

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS
“Francisco García Salinas”

UNIDAD ACADÉMICA DOCENCIA SUPERIOR

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO PROFESIONAL
DOCENTE

TESIS

**PRAXEOLÓGIA DEL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN: INFLUENCIA DEL CONTEXTO
SOCIOEDUCATIVO EN EL APRENDIZAJE DEL ALUMNADO DE QUINTO GRADO**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO
PROFESIONAL DOCENTE**

PRESENTA:

Lic. Patricia Alvarado Martínez

Director:

Dr. Marcos Manuel Ibarra Núñez

Codirectora:

Dra. Rosalinda Gutiérrez Hernández

Zacatecas, Zac., a 16 de octubre de 2024

RESUMEN

Esta investigación tiene como objetivo identificar la praxeología del alumnado de quinto grado de educación básica de la comunidad Charco Blanco, Sombrerete, Zacatecas ante problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división, basada en la Teoría Antropológica de lo Didáctico. Se utiliza una metodología cualitativa y descriptiva en la que se analizan las técnicas y justificaciones del estudiantado para la resolución de tareas. Se concluye y analiza que, a partir de la resolución del algoritmo convencional de la operación matemática, el desarrollo se hace de manera mecánica, no hay un proceso de comprensión. De igual manera, se destaca la importancia de esta investigación para el desarrollo del aprendizaje y enseñanza con la aplicación de estrategias monetarias y/o económicas para la resolución del algoritmo convencional.

Palabras clave: Algoritmo de la división; Praxeología; Alumnado; Teoría Antropológica de lo Didáctico.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	11
CAPITULO I.....	33
1.1 Praxeologías.....	33
1.1.1 Teoría Antropológica de lo Didáctico.....	33
1.1.2 ¿Qué es praxeología?.....	36
1.1.3 Tipos de praxeologías.....	37
1.1.4 Praxeologías en matemáticas.....	37
1.2 Matemáticas.....	38
1.2.1 Enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.....	38
1.2.2 Aprendizajes esperados en matemáticas en educación básica.....	40
1.3 Participación de contexto educativo.....	41
1.3.1 Docentes en la enseñanza de las matemáticas.....	41
1.3.2 Influencia de padres de familia en la enseñanza.....	42
1.4 Algoritmo de la división.....	43
1.4.1 ¿Qué es la división?.....	43
1.4.2 División por reparto.....	44
1.4.3 División por agrupamiento.....	45
1.4.4 Tipos de algoritmos de la división.....	46
CAPÍTULO II.....	52
2.1 Historia y ubicación de la institución.....	52
2.1.1 Contexto sociocultural.....	54
2.2.1 Escuela y contexto.....	55
2.2.2 Madres, padres de familia y/o tutores.....	55
2.3 Algoritmo de la división.....	57
2.3.1 Tareas tipo reparto.....	59
2.3.2 Tareas tipo agrupamiento.....	63
2.4 Alumnado.....	66
CAPÍTULO III.....	72
3.1 Operaciones aritméticas.....	73
3.2 El algoritmo de la división y sus praxeologías.....	75
3.2.1 Incógnitas en el algoritmo de la división.....	78
3.2.2 Operación aritmética: división.....	85
3.3 ¿Cómo se perciben las matemáticas?.....	90

CONCLUSIONES.....	95
REFERENCIAS	98
ANEXOS.....	102

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Aprendizajes esperados de quinto grado	40
Tabla 2. Praxeologías del algoritmo de la división	92

ÍNDICE DE IMÁGENES

Imagen 1. Estructura análisis de una tarea	34
Imagen 2. División por reparto	45
Imagen 3. División por agrupamiento o tasativa.....	46
Imagen 4. Reparto distributivo.....	48
Imagen 5. Reparto sustractivo.....	49
Imagen 6. Reparto sustractivo en decenas y centenas.....	49
Imagen 7. Estudio sobre el algoritmo de la división	50
Imagen 8. Multiplicación y división en primaria	51
Imagen 9. Resolución de problemas 1 y 2 respectivamente por alumna	60
Imagen 10. Técnica de resolución por alumno a problemas de reparto.....	61
Imagen 11. Algoritmo de la división como técnica de resolución	62
Imagen 12. Multiplicación de variables del problema (dividendo por divisor).....	63
Imagen 13. Técnica algoritmo de la división por alumna.....	64
Imagen 14. Técnica mediante multiplicación.....	65
Imagen 15. Técnica mediante la resta	66
Imagen 16. Algoritmo de la división desarrollado por alumna MFF.M.2.....	77
Imagen 17. Algoritmo de la división con espacios en blanco	79
Imagen 18. Algoritmo de la división resuelto por alumno	80
Imagen 19. Algoritmo de la división con incógnita en el cociente y transformación ...	81
Imagen 20. Técnica de resolución en la división	82
Imagen 21. Algoritmo con incógnita en dividendo	83
Imagen 22. Resolución una vez encontrado el dividendo	84

Imagen 23. Incógnita en el divisor.....	84
Imagen 24. Algoritmos de la división.....	85
Imagen 25. Técnica de resolución de la división.....	86
Imagen 26. Resolución del algoritmo.....	88
Imagen 27. Algoritmo desarrollado.....	89

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica 1. Ocupación de los padres de familia del grupo quinto “A”	57
--	----

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo A. Cuestionario a alumnado de quinto grado	102
Anexo B. Cuestionario.....	104
Anexo C. Evaluación diagnóstica	105
Anexo D. Relación y claves de informantes	106
Anexo E. Tareas aplicadas.....	107
Anexo F. Cuestionario para entrevista a alumnado.....	109
Anexo G. Carta de consentimiento.....	110

ACRÓNIMOS

INEGI	Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática
PISA	Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos
PLANEA	Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes
SEP	Secretaría de Educación Pública
TAD	Teoría Antropológica de lo Didáctico

INTRODUCCIÓN

El estudio de las matemáticas en el entorno educativo en cualquiera de sus ramas puede ser de gran complejidad para el alumnado debido a la cantidad de términos y operaciones. Con las actualizaciones de los planes y programas de estudio para la educación básica, se busca que el estudiantado desarrolle el razonamiento a partir del pensamiento matemático para la resolución de problemas que se deriven de la vida diaria, el uso de estrategias y de la creatividad, así como actitudes propicias hacia las matemáticas. Sin embargo, conforme surgen las actualizaciones y se presentan los nuevos rasgos del perfil de egreso, los conocimientos y capacidades que se esperan adquiera el estudiantado, sigue siendo deficiente, en pruebas estandarizadas en las que se evalúa el desempeño académico, sobre todo en el nivel básico, los resultados en el campo de matemáticas son bajos comparados con otros países.

El uso de diferentes figuras, fórmulas, signos, algoritmos, etc., conlleva procedimientos que, debido a la falta de dominio, se omiten en la mayoría de los casos. La necesidad de aplicar métodos, desarrollar estrategias y justificar los planteamientos ante una situación problema hace que haya una intervención en el componente afectivo y actitudinal hacia la formación de pensamiento matemático. En este sentido, es importante que el estudiantado reconozca las matemáticas como aquellas que le proveerán el desarrollo de capacidades cognitivas para la identificación, análisis, planteamiento y resolución de problemas en la vida cotidiana, así como conocimientos necesarios para el desarrollo dentro de la sociedad al obtener una comunicación rápida y asertiva.

De esta manera, la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se exige sea de calidad por la demanda de la sociedad actual, tanto profesorado como alumnado deben desarrollar diversas habilidades que les permitan resolver problemas de todo tipo alcancen los conocimientos y competencias necesarias para la vida, y al mismo tiempo se logre obtener mejores resultados en pruebas estandarizadas donde se mide el nivel de estudio, entorno al rendimiento académico que está por debajo de la media a nivel internacional. La controversia por las estadísticas que se arrojan en el caso del área de matemáticas, en pruebas como PLANEA, muestra resultados a nivel nacional, donde más de la mitad, es decir, el 59% del alumnado que realiza esta prueba, siendo de 6° grado de primaria, obtienen resultados negativos; hay falta eminente de dominio de los conocimientos que se deben adquirir durante la estancia en la educación básica por de descontextualización del plan y programas de estudio 2017 de cada grado, respecto al perfil de egreso.

El quehacer educativo de las matemáticas dentro de las aulas y las prácticas educativas que se generan dentro de ella, los conocimientos adquiridos y de qué manera son transmitidos, son aspectos relevantes para comprender y conocer cómo es que el alumnado adquiere aprendizajes significativos. Asimismo, para el logro del desempeño académico favorable, es importante conocer cuáles son las praxis del estudiantado; qué técnicas utiliza y la justificación que emplea para resolver un problema de cualquier índole, además de ser punto clave para los ajustes necesarios de acuerdo a las características de cada uno de las y los estudiantes.

El reconocimiento de las operaciones aritméticas, su aplicación y análisis son base para la comprensión de problemas, el uso de algoritmos requiere de conocimientos y habilidades para la resolución de tareas, tal es el caso de la operación

aritmética de la división, que necesita de la aplicación de las operaciones como la multiplicación, resta y suma para poder efectuarlo. No obstante, desde la práctica personal, se ha observado la existencia de memorización de algoritmos, en este caso, de la división, ya que son una de las herramientas mayormente utilizadas para encontrar resultados de manera rápida, sin embargo, se desconoce el proceso que conlleva, el significado de los elementos y la comprensión de lo que se está efectuando.

En esta ruta, ante la necesidad de comprender y analizar las praxeologías del alumnado hacia la resolución de un problema que implique el uso del algoritmo de la división, el por qué las operaciones matemáticas se vuelven complicadas y el cómo se justifican aquellas técnicas que aplican, son algunos de los puntos principales que se abordan en esta investigación. Así como el análisis de las dificultades que se presentan ante un ejercicio problema, la consideración de la técnica y la tecnología que permite la justificación para sustento del saber-hacer en el que se aplique el algoritmo convencional.

Para llevarla a cabo, se utiliza como referente la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard (1999), donde se explican las praxeologías del alumnado y la justificación de la técnica, así como la influencia del contexto social, cultural y educativo. En este sentido, se describe la praxeología como modelo único de la actividad humana vinculada a tareas, es decir, problemas o ejercicios que derivan de una organización matemática (OM) que da paso a la aplicación de técnicas para la generación de tecnologías que justifican la técnica que implica una teoría. En este proceso, se implica que las alumnas y los alumnos reconozcan y apliquen el contenido matemático, ya que no hay organización matemática sin un proceso de estudio, pero

tampoco hay proceso de estudio sin construcción de una organización matemática (Bosh *et al.*, 2006).

Respecto a lo anterior, con el objetivo de identificar las praxeologías que utiliza el alumnado de quinto grado para resolver problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división, así como las dificultades y las justificaciones que generan entorno al aprendizaje y comprensión del mismo, se presenta a continuación el análisis de la práctica del estudiantado ante problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división; reparto y agrupamiento, su saber-hacer y el hacer en la transición hacia la aplicación del algoritmo convencional. Desde esta perspectiva, se analiza la actividad matemática del alumnado durante la aplicación de tareas y el proceso que conlleva, a través de las matemáticas que utiliza y las organizaciones que se derivan a fin de dar a conocer a los agentes educativos las técnicas empleadas para consideración del proceso de enseñanza y aprendizaje del algoritmo de la división.

El estudio se distribuye en tres capítulos, estos contenidos están estructurados de acuerdo al proceso de estudio de la praxeología, los cuales contienen lo siguiente: en el primer capítulo, se presenta un recorrido de estudio que comprende aquellas teorías que dan sustento a lo elaborado, desde el punto de vista antropológico con la TAD donde se define la praxeología como actividad matemática y la influencia del contexto socioeducativo con relación a las experiencias generadas de la vida diaria. Así como, la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas de acuerdo a los planes y programas de estudio de quinto grado de educación básica, primaria, y, por último, la definición y significados del algoritmo de la división, descripción de las variables o partes que lo componen y la aplicación del mismo.

En el segundo capítulo, corresponde al contexto social y cultural; una mirada hacia la comunidad y escuela en donde se llevó a cabo la investigación, la relación con las madres, padres de familia y/o tutores del alumnado en el que se llevó a cabo el estudio, la aplicación de un diagnóstico donde se emplearon problemas de tipo reparto y agrupamiento para identificar las técnicas y saberes previos. Seguido de los resultados generados a partir de una encuesta dirigida hacia el área de matemáticas, lo que aprenden o ven en el centro educativo, así como las perspectivas que se tiene.

El tercer capítulo se integran las justificaciones que realiza el alumnado, primero mediante un problema escrito, posteriormente, una vez realizado el discurso racional, se presenta únicamente el algoritmo de la división; primero con incógnita en alguna de las variables para encontrar el valor desconocido, y finalmente, donde se presentan tres algoritmos con transformaciones en el desarrollo. Para terminar, se realiza una encuesta sobre el quehacer matemático dentro y fuera de la escuela, su relación con las prácticas y su aplicación. Además, de integrar una tabla que, de manera general, muestra el desarrollo de la TAD en las aplicaciones propuestas en el capítulo.

Considerando las técnicas y analizado las justificaciones, se muestran algunas conclusiones generales sobre lo realizado desde las primeras aplicaciones, acercamiento y desarrollo del algoritmo, los resultados obtenidos, las dificultades identificadas que permitan adquirir un panorama más amplio del hacer en las prácticas educativas, donde a partir de la TAD, se genera mayor razonamiento en el alumnado en cuanto a la aplicación de la operación aritmética para que el conocimiento y pensamiento matemático sea pertinente y significativo.

De esta manera, la finalidad de la investigación fue dar a conocer las técnicas que utiliza el alumnado de quinto grado para resolver problemas que impliquen el uso

del algoritmo de la división, a partir de las concepciones e influencias que obtiene del contexto sociocultural, es decir aquellas prácticas que desarrollan las personas que intervienen en la formación del educando sobre dicho aprendizaje. Es importante observar las diferentes técnicas, desde la perspectiva de la TAD en el saber (teórico) y el hacer (práctico) generado de una cultura en el saber matemático, para el análisis del conocimiento y adopción de las técnicas que han surgido a partir del conocimiento compartido, en este caso, derivado de las prácticas sociales y educativas que influyen en primera instancia en el alumnado, y así partir de la identificación de aquellas más relevantes para la aplicación de estrategias.

Este estudio se considera conveniente, ya que servirá como referente para el profesorado que se encuentra en servicio, para analizar las prácticas del alumnado hacia la resolución de problemas donde se utiliza el algoritmo de la división. Se especifica principalmente en la operación matemática de la división, debido a que engloba las operaciones básicas y se aumenta el grado de complejidad al utilizar, además de números naturales, números decimales y fraccionarios en algunas ocasiones, sin embargo, esta investigación sólo se remite al uso de números naturales en la resolución de problemas. Si el proceso y adquisición del mismo no se comprende desde primera instancia, se pueden llegar a cometer errores en la resolución, debido a que se desconoce el procedimiento.

Respecto a lo anterior, se considera viable, ya que se dispone de los recursos necesarios para llevarla a cabo, donde los principales beneficiarios son el alumnado de educación primaria y ésta a su vez, para maestras y maestros debido a que facilita información para saber cómo llevar a cabo estrategias o bien, implementar nuevas tanto en la enseñanza como en el aprendizaje del algoritmo de la división. De igual

manera, contribuir en las futuras generaciones para la adquisición de aprendizajes significativos en el logro de competencias básicas para la vida, así como obtener mejores resultados en las pruebas estandarizadas para la evaluación de aprendizajes que continúan rigiendo en la educación básica.

En lo que respecta el estado del arte, se registran diferentes investigaciones sobre el uso de praxeologías en distintas áreas de formación a partir de la TAD, cuyos fines y objetivos son distintos, pero encaminadas hacia la enseñanza–aprendizaje. Así como aquellas que permiten analizar el proceso adquisitivo y de resolución del algoritmo convencional de la división en el área de matemáticas.

A partir de lo anterior, en el ámbito internacional, se analiza el trabajo realizado por Madrid en Bogotá, Colombia en el año 2013 titulado “La praxeología: una propuesta educativa de formación humana para la resignificación de la persona”, la cual tiene como objetivo, poner desde la praxeología una propuesta educativa de formación humana para que se resignifique la persona en una sociedad, donde su convivencia, la manera de mediar los conflictos y solucionar los problemas, demuestra que es pertinente una educación que fortalezca al humano.

Para ello, utiliza como metodología, el análisis de planes y programas curriculares, así como las reflexiones de proyectos de investigación sobre proyectos de vida y formación personal, lo cual, permitió tener como resultados que, el sistema educativo ha relegado la formación humana de sus propuestas curriculares y por eso, el contexto social se ha naturalizado en la injusticia, irrespeto y desigualdad.

De esta manera, Madrid menciona que la praxeología al ponerla como propuesta educativa se anima a que la persona “haga parte de un currículo [...] que el

quehacer pedagógico provoque en el ser humano redescubrirse y que su identidad se reconfigura en cada decisión” (Madrid, 2013 p. 69).

En este sentido, Gascón en el año 2015 hace una investigación respecto a la didáctica de las matemáticas que lleva por nombre “Investigación en didáctica de las matemáticas en la educación infantil y primaria”, la cual tiene como objetivo analizar diversas investigaciones sobre la didáctica de las matemáticas a lo largo de 20 años, por lo que, primero define la palabra praxeología como “saber hacer” Gascón (2015), que esta a su vez, es acompañada de una técnica, un discurso y una tecnología, los cuales aportan elementos descriptivos y justificativos dentro de la enseñanza de las matemáticas. A partir de eso, utiliza métodos de elaboración de cuestiones y búsqueda de acuerdo a elementos de las matemáticas en educación primaria sobre los sistemas de numeración por medio de las praxeologías en diversas investigaciones.

Para ello, propone un recorrido de formación de maestras y maestros de educación infantil a partir de la respuesta a diversas cuestiones sobre cómo enseñan y cuáles son las tareas que permiten darle sentido a la problemática planteada, así como las posibles técnicas que permitan resolverla. Los resultados obtenidos fueron, que las técnicas por praxeologías resultan ser eficientes para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, ya que se describe y se analiza el diseño e implementación en la etapa infantil

Por otra parte, relacionado al tema del algoritmo de la división, Restrepo (2016), en su investigación “Diseño de propuesta metodológica para la enseñanza de la operación de división basada en el aprendizaje significativo en grado de segundo de básica primaria de la institución educativa Esteban Ochoa”, señala que, diseñar propuestas metodológicas de enseñanza de la operación división basada en el

aprendizaje significativo en estudiantes de segundo grado de primaria, permite identificar dificultades como la comprensión del problema a trabajar en cuanto a la definición de términos y uso de las operaciones como suma, resta y multiplicación dentro de la división, para el logro de los aprendizajes en el alumnado, tiene como carácter profundizar en la práctica pedagógica para ofrecer herramientas y fortalecer el desempeño docente en el proceso de orientación y formación en la enseñanza de las matemáticas con énfasis en la operación división.

Restrepo (2016), señala que es necesario entender la situación en la que se encuentran las niñas y niños, además de conocer a partir del diagnóstico, los procedimientos correctos en la operación de la división en sus experiencias cotidianas de aula y extracurriculares. Por ello, como primer momento, realiza una etapa diagnóstica, la cual es orientada a identificar las dificultades de los estudiantes en la operación de la división con números naturales, introduciéndolos mediante una situación problemática donde manejó ejemplos de agrupación matemática, ejercicios de multiplicación y división individual, además de tener una intervención por parte de la docente.

En una segunda etapa, realiza un análisis de resultados arrojados del ejercicio diagnóstico para después precisar en las acciones que se deben implementar para la enseñanza de la división. En la tercera etapa, se genera una intervención donde se toman en cuenta las necesidades identificadas en el alumnado, para culminar con la cuarta etapa, denominada evaluativa, en la que se toman los resultados de las actividades y se hace lectura e interpretación de los avances que obtuvieron los estudiantes.

Como resultado de la actividad, se arrojó que el estudiantado se apropió exitosamente de los conceptos utilizados en la división, mediante el uso de la sustracción para mejorar la enseñanza y desempeño del alumnado en la división. Donde en el proceso de la enseñanza de la operación con números naturales, un 45.1% de los estudiantes comprendían el procedimiento dentro de la actividad diagnóstica, mientras que en la actividad final se incrementó a un 80.6%.

En la misma línea, en cuanto al ámbito nacional, Quiroz & Rodríguez (2015) realizan una investigación titulada “Análisis de praxeologías de modelación matemática en libros de texto de educación primaria” que tiene como objetivo analizar las praxeologías de modelación matemática que existen en los libros de texto de matemáticas en la educación primaria. Construyeron mediante una metodología cualitativa, una descripción detallada de los géneros de tareas de modelación matemática, dicha modelación generó el deseo de lograr formar a alumnas y alumnos capaces de aplicar las matemáticas y transferir los conocimientos a su contexto dentro y fuera de la escuela. Consideraron diferentes técnicas, tecnologías y teorías, utilizando el marco teórico de la TAD.

Los resultados obtenidos fueron que, los libros de texto mediante la TAD les permitieron dar a conocer un análisis formal, entre el distanciamiento que existe en los planes de estudios de la RIEB¹ con los materiales que se ponen a disposición de las maestras y los maestros, así como al alumnado en las escuelas primaria.

Por otro lado, respecto al algoritmo convencional de la división, en el artículo de investigación que lleva por título “Las reflexiones de Andrea: un análisis microgenético

¹ Reforma Integral de la Educación Básica

de la comprensión de la división en el contexto de un problema” de los autores Bustamante & Flores (2017), realizan una descripción de los cambios que se obtuvieron en la representación escrita del algoritmo de la división, aplicado a una alumna de sexto grado de primaria. El objetivo, es analizar los razonamientos y relaciones a partir de diferentes situaciones problemas implicadas en la solución del algoritmo de la división.

Para ello, aplican una situación que implica el empleo de la división en un problema de proporcionalidad, de manera escrita y con seguimiento mediante una entrevista clínica y con distinta temporalidad, de esta manera, los resultados que se obtuvieron durante las aplicaciones fueron que, no hay una vinculación por parte de la alumna hacia las relaciones del problema, es decir, en la relación dividendo y divisor, ya que, coloca el número mayor “*dentro de la casita*” (Bustamante & Flores, 2017, p. 102), de esta manera, y con intervenciones hechas durante las entrevistas se denotaron estos errores que se cometieron comúnmente durante la resolución del problema hasta que la alumna se diera cuenta sobre su argumentación incorrecta.

Como conclusión, obtuvieron que las ideas o conocimientos previos sobre la división, no son las adecuadas para resolver el problema, ya que, no hay comprensión de los conceptos que se implican, además de relacionar las experiencias de vida en situaciones de reparto equivocadas o parciales.

En este sentido, en la investigación de Ramírez, Páez, Eudave & Martínez (2019) que titulan “El aprendizaje autónomo, favorecedor de la experiencia adaptativa en alumnos y docentes: la división con números decimales”, realizan una exploración sobre el aprendizaje autónomo como favorecedor de la experiencia adaptativa en el alumnado y profesorado de educación primaria en la resolución de problemas de la

división mediante procedimientos no convencionales, mediante la aplicación de problemas a 30 estudiantes de sexto grado y a 12 maestros. Tanto en estudiantes como maestros, utilizaron el procedimiento que señalan como resultados parciales, donde se utilizan las operaciones de suma, resta y multiplicación como parte de la división, esto con el fin de que se comprenda el algoritmo de la división con decimales.

La aplicación se realizó en varias sesiones donde se utilizaron cuestionarios al inicio y final de la aplicación, así como uso de fichas didácticas para el desarrollo del trabajo y autoevaluación en las que se plantean problemas relacionados con la vida cotidiana y orientadas hacia el aprendizaje autónomo. Los resultados obtenidos en las primeras aplicaciones del alumnado se remiten al uso del algoritmo convencional de la división en la que presentaron errores por no comprender las equivalencias y correspondencias a las cifras decimales, debido al uso de procedimientos rutinarios sin comprensión donde señalan, no hay procedimientos propios que le permitan resolver el problema a partir de la experiencia adaptativa. De tal manera, aplicaron cuestionamientos para guiar al alumnado hacia un pensamiento flexible, en el que utilizaran procedimientos mediante “resultados parciales” (Ramírez, *et. al.*, 2019) que consiste en utilizar la resta para descomponer el total del dividendo, lo cual sirvió para poder llegar al algoritmo convencional.

Sin embargo, parte del alumnado que logró resolver el problema denota, de acuerdo a los autores, errores en el algoritmo de la división debido a la falta de comprensión. Además de encontrar que la resta y la multiplicación fueron errores comunes en el algoritmo convencional, ya que no hay comprensión sobre dónde colocar el punto decimal y haciéndolo de manera mecanizada. De esta manera, la conclusión obtenida por los autores se destaca en el uso del sistema monetario como

recurso en el uso de las operaciones básicas para la colocación del punto decimal y comprensión de los mismos cuando estos se encontraban en el divisor.

Por otro lado, en el ámbito local, los autores Quiñones, Robles & Rendón (2017) realizan un análisis de los recorridos de estudio e investigación, que son los dispositivos que se han diseñado desde la TAD para la construcción de praxeologías matemáticas y las etapas formativas de los estudiantes para maestros en la etapa inicial. Para ello, en la investigación que lleva por nombre “Praxeología matemática en la formación de profesores: las técnicas de resolución entre la praxis y el logos”, mencionan sobre la cognitiva o estudios sobre el pensamiento del profesorado, y la epistemología o estudios sobre los saberes (praxeología), a partir de una tarea a resolver, las técnicas que la resuelven, la tecnología o discurso que explica y justifica la técnica, y la teoría que justifica la tecnología. Esto como seguimiento durante un semestre de un grupo de estudiantes normalistas de la licenciatura en educación primaria del estado de Zacatecas, México.

Por ello, los autores, parten de los hallazgos de la TAD de una organización matemática que gira en torno a un objeto matemático y una organización didáctica, donde afirman que las y los docentes recuperan y entrelazan ambas en su actividad profesional; una praxeología didáctica no puede elaborarse ni difundirse sin una praxeología matemática. De esta manera, en su trabajo, los resultados obtenidos fueron comprender cómo los estudiantes realizan a partir de una tarea, modelos algebraicos para desarrollar técnicas algebraicas justificadas y validadas, esto como parte de la praxis.

De la misma manera, Arredondo (2020) realiza un recorrido de estudio a partir de las praxeologías asociadas a los momentos didácticos del REI (Recorrido de

Estudio e Investigación) basada en la TAD, en el cual hace referencia al encuentro con un tipo de tareas matemáticas relacionadas a una cuestión de suma y resta de fracciones, de esta manera, en su investigación “Recorrido de estudio e investigación de la suma de fracciones” menciona cómo a partir del REI los aprendizajes del alumnado en cuanto al uso, identificación y suma de fracciones a través de diversas tareas en la enseñanza- aprendizaje en quinto grado de primaria, se conciben hacia el algoritmo de la suma de fracciones. Así pues, la metodología utilizada es de tipo cualitativa ya que, a partir de la investigación-acción, se analiza el proceso de aprendizaje de suma y resta con números fraccionarios.

Tomando en cuenta lo anterior, los resultados obtenidos fueron que el alumnado desarrolló técnicas como la identificación que permitió llegar al concepto de fracciones; mixta, propia e impropia para después asumir las equivalencias para la suma de las mismas apoyándose de la representación gráfica y así llegar a utilizar y desarrollar los pasos para efectuar el algoritmo convencional en cada uno en los momentos específicos del REI, y así lograr resolver la tarea, que posteriormente justificaron de acuerdo a las tecnologías donde señala la autora se generó la principal dificultad al no distinguir el tipo de fracción que se estaba trabajando. De esta manera, se demuestra la eficiencia de los momentos de estudios determinados en la TAD en el área de matemáticas.

Si bien, las praxeologías en matemáticas de acuerdo a las investigaciones, han resultado efectivas para aquellas personas que buscan darle un giro a su práctica educativa, por ello, las siguientes aportaciones hacen referencia a aquellos estudios sobre las praxeologías en una construcción algorítmica. Tal es la investigación hecha por Carrillo (2018) titulada “Praxeologías de la división: un proceso de construcción

algorítmica en tareas de reparto y tasativo” la cual hace referencia al uso de praxeologías en la división para el proceso de su construcción algorítmica, utilizando la metodología de tipo cualitativa para identificar la manera de concebir la división a partir de la recolección de datos expresados a través del lenguaje escrito, verbal y no verbal.

Para ello, hace una comparativa de resultados obtenidos en diversos documentos sobre diversos agentes que han tratado el tema de praxeologías y la división de números naturales para posteriormente, identificar las diferentes praxeologías que empela el alumnado en el proceso de construcción algorítmica en tareas de reparto y agrupamiento como objetivo general. Efectuó diversas tareas de reparto y agrupamiento, realizando un recorrido en el proceso de construcción algorítmica, lo que permitió estudiar las técnicas que las alumnas y los alumnos emplean y justifican a través de las tecnologías matemáticas, y así conocer qué concepción posee el estudiantado de cuarto grado acerca de la división. Los resultados obtenidos en esta investigación se desarrollan a partir de un recorrido desde la evolución de las técnicas de resolución de tareas de división con el dominio en el algoritmo, ya que este se potencia, pues son capaces de identificar y realizar las diversas transformaciones en el algoritmo de la división.

Finalmente, las diferentes investigaciones referidas hacia el uso de praxeologías, su desarrollo y aplicación desde la Teoría Antropológica de los Didáctico, permite para este estudio considerar el análisis de la actividad matemática, el saber hacer y el saber en el proceso que conlleva la operación aritmética de la división a través de su aplicación en distintas situaciones problemas dirigidas al alumnado de

quinto grado y, de esta manera, conocer las diversas técnicas que se aplican desde la influencia del contexto educativo y social y que impactan en los aprendizajes.

De igual manera, las investigaciones dirigidas hacia el algoritmo de la división, propicia la conceptualización que se tiene en diversas situaciones acerca de la aplicación de la operación aritmética, desde su construcción y reflexión con problemas de reparto y agrupamiento, hasta el uso del algoritmo convencional con diferentes enfoques y técnicas tanto correctas como aquellas que resultan incorrectas, pero con propósito de análisis, que llevan a revisiones sobre el proceso de adquisición y aplicación desde que se comienza a trabajar significados implícitos en la división hasta resoluciones que implican utilizarlo como único desarrollo del proceso.

Desde el inicio de la formación académica, los algoritmos en matemáticas son parte fundamental para resolver distintos problemas de la vida cotidiana, así como las concepciones que se tienen de estos y que cambian de acuerdo a la forma de entenderlos. Tal es el caso del algoritmo de la división que, al ser uno en los que se implica el uso de las operaciones básicas, se dificulta como tal hacer el procedimiento para efectuarlo de manera correcta, debido a algunas situaciones que lo caracterizan, ejemplo de ello, cuando existe una o más transformaciones en el cambio de cantidades en el valor posicional, así como en el caso de no saber qué hacer con el residuo, situación que se ha detectado en la práctica docente.

Esta situación se genera al presentarse problemas en una gran cantidad de alumnas y alumnos de educación básica, ya que cada docente, madre o padre de familia o cualquier persona, tiene diferentes praxeologías, es decir, diferentes técnicas y justificaciones de resolución para desarrollarlo de acuerdo a cómo se les ha sido enseñado.

De esta manera, se observa en pruebas estandarizadas como PISA resultados del rendimiento de las y los estudiantes dividiendo las puntuaciones en niveles de competencia, que van del 1 al 6. Estos niveles representan una serie de competencias en matemáticas, lectura o ciencia. En lo que respecta a los resultados de PISA² 2018, el alumnado que completaron los cuestionarios en las escuelas de 79 países, entre ellas, incluidas escuelas de México, obtuvieron resultados por muy debajo de países como China, obteniendo el puesto 61 de 78 en matemáticas y clasificándose en los niveles 1 con conocimientos insuficientes para desarrollar las actividades mínimas requerido por la vida en la sociedad del conocimiento (Aguayo & Martínez, 2020).

El logro de los aprendizajes de las y los estudiantes en México es bajo, donde más de la mitad posee un dominio mínimo en problemas que implican resolver operaciones básicas con números naturales, situando al 59% en el nivel 1 en resultados nacionales de la prueba PLANEA³ 2018 en el área de matemáticas, y únicamente al 8% en el nivel IV donde logran resolver problemas que requieren operaciones básicas (números decimales y fraccionarios que implican conversiones). En cuanto al estado de Zacatecas, los resultados obtenidos están por debajo de la media con un puntaje promedio de 489, lo que indica falta de comprensión en problemas matemáticos vinculados al uso de operaciones básicas, ya que estas son enseñadas y aplicadas de diferente manera de acuerdo a las concepciones de cada uno.

² PISA: Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos. Resultados obtenidos por nivel de logro. Recuperado de: <https://largescaleassessmentsineducation.springeropen.com/articles/10.1186/s40536-020-00089-8#Tab2>

³ PLANEA: Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes. Porcentaje de alumnos por nivel de logro. Recuperado de: <https://es.slideshare.net/ineeweb/planea-resultados-nacionales-2018>

Por ello, en esta investigación se parte de la necesidad de identificar cómo el contexto educativo influye en las praxeologías utilizadas por las alumnas y alumnos de quinto grado de educación primaria al enfrentarse con problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división que engloba también las operaciones básicas, y a partir de ello, se obtengan herramientas que permitan aplicar estrategias para la enseñanza del mismo y este no se vuelva un sistema mecanizado de esta práctica.

Durante el confinamiento por la pandemia causada por Covid-19, las madres y los padres de familia tomaron un rol que les permitió tener una percepción más cercana a lo que es la enseñanza debido al trabajo en casa, esto produjo algunos cambios, por mencionar algún ejemplo, en la resolución de problemas matemáticos relacionados con el uso de algoritmos, debido a la variedad de técnicas de cada familia, de manera que, cada estudiante tiene una idea diferente de cómo encontrar la solución a problemas de matemáticas.

Respecto a ello, se genera la hipótesis de que las praxeologías derivadas del algoritmo de la división se originan de experiencias mecanizadas, desarrolladas por el contexto socioeducativo. Procedente de lo anterior, el objetivo general es identificar las praxeologías que utiliza el alumnado de quinto grado de la escuela primaria “Ramón López Velarde” Turno Matutino para resolver problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división para obtener herramientas que permitan la aplicación de estrategias en la enseñanza y aprendizaje del mismo. Como objetivos específicos, se encuentran el revisar los antecedentes que permitan estudiar el desarrollo de praxeologías en la resolución de la división. Identificar las técnicas que utiliza el alumnado en problemas de reparto y agrupamiento para comprender el discurso

teórico que la respalda, así como analizar la justificación que realiza el alumnado de dichas técnicas para asumir las praxeologías utilizadas en el uso del algoritmo de la división y detectar las principales dificultades que enfrenta el alumnado para resolver los problemas de la operación aritmética ante problemas de división.

De la misma manera, se desarrolla la pregunta general de la investigación con la finalidad de orientar hacia las respuestas de esta investigación, ¿cuáles son las praxeologías del alumnado de quinto grado de la escuela primaria “Ramón López Velarde” Turno Matutino al resolver problemas que involucran el algoritmo de la división, y cómo estas praxeologías pueden informar el desarrollo de estrategias efectivas para la enseñanza y aprendizaje de la operación matemática de la división?

Asimismo, la investigación de tipo cualitativa, tiene como base identificar las diferentes técnicas que el alumnado utiliza ante la resolución de problemas que implique el uso del algoritmo de la división en matemáticas, consta de la *“recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación”* (Hernández, 2010 p. 49), de esta manera, permite analizar el discurso racional que emplean para justificarlas a partir de un proceso inductivo, es decir, de explorar y describir para generar una perspectiva teórica en la obtención de los resultados a partir de la Teoría Antropológica de lo Didáctico.

Asimismo, tiene un alcance descriptivo que permite especificar los procesos de desarrollo del alumnado de quinto grado de educación primaria en el análisis y aplicación de las praxeologías, se presta mayor atención en sus experiencias, significados y otros aspectos de carácter subjetivo, así como profundizar en cuestión

general sobre la influencia del contexto educativo en el alumnado, de tal forma que se logre recabar datos expresados a través del lenguaje escrito.

De la misma manera, el enfoque cualitativo conduce al estudio de las técnicas empleadas y al discurso racional que hacen para justificarla a partir de saber-hacer y saber, ya que se retoma el concepto de Hernández cuando menciona sobre el hecho que los estudios cualitativos pueden desarrollar preguntas e hipótesis antes, durante o después de la recolección y análisis de datos (Hernández, 2010), establecido a partir de un enfoque matemático y de la teoría establecida por Chevallard.

Para la recopilación de datos, se utiliza como técnica, la entrevista que se define *“como aquellas que ofrecen un grado de flexibilidad aceptable, que permite encontrar interpretaciones acordes con los propósitos de estudio”* (Díaz et. al., 2013, p. 163 en Carrillo, 2018, p. 9), esto con la finalidad de obtener un análisis más detallado que permita aclarar términos en los momentos de aplicación de los diversos problemas y algoritmos de la división. También, se utiliza la grabación de video y voz con un dispositivo móvil para lograr rescatar tanto las técnicas como los elementos conceptualizados integrados en las tecnologías que justifican la resolución del problema de acuerdo a lo realizado de manera individual por el alumnado, sin perder detalle de los elementos presentados.

Además de ser un estudio longitudinal, el cual se desarrolla durante varias sesiones en el periodo comprendido entre septiembre y febrero del ciclo escolar 2022-2023. En este lapso se realizaron sesiones que no fueron continuas, debido al desarrollo de la investigación. Como muestra de estudio, se consideró la participación de 25 estudiantes, de los cuales hay 12 mujeres y 13 hombres que oscilan entre los 10 y 11 años de edad y cursan el quinto grado de la escuela primaria “Ramón López

Velarde" T. M., ubicada en la comunidad de Charco Blanco, Sombrerete, Zacatecas. Se consideró al grupo debido al grado escolar en el que se encuentra para analizar cómo interpretan y ponen en práctica los diferentes conceptos hacia la resolución del algoritmo de la división con diferente grado de complejidad.

La estructura del documento se presenta, primero, con los aportes de investigaciones internacionales, nacionales y locales relacionadas a la descripción y análisis de la TAD, así como al estudio del algoritmo de la división en su enseñanza y aprendizaje, para seguir con los aportes teóricos que sustentan la investigación. De la misma manera, se realiza un apartado donde se aborda la descripción del espacio socioeducativo del alumnado, sujeto de este estudio

Si bien, es importante conocer aquella praxis que el alumnado aplica para comprender el logos que la describe, por ello, mediante la TAD, se aplica la evaluación diagnóstica mediante un instrumento escrito con un total de cuatro problemas de reparto y agrupamiento para el análisis de las concepciones iniciales. En el desarrollo de los siguientes apartados, se llevó a cabo nuevamente la aplicación de problemas escritos de reparto y agrupamiento, los cuales fueron resueltos mediante la selección aleatoria del alumnado para el análisis de las justificaciones a partir de la elaboración de técnicas. El desarrollo de las intervenciones se realizó dentro del aula y para la recolección de datos se utilizó un dispositivo electrónico que sirvió de apoyo para el análisis y transcripción de la información recabada. En las siguientes aplicaciones de las tareas, se utilizaron instrumentos como la entrevista y la observación de los datos obtenidos.

Para finalizar el trabajo, se realizó la evaluación utilizando el algoritmo convencional de la división, lo que permitió analizar las diferentes concepciones del

estudiantado sobre las prácticas y percepciones hacia las matemáticas, que permiten considerar la enseñanza dentro de las aulas, para el aprendizaje de la operación matemática. De igual manera, se añaden algunas conclusiones generales sobre el proceso de resolución de problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división, las dificultades presentadas y las justificaciones que se emplean.

CAPITULO I

PRAXEOLOGÍAS Y TEORIAS FUNDAMENTALES EN EL APRENDIZAJE Y ENSEÑANZA DEL ALGORITMO DE LA DIVISION

Resolver problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división puede generar en el alumnado preocupación al englobar el uso de las operaciones básicas. En este apartado, se mencionan los referentes teóricos que dan fundamento a la investigación sobre la influencia del contexto educativo en las praxeologías del alumnado ante la resolución de problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división, generada a partir de lo qué es la división, y su algoritmo, la enseñanza y praxeologías con base en concepciones de distintos autores.

1.1 Praxeologías

1.1.1 Teoría Antropológica de lo Didáctico.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) fue iniciada por el investigador francés Chevallard a finales de los años 1980 teniendo como centro de estudio al ser humano que aprende y enseña a partir de las relaciones humanas en la estructura matemática relativa a un saber científico. (Carrillo, 2018, p. 22 en Lucas, 2010, p. 13).

La TAD de Chevallard, sitúa la actividad matemática y la del estudio de las matemáticas, en el conjunto de actividades humanas y de instituciones sociales, por ello se denomina teoría “antropológica” (Bosch, *et.al.*, 2006). El concepto de praxeología está vinculado a las tareas, actividades, problemas, ejercicios, que son construcciones institucionales. Dichas tareas se construyen y re-construyen en una institución, cada persona genera el saber y hacer de acuerdo a sus concepciones.

Para realizar dichas tareas, la TAD presenta la siguiente estructura que permite su análisis en la imagen que se presenta a continuación:

Imagen 1. Estructura análisis de una tarea

$[T/\delta/\theta/\Theta]$, donde

1. T son las tareas.
2. δ es la técnica de T.
3. θ la tecnología de δ .
4. Θ es la teoría de θ

Fuente: (Chevallard, 1999 en Paredes, 2013)

De acuerdo a Chevallard (1999) esta organización praxeológica está constituida por dos bloques: uno práctico – técnico y otro tecnológico – teórico.

$[T/\delta]$: Bloque práctico – técnico. Saber – hacer.

Donde el alumnado sabe qué hacer cuando se enfrenta a un problema que implique el uso de la división que a continuación se menciona.

$[\theta/\Theta]$ Bloque tecnológico – teórico. Saber.

Respecto al problema de división, el estudiantado justifica su técnica empleada y se asegura que la tarea se puede realizar.

Respecto a la estructura, Chevallard (1999) hace las siguientes definiciones de los cuatro elementos:

1. Tarea

“Se entiende como tarea a aquel problema propuesto por el profesor, ya sea actividad o ejercicio. Es importante tener presente que las tareas o tipos de tareas no son datos naturales, sino construcciones institucionales que suponen un objeto didáctico terminante” (Chevallard, 1999, en Carrillo, 2018, p. 25)

Por ejemplo: se toma en cuenta el siguiente problema:

Se tienen 720 naranjas y se quieren distribuir en 12 costales, de tal manera que en cada costal haya la misma cantidad. ¿Cuántas naranjas se deben poner en cada costal? La tarea es encontrar la cantidad de naranjas que corresponde a cada uno de los 12 costales.

2. Técnica

“Manera de resolver una tarea. La técnica sólo tiene éxito sobre una parte de las tareas denominada “alcance de la técnica”. Si la técnica fracasa, se dice que “no se sabe, en general, realizar las tareas de cierto tipo”. Cuando la tarea no se pueda resolver, puede llegar a existir otra técnica que, si pueda resolverla, pero mayor a la anterior, es decir que la técnica sea superior a otra. Se considera que, en el ámbito de matemáticas, la técnica no necesariamente tiene que ser algorítmica o casi algorítmica” (Chevallard, 1999, en Carrillo, 2018, p. 25)

Se entiende que la técnica tiene como objetivo exponer por qué es correcta, además de producir nuevas técnicas. Por ejemplo: Se toma en cuenta el problema de la tarea “Se tienen 720 naranjas y se quieren distribuir en 12 costales, de tal manera que en cada costal haya la misma cantidad. ¿Cuántas naranjas se deben poner en cada costal?” De esta manera, los y las estudiantes deben buscar diferentes técnicas para resolver el problema, ya sea mediante representación gráfica o representación del algoritmo de la división.

3. Tecnología

“Discurso racional sobre la técnica, cuyo objetivo es justificar racionalmente la técnica, lo que permite asegurar que la tarea se pueda realizar, es decir, realizar lo que se pretende. La tecnología varía según la institución, en una la tecnología podrá parecer poco o menos que en otra, es decir, en el sentido del análisis de la justificación. Siempre existirá una tecnología que justifique la técnica, hasta llegar a ser parte de ella, la cual pueda justificar para resolver la tarea o bien, existir una técnica reconocida y empleada, denominada “auto-tecnología” (Chevallard, 1999, en Carrillo, 2018, p.25)

Ejemplo: retomando el problema anterior, la tecnología da explicación a la técnica que es utilizada por el alumnado, por ejemplo, si realizó la representación gráfica de las naranjas y los costales, la justificación será el por qué dibujó los 12 costales y las

naranjas dentro de ellos, señalando que el discurso racional menciona que la tarea se puede realizar a partir de la técnica empleada por el estudiante.

4. Teoría

“La teoría se ubica en un nivel superior de justificación, Chevallard menciona que una teoría responde a varias tecnologías, a las cuales justifica y hace inteligibles varias técnicas correspondientes a otro tipo de tareas. Lo que puede ocurrir para modificar una praxeología, es que lleguen nuevas tareas y técnicas, introducidas por agentes externos que ingresan a una institución” (Chevallard, 1999, p 7).

Ejemplo: Tomando el problema de las naranjas, la teoría entraría en el análisis de las técnicas por parte del profesorado para darle validez al procedimiento. Puede que la praxeología que se esté desarrollando determine algunas características de algunas praxeologías de la institución.

1.1.2 ¿Qué es praxeología?

El término praxeología se propone a partir de la TAD, donde toda actividad humana puede ser modelada mediante (*praxis + logos*), por el saber hacer y el saber, que permite modelizar la actividad matemática también entendida como actividad humana, en la que es posible distinguir:

El nivel de la *praxis* o del “saber hacer”, que engloba un cierto tipo de problemas y cuestiones que se estudian, así como las técnicas para resolverlos.
El nivel de *logos* o del “saber” en el que se sitúan los discursos que describen, explican y justifican las técnicas que se utilizan, y que recibe el nombre de *tecnología*. Dentro del “saber” se encuentra el segundo nivel de descripción-explicación-justificación (nivel de la tecnología) se denomina *teoría*. (Bosch, *et. al.*, 2006, p. 38-39).

Además, Chevallard (1999) complementa lo expuesto argumentado sobre aquellas praxeologías adaptadas por instituciones que aprueban las actividades humanas para realizar las tareas de manera eficiente porque sí, resultan de apoyo, pero también habla sobre un mundo ideal que no existe debido a que las praxeologías envejecen, al

igual que sus componentes teóricos, tecnológicos y técnicos, los cuales van perdiendo valor cuando emergen nuevas técnicas y tecnologías.

1.1.3 Tipos de praxeologías

Chevallard (1999) introdujo la distinción de diferentes tipos de praxeologías, según el grado de complejidad de sus componentes:

- *“Praxeologías puntuales, si están generadas por lo que se considera en la institución como único tipo de tareas T . Esta noción es relativa a la institución considerada y está definida, en principio, a partir del bloque práctico-técnico $[T/\tau]$.*
- *Praxeologías locales, resultado de la integración de diversas praxeologías puntuales. Cada praxeología local está caracterizada por una tecnología q , que sirve para justificar, explicar, relacionar entre sí y producir las técnicas de todas las praxeologías puntuales que la integran.*
- *Praxeologías regionales, se obtienen mediante la coordinación, articulación y posterior integración alrededor de una teoría matemática común Q de diversas praxeologías locales. La reconstrucción institucional de una teoría matemática requiere elaborar un lenguaje común que permita describir, interpretar, relacionar, justificar y producir las diferentes tecnologías (θ_j) de las praxeologías locales (PL_j) que integran la praxeología regional.*
- *Praxeologías globales, que surgen agregando varias praxeologías regionales a partir de la integración de diferentes teorías”* (Chevallard, 1999 en Bosch, et. al., 2006)

En este estudio la praxeología para trabajar es la local, ya que se analizan las respuestas del alumnado al enfrentarse a problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división, y así conocer las técnicas utilizadas.

1.1.4 Praxeologías en matemáticas

Las praxeologías matemáticas son el resultado de un trabajo complejo que se realiza durante largo tiempo. Aparecen dos aspectos del trabajo matemático:

- El proceso de construcción matemática: proceso de estudio.
- Resultado de construcción: praxeología matemática.

Para generar una praxeología matemática debe haber un proceso de estudio, es decir, no hay organización matemática sin un proceso de estudio, pero tampoco hay proceso de estudio sin organización matemática en construcción. (Bosch et al. 2006)

Respecto a la Organización Matemática, Chevallard denomina a este tipo de situaciones junto a las organizaciones didácticas, “*momentos de estudio o momentos didácticos*” (Chevallard, 1999, p. 242), ya que sea cual sea el proceso se llega a un momento donde será cumplido. Los momentos didácticos en el proceso de estudio son: el momento del primer encuentro con la organización que está en juego; el de la exploración del tipo de tareas; constitución del entorno tecnológico-teórico relativo a la técnica, trabajo de la técnica, momento de la institucionalización y momento de la evaluación (Chevallard, 1999 en Parra, Otero & Elichiribehety, 2006).

De esta manera, cuando el alumnado se enfrenta a problemas que impliquen el uso de la división, emplean diversos procesos o técnicas para dar resolución a la tarea, por ello es importante llevar un seguimiento determinado para conocer esas técnicas mediante la TAD, para analizar el aprendizaje de los alumnos y alumnas al resolver problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división.

1.2 Matemáticas

1.2.1 Enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

La enseñanza-aprendizaje de las matemáticas se ha renovado a lo largo de los años, la sociedad está en constante cambio y la forma de resolver problemas demanda personas que sean capaces de pensar lógicamente, es decir, de generar un pensamiento matemático que “*denomina la forma de razonar*” (Secretaría de

Educación Pública (SEP), 2017, p. 212). En el campo formativo Pensamiento Matemático en educación básica, busca que el estudiantado desarrolle un pensamiento que permita encontrar soluciones novedosas a problemas desconocidos, así como propiciar procesos para desarrollar capacidades cognitivas que puedan emplear dentro y fuera del aula. También que sirva como guía para generar personas capaces de desenvolverse en cualquier tipo de ambiente.

El programa de Aprendizajes Clave para la Educación Integral de la SEP define a las matemáticas como un “*conjunto de conceptos, métodos y técnicas que permiten analizar fenómenos y situaciones en contextos diversos*” (SEP, 2017, p. 215), si bien, no es lo mismo matemáticas que pensamiento matemático, pero si existe una relación; en matemáticas se habla de conceptos, mientras que pensamiento matemático es la capacidad de razonar y encontrar soluciones a esos conceptos.

Adquirir los conocimientos fundamentales dentro de la formación académica en el área de matemáticas, se proponen los aprendizajes clave para la construcción y desarrollo de habilidades, organizados de manera curricular para su estudio, respecto al programa de quinto grado de primaria y distribuidos en tres ejes temáticos y doce temas:

- Número, álgebra y variación: contenidos básicos de aritmética, álgebra y situaciones de variación. En el caso de quinto grado, se profundiza en aritmética con números naturales, fraccionarios, decimales y enteros.
- Forma, espacio y medida: aprendizajes relacionados con el espacio, las formas geométricas y medición. El propósito es que el alumnado tenga experiencias que permitan comenzar a identificar magnitudes. Por ejemplo: comparar y ordenar objetos con características comunes.

- **Análisis de datos:** el contenido va relacionado a adquirir conocimientos y desarrollar habilidades propias de un pensamiento estadístico y probabilístico. Se utiliza representaciones en tablas o gráficas para trabajar en este eje.

1.2.2 Aprendizajes esperados en matemáticas en educación básica

El ambiente en el salón de clases debe dejar al alumnado pensar, comentar y discutir con interés de aprender. Los aprendizajes esperados sirven como guía para el desarrollo de actividades dentro y fuera del aula.

Tabla 1: Aprendizajes esperados de quinto grado

Tema	Aprendizaje esperado
Número	<ul style="list-style-type: none"> -Lee, escribe y ordena números naturales hasta de nueve cifras y decimales. -Ordena fracciones con denominadores múltiplos.
Adición y sustracción	<ul style="list-style-type: none"> -Resuelve problemas de suma y resta con decimales y fracciones con denominadores, uno múltiplo del otro. -Calcula mentalmente, de manera exacta y aproximada, sumas y restas de múltiplos de 100 hasta de cinco cifras y de fracciones usuales. -Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador en número natural.
Multiplicación y división	<ul style="list-style-type: none"> -Resuelve problemas de división con números naturales y cociente fraccionario o decimal. -Usa el algoritmo convencional para dividir con dividendos hasta de tres cifras. -Calcula mentalmente, de manera aproximada, multiplicaciones de números naturales hasta dos cifras por tres, y divisiones hasta tres entre dos cifras; calcula mentalmente multiplicaciones de decimales por 10, 100, 1000.
Proporcionalidad	<ul style="list-style-type: none"> -Compara razones expresadas mediante dos números naturales (n por cada m); calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa con números naturales (incluyendo tablas de variación).

Ubicación espacial	-Diseña e interpreta croquis para comunicar oralmente o por escrito la ubicación de seres u objetos y trayectos.
Figuras y cuerpos geométricos	-Construye círculos a partir de diferentes condiciones. -Construye prismas rectos rectangulares a partir de su desarrollo plano.
Magnitudes y medidas	-Resuelve problemas involucrando longitudes y distancias, pesos y capacidades con unidades convencionales, incluyendo kilómetro y tonelada.
Estadística	-Resuelve problemas que implican calcular el perímetro de polígonos y del círculo, y el área de rectángulos con unidades convencionales (m ² y cm ²).
Probabilidad	-Recolecta, registra y lee datos en tablas y gráficas de barras, e interpreta la moda. -Identifica juegos en los que interviene o no el azar. -Registra resultados de experimentos aleatorios en tablas de frecuencia (frecuencia relativa, frecuencia absoluta).

Fuente: SEP, 2017, p. 232

En lo que respecta al aprendizaje esperado sobre multiplicación y división, se enfatiza en el uso del algoritmo convencional para resolver problemas y analizar la aplicación de diferentes técnicas y tecnologías derivadas de las concepciones de cada persona.

1.3 Participación de contexto educativo

1.3.1 Docentes en la enseñanza de las matemáticas

Enseñar es un ejercicio que se genera a partir de las perspectivas, creencias y concepciones por parte del docente hacia la enseñanza (Hernández, 2020), cada persona crece y se desarrolla en diferentes ambientes, cuando se trata de la enseñanza, se determinan tres componentes creencia, intenciones y acciones, los cuales se definen:

1. Creencia: lo que el educador cree acerca de la enseñanza.

2. Intenciones: lo que el educador quiere lograr enseñar, no se basa en el resultado, sino en la acción.
3. Acciones: propia de la actividad, lo que hacen los educadores cuando enseñan. (Hernández, 2020)

Enseñar y aprender surgen entonces de buscar la manera de generar conocimientos a partir de lo que ya se sabe y de la relación con la nueva información a partir de la experiencia de la propia vida.

1.3.2 Influencia de padres de familia en la enseñanza

Los padres de familia son agentes importantes dentro de la educación del estudiantado, son pilares en el proceso de enseñanza-aprendizaje junto con la escuela *“sin la participación de la familia la escuela no es capaz de desarrollar su función de forma exitosa”* (Pereira & Rivas, 2019 p. 473), de esta manera, la familia es el primer responsable en el proceso educativo.

El aporte que realizan hacia el ámbito educativo, refleja en los educandos avances en materia de lo escolar, al involucrar a los padres de familia más allá de obtener buenas notas académicas, las alumnas y alumnos, desarrollan confianza e interés por aprender (Rojas, 2019), por ello, es importante mantener comunicación constante, cuestionar y revisar lo realizado durante las clases y lo aprendido durante la jornada escolar, junto con el apoyo y motivación hacia las tareas.

1.4 Algoritmo de la división

1.4.1 ¿Qué es la división?

La operación de la división ha sido catalogada en diferentes versiones por distintos autores, se señala a la división como una operación entre dos números: dividendo y divisor, en donde se busca el valor denominado cociente a través de un proceso estandarizado, el cual puede variar de acuerdo al país, aunque no significativamente (Pérez & Gardey, 2012).

De la misma manera, González menciona que *“si la multiplicación responde a una idea simple (fundamentalmente, reiterada a una suma) la división debe invertir dicho proceso”* (Maza, 1991 en González, 2013, p. 27) es decir, la división es la operación inversa a la multiplicación, ya que estas dos operaciones pueden llevar una a la otra para encontrar el resultado a un problema.

Sin embargo, González (2013) señala un concepto de división en el cual menciona que, la propiedad que expresa el hecho de que para dos números enteros cualesquiera **a** y **b**, existe un par único de números enteros **q** y **r** tal que **a = (b x q) + r**, donde **r > 0** y **r < b**. Se dice que **q** es el cociente y **r** es el residuo cuando el número **a** se ha dividido entre el número **b**. Interpretando de tal forma, que la división busca cuántas veces un número cabe en otro.

Enseñar la división no resulta como aprender directamente el concepto de esta operación, sino que el alumnado tenga la oportunidad de construirlo al resolver diversos problemas o situaciones. De acuerdo a los Aprendizajes Clave para una Educación Integral (SEP, 2017) el alumnado perteneciente al tercer ciclo de educación básica, resuelven problemas de división con números naturales y cociente natural, utilizando el algoritmo convencional de la división.

1.4.2. División por reparto

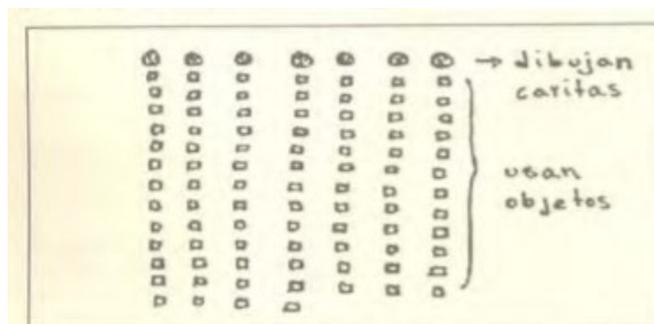
Si bien, cuando se habla de los significados de la división, se entra en un terreno mucho más confuso para las personas, se quisiera que el profesorado logre en su enseñanza que las alumnas y los alumnos no sólo adquirieran el conocimiento de los saberes institucionales, sino también la comprensión de los conocimientos que adquieren fuera del aula y así articular ambos saberes para lograr un aprendizaje significativo, es decir que puedan aplicarlo para resolver problemas que demanda la sociedad (Saiz, 1994).

La división es una operación que presenta diversas formas de resolución, una de ellas, el reparto que es exacto cuando se utiliza el conteo de objetos, de esta manera el alumnado pueda observar directamente la finalidad de lo que es dividir y repartir una cantidad. Así también, se van haciendo representaciones utilizando signos y símbolos de manera monetaria.

En el libro de texto titulado, la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, taller para maestros, se señala que, *“las primeras resoluciones de reparto, los alumnos suelen utilizar el procedimiento de reparto cíclico, uno a uno”* (SEP, 1995, p.128) En este caso cuando no se tiene material manipulable, se tiene que buscar otros procedimientos apoyados en la representación gráfica. Como se muestra en la siguiente imagen.

Imagen 2. División por reparto⁴.

⁴ Representación gráfica de reparto, usado para el problema 88 dulces entre 7 niños.



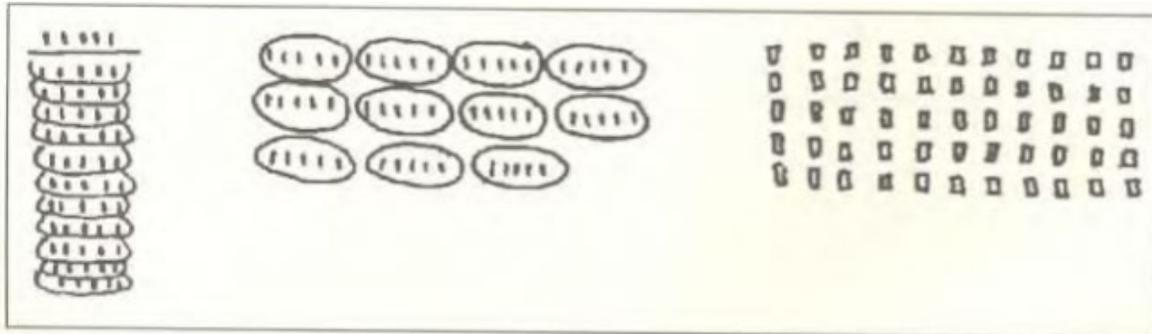
Fuente: SEP, 1995, p. 128

El reparto cíclico, uno a uno consiste en repartir el dividendo para obtener el cociente, se observa en la imagen anterior, el dibujo de las caritas para decir que se tiene como divisor (7) y las representaciones de los objetos para repartir la cantidad del dividendo (88) y así encontrar el cociente determinado por la cantidad total de objetos que corresponde a cada persona.

1.4.3 División por agrupamiento

Otra forma de resolver problemas de división es por agrupamiento o tasativa, favorecen el uso del procedimiento iteración del divisor, que consiste en repetir el divisor lo que sea necesario hasta llegar al dividendo, dando como ejemplo, ¿Cuántas veces 4 dulces “cabén” en 20 dulces? se habla de “cabén” cuando el divisor se repite tantas veces como sea necesario para llegar al dividendo. En cada uno de estas dos formas los datos se pueden calcular ya sea mediante la multiplicación, otro tipo tasativo y otro tipo reparto. De esta manera los alumnos llegan a sustituir la representación gráfica por alguna de las otras operaciones básicas, ya sea sustracción o adición (SEP 1995).

Imagen 3. División por agrupamiento o tasativa⁵.



Fuente: SEP, 1995, p.129

Se toma el ejemplo anterior, para decir que existe otro tipo de problema, agrupamiento o tasativa el cual consiste en organizar el divisor (5) en grupos hasta llegar al dividendo (55) y obtener el cociente al contar cuántas agrupaciones se formaron. Existen dos magnitudes del mismo tipo en los problemas, en el cual se trata de ver cuántas veces cabe una en la otra, por ejemplo:

- Ana tiene 20 dulces y quiere dar 4 a cada uno de sus amigos. ¿A cuántos amigos les puede dar dulces?

Utilizando para su resolución cualquiera de las formas mencionadas anteriormente.

1.4.4 Tipos de algoritmos de la división

El algoritmo de la división es una forma de repartir y medir, se considera más como un concepto que se tiene que aprender de memoria antes de comprender el proceso que este implica lo que llega a generar barreras al momento del aprendizaje y aplicación, por ello, la importancia del reconocimiento de las operaciones básicas (Roa, 2007 en Sánchez, 2014).

Respecto al uso de los algoritmos, se elaboraron para resolver las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir, sin emplear elementos auxiliares como el ábaco

⁵ Representación gráfica de agrupamiento, usando para el problema formar 55 soldados en filas de 5.

o los dedos. Algunas de características que diferencia al algoritmo de la división son las siguientes:

- a) Algoritmo que se emplea de izquierda a derecha,
- b) Busca dos resultados: cociente y residuo.
- c) Hay ciertas prohibiciones: $r > q$.

El residuo r no puede ser mayor que q cuando es el cociente.

- d) Es un algoritmo en el que hay que ajustar o descomponer, evaluar, comprobar si se tiene que volver hacer:

- Descomponer, para decidir con qué parte del dividendo empezar.
¿Cuántas corresponde?
- Evaluar. La cifra obtenida en la estimación debe dar lugar a un producto que no sobrepase la cantidad separada en el primer paso, pero que sea el más próximo posible.
- Comprobar, hay que asegurarse de que el cálculo esté correcto.
- Volver a hacer, si se estimó mal.

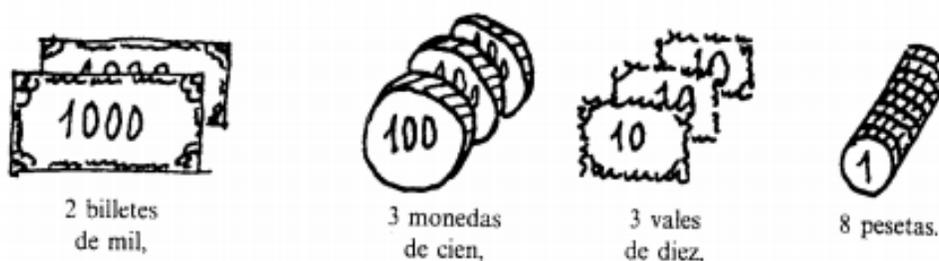
- e) Necesita de otros algoritmos. En particular multiplicación y de la resta (Gómez, 1998).

Este tipo de características hacen que emplear el algoritmo de la división sea el más complicado, ya que, si el punto e) no se domina, no se podrá lograr el empleo del algoritmo, si se duda en el punto d) la posibilidad de realizar de manera incorrecta el algoritmo aumenta, mientras que los puntos a) y b) generan dudas para encontrar el resultado y por último el punto c) lo complica hasta que logre que la persona que lo esté aplicando, llegue al punto de aburrimiento.

Se considera, desde el punto de vista instrumental que el esfuerzo se centre en la ejercitación repetir en varias ocasiones, es decir, la resolución del algoritmo únicamente sea un procedimiento sin tomar en cuenta el uso de las operaciones que conlleva para su aplicación, resolución y aprendizaje (Gómez, 1998). Los tipos de algoritmos se muestran a continuación.

- Algoritmo en el contexto del reparto distributivo: es frecuente optar por la motivación económica. En este tipo de algoritmo es importante manejarlo a partir de situaciones monetarias, donde el material pueda ser manipulable, ilustraciones y esquemas (Gómez, 1998).

Imagen 4. Reparto distributivo



Fuente: Gómez, 1998, p. 143

Hay que repartir un botín de las ganancias de un juego como el que se muestra en la parte de arriba entre 7 personas.

También se genera al hacer el reparto de la siguiente manera:

Imagen 5. Reparto sustractivo

(IV)	$ \begin{array}{r} 2538 : 7 \\ \underline{- 7} \\ 2531 \\ \underline{- 7} \\ \dots \end{array} $	<p>Primer paquete </p> <p>Segundo paquete </p>
------	--	--

Fuente: Gómez, 1998, p. 145

La estrategia de reparto está condicionada por la forma de presentar el paquete. Mostrar una similitud con la estructura multiplicativa del número: millares, centenas, decenas y unidades. Es necesario tomar decisiones sobre el cambio de los billetes por cantidades pequeñas, donde a todos les toque por igual (modificar el sistema monetario) para poder repartirlo.

- Algoritmo en el contexto del reparto sustractivo. Otro tipo de algoritmo que se ha denominado de este tipo, dado el caso que se presenta con problemas de empaquetar o envasar. En este tipo de algoritmo se hace uso de la resta o de la multiplicación ya que se utiliza una tabla de múltiplos. Ejemplo: Hacer paquetes de 7 caramelos con un total de 2538 (Gómez, 1998).

El alumnado utiliza la resta al poner los 7 caramelos en un paquete, pero el procedimiento es largo, lo que se hace es tomar cantidades más grandes, de 10 o cien.

Imagen 6. Reparto sustractivo en decenas y centenas.

2538		2538	
- 70	Diez paquetes	- 700	Cien paquetes
2468		1838	
- 70	Diez paquetes	- 700	Cien paquetes
...		1138	

Fuente: Gómez, 1998, p. 145

- Método egipcio: se basa en dos cálculos elementales, en el que se utiliza la suma y la duplicación. Puede llegar a ser un algoritmo fácil de manipular, pero cuando la división dé como resultado cero, de tal forma que siempre obtenían cantidades enteras o exactas. Dividir 345 entre 15, primero se construyen dos columnas, en la primera se comienza con 1, mientras que en la segunda se escribe el divisor, para después duplicar ambas columnas hasta que el número

de la columna derecha no pase el dividendo. Se representa de la siguiente manera:

Imagen 7. Estudio sobre el algoritmo de la división

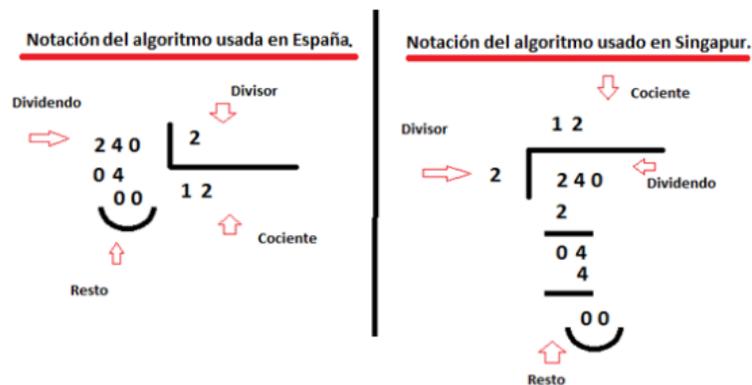
$$\begin{array}{r|l} 1 & 15 \\ 2 & 30 \\ 4 & 60 \\ 8 & 120 \\ 16 & 240 \end{array}$$

Fuente: Aguiriano, 2015, p. 51

Como se puede ver, si se duplica el 240, da como resultado 480 que es mayor al dividendo, por tal motivo el algoritmo se detiene en la quinta duplicación. Se toma el número más grande como siguiente paso, de la columna derecha “240” y sumarlo con los duplos de la misma columna, pero sin que sobrepase el dividendo “345”.

De acuerdo a los resultados en pruebas estandarizadas como es PISA en matemáticas y al sistema educativo, España y Singapur muestran la notación del algoritmo de la división la cual es importante reconocer: la característica de diferencia el aprendizaje de la división en estos dos países es la grafía que se lleva a cabo al realizar la operación.

Imagen 8. Multiplicación y división en primaria



Fuente: Magaña, s/f, p. 23

Se observa que, la notación es diferente en ambos sistemas, pero la operación es la misma. En Singapur la operación es más extensa, ocupando más espacio. Además de permitir localizar fácilmente los elementos: divisor, cociente y parte del dividendo, al encontrarlos a la derecha, arriba y debajo de la operación. Mientras que en España la división ocupa menos espacio, pero el alumno acumula números entre el dividendo y el cociente, al no calcular bien el espacio, lo que llega a ocasionar errores en el cálculo.

En México se utiliza la notación del algoritmo de la división al igual que Singapur y otros países, mientras que el algoritmo de España es utilizado en países de América Latina, donde lo que cambia es la posición de los números, ya que el procedimiento es el mismo.

CAPÍTULO II

UNA MIRADA A LA ESCUELA PRIMARIA “RAMÓN LÓPEZ VELARDE” TURNO MATUTINO, CHARCO BLANCO, SOMBRERETE, ZACATECAS

Con el propósito de identificar cuáles son las concepciones y el saber-hacer del alumnado hacia la resolución de problemas que impliquen el algoritmo de la división, así como la influencia de los agentes educativos y sociales en el aprendizaje del mismo, se presenta en este capítulo, primero, un panorama general del contexto, historia y ubicación de la comunidad e institución educativa en la que se llevó a cabo la investigación, posteriormente, se muestran algunos instrumentos como encuestas dirigidas a madres o padres de familia y estudiantes del grupo de quinto grado, grupo “A” conformado por un total de 25 niñas y niños; 12 mujeres y 13 hombres, así como pruebas escritas como instrumentos de evaluación para la obtención de información sobre las técnicas que utilizan al presentarse ante problemas de tipo reparto y agrupamiento.

Además, se agrega a este apartado, datos relevantes sobre las familias por la importancia que tienen como agentes fundamentales y de gran influencia en el proceso de enseñanza aprendizaje del alumnado por el efecto que provoca su participación en el proceso de formación y mejora del rendimiento académico.

2.1 Historia y ubicación de la institución.

La escuela, como institución cumple como aquel espacio educativo importante para el desarrollo pleno del alumnado, permitiendo crear vínculos entre el profesorado, las

madres y padres de familia, por ello, es importante conocer acerca de la institución educativa como parte fundamental de la investigación. En el estado de Zacatecas, se encuentra el municipio de Sombrerete, a 32 km de la cabecera municipal, se ubica la comunidad de Charco Blanco, lugar con 2, 749 habitantes; 1414 mujeres y 1335 hombres, de acuerdo al censo de población y vivienda del INEGI⁶ (2020) siendo una de las más grandes del municipio.

La escuela primaria “Ramón López Velarde” con C.C.T 32DPR0900G, se encuentra ubicada en la comunidad de Charco Blanco, pertenece a la región 11 federalizada, zona 85 con sede en la cabecera municipal, tiene doble turno; matutino y vespertino. Es de organización completa y en lo que respecta al matutino, en el cual se lleva a cabo esta investigación, cuenta con un total de once grupos; tres de primer grado, uno de segundo, dos de tercero y cuarto, uno de quinto y dos de sexto grado para el ciclo escolar 2022-2023, atendidos por el profesorado respectivamente, así como una directora quien se encarga de dirigir, organizar, supervisar, planificar y evaluar el servicio educativo, un maestro de educación física, una maestra de USAER y una persona de apoyo y asistencia a la educación. Además de disponer de instalaciones necesarias para llevar a cabo la práctica educativa, así como de equipos audiovisuales.

Cabe resaltar que, al ser una escuela que se encuentra en una zona rural, posee parcelas que son rentadas a padres de familia agricultores, para asignarla se realiza una rifa en asambleas, quien gana, paga una cuota a la Asociación de Padres de

6 INEGI: Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática. Recuperado de: https://www.inegi.org.mx/contenidos/productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva_estruc/702825198053.pdf

Familia (APF) que se encarga de destinar ese recurso económico para insumos y mejoras de las aulas o cualquier recurso que sea necesario para la escuela en general.

2.1.1 Contexto sociocultural

La palabra contexto se define como un “*fenómeno, evento, acción o discurso*” (Van Dijk, 2013, p. 17) deriva del vocablo *contextus* que refiere a todo lo que rodea, física o simbólicamente, relacionada con los escenarios, condiciones o consecuencias, efecto de situaciones o acontecimientos, para entender un hecho. Señala lo físico como lo material en el entorno y simbólico como aquello que cumple una función en el medio social, cultural o económico de la persona (SEP, 2020), mientras que sociocultural refiere a aquellas interacciones sociales que permiten aprender de las relaciones para crear experiencias, no sólo influye en las personas adultas como gestores de aprendizaje de las niñas y los niños, sino también en cómo las creencias y actitudes culturales llevan a cabo experiencias en el desarrollo de actividades sociales (Ameri, 2020).

De esta manera, el contexto sociocultural de la comunidad, se determina en las relaciones que tiene la sociedad perteneciente a Charco Blanco en cuanto a festividades muy arraigadas a las costumbres de las familias, ejemplo de ello, son los eventos como el 12 de diciembre, se realiza una festividad religiosa igual que el 3 de mayo, donde las familias realizan reliquias, es decir, comidas, danzas y rezos a la virgen de Guadalupe y a la Santa Cruz respectivamente. Además de una de las fiestas más grandes entre la población, la fiesta del 23 de septiembre, una actividad cívica donde se celebra “la dotación de tierras”.

En Charco Blanco, la agricultura y la ganadería son de las principales actividades económicas entre los habitantes, por ello, el establecimiento de un día específico para celebrar las cosechas generadas en todo el año, realizando un desfile donde participan principalmente los agricultores, además de señoritas que se inscriben en el certamen para obtener el nombramiento de reina de la comunidad y los distintos centros educativos; preescolar, primaria y secundaria.

2.2.1 Escuela y contexto

El contexto sociocultural impacta directamente en la escuela, como se menciona anteriormente, la comunidad es de las más grandes del municipio y la demanda del alumnado es por consecuencia mayor, al necesitar de doble turno y más grupos por grados que otras escuelas que se encuentran a sus alrededores. De tal manera, que es necesario e importante considerar todo lo fundamental del contexto porque forma parte de la identidad de cada alumna y alumno.

La educación tiene lugar en la vida social, aún más en el contexto de los sujetos que intervienen en el proceso educativo, sectores que conforman la comunidad educativa: profesorado, alumnado y familias (SEP, 2020). En esta ocasión, en la escuela Ramón López Velarde se hace notar esta influencia en la falta de asistencia del alumnado en ciertos tiempos de cosecha y otras festividades que hay en la comunidad debido a la cultura de la familia que llega a repercutir en el aprendizaje.

2.2.2 Madres, padres de familia y/o tutores

Las madres, padres o bien las familias en general tienen un impacto muy grande en el aprendizaje de las niñas y niños, la participación y colaboración de estos agentes

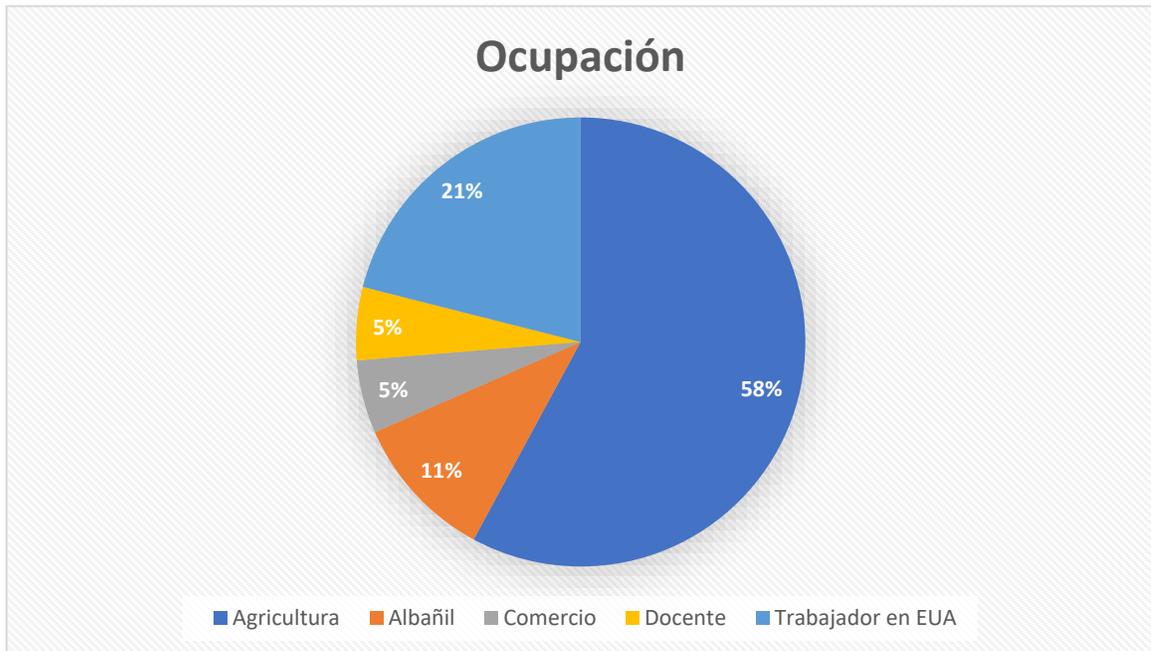
dentro de la escuela es de gran importancia, *“la educación es un proceso muy largo que comienza siendo impartida por la familia y luego la escuela y se necesita de ambas partes para conseguir un pleno desarrollo educativo”* (Domínguez, 2010, p. 1), su influencia es clave para los procesos de aprendizajes, así como para la transmisión de valores y las relaciones con su medio.

Todo el contexto influye de manera directa o indirecta en el alumnado, como se menciona anteriormente, la agricultura es una de las actividades económicas, pero no la principal, la primera es la migración a Estados Unidos, gran parte de las alumnas y los alumnos aspiran a dejar los estudios para migrar al igual que sus familiares a buscar mejores oportunidades. De acuerdo a lo anterior, se realizó una encuesta a veinticuatro de las familias del alumnado de quinto grado, grupo “A”, sólo una alumna no presentó el cuestionario debido a inasistencia.

El cuestionario consistió en doce preguntas escritas que abordaron temas como ocupación, composición familiar y quién brinda apoyo directo a las y los alumnos en las tareas, entre otros. El objetivo era recopilar datos relevantes sobre la influencia de estos aspectos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Respecto a los resultados, se obtiene la siguiente información: el 95% de las madres de familia se dedican al hogar, mientras que 5% tiene una profesión. De esta manera, con un 100% en revisión y apoyo en las tareas, las mamás son quienes están al pendiente de su hijo o hija, dedicando así, el tiempo necesario.

La ocupación de los padres de familia varía más que la ocupación de las madres, en la gráfica 1 se observa el porcentaje de cada una de las ocupaciones establecidas en cinco categorías, las cuales se muestran de la siguiente manera:

Gráfica 1. Ocupación de los padres de familia del grupo quinto "A".



Fuente: elaboración propia a partir de datos.

Como se muestra en el gráfico anterior, la mayoría de los padres de familia realizan trabajos que son demandantes en los horarios y jornadas laborales o bien, son padres que trabajan fuera del país. El trabajo con mayor demanda entre los entrevistados, es la agricultura con el 58%, esto es más de la mitad de los papás del grupo, seguido de aquellos que trabajan fuera del país con el 21% y las últimas categorías correspondiente a los albañiles, comercio y docente, son los que se obtienen un porcentaje más bajo con un 11% y 5% respectivamente.

2.3 Algoritmo de la división

Al transcurrir los primeros años de educación primaria, de acuerdo al perfil de egreso de cada grado de formación, el alumnado debe de cumplir con ciertos aprendizajes que se espera logren, en cuanto al área de matemáticas, con respecto al grado escolar

del estudio en cuestión es resolver problemas que impliquen el uso de las operaciones básicas; suma, resta, multiplicación y división a partir de diversas técnicas o bien, aplicando los algoritmos convencionales. Utilizar el algoritmo de la división, es entender que se ha llevