene dificultades para comprender la tarea y entender los patrones de las sucesiones asignadas.
- Se decide permitir al equipo 2 completar la tabla y encontrar la expresión algebraica, pero adaptando el diseño a su criterio, ya que los diseños originales no siguen un patrón claro.
- Los equipos 3 y 4 muestran comprensión y acierto en la identificación de los patrones y la obtención de la expresión algebraica correspondiente.
- Se nota que el equipo 2 busca apoyo y asesoramiento del equipo 4 para completar los términos de su sucesión asignada.

- Se hace una evaluación de los equipos, asignando valores a sus respuestas y procedimientos correctos.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica se caracteriza por la realización de los diseños de sucesiones por parte de los equipos, la identificación de discrepancias en los diseños y tablas, la asignación de tareas para representar los términos de otras sucesiones, la interacción entre la docente y los equipos para resolver dudas y discutir los patrones y procedimientos, y la evaluación de los equipos según sus respuestas y desempeño en la actividad. Se destaca la importancia de comprender y aplicar los patrones en la creación de diseños y la obtención de expresiones algebraicas.

4.6.5 Situación de validación – Actividad 3

A continuación, analizaremos cómo fue que se dieron las explicaciones por parte de los equipos y las respuestas que entregaron en la segunda hoja que se les entregó (figuras 197-200).

Figura 197

Resultados 4 y 5 término sucesión equipo 1 hechas por el equipo 4.

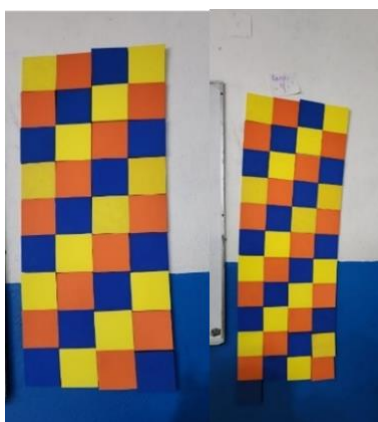


Figura 198

Resultados 4 y 5 término sucesión equipo 2 hechas por el equipo 3

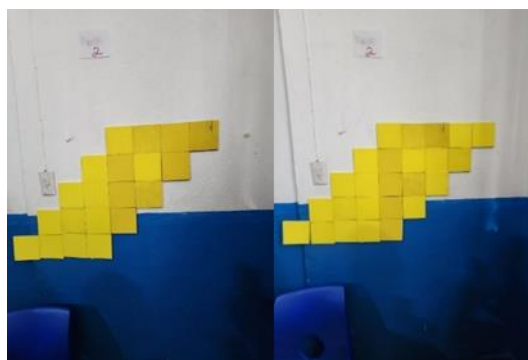


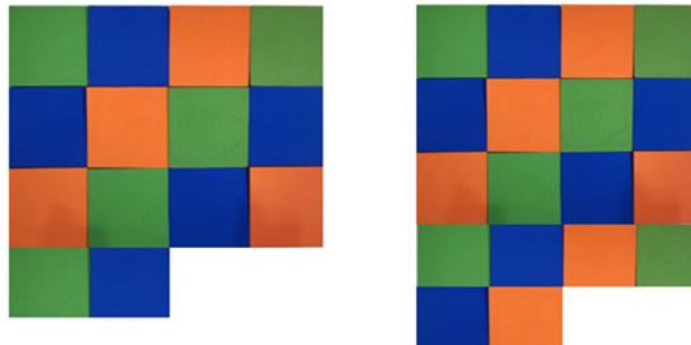
Figura 199

Resultados 4 y 5 término sucesión equipo 3 hechas por el equipo 2.



Figura 200

Resultados 4 y 5 término sucesión equipo 4 hechas por el equipo 1.



La docente pidió a los estudiantes que pasaran al pizarrón a escribir los resultados que usaron para completar el número de piezas de los primeros 5 términos de la sucesión y la expresión algebraica de los diseños que les habían tocado:

D: Hola niños, vamos a seguir con la actividad, voy a presentar la tabla que tiene ustedes en las hojas que les di para que por equipos nos muestren sus resultados y nos platicuen cómo fue que llegaron a esas respuestas y que enseñen cómo fue que quedaron los términos 4 y 5 de las sucesiones que se le asignó a cada equipo.

*Los estudiantes sacaron sus hojas.

Eq1: Maestra nosotros podemos iniciar porque somos el equipo 1.

D: Si.

Eq1: Bueno la sucesión del equipo 4 era 9,18,27,36 y 45 y su expresión algebraica era $9n$ (figura 201)

D: Ok, ahora platíquenos cómo fue que obtuvieron la expresión y si se les dificultó o facilitó hacer la figura 4 y 5.

Eq1: Pues pusimos $9n$ porque la sucesión va de 9 en 9 y cada que multiplicábamos el término por 9 nos daba el mismo resultado y pues sus diseños si fue fácil porque solo era repetir los 3 colores que usaron.

D: Gracias, por último, entonces utilizando era regla cuantas piezas tendría la figura 20.

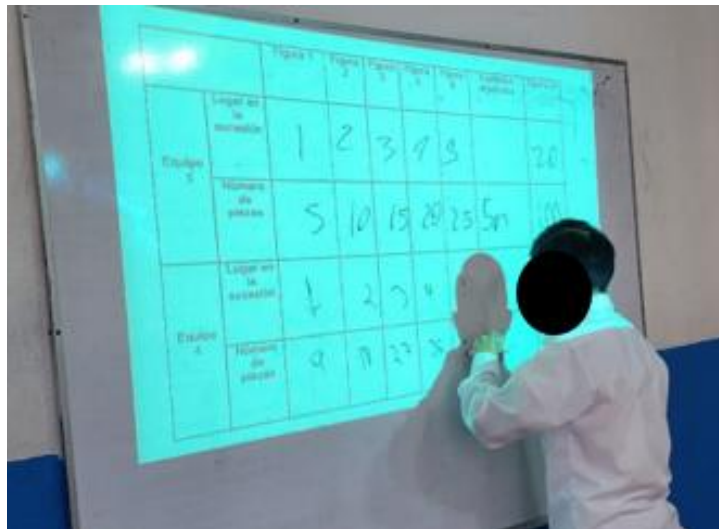
Eq1: 180 piezas $9(20) = 180$.

D: Entonces los demás que opinan sus compañeros están en lo correcto o no.

Es: Si.

Figura 201

Integrante del equipo 1 completando los resultados de la sucesión del equipo 4



D: Equipo 4 quieren pasar ahora ustedes.

Eq4: Si.

D: Muy bien, completen la tabla y expliquen sus resultados.

Eq4: Buena la sucesión del equipo 1 era la siguiente 2, 6, 10, 14, 18 y pusimos en la expresión algebraica que es $4n-2$ (figura 202).

D: Expliquen cómo fue que obtuvieron la expresión.

Eq4: Pues igual que el equipo 1 primero vimos la diferencia y era de 4 en 4, entonces pusimos $4n$ a la expresión, pero al hacer la multiplicación nos daba 4 y el primer término de la sucesión era 2 entonces como nos sobran 2 piezas en la expresión la dejamos como $4n-2$ y así pudimos completar el resto de la tabla.

D: Ok, gracias por la explicación.

Eq4: También pusimos que para la figura 20 se van a necesitar 78 piezas.

Eq1: Si es cierto porque 20 (4) son ochenta y solo quitan 2 piezas entonces da 78 (figura 203).

D: Exacto, bueno gracias tomen asiento.

Figura 202

Integrante del equipo 4 completando los resultados de la sucesión del equipo 1

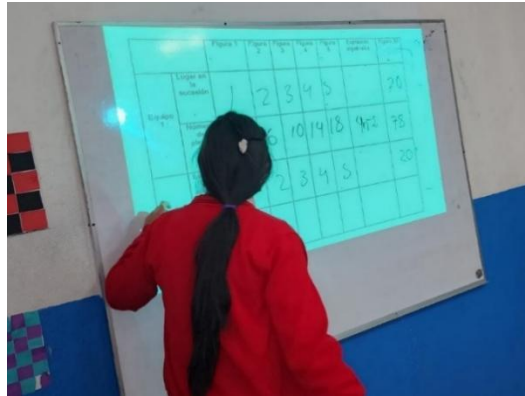


Figura 203

Resultados de las sucesiones de los equipos 1 y 2

		Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica	Figura 20
Equipo 1	Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5		20
	Número de piezas	2	6	10	14	18	$4n-2$	78
Equipo 2	Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5		20
	Número de piezas	6	14	22	30	38	$8n-2$	758

D: Equipo 3 quieren pasar ustedes.

Eq3: Si maestra.

D: Ok escriban sus resultados y después nos platican.

Eq3: Bueno el equipo 3 hizo una sucesión que, si nos gustó porque tenía forma de escalera, pero usaron una expresión que ya habíamos visto en otro diseño y la maestra nos dijo que eso ya no se podía.

Eq2: Maestra es que ahí paso algo.

D: Qué fue lo que pasó explíquense.

Eq2: Es que nosotros primero habíamos pensado en la expresión algebraica $5n+5$ entonces el primer término era el número 10 y luego ya iban de 5 en 5 pero al momento de hacer el diseño se nos olvidó que iniciábamos con el 10 y por pensar que la sucesión era de 5 en 5 a la primera figura solo le pusimos 5 piezas (figura 204).

D: Cierto si recuerdo que ayer en la primera clase la expresión que me habían comentado era la de $5n+5$. Entonces equipo 2 ustedes que datos pusieron en su tabla.

Eq3: Bueno como no sabíamos eso que nuestros compañeros se habían equivocado pues en la tabla pusimos 5, 10, 15, 20, 25 y en la expresión $5n$ y bueno nosotros solo seguimos el patrón de la escalera porque el color siempre fue el mismo y la figura también cuadrados amarillos.

D: Gracias.

Figura 204

Integrante del equipo 3 completando los resultados de la sucesión del equipo 2



D: Por último, pase el equipo 2 por favor completen la tabla y expongan sus resultados.

Eq2: A nosotros no nos gustó el diseño que hicieron nuestras compañeras del equipo 3 porque no entendimos su patrón y no tenía sentido.

D: Equipo 3, cómo es que definieron su patrón con las piezas o en que pensaron.

Eq3: No maestra es que no usamos ningún patrón solo nos pusimos a pegar piezas dependiendo el número de piezas que se ponían en cada término.

D: Y eso, por qué no quisieron seguir un patrón.

Eq3: Pues para que fuera más fácil.

Eq2: Cual fácil, estuvo más difícil.

D: Ok, a lo mejor para ellas fue más fácil porque ellas decidieron no tener un patrón, pero como ustedes desconocían eso fue que batallaron más. Pero bueno expliquen que hicieron al final.

Eq2: Bueno la maestra nos dijo que mejor no siguiéramos ningún patrón y que solo pegáramos las piezas, pero a nuestra decisión.

D: Y cómo quedó su sucesión.

Eq2: Era 6, 14, 22, 30, 38 (figura 205).

D: Entonces el resto de la clase de cuánto en cuánto iba su sucesión.

Es: De 8 en 8.

D: Bien, equipo platíquenos cómo fue que encontraron la expresión algebraica y sus resultados y procedimientos.

Eq2: Bueno para encontrarla tuvimos problemas porque no entendíamos cómo obtenerla, pero el equipo 4 nos ayudó porque nos explicaron que primero teníamos que ver la diferencia y nos dijeron que pusiéramos $8n$ y que intentáramos con esa fórmula si los números de la sucesión eran los mismos al usarla. Pero luego ahí nos volvimos a confundir porque no nos daba.

D: Entonces que hicieron.

Eq2: Bueno el equipo 4 nos ayudó y nos dijeron que como sobran 2 piezas a la expresión teníamos que restarle -2 y al final pusimos que era $8n-2$.

D: Ok, gracias equipo 4 por ayudar a sus compañeros, entonces ahora les quedó un poco más claro lo que tenían que hacer (figura 206).

Eq2: Si maestra es que primero no entendíamos por el diseño que hicieron y no tenía sentido para nosotros.

D: Ok niños entonces ya pasaron todos los equipos.

Figura 205

Integrante del equipo 2 completando los resultados de la sucesión del equipo 3.

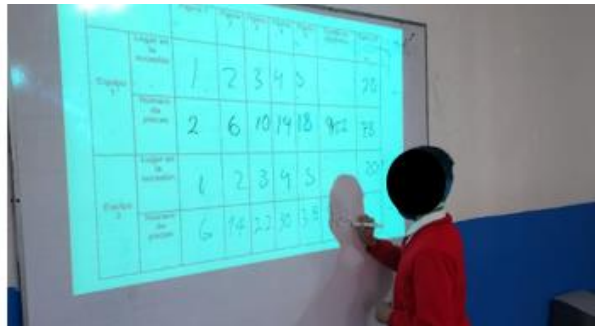


Figura 206

Resultados de las sucesiones de los equipos 3 y 4

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica	Figura 20
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5		20
Número de piezas	1	4	9	16	25	n^2	400

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Expresión algebraica	Figura 20
Lugar en la sucesión	1	2	3	4	5		20
Número de piezas	1	4	9	16	25	n^2	400

4.6.6 Situación de validación – El milieu – Actividad 3

El milieu que se presenta en esta situación de validación es el siguiente:

- Los equipos presentan sus resultados y explican cómo llegaron a sus respuestas en la segunda hoja de la actividad.
- El equipo 1 expone los resultados de la sucesión del equipo 4 y la expresión algebraica utilizada, destacando que fue fácil completar los términos 4 y 5 del diseño.
- El equipo 4 explica su sucesión asignada, que pertenece al equipo 1, y muestra la expresión algebraica utilizada, explicando cómo obtuvieron dicha expresión y completaron la tabla.
- La docente pregunta sobre el número de piezas necesarias para la figura 20, y los equipos responden correctamente utilizando la expresión algebraica y la multiplicación correspondiente.
- La docente pasa al siguiente equipo, el equipo 3, que explica los resultados y dificultades encontradas al trabajar con la sucesión asignada del equipo 2. Se menciona que inicialmente se utilizó una expresión que ya se había usado en otra actividad.
- El equipo 2 explica su sucesión asignada y los problemas que surgieron al intentar seguir el patrón del equipo 3. Se menciona que optaron por no seguir un patrón específico y simplemente pegaron las piezas según los términos de la sucesión.
- La docente comenta que el equipo 3 decidió no seguir un patrón para facilitar el proceso, pero reconoce que esto causó dificultades para el equipo 2, que desconocía esta decisión.
- El equipo 2 expone su sucesión y explica cómo encontraron la expresión algebraica con la ayuda del equipo 4. Se menciona que inicialmente utilizaron una expresión incorrecta, pero luego corrigieron y encontraron la expresión correcta.
- La docente agradece al equipo 4 por ayudar a sus compañeros y concluye la actividad al haber pasado por todos los equipos.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica se caracteriza por la exposición de los resultados y procedimientos de cada equipo, la identificación de errores en las expresiones

algebraicas y los diseños de los equipos, las explicaciones y discusiones sobre los patrones utilizados, y la interacción entre la docente y los equipos para resolver dudas y aclarar conceptos. Se evidencia la importancia de comprender y aplicar los patrones y expresiones algebraicas en la resolución de problemas.

4.6.7 Situación de institucionalización – Actividad 3

La clase concluyó con un dialogo por parte de la docente, el cual tenía el propósito de dar el cierre al tema de sucesiones y que los estudiantes entendieran los 4 pasos para generalizar el patrón de una sucesión (figura 207) y que se dieran cuenta que estos los estuvimos llevando a cabo durante las actividades de la situación didáctica.

D: Ahora me gustaría a mí concluir con el tema comentando lo siguiente:

Para generalizar el patrón lo que hicieron fue formular una expresión algebraica, la cual es una fórmula que nos va a ayudar a crear sucesiones, se suele utilizar la letra n para representar un valor posicional. Además, creo que ahora ustedes ya se pudieron dar cuenta que con esta regla podemos calcular cualquier término de la sucesión sin la necesidad de hacer la figura con el material y así evitar tardar tanto en encontrar resultados.

Por último, quiero que escriban en su cuaderno que para generalizar el patrón de una sucesión debemos de llevar a cabo 4 pasos:

1. Observamos regularidades en la sucesión y formulamos conjeturas.

E1: Maestra que son conjeturas.

D: Es como tener una opinión por ejemplo ustedes al exponer decían pues vimos que la sucesión era de 6 en 6 o decían era de 5 en 5, etcétera. Eso es formular conjeturas.

E1: Oh, gracias.

D: Ok les seguía diciendo entonces la primera es observar regularidades en la sucesión y hacer conjeturas, después el segundo paso es:

2. Definimos el patrón de la sucesión.
3. Formulamos una expresión algebraica para generalizar el patrón.
4. Demostramos la regla general.

Entonces vamos a comprobar si nosotros seguimos todos esos pasos, yo les pregunto.

Al inicio de las actividades observaron sus sucesiones e hicieron conjeturas.

Es: Si, sí maestra.

D: Después definieron el patrón que rige a la sucesión.

Es: Si todos los encontramos.

D: Formularon una expresión algebraica para generalizar el patrón equipo 1.

Eq1: Si.

D: Equipo 2.

Eq2: Si.

D: Equipo 3.

Eq3; Nosotros también maestra.

D: Equipo 4.

Eq4: Si.

D: Y por último demostraron la regla general.

E1: Si maestra por ejemplo en este caso cuando comprobamos nuestros datos y cuándo sacamos la cantidad de piezas para la figura 20.

D: Exacto.

E1: Maestra y en las otras lo hacíamos cuando nos pedía encontrar las piezas para las figuras 10, 15 y 38.

D: Si, fue justo así. Entonces niños con eso damos por concluido el tema ¿Qué les pareció?

E1: Si me gustó maestra.

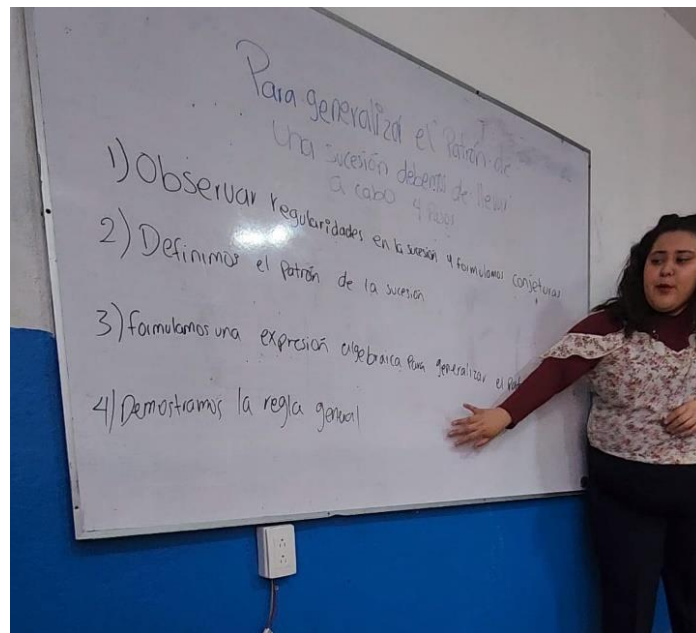
E1: Para mí también fue menos aburrido que otros temas.

E1: Si aparte algunas sucesiones eran bonitas.

D: Bueno niños el timbre ya no tarda, entreguen las actividades del día y al timbre pueden salir a receso.

Figura 207

Docente concluyendo la clase con los pasos para generalizar el patrón de una sucesión



Al momento de concluir la clase se notó una buena participación por parte de los estudiantes, pudieron comprender que a lo largo de las dos semanas se llevó a cabo distintos patrones geométricos los cuales en equipos estuvieron formando los términos faltantes y encontrando su regla de generalización. De igual manera se pudo notar que al poder manipular el material didáctico llegaban más pronto a los resultados y que la mayoría de los estudiantes lo implementaban de manera correcta.

4.6.8 Situación de institucionalización – El milieu – Actividad 3

El milieu que se presentó en esta situación de institucionalización es el siguiente:

- La docente realiza un diálogo con los estudiantes con el objetivo de concluir el tema de sucesiones y que los estudiantes comprendan los 4 pasos para generalizar el patrón de una sucesión.
- Se explica que formular una expresión algebraica es una fórmula que ayuda a crear sucesiones y se utiliza la letra n como valor posicional.
- Se destaca que con la regla general se puede calcular cualquier término de la sucesión sin la necesidad de construir la figura con el material didáctico tangible, lo que ahorra tiempo en la obtención de resultados.
- Se solicita a los estudiantes que escriban en su cuaderno los 4 pasos para generalizar el patrón de una sucesión.
- Se menciona que el primer paso es observar regularidades en la sucesión y hacer conjeturas, y se explica el concepto de conjeturas como tener una opinión sobre el patrón observado.
- Se mencionan los pasos restantes: definir el patrón de la sucesión, formular una expresión algebraica para generalizar el patrón y demostrar la regla general.
- La docente verifica con los estudiantes si llevaron a cabo estos pasos durante las actividades.
- Se concluye que los estudiantes observaron regularidades, definieron el patrón, formularon expresiones algebraicas y demostraron la regla general.
- Los estudiantes expresan su opinión sobre el tema, mostrando interés y satisfacción con lo aprendido.
- Se indica a los estudiantes que entreguen las actividades y pueden salir al receso.

En resumen, el milieu de esta situación didáctica se caracteriza por el diálogo final de la docente, donde se recapitulan los 4 pasos para generalizar el patrón de una sucesión y se verifica que los estudiantes los llevaron a cabo en las actividades realizadas. Se destaca la comprensión de los estudiantes sobre la importancia de observar regularidades, definir patrones, formular expresiones algebraicas y demostrar la regla general. Se evidencia una buena participación y comprensión por parte de los estudiantes, así como el uso efectivo del material didáctico en la resolución de los problemas.

4.6.9 Devolución Actividad 3

La actividad se centró en el estudio de patrones geométricos y la búsqueda de una regla de generalización algebraica que los describa. Esta situación proporcionó a los estudiantes la oportunidad de observar y analizar patrones geométricos, identificar regularidades, formular hipótesis y buscar una expresión algebraica que generalice el patrón. Esto fomentó el pensamiento crítico, el razonamiento lógico y la capacidad de abstracción.

El planteamiento de la actividad generó un conflicto cognitivo en los estudiantes, ya que se les presentó un desafío para encontrar una regla algebraica que explique el patrón geométrico observado. Este conflicto estimuló a los estudiantes a cuestionar, investigar y experimentar para descubrir las relaciones entre los términos del patrón y desarrollar una comprensión más profunda del tema.

Los ejercicios de la actividad promovieron la interacción entre pares y con la docente, lo cual es fundamental en la teoría de situaciones didácticas. A través del trabajo colaborativo, los estudiantes pudieron compartir y discutir sus ideas, confrontar diferentes puntos de vista y enriquecer su comprensión. Además, la docente desempeñó un papel importante al plantear preguntas desafiantes, brindar retroalimentación constructiva y guiar a los estudiantes hacia la construcción de la regla de generalización.

Si analizamos las tres actividades podemos decir que la situación didáctica permitió a los estudiantes consolidar su conocimiento al buscar la regla de generalización algebraica. A medida que avanzan en el proceso, los estudiantes tienen la oportunidad de aplicar conceptos matemáticos, como secuencias, razones y proporciones, para desarrollar una expresión algebraica que represente el patrón geométrico con ayuda del material didáctico tangible. Esta consolidación del conocimiento promovió la transferencia de habilidades y conceptos matemáticos a diferentes contextos.

En conclusión, la situación didáctica centrada en el tema de patrón geométrico y regla de generalización algebraica sigue los principios de la teoría de situaciones didácticas. Proporciona un entorno propicio para la construcción activa del conocimiento matemático, promoviendo el pensamiento crítico, la interacción entre pares y la consolidación de conceptos, la imaginación y la motivación. Esta situación didáctica brinda a los estudiantes la oportunidad de experimentar el proceso de generalización algebraica y desarrollar habilidades matemáticas clave.

4.6.10 El contrato didáctico – Actividad 3

Objetivo: El objetivo de esta actividad es que los estudiantes pongan en práctica los conocimientos adquiridos en las actividades 1 y 2, aplicando la regla general de una sucesión geométrica. Además, se busca fomentar el trabajo en equipo, la creatividad y la capacidad de análisis de los patrones geométricos diseñados por sus compañeros.

Materiales: Los estudiantes hicieron uso de cualquier figura de las del material didáctico tangible que deseen, así como lápices, reglas, compases, colores, papel cuadriculado, calculadoras, entre otros. Se les proporcionó un cuaderno donde registraban la expresión algebraica que expresaba la regla general de su patrón geométrico.

Organización: Los estudiantes trabajaron en equipos de tamaño adecuado, preferiblemente de 3 y 5 miembros. Cada equipo fue responsable de diseñar su propio patrón geométrico utilizando los primeros 5 términos.

Procedimiento:

- Los equipos discutieron sobre ciertas estrategias y colaboraron en la creación de su diseño de patrón geométrico, tomando en cuenta los primeros 5 términos de la sucesión asignada.

- Los estudiantes utilizaron los materiales didácticos disponibles para plasmar su diseño en papel. Hicieron uso de elementos gráficos, colores y figuras para representar su patrón geométrico.
- Cada equipo registró en su cuaderno la expresión algebraica que exprese la regla general de su patrón geométrico.
- Los equipos intercambiaron sus diseños de patrones geométricos con otros equipos. Cada equipo tenía que analizar el diseño que recibieron y tratar de identificar la regla general que lo describe.
- Si el equipo lograba expresar correctamente la regla general del patrón geométrico diseñado por otro equipo, el capitán del equipo anotaba un punto a su favor.
- Se repitió el intercambio de diseños hasta que todos los equipos analizaron los patrones geométricos de los demás.
- Al finalizar la actividad, se contaron los puntos obtenidos por cada equipo y se reconoció al equipo con la mayor cantidad de puntos como ganador.

Tiempo: La tercera actividad se llevó a cabo durante tres sesiones de 50 minutos.

Evaluación: La evaluación se llevó a cabo en la capacidad de los estudiantes para diseñar y expresar correctamente la regla general de un patrón geométrico, la originalidad de los diseños de sus patrones, así como en su participación activa en el trabajo en equipo y en el análisis de los patrones geométricos del resto de sus compañeros.

Normas de convivencia: Durante la actividad, se esperó que los estudiantes mantuvieran un ambiente de respeto, colaboración y participación equitativa. Se les animaba al escuchar las ideas de sus compañeros y al expresar sus propias ideas con claridad, así como el trabajar juntos para alcanzar los objetivos establecidos.

4.7 VALIDACIÓN

Dentro de la Ingeniería Didáctica se encuentra la fase de Validación la cual tiene como función hacer una confrontación entre el análisis a priori y el a posteriori. Es por eso que en el siguiente apartado describiremos si se cumplieron con los propósitos e intenciones que se tenían en el análisis a priori ahora que ya realizamos la experimentación de la situación didáctica y tenemos los resultados y respuestas del alumnado durante los cuatro momentos de la Teoría de Situaciones Didácticas.

4.7.1 Validación – Momento de Acción Actividad 1 Diseño 1

La clase inició entregando la consigna al alumnado y dando unos minutos para que pudieran hacer lectura de las instrucciones. Después se hicieron las siguientes preguntas ¿Qué logran ver en el diseño 1?, ¿Qué figura es la que se forma en los azulejos?, ¿Qué dicen los incisos de la actividad 1?

La mayoría de los estudiantes contestaron correctamente a las preguntas y mostraban interés por los diseños, algo que también se rescata es que los equipos al estar realizando los diseños de las figuras que se les solicitaban decidieron acomodar las piezas por colores teniendo una mejor organización. Para este punto nos dimos cuenta que el estudiantado realizaba los términos faltantes mediante el método de ir contando las piezas de los términos anteriores.

4.7.2 Validación – Momento de Formulación Actividad 1 Diseño 1

La actividad del punto 2, tiene como propósito que los estudiantes confirmen los diseños que hicieron con el material didáctico, pero ahora pasando toda esa información a la tabla que se muestra. En el caso de la pregunta se espera que contesten que en cada diseño se añada un hexágono. Recuperamos que todos los equipos lograron hacer los diseños que solicitaba la consigna y de igual manera completaron los datos de la tabla de manera correcta.

Al igual que en la tabla se espera que los estudiantes hagan sus diseños de manera correcta respectivamente en la figura 4, 5, 7 y 10, es importante mencionar que se puede esperar que los estudiantes trabajen todos de los diseños de las figuras de manera horizontal o vertical. En este punto todos los equipos realizaron las figuras 4, 5, 7 y 10 de manera correcta y de manera horizontal, ningún equipo cometió errores como tal salvo que un equipo en algunas de las figuras implementó piezas de color rojo cuando las correctas eran de color naranja.

La actividad del punto 3, tiene como propósito que los estudiantes puedan ver otra sucesión dentro del primer diseño de azulejos, es por eso que la primer pregunta expresa que el alumnado pueda ver que con tres piezas se va formando un hexágono, a través de ese conocimiento es que podrá contestar el resto de las preguntas aquí los estudiantes podrán utilizar dos métodos para contestar las preguntas, podrán hacer uso de los diseños que hicieron e ir contando de uno en uno las piezas de cada figura o podrán ir multiplicando el número de hexágonos de cada figura por 3.

Los estudiantes de manera rápida notaron que con tres piezas realizaban un hexágono y que a cada término de la sucesión se le agregaba un hexágono o tres piezas, ambas respuestas correctas. Con la tabla se tiene como propósito que el alumnado vea que el lugar de la posición de la sucesión también podría tomar el concepto de término de la sucesión. En este punto los estudiantes presentaron dificultades para determinar el concepto de término por lo que la docente tuvo que intervenir y orientarlos un poco en este apartado.

4.7.3 Validación – Momento de Validación Actividad 1 Diseño 1

Este momento de la clase se presentó cuando los equipos tenían que escoger las respuestas más coherentes que surgieron entre ellos, posterior a eso la docente pidió que un integrante de cada equipo pasara al frente del salón para dar respuesta a los distintos puntos de la actividad.

Podemos decir que cada jefe de equipo explico de manera correcta los procedimientos y estrategias que desarrollaron para realizar las figuras solicitadas con el uso correcto de material didáctico. De igual manera los benefició ya que al momento de completar la tabla y preguntas lo pudieron realizar de una manera más fácil.

Ninguno de los equipos presentó errores tanto en el diseño de las figuras que solicitaba la actividad, así como la tabla. Únicamente en una de las preguntas uno de los equipos realizó una de las multiplicaciones de manera incorrecta, pero al momento de exponer se dieron cuenta y corrigieron en sus consignas.

4.7.4 Validación – Momento de Institucionalización Actividad 1 Diseño 1

La docente hizo mención a los conceptos con los que se estuvo trabajando como lo fueron patrón, patrón geométrico y sucesión. En todo momento la docente intenta mantener un contrato didáctico en el que los estudiantes le ayuden a realizar algunas operaciones, realizando preguntas, es decir, manteniendo a la mayoría del grupo trabajando conjuntamente, para abordar la definición.

Durante la aplicación de la consigna, específicamente cuando el alumnado realizaba los diseños en la pared nos pudimos percatar de que algunos estudiantes comenzaban a especular que estaban trabajando el tema de patrones. El siguiente punto fue algo bueno para nosotros pues el estudiantado presentaba cierto conocimiento del tema, también una vez que la docente le realizó algunas preguntas referentes al tema ellos las contestaban de manera correcta.

4.7.5 Validación – Momento de Acción Actividad 1 Diseño 2

Primero se entregó la consigna y se les dio un tiempo a los estudiantes para leer las indicaciones. Al terminar el tiempo se hicieron algunas preguntas: ¿Qué forma tiene el diseño de azulejos número 2?, ¿Qué piezas utiliza este diseño?, ¿Qué pide el inciso a?

Los estudiantes contestaron de manera correcta a las preguntas hechas por la docente por lo que pudimos concluir que gran parte del alumnado entendía la consigna. Después de las preguntas los estudiantes comenzaron a recoger el material que con el que estarían trabajando el segundo diseño.

El inciso a), tiene como propósito el representar con material tangible el tercer y cuarto término de la sucesión, aquí el alumnado se podrá dar cuenta que en cada término se van agregando 6 piezas para armar un nuevo azulejo. A diferencia del diseño 1 se espera que aquí los estudiantes puedan llegar a la conclusión más rápida de que en cada término se tendrá que ir agregando 6 unidades y que no lleguen al método de conteo, de igual forma se espera que durante el primer inciso no se tenga algún error o dificultad por parte del estudiantado.

En el inciso a) los equipos lograron representar de manera correcta los términos cuarto y quinto e hicieron el uso correcto del material didáctico. Como se tenía planeado se pudo notar que los estudiantes de manera más eficaz lograron llegar a la conclusión que el patrón iba de 6 en 6, a cada término le tenían que agregar 6 triángulos curvos.

4.7.6 Validación – Momento de Formulación Actividad 1 Diseño 2

La actividad 2 tiene como propósito comprobar que los estudiantes logran entender cómo es que se va generando la sucesión, se espera que una estrategia que utilicen sea ir armando a los triángulos curvos. Los estudiantes lograron trabajar y desarrollar de manera correcta los términos solicitados por la consigna.

Con el diseño 2 permitió a que los alumnos encontraran el patrón que rige a la sucesión, es por eso que se hicieron preguntas a los equipos para que pudieran llegar al conocimiento un poco más rápido. Una pregunta fue la de ¿Qué relación existe entre el lugar en la sucesión y el número de piezas? La tabla les permitió a los equipos ya no hacer tantos

diseños con el material didáctico, pues al ya tener la regla que rige a la sucesión entonces ahora con esa misma regla pudieron completar la actividad.

La pregunta ¿En la serie puede haber una figura con 32 piezas? Tenía como propósito que los estudiantes vean que en la sucesión únicamente se trabaja con múltiplos del 6 y por ende al no ser 32 un múltiplo de este entonces no podrá estar dentro de los números de piezas. Algunos estudiantes lograron mencionar que la regla era la siguiente $X_n = 6n$, teniendo eso a partir de cualquier lugar de la sucesión el alumnado ahora conocía el número de piezas para hacer el azulejo sin tener la necesidad de ir contando de uno en uno.

4.7.7 Validación – Momento de Validación Actividad 1 Diseño 2

Los cuatro equipos representaron de manera correcta el cuarto y quinto término del segundo diseño de azulejos, los estudiantes se mostraron interesados y querían pasar al pizarrón a poner los resultados de la tabla y explicarlos, fácilmente llegaron a la conclusión de que la sucesión era de 6 en 6. En la parte de la tabla nos pudimos dar cuenta que todos los estudiantes pudieron contestarla de manera correcta y que la parte en la que les preguntaba si alguna figura tendría 32 piezas los estudiantes dieron respuestas correctas. Para la última pregunta la docente tuvo que ayudar a los estudiantes al llegar a la respuesta correcta ya que algunos equipos estaban batallando o no entendían muy bien a lo que se referían con escribir una regla.

Después de que la docente intervino y explicó un poco de cómo es que podían expresar un lugar de la sucesión fue que se notó de nuevo ese interés por participar y mostrar sus resultados. Al explicar la expresión algebraica los estudiantes lograron completar la tabla de nuevo y se decidió dejar a los estudiantes que con esa misma expresión encontraran las piezas que necesitarían para formar las figuras 35, 20, 50, 18 y 100 y se pudo ver que los estudiantes no tuvieron problemas al sustituir los datos.

4.7.8 Validación – Momento de Institucionalización Actividad 1 Diseño 2

La docente finalizó la clase mencionando que al estar trabajando con sucesiones en ocasiones es más fácil llegar a la regla de generalización para no tener que estar haciendo los patrones de cada término o en su caso no ir contando de uno en uno, es por eso que al trabajar este contenido se suele usar la generalización. Otro concepto que se dio por parte de la docente al alumnado fue el de expresión algebraica estableciendo que “Una expresión algebraica es una combinación de letras o letras y números unidos por medio de las operaciones suma, resta, multiplicación, división, potenciación o radicación de manera finita”.

A pesar de que la docente intervino en uno de los momentos de la clase, sirvió para que los estudiantes entendieran cómo es que se representa un lugar de la sucesión y que supieran la función de las expresiones algebraicas al estar trabajando el contenido de sucesiones.

4.7.9 Validación – Momento de Acción Actividad 2

La clase inició con un repaso por parte de la docente, pues se encargó de hacer algunas preguntas sobre los temas y conceptos que habían trabajado la semana pasada, estas preguntas fueron de gran ayuda pues sirvieron para que la docente pudiera ver cuáles eran los conceptos que aún tenía que repasar con el estudiantado y cuáles ya lograban dominar. Esto fue algo que no se tenía contemplado durante el análisis a priori, pero que fue una

actividad bien establecida que permitió identificar de una manera más sencilla los estudiantes que presentaban algunos errores y dificultades en el contenido.

Al haber tomado unos minutos para dar un repaso a los estudiantes antes se tenía pensado que al entregar la actividad 2 de expongamos diseños los estudiantes a manera individual leyeran la consigna y posterior a eso se hicieran algunas preguntas, pero por tiempo se optó por leer las indicaciones de manera grupal. El inciso a) de la actividad tenía la intención de que los estudiantes para encontrar los números que iban en cada término de la sucesión debían de multiplicar el lugar que ocupaban por cuatro y sumar una unidad.

4.7.10 Validación – Momento de Formulación Actividad 2

La pregunta del inciso b) tuvo como propósito que los estudiantes pudieran notar que la diferencia entre dos términos consecutivos de la sucesión es cuatro, es decir al primer término que se tiene se suman cuatro unidades y así sucesivamente para poder completar la sucesión. En el inciso c) tenía el propósito que los estudiantes escojan las dos expresiones que logran representar las reglas generales con las que se puede obtener cualquier término de la sucesión. Hasta este momento de la clase los estudiantes tenían entendido los incisos a), b) y c). Al estar realizando la actividad de manera grupal se pidió a dos estudiantes que usando las expresiones algebraicas del punto c) pudieran contestar el inciso d), lo cual realizaron de manera correcta.

Por último, el inciso e) tenía como intención que los estudiantes encontraran el lugar de la posición de la figura que tendría 49 puntos, para dar respuesta a lo solicitado los estudiantes fueron explicando los procedimientos que la docente debía seguir para obtener la respuesta correcta.

La nueva consigna que se les entregó su propósito era que en parejas completaran los puntos que se mencionan siguiendo el diseño del número que les tocó (Diseños del 1 al 7), también tenían que realizar el cuarto y quinto término haciendo uso del material didáctico y escribir el total de piezas que utilizaron para cada término. Finalmente encontrar y escribir la expresión algebraica que logre expresar la regla con la que se pueda obtener cualquier término de la sucesión.

Los estudiantes primero leyeron la actividad, analizaron el diseño que le tocó a cada uno y posterior a eso comenzaron a buscar a sus parejas para con el material trabajar en lo solicitado. Mientras la docente entregó algunas cintas para que pudieran pegar sus piezas en las paredes.

Mientras las parejas se encontraban realizando las figuras 4 y 5 de sus respectivos diseños la docente se encargaba de hacer algunos cuestionamientos referentes al contenido. Al terminar las figuras de cada pareja se les dio 10 minutos para que terminaran de contestar la tabla y las preguntas que aparecían en su hoja de trabajo, para este momento de la clase nos dimos cuenta de que algunos estudiantes pidieron apoyo al momento de encontrar la expresión algebraica del patrón geométrico que se les asignó.

4.7.11 Validación – Momento de Validación Actividad 2

Después de que los estudiantes completaran su hoja de trabajo se les pidió que pasaran al pizarrón para que explicaran los procedimientos que siguieron para dar respuesta a los

distintos puntos de la actividad. Además de que por parejas expusieron el diseño que les había tocado y cómo habían quedado los términos de las posiciones 4 y 5.

Analizando los resultados y procedimientos del alumnado se pudo ver que la mayoría de las parejas realizaron sus procedimientos de forma correcta, también pudimos observar que contestaron la tabla correctamente y de manera individual pero que algunas parejas comenzaron a tener dudas al momento de querer representar la expresión algebraica. Se pudo ver que algunos compañeros se ayudaron y aconsejaron sobre los procedimientos que debían de seguir.

Hasta el momento en el que los estudiantes expusieron sus diseños se pudo notar que en el caso de la pareja 4 los colores que utilizaron fueron distintos a los que nosotros teníamos pensados, pero de igual manera sus resultados al contestar la tabla fueron correctos, igual sabíamos que eso podía pasar ya que había material de muchos colores por lo que es normal que escogieron distintos colores a los que nosotros teníamos pensados. Después de que las parejas compartieran sus resultados también se les pidió que pasaran al pizarrón a explicar los procedimientos que siguieron para encontrar su expresión algebraica.

Al terminar de exponer los resultados de las tablas por parejas se les pidió que en el pizarrón escribieran los procedimientos a los que llegaron para saber el número de piezas que necesitarían para realizar las figuras 7, 10, 15 y 38 de cada sucesión respecto al diseño que les había tocado.

4.7.12 Validación – Momento de Institucionalización Actividad 2

Para concluir con la clase la docente argumentó algunos aspectos de la expresión algebraica y el porqué era importante que los estudiantes pudieran encontrarla al momento de estar trabajando con el contenido de patrones geométricos y sucesiones lineales.

La docente después de que el alumnado expuso sus resultados y términos cuarto y quinto pidió que escribieran el siguiente concepto: la regla de generalización de una sucesión es una fórmula matemática que describe el patrón de la sucesión. Esta fórmula se puede usar para predecir los siguientes elementos de la sucesión sin tener que calcularlos manualmente. Por ejemplo, en las dos sesiones nos encargamos de trabajar con siete diseños de sucesiones a las cuales ustedes encontraron su regla de generalización y pudieron completar de una manera más fácil la cantidad de piezas que necesitarían para las figuras 7, 10, 15, 38 pero incluso lo pueden hacer para la figura 100, 200, 976 etcétera.

4.7.13 Validación – Momento de Acción Actividad 3

Se les entregó a los estudiantes la nueva actividad y se les pidió que hicieran las siguientes preguntas ¿de qué nos habla el punto uno de la actividad?, ¿Cuántos términos debe de tener nuestro patrón?, ¿Qué nos pide la tabla? Este tipo de preguntas ayudaron a la docente a explicar si en cierto punto de la actividad se generaron dudas o si es que no se dio a entender correctamente la indicación.

Para la actividad del punto uno el propósito era que los estudiantes puedan comunicarse entre ellos y haciendo uso del material didáctico comiencen a realizar el modelo de su sucesión, aquí podrán pasar dos cosas, una es que los estudiantes escojan primero generar la regla de sucesión y así vayan elaborando los primeros términos de la sucesión para finalmente elaborarla con el material o caso contrario que primero la realicen con el material

y después decidan expresar la regla en el cuaderno. Para lo mencionado en el párrafo anterior durante la aplicación de la situación didáctica se decidió que los estudiantes primero realizaran la regla de sucesión y posterior a eso pensarán en el patrón geométrico de sus diseños.

4.7.14 Validación – Momento de Formulación Actividad 3

Ya que los estudiantes tenían su diseño y la expresión algebraica que rige a la sucesión entonces se dirigían con la docente para que brevemente revisara sus resultados y de autorización de comenzar a realizar la sucesión con el material didáctico, una vez que los equipos obtenían el permiso estos solamente realizaban los primeros términos.

Se tenía la intención que un equipo distinto pasara a los diseños de sus compañeros y tengan que terminar la sucesión específicamente con el cuarto y quinto término y que logren la expresión algebraica. Aunque por falta de tiempo se realizó un pequeño cambio y en lugar de pasar a los diseños de cada uno de los equipos únicamente pasaban a un solo equipo.

Durante la elaboración de la actividad hubo 2 equipos que se confundieron, uno en el diseño de su patrón geométrico y otro en los términos solicitados de la sucesión, es por eso que la docente constantemente se la pasaba monitoreando al alumnado y asesorando en ciertos momentos. Para este momento de la situación didáctica se tenía la intención de que gran parte del estudiantado pueda crear sus propias sucesiones y generar la expresión algebraica que rige a dichas sucesiones.

Los estudiantes en sus consignas tenían una tabla, la cual llenaban con los datos del patrón geométrico que ellos habían diseñado. Aquí las respuestas dependerán de cada diseño y los errores que se tienen mayormente pensados eran que se pueden presentar en las últimas dos columnas pertenecientes a la expresión algebraica y a la figura 20, esto como resultado a que no logren llegar a la regla de generalización y que por la misma manera les sea muy difícil dar el número total de piezas para la figura 20. Siendo el caso únicamente de uno de los equipos.

Después de que la docente tuvo una pequeña intervención en la clase, al estar el grupo separado en equipos se decidió a pasar de uno a uno a hacer algunas preguntas sobre sus avances y que de igual manera si tenían algún problema la maestra los pudiera asesorar, además de que al pasar por los equipos la docente podría ver de una manera más fácil que estudiantes realmente estaban entendiendo la actividad y si algunos solo estaban jugando o si no sabían lo que debían de hacer.

4.7.15 Validación – Momento de Validación Actividad 3

Para este momento de la clase se tiene la intención de que una vez que los equipos hayan pasado al resto de sucesiones y las contesten y encuentren su generalización se abrirá un círculo o espacio con todo el alumnado para que los jefes de equipos digan esos estudiantes que lograron acertar tanto a los términos faltantes como a la expresión algebraica, de ahí mismo se aprovechará el espacio para dar a los estudiantes el tiempo a que expresen sus conocimientos generados en esta última semana.

Durante la exposición de los estudiantes sobre las sucesiones de los diseños de los equipos sirvió a la docente para ver esos errores y dificultades que sigue presentando el alumnado y así pudo intervenir la docente o al momento de institucionalizar dar mejores ejemplos o

volver a trabajar ciertos conceptos y definiciones para mejorar el conocimiento y que estos realmente entiendan bien del contenido.

4.7.16 Validación – Momento de Institucionalización Actividad 3

La docente concluyó la clase comentó a los estudiantes que para generalizar el patrón lo que hicieron fue formular una expresión algebraica, la cual es una fórmula que nos va a ayudar a crear sucesiones, se suele utilizar la letra n para representar un valor posicional. Con esta regla podemos calcular cualquier término de la sucesión sin la necesidad de hacer la figura con el material y así evitar tardar tanto en encontrar resultados.

La última clase sirvió para ver la autonomía, responsabilidad y organización de los estudiantes al momento en que se les dio la indicación de crear su propio patrón geométrico y realizar con el material de su preferencia los primeros tres términos, se notó al alumnado desarrollando lo solicitado de manera correcta y apoyándose entre ellos. Las dificultades que se presentaron en pocos de los estudiantes es que algunos aún tienen dificultades para encontrar la regla de generalización de distintas sucesiones, así como realizar el diseño de patrones de términos lejanos de la sucesión.

Reflexiones finales



5.1 Alcance de nuestros objetivos

En mi trabajo de investigación, el objetivo de diseñar y poner en escena una situación didáctica para favorecer la generalización de patrones geométricos en estudiantes de primero de secundaria se ha logrado de manera satisfactoria. A través de este estudio, se han obtenido varias conclusiones importantes:

- Impacto positivo en el aprendizaje: La situación didáctica diseñada ha demostrado tener un impacto positivo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Los materiales didácticos tangibles utilizados, como figuras geométricas han permitido a los estudiantes experimentar conceptos abstractos de manera concreta y visual, lo que ha facilitado la comprensión de patrones geométricos.
- Mejora en la generalización: Los estudiantes han mostrado una mejora significativa en su capacidad para generalizar patrones geométricos. A través de la manipulación de los materiales y la resolución de problemas específicos, han desarrollado habilidades para identificar regularidades y aplicarlas en diferentes contextos geométricos.
- Fomento del pensamiento crítico: La situación didáctica ha fomentado el pensamiento crítico y la resolución de problemas en los estudiantes. Han tenido que analizar patrones, proponer soluciones y justificar sus respuestas, lo que ha contribuido al desarrollo de habilidades cognitivas importantes.
- Mayor interés y motivación: Los estudiantes han mostrado un mayor interés y motivación por las matemáticas a través de esta experiencia. La manipulación de materiales tangibles y la resolución de problemas prácticos han hecho que las lecciones sean más atractivas y significativas para ellos.
- Inclusión y participación activa: La situación didáctica ha fomentado la inclusión de todos los estudiantes, independientemente de su nivel de habilidad en matemáticas. Se ha observado una mayor participación activa y colaboración entre los estudiantes durante las actividades, lo que ha contribuido a un ambiente de aprendizaje más inclusivo.

En resumen, este estudio demuestra que el diseño y la puesta en escena de una situación didáctica utilizando materiales didácticos tangibles son eficaces para favorecer la generalización de patrones geométricos en estudiantes de primero de secundaria. Esta metodología ofrece un enfoque pedagógico innovador que puede tener un impacto significativo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, promoviendo la comprensión profunda de conceptos geométricos y el desarrollo de habilidades cognitivas clave en los estudiantes.

5.2 Implementación de una situación didáctica junto con material tangible

Hemos encontrado que la educación ha evolucionado significativamente en las últimas décadas, adoptando enfoques pedagógicos que se centran en la participación activa del estudiante y la construcción de significados a través de experiencias concretas. En este contexto, la Teoría de Situaciones Didácticas emerge como un marco conceptual que subraya la importancia de crear entornos de aprendizaje ricos y estimulantes. Dentro de

esta teoría, la utilización de material didáctico tangible se convierte en un elemento fundamental para potenciar la comprensión y el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

La Teoría de Situaciones Didácticas, desarrollada por Guy Brousseau, postula que el aprendizaje efectivo se logra a través de la resolución de situaciones-problema que desafían al estudiante a aplicar sus conocimientos y habilidades en contextos auténticos. Esta teoría considera que el aprendizaje es un proceso activo en el que el estudiante construye su comprensión a través de la interacción con el entorno y con otros individuos. En este sentido, el material didáctico tangible jugó un papel esencial al crear situaciones concretas que desencadenaron la participación activa del estudiante y la exploración del concepto de patrón geométrico desde múltiples perspectivas.

La introducción de material didáctico tangible dentro del salón de clase tuvo diversos beneficios. En primer lugar, fomentó la participación activa y la atención del estudiante. Al tener acceso a objetos tangibles, los estudiantes se sintieron más comprometidos en el proceso de aprendizaje de patrones geométricos, ya que pudieron experimentar directamente con los materiales en un ambiente lúdico. El uso de los materiales tangibles favoreció un ambiente de descubrimiento de la regularidad geométrica, al disponer de suficiente material didáctico para generar más términos de la sucesión coadyuvando a la generalización.

Por otro lado, el material didáctico tangible utilizado fue una poderosa herramienta para abordar diversos estilos de aprendizaje. Recordemos que los estudiantes tienen diferentes formas de asimilar información, y algunos pueden beneficiarse más al aprender a través del tacto y la vista. Los elementos tangibles, por ejemplo, los colores del material, permitieron a los estudiantes kinestésicos y visuales experimentar con las regularidades geométricas mediante la manipulación y la observación directa. Esto, a su vez, redujo las barreras de aprendizaje y aumentó la accesibilidad para todos los estudiantes, independientemente de sus preferencias de aprendizaje. En contraste con la postura de algunos investigadores que afirman que los colores en los materiales didácticos son una barrera para el aprendizaje; Fue notable como los colores de las teselas ayudaban al alumnado a identificar rápidamente el patrón de regularidad.

Otro aspecto que sugiere el estudio es que el material didáctico tangible facilitó la construcción de significados en los patrones figurales y el pensamiento crítico. Al enfrentarse a situaciones concretas, los estudiantes tenían que experimentar con las configuraciones iniciales del patrón geométrico y enseguida imaginar, analizar, hacer conjeturas, relacionar e ir hacia la generalización del patrón figural. Esto promovió la comprensión profunda de los patrones geométricos con los que fueron confrontados, ya que los estudiantes no solo memorizan información, sino que la conectan con su experiencia y su intuición y la aplican en contextos reales. Además, el material tangible a menudo presentó múltiples dimensiones que pudieron ser exploradas desde diferentes ángulos, lo que enriqueció el proceso de construcción de significados y permitió a los estudiantes ver conexiones y patrones que de otro modo podrían pasar desapercibidos.

5.3 Limitaciones de la investigación

Una de las limitantes en nuestros hallazgos con respecto a los patrones geométricos y sucesiones lineales se ilustra específicamente en el patrón recursivo previamente analizado por la investigadora relativo a las teselas de Penrose (figura 208). Esta sucesión figural no fue explotada exhaustivamente, quedaron aspectos por investigar con este material en particular en cuanto a la generalización, ya que a medida que la sucesión figural crece, el nivel de complejidad también crece y no hay material con colores suficientes para potenciar la generalización.

Figura 208

Sucesión figural de Penrose



Desde una perspectiva teórica la generalización se comprende de la siguiente manera:

- **Transferencia de conocimiento y habilidades:** La generalización implica que los estudiantes puedan transferir lo que han aprendido en una situación de enseñanza a nuevas situaciones o contextos que presenten características similares o análogas. Esto significa que no se limitan a aplicar mecánicamente lo que han aprendido, sino que son capaces de adaptar y utilizar su conocimiento de manera flexible.
- **Construcción de saberes más amplios:** Desde el enfoque teórico se entiende que la generalización no se trata solo de aplicar lo que se ha enseñado en un contexto específico, sino de construir saberes más amplios y profundos. Los estudiantes deben ser capaces de utilizar los conceptos, estrategias y habilidades adquiridos como base para abordar nuevos problemas y situaciones.
- **Contextualización y adaptación:** La generalización no implica simplemente aplicar una fórmula o procedimiento en diferentes situaciones, sino comprender cómo adaptar y contextualizar el conocimiento. Los estudiantes deben ser capaces de reconocer similitudes y diferencias entre situaciones y ajustar su enfoque en consecuencia.
- **Transferencia positiva y negativa:** Se reconoce que la generalización puede ser tanto positiva como negativa. La transferencia positiva ocurre cuando los

estudiantes utilizan el conocimiento previo para facilitar la comprensión y la resolución de nuevos problemas. La transferencia negativa se refiere a situaciones en las que el conocimiento previo puede llevar a malentendidos o errores en nuevos contextos.

- Aprendizaje significativo: La generalización se relaciona estrechamente con el aprendizaje significativo, que implica que los estudiantes comprendan y conecten los conceptos de manera profunda en lugar de simplemente memorizar información. Cuando los estudiantes logran una comprensión profunda, son más propensos a generalizar su conocimiento de manera efectiva.

La idea de una relación entre números y la forma en que se generan los términos de una sucesión en algunos casos resultó difícil de visualizar y comprender para quienes no tenían una base sólida en matemáticas.

Por otro lado, identificar patrones en una serie de números puede ser un desafío para algunos estudiantes. No todos tienen la capacidad innata de reconocer secuencias numéricas o relaciones matemáticas, lo que podría llevar a confusiones y frustraciones.

No todos los estudiantes lograron llegar a la regla de generalización, la habilidad de generalizar patrones y relaciones lineales a través de diferentes situaciones puede ser desafiante. Los estudiantes podrían tener dificultades para aplicar lo que han aprendido en un contexto a otro, lo que limitaría su comprensión más profunda.

Algunos patrones son inherentemente complejos y difíciles de descifrar, como el último caso que presentamos. Si la relación entre los términos no es evidente o si los términos cambian de manera poco intuitiva, puede resultar desafiante para los estudiantes identificar una regla general.

Los estudiantes pueden confundirse sobre qué operación matemática está siendo utilizada en el patrón, especialmente si los términos involucran varias operaciones o cambios complejos.

Si un patrón no sigue una estructura predecible o no se adhiere a una operación matemática específica, los estudiantes pueden sentirse perdidos al intentar generalizarlo. La falta de patrones claros puede dificultar la identificación de una regla general.

La falta de atención y concentración también es un factor para cometer errores al experimentar con patrones geométricos. Los estudiantes pueden perderse detalles importantes al observar la secuencia de figuras, lo que puede afectar su capacidad para identificar las transformaciones o cambios relevantes. Esto resalta la importancia de fomentar la observación cuidadosa y la atención a los detalles en el estudio de los patrones geométricos.

Además de los errores, los estudiantes también pueden enfrentar dificultades para identificar patrones en secuencias más complejas o abstractas. Al explorar patrones geométricos que involucran transformaciones más elaboradas o figuras menos familiares, los estudiantes pueden sufrir dificultades para identificar la relación subyacente y extender la secuencia de manera precisa. Requiere habilidades de abstracción y razonamiento más

avanzadas, que pueden ser un desafío para algunos estudiantes. Conjeturamos que la confrontación entre materiales didácticos tangibles, estudiantes y patrones crecientemente complejos podría favorecer la identificación de regularidades cada vez más complejas.

Consideramos que, para abordar estos errores y dificultades, es importante fomentar una comprensión profunda de los patrones geométricos y la regla de generalización. Los educadores pueden implementar estrategias como el uso de material didáctico, la resolución de problemas variados y la realización de actividades prácticas que ayuden a los estudiantes a visualizar y manipular las figuras, así como a identificar las transformaciones y cambios relevantes. Además, es esencial brindar retroalimentación constructiva y oportunidades de práctica para que los estudiantes puedan corregir sus errores y mejorar sus habilidades de generalización.

La adquisición y el mantenimiento de material didáctico tangible pueden ser costosos. Los recursos físicos, como modelos, manipulables y herramientas interactivas, a menudo requieren inversión económica para su compra y reemplazo. Esto puede limitar el acceso a estas herramientas en escuelas con recursos limitados y desigualdades educativas. Considerar también que el uso de material didáctico tangible puede requerir espacio adicional en el aula para almacenar y organizar los recursos.

5.4 Limitaciones en la generalización

Interpretamos nuestros hallazgos de la siguiente manera, hay que fomentar la reflexión y la mejora continua tanto en su propia práctica docente como en la de los estudiantes. Esto implica analizar y evaluar la efectividad de la situación didáctica, identificar aspectos que pueden mejorarse y buscar oportunidades para enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje. La reflexión y la mejora continua son fundamentales para ofrecer experiencias de aprendizaje cada vez más significativas y efectivas.

El objetivo general de diseñar y poner en escena una situación didáctica para favorecer en estudiantes de primero de secundaria la generalización de patrones geométricos a través de materiales didácticos tangibles en un ambiente lúdico, se logró de manera correcta. No obstante, analizar la efectividad de la situación didáctica y la eficacia de los materiales didácticos, nos permitió identificar qué aspectos funcionaban bien y cuáles necesitaban mejoras. Esto permite realizar ajustes y adaptaciones en futuras clases, con el objetivo de lograr un mejor aprendizaje. La retroalimentación constante y la búsqueda de la mejora continua son fundamentales en la enseñanza pues en un momento dado se puede extender la situación didáctica para experimentar con sucesiones del tipo cuadrático implementando patrones geométricos más complejos, como la de la ilustración 208.

Será importante recordar que cada grupo de estudiantes es único y tiene necesidades y estilos de aprendizaje diferentes. Al analizar la efectividad de la situación didáctica y la eficacia de los materiales didácticos, se puede evaluar si están adecuados a las necesidades de los estudiantes. Esto permite realizar ajustes en el enfoque pedagógico y en los recursos utilizados para asegurar que se estén atendiendo las necesidades específicas del grupo.

El análisis de la efectividad de una situación didáctica y la eficacia de los materiales didácticos tangibles también ayuda a optimizar el uso de los recursos disponibles. Permitiendo identificar qué materiales son más efectivos y cómo se pueden aprovechar al máximo. Esto es especialmente relevante en entornos educativos con recursos limitados, donde es importante seleccionar y utilizar los materiales más adecuados para maximizar el impacto en el aprendizaje.

En conclusión, analizar la efectividad de una situación didáctica y la eficacia de los materiales didácticos tangibles en una clase es esencial para mejorar la enseñanza, ajustarse a las necesidades de los estudiantes, obtener retroalimentación sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje, optimizar los recursos disponibles y validar la metodología utilizada. Es un proceso continuo que permite ofrecer una educación de calidad y asegurar que los estudiantes alcancen los objetivos de aprendizaje de manera efectiva.

5.5 Contribuciones de nuestra investigación

Al realizar una tesis que involucre el uso de material didáctico tangible con estudiantes de secundaria en el tema de patrones geométricos en un ambiente lúdico hubo varias fortalezas significativas que el estudio sugiere. Estas fortalezas demuestran cómo esta aproximación puede enriquecer la experiencia de aprendizaje de los estudiantes y promover una comprensión más profunda de dicho concepto. Aquí hay algunas de esas fortalezas:

Comprensión Visual y Táctil: La investigación sugiere que el uso de material didáctico en un ambiente lúdico permitió a los estudiantes visualizar y manipular patrones geométricos y sucesiones lineales de manera concreta. Lograron ver cómo se formaba la sucesión figural y su evolución, lo que reforzó su comprensión y a internalizar los conceptos.

Aplicación Práctica: Los patrones geométricos y las sucesiones lineales tienen aplicaciones en campos como la arquitectura, la ingeniería y la ciencia. Al trabajar con material didáctico tangible, los estudiantes pudieron relacionar estos conceptos con situaciones del mundo real, lo que aumenta su motivación y percepción de la relevancia de los contenidos.

Motivación y Participación: El uso de material didáctico tangible, su interactividad y atractivo visual, favoreció la motivación de los estudiantes estableciendo escenarios de aprendizaje estimulantes. Esto contribuyó a una mayor participación en la actividad y un mayor compromiso con el tema.

Aprendizaje Activo: Se fomentó el aprendizaje activo, ya que se involucraba a los estudiantes en la exploración y experimentación con los materiales y conceptos. En lugar de simplemente escuchar una explicación pasiva, la interacción con los materiales didácticos promovió una comprensión más profunda y un trabajo cooperativo.

Variación de Estilos de Aprendizaje: Como se mencionaba anteriormente el material didáctico puede abordar diferentes estilos de aprendizaje. Algunos estudiantes aprenden mejor a través de la experiencia práctica, mientras que otros pueden beneficiarse de representaciones visuales o interacciones táctiles. La aplicación de este permitió adaptarse a estas diferencias individuales.

Desarrollo de Habilidades de Resolución de Problemas: Al explorar patrones geométricos y sucesiones lineales con material didáctico, los estudiantes fueron capaces de analizar, inferir y buscar regularidades. Esto fomentó el pensamiento crítico y el desarrollo de habilidades de resolución de problemas, habilidades clave en matemáticas y en la vida en general.

Construcción de Conexiones Conceptuales: La situación didáctica ayudó a los estudiantes a ver las conexiones entre los patrones geométricos, la regla de generalización, así como la manera en la que se relacionan con otros conceptos matemáticos previamente aprendidos. Esto promueve una comprensión más holística de las matemáticas.

Mejora de la Retención: La experiencia práctica y visual proporcionada por las actividades podría mejorar la retención a largo plazo de los conceptos. Los estudiantes podrían ser más propensos a recordar y comprender conceptos que han experimentado activamente.

Generación de Preguntas y Exploración Autónoma: Las actividades lograron inspirar a los estudiantes a hacer preguntas y a explorar por sí mismos. Esto fomentó la curiosidad y la autonomía en el aprendizaje, ya que los estudiantes se sentían impulsados para investigar y descubrir el patrón geométrico y su generalización.

Base para la Enseñanza Diferenciada: El material y las actividades diseñadas podría ayudar a cualquier educador a adaptar su enseñanza a las necesidades individuales de los estudiantes. Podría proporcionar ejemplos y actividades específicas que se ajusten al ritmo y nivel de comprensión de cada estudiante.

En resumen, el diseño de nuestra situación didáctica potenciada por el uso de materiales didácticos tangibles en el tema de patrones geométricos ofreció múltiples ventajas que enriquecen la experiencia de aprendizaje de los estudiantes de secundaria. Estas fortalezas se traducen en una comprensión más profunda, una mayor motivación y una preparación sólida para aplicar estos conceptos en diversos contextos.

Una serie de investigaciones se han centrado en estrategias para enseñar patrones geométricos de manera efectiva. Por ejemplo, el estudio de Castro (1999) se enfocó en la introducción de patrones geométricos desde edades tempranas. Encontró que la inclusión de actividades prácticas, como la creación de patrones con bloques y materiales manipulativos, ayudó a los estudiantes a comprender los conceptos abstractos detrás de los patrones geométricos. Las diferencias de nuestra investigación respecto a las investigaciones revisadas en el estado del arte son las siguientes.

Nosotros nos centramos en la conexión entre los patrones geométricos y la resolución de problemas. Encontramos que involucrar a los estudiantes en la creación y análisis de patrones geométricos complejos desarrollaba sus habilidades para descomponer problemas en pasos más pequeños y abordarlos de manera sistemática.

Basándonos en las investigaciones, varias estrategias innovadoras pueden ser adoptadas para la enseñanza de patrones geométricos. Incorporar materiales tangibles y actividades prácticas para que los estudiantes puedan crear y manipular patrones geométricos, lo que refuerza la comprensión visual y táctil. Por su parte, enseñar patrones simétricos para

desarrollar la comprensión de la simetría y su aplicación en diversas disciplinas, además de fortalecer la habilidad de reconocer patrones en general.

Incorporar los patrones geométricos en problemas matemáticos, lo que ayudó a los estudiantes a desarrollar un enfoque analítico y sistemático para la resolución de problemas. La investigación en la enseñanza de patrones geométricos ofrece una visión valiosa sobre cómo abordar este tema de manera efectiva en el aula. Los patrones geométricos no solo nutren las habilidades matemáticas, sino que también cultivan el pensamiento creativo y analítico de los estudiantes. Al adoptar estrategias innovadoras respaldadas por la investigación, los educadores pueden proporcionar a sus estudiantes una base sólida en patrones geométricos y sentar las bases para un pensamiento crítico y resolución de problemas exitosos en el futuro.

La investigación sugiere que la amalgama entre el material didáctico tangible y la situación didáctica promovió un aprendizaje progresivo y coherente. En efecto, el planificar cuidadosamente las actividades y recursos, se pudieron establecer conexiones claras entre los conceptos matemáticos, permitiendo a los estudiantes construir su conocimiento de manera sólida y secuencial. El alumnado logró reconocer y buscar adaptar las estrategias de enseñanza para satisfacer sus necesidades específicas. Al considerar el nivel de competencia, los estilos de aprendizaje y los intereses de los estudiantes, fue posible diseñar actividades con los materiales didáctico tangibles disponibles, que se ajustaran a sus características individuales, promoviendo un aprendizaje más efectivo y significativo.

Los materiales didácticos tangibles nos permitieron plantear situaciones desafiantes animando a los estudiantes a aplicar sus conocimientos y habilidades matemáticas para encontrar soluciones a los patrones geométricos propuestos. Esto promovió el pensamiento crítico, la creatividad y el razonamiento lógico, habilidades fundamentales para el éxito en matemáticas y en la vida cotidiana. Se utilizaron estrategias de evaluación variadas, como observación, registros, listas de cotejos y rúbricas, para monitorear el aprendizaje y proporcionar retroalimentación específica y oportuna. Esto permite a los estudiantes identificar sus fortalezas y áreas de mejora, ajustar su aprendizaje y recibir orientación para su desarrollo continuo.

Al analizar patrones geométricos y sucesiones lineales, los estudiantes aprendieron a identificar los términos comunes y las diferencias entre ellos, siempre potenciadas con el uso de los materiales didácticos tangibles. Ahora pueden determinar si una secuencia sigue una progresión aritmética o geométrica, y reconocer las características distintivas de cada tipo de sucesión. Los estudiantes pueden aprender a aplicar fórmulas y reglas específicas para determinar términos futuros o calcular la suma de los términos de la secuencia. Con la implementación de la situación didáctica los estudiantes analizaron los datos, hicieron predicciones, justificaron sus respuestas y encontraron patrones ocultos. Esto fortaleció su capacidad para resolver problemas matemáticos y aplicar conceptos en diferentes contextos.

En contraste con algunas de las investigaciones analizadas en el estado del arte que afirman que la simple incorporación de material didáctico no garantiza el aprendizaje, nuestro estudio sugiere que el proceso de adquisición progresiva de significados de un

patrón geométrico fue potenciado por el uso intencional y apropiado de material didáctico tangible.

5.6 Reflexión final

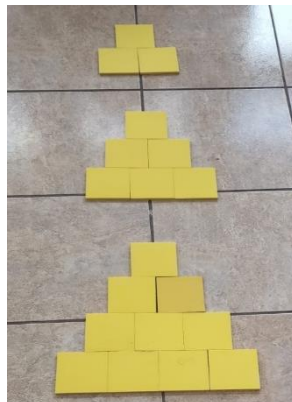
Durante mi tiempo en la Maestría en Matemática Educativa pude mejorar constantemente en mi desarrollo profesional, como docente es esencial y conlleva una serie de beneficios y repercusiones significativas en mi práctica educativa al igual que en la vida de mis estudiantes. A continuación, presento algunas conclusiones que argumentan la importancia de esta mejora continua que pude tener gracias a las materias, profesores y programa educativo:

- **Calidad de la enseñanza:** La mejora constante en mi desarrollo profesional me permite mantenerme actualizado sobre las últimas tendencias, metodologías y avances en la educación. Esto se traduce en una mayor calidad de la enseñanza que puedo ofrecer a mis estudiantes, brindándoles experiencias de aprendizaje más efectivas y enriquecedoras.
- **Adaptación a las necesidades cambiantes:** Es bien sabido que el entorno educativo y las necesidades de los estudiantes evolucionan con el tiempo. La mejora profesional me capacita para adaptarme de manera efectiva a estos cambios y ajustar mi enfoque pedagógico para satisfacer las necesidades individuales de mis estudiantes y los desafíos contemporáneos.
- **Mayor motivación y compromiso:** Cuando los docentes nos esforzamos por mejorar, transmitimos un mensaje poderoso a nuestros estudiantes: la educación es un proceso continuo y valioso. Esto puede inspirar a los estudiantes a ser más motivados y comprometidos con su propio aprendizaje, ya que ven el ejemplo de un docente que también busca el crecimiento.
- **Desarrollo de habilidades de liderazgo:** El proceso de mejora profesional puede llevar a oportunidades de liderazgo dentro de la comunidad educativa. Los docentes que buscan el crecimiento continuo a menudo son vistos como modelos a seguir y pueden desempeñar un papel activo en la toma de decisiones y la mejora de la calidad educativa a nivel institucional.
- **Aumento de la satisfacción laboral:** La mejora profesional me ha traído un mayor nivel de satisfacción en mi carrera docente. Cuando siento que estoy creciendo y desarrollándome en mi profesión suelo ser más efectiva y comprometida en el aula.
- **Impacto duradero en la vida de los estudiantes:** Uno de los aspectos más importantes es que la mejora profesional tiene un impacto directo en la vida de los estudiantes. Cuando los docentes están mejor preparados y actualizados pueden influir de manera significativa en el éxito académico y personal de sus estudiantes, proporcionándoles las herramientas y habilidades necesarias para enfrentar los desafíos futuros.

En resumen, la mejora constante en el desarrollo profesional como docente no solo beneficia a los educadores en su crecimiento personal y satisfacción laboral, sino que también tiene un impacto directo en la calidad de la educación que brindan y en la vida de sus estudiantes. Es un compromiso fundamental que promueve un entorno educativo más

efectivo y enriquecedor, preparando a las generaciones futuras para un futuro más exitoso y prometedor.

Referencias



- Águila, R., y González, G. (2009). Algunas consideraciones acerca del tratamiento de las sucesiones numéricas en la Enseñanza Primaria. *EduSol*, 9(27), 80-91.
- Alonso, F., Barbero, C., Fuentes, I., Azcárate, A., Dozagarat, J., Gutiérrez, S., Ortiz, M., Rivière, V. y De Veiga, C. (1993). *Ideas y actividades para enseñar Álgebra*. Grupo Azarquiel. Editorial Síntesis. España.
- Apsari, R., Sariyasa, S., Putri, R., Gunawan, G., y Prayitno, S. (2020). Understanding Students' Transition from Arithmetic to Algebraic Thinking in the Pre-Algebraic Lesson. *Physics: Conf. Series*, 1471(012056).
- Araujo, M., García, S., García, J. y López, O. (2006). *Matemáticas I*. Recuperado de http://issuu.com/sbasica/docs/matematicas1vol1_1314.
- Arbona, E., Beltrán, J., Jaime, A., y Gutiérrez, Á. (2017). Aprendizaje del álgebra a través de problemas de patrones geométricos. *Suma*, 86, 39–46.
- Arbona, E., Beltrán, J., y Gutiérrez, Á. (2021). Estrategias empleadas por estudiantes de primaria en la resolución de problemas de patrones geométricos. *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 133-140). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Arbona, E., García, D., Beltrán, J., y Gutiérrez, Á. (2018). GeoPattern, una app para resolver problemas de patrones geométricos en Primaria. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 7(2), 1-23.
- Arbona, E., Gutiérrez, A., y Beltrán, J. (2021). Características diferenciadoras de estudiantes con alta capacidad matemática en la resolución de problemas de patrones geométricos. In *Jornadas Internacionales de Investigación y Práctica Docente en Alta Capacidad Matemática* (pp. 29-36). Universidad de La Rioja.
- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. *Ingeniería didáctica en educación matemática*, 33, 60.
- Bachelard, G. (1987). *La formación del espíritu científico*. México, Editorial Siglo XXI.
- Bajo, M., Sánchez, G., y Gavilán, M. (2015). Las progresiones como indicador de la comprensión del concepto de sucesión numérica en alumnos de segundo ciclo de enseñanza secundaria obligatoria.
- Bautista, J., Bustamante, M., y Amaya, T. (2021). Desarrollo de razonamiento algebraico elemental a través de patrones y secuencias numéricas y geométricas. *Educación matemática*, 33(1), 125-152.
- Becerra Quintero, M. C. (2021). El uso de material concreto como estrategia didáctica para favorecer el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de 4º del Instituto Técnico Alfonso López, sede IV Centenario, de Ocaña.
- Benedicto, C., Jaime, A., Gutiérrez, Á. (2015). Análisis de la demanda cognitiva de problemas de patrones geométricos. En C. Fernández Verdú, M. Molina González y N. Planas Raig (Eds.), *Investigación en educación matemática XIX* (pp. 153-162). Universidad de Alicante. <http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/51591>

- Block, D., García, S., Balbuena, H. (2021). Conecta más secundaria. Matemáticas 1. Secretaría de Educación Pública.
- Brousseau, G. (1986). Teoría de las situaciones didácticas. Grupal Logística y Distribución. ISBN9875990353, 9789875990357. Paris.
- Brousseau, G. (1989). Obstáculos epistemológicos y didáctica de las matemáticas.
- Brousseau, G. (1997). Theory of didactical situations in mathematics (N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, & V. Warfield, Eds. & Trans.).
- Brousseau, G. (2002). The didactical contract: The teacher, the student and the milieu. Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques, 1970–1990, 226-249.
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas/Introduction to study the theory of didactic situations: Didactico/Didactic to Algebra Study (Vol. 7). Libros del Zorzal.
- Butto Zarzar, C., Delgado Fernández, J., y Bazán Ramírez, A. (2018). Procesos de generalización: Una vía de acceso al pensamiento algebraico temprano en Educación Básica. Horizontes Pedagógicos, 20(1), 25–36. <https://doi.org/10.33881/0123-8264.hop.20104>
- Cañadas, M., Castro, E., y Castro, E. (2008). Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria en el problema de las baldosas. PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 2(3), 137-151.
- Carbonneau, K. J., y Marley, S. C. (2013). Activity-based learning strategies and academic achievement. In J. A. C. Hattie & E. M. Anderman (Eds.), The international handbook of student achievement. New York, NY: Routledge.
- Carbonneau, K. J., Marley, S. C., y Selig, J. P. (2013). A meta-analysis of the efficacy of teaching mathematics with concrete manipulatives. Journal of Educational Psychology, 105(2), 380
- Castro Martínez, E. (1999). Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales: estudio con escolares de primer ciclo de secundaria (12-14 años).
- Cetina, M., y Cabañas, G. (2022). Estrategias de generalización de patrones y sus diferentes formas de uso en quinto grado. Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas, 40(1), 65-86.
- Chamorro, M. D. C., y Belmonte, J. (2005). Didáctica de las matemáticas para educación infantil. Madrid: PEARSON, p.43.
- Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. Cuadernos, 2, 1-10.
- Clark, H. H. (1994). Managing problems in speaking. Speech communication, 15(3-4), 243-250.

- De Campos, M. (1785) Elementos de Geometría Plana e Sólida, Segundo órden, de Euclides
- Del Puerto, S., Minnaard, C., y Seminara, S. (2006). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de educación*, 38.
- Drijvers, P., & Trouche, L. (2008). From artifacts to instruments: A theoretical framework behind the orchestra metaphor. *Research on technology and the teaching and learning of mathematics*, 2, 363-392.
- Fernández., C. (2013). Principales dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. Pautas para maestros de Educación Primaria (Bachelor's thesis).
- Ferrini, J., Lappan G. y Phillips E. (1997). Experiencies with Patterning. *Teaching Children Mathematics*. 3(6), 282-289.
- García, A. (1999). La generalización en un tipo particular de sucesiones aritméticas: los problemas de generalización lineal. *Números: revista de didáctica de las matemáticas*, 38, p.3-20.
- García, M. (2014). "La sucesión figural en el desarrollo del pensamiento geométrico". Artículo 3.
- Gee, A. (2003). *The British Volunteer Movement, 1794-1814*. Oxford University Press.
- González, I. M. C., Ortega, M. V., y Rojas, J. A. D. (2018). Patrones en mosaicos y teselados desde composiciones geométricas. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 10(2), 177-187.
- Gonzalez, J., Medina, P., Vilanova, S., y Astiz, M. (2010). Un aporte para trabajar sucesiones numéricas con Geogebra. *Revista de Educación Matemática*, 25, 1-19.
- Hattie, J., & Timperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of educational research*, 77(1), 81-112.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 65, 97.
- Hilbert, D. (1900). *Mathematische probleme*. *Göttinger Nachrichten*, 3, 253-297.
- Hoffer, T. B., Hedberg, E. C., Brown, K. L., Halverson, M. L., Reid-Brossard, P., Ho, A. D., & Furgol, K. (2011). Final report on the evaluation of the growth model pilot project.
- Hoffman, P. (1999). *El hombre que amaba los números: La historia de Paul Erdős y sus matemáticas*. Tusquets Editores.
- Icaza, F. (2019). El material concreto cómo base del aprendizaje. Recuperado de: <https://www.grupoeducar.cl/noticia/el-material-concreto-como-base-del-aprendizaje/>
- Ifrah, G. (2000). *Historia Universal de las cifras, Volumen 2*. Espasa Libros.

- Jonassen, D. H., & Rohrer-Murphy, L. (1999). Activity theory as a framework for designing constructivist learning environments. *Educational technology research and development*, 47(1), 61-79.
- Labinowicz, E. (1987). *Introducción a Piaget, Pensamiento. Aprendizaje. Enseñanza.* Addison-Wesley Iberoamericana, S.A. Wilmington, Delaware, E.U.A. p. 43.
- Londoño, N., Kakes, A. y Álamo, A. (2014). Del reconocimiento de patrones a la generalización. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, 361-367. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/documentos/alme27.pdf>.
- López, J. (2016). "Desarrollo del pensamiento geométrico a través de la sucesión figural en el aula de matemáticas".
- Mateos, M. (2012). ¿Cómo enseñar sucesiones lineales? Razonamiento inductivo y hoja de cálculo.
- Miguez, M. (2004). *El rechazo hacia las matemáticas. Una primera aproximación.*
- Montessori, M. (1967) *Manual práctico del método.* (2ª Ed) Barcelona, España: Casa Editorial Araluce.
- Mora, L. (2012). *Álgebra en primaria. Programa de Transformación de la Calidad Educativa del MEN en convenio con la Universidad Pedagógica Nacional.*
- Morales, P. (2012). *Elaboración de material didáctico.* México: Editorial Red Tercer milenio, pp.10-107.
- Moss, J., y London McNab, S. (2011). An approach to geometric and numeric patterning that fosters second grade students' reasoning and generalizing about functions and co-variation. In *Early algebraization* (pp. 277-301). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Navas, A., y Molina, H. (2016). Dificultades y errores en el proceso de generalización de una secuencia gráfico-numérica.
- Ongay Fausto, F. (2017). *Mathema: El arte del conocimiento.* Fondo de Cultura Económica.
- Orozco, A. M. M., y Henao, A. M. G. (2013). El material didáctico para la construcción de aprendizajes significativos. *Revista Colombiana de Ciencias Sociales*, 4(1), 101-108.
- Osorio, J.C. (2012). Procesos de generalización que intervienen en el aprendizaje del alumno al hacer uso de sucesiones. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 25, 75-83. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/documentos/alme25.pdf>.
- Panizza, M. (2003). *II Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas.* Recuperado el, 7.
- Paredes Bermeo, E. E. (2020). *Importancia del factor lúdico en el proceso enseñanza-aprendizaje: propuesta de un manual de actividades lúdicas para la asignatura de*

Estudios Sociales (Master's thesis, Quito, EC: Universidad Andina Simón Bolívar, Sede Ecuador).

- Pérez, A. R., Pérez, A. D. y Hernández, H. (2013). Secuencia didáctica para facilitar la transición entre la aritmética y el álgebra. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 26, 863-871. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/documentos/alme26v.2.pdf>.
- Pérez, M. (1996). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá DC, Colombia. Grupo de Investigación Representaciones y Conceptos Científicos (grupo IREC). p. 23.
- Pestalozzi, J. H. (1801). *Leonard and Gertrude: A Popular Story, Written Originally in German, Translated Into French, and Now Attempted in English, with the Hope of Its Being Useful to All Classes of Society*. J. Groff.
- Piaget, J. (1971). *Genetic epistemology*. Columbia University Press.
- Planas, N. (2001). Obstáculos en el aprendizaje matemático: la diversidad de interpretaciones de la norma. *Educación Matemática*, 13(3), 121-128.
- Polya, G. (1945). *Polya, un clásico en resolución de problemas*.
- Pulgarín, J. A. (2016). Generalización de patrones geométricos: proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9-12 años. Facultad de Ciencias.
- Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz, y A. Méndez (Eds.), *Proceedings of the Twenty Eighth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 2-21). Universidad Pedagógica Nacional.
- Rincón, A., y Aida, J. (2010). Importancia del material didáctico en el proceso matemático de educación Preescolar. Universidad Nacional de Mérida. Venezuela.
- Rivera, F. D. (2013). *Teaching and learning patterns in school mathematics*. New York, NY.
- Rodríguez G. (2009). Una secuencia didáctica para generar los conceptos de sucesión y serie en el nivel medio superior. Instituto Politécnico Nacional Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. México, D. F.
- Sakurai, S., & Takeuchi, K. (1983). Back analysis of measured displacements of tunnels. *Rock mechanics and rock engineering*, 16, 173-180.
- Santiago, C., y Consuelo, M. (2009). Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas. *Educación matemática*, 21(1), 159-164.
- Santiago, M., Martínez, C., y Martínez, C. (2008). Descripción de la generalización de estudiantes de 3º y 4º de ESO en la resolución de problemas que involucran

- sucesiones lineales y cuadráticas. In Investigación en educación matemática XII (p. 10). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Secretaría de Educación Pública. (2017). Aprendizajes Clave Para La Educación Integral. Plan y Programas de Estudio Para La Educación Básica. México: SEP.
- Sierpińska, A. (1994). The diachronic dimension in research on understanding in mathematics-usefulness and limitations of the concept of epistemological obstacle. *Didactica Mathematicae*, 16(01).
- Simson, R. (Ed.). (1774). Los seis primeros libros y el undécimo, y duodécimo de los elementos de Euclides: traducidos de nuevo sobre la versión latina de Federico Comandino conforme a la fiel, y correctísima edición de ella. Por D. Joachin Ibarra.
- Socas, M. (1997): "Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria", cap. 5., pp. 125-154, en RICO, L., y otros: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Ed. Horsori, Barcelona.
- Strathen, P. (1999). Pitágoras y su teorema. Siglo XXI editores.
- Takeuchi, Y. (1983). Funciones no-estándar y teoría de distribuciones. *Revista colombiana de matemáticas*, 17(3-4), 117-151.
- Trigueros, M. et al., 2013 "Sucesiones y series figurales en la educación matemática" recuperado de: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol28-3.pdf>
- Ursini, S., Escareño, F., Montes, D. y M. Trigueros (2005). Enseñanza del Álgebra Elemental. Una propuesta alternativa. México: Trillas.
- Velasco, K. y Acuña, C. (2010). El uso de patrones geométricos para la construcción del lenguaje simbólico en estudiantes de nivel medio superior. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 23, 805-811. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/documentos/alme23.pdf>.
- Velázquez, C. (s.a). Gauss y el mito de los primeros cien números.
- Velásquez, L. (2012). Enseñanza de sucesiones numéricas para potenciar el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado cuarto de básica primaria. Facultad de Ciencias.
- Viggiani, M. I. (2006). La sucesión de Fibonacci. *Revista de Educación Matemática*, 21(3), 29-38.
- Villarroel, S., y Sgreccia, N. (2011). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria. *Números. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 78, 73-94.
- Zapatera, A. (2018). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones: una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria= Introduction of algebraic thinking through the generalization of patterns: a sequence of tasks for Pre-school and Primary Education. *Números: revista de didáctica de las*

matemáticas. La Laguna (Tenerife, España): Sociedad Canaria " Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas. N. 97 (2018).

Zhao, Y., & Frank, K. A. (2003). Factors affecting technology uses in schools: An ecological perspective. *American educational research journal*, 40(4), 807-840.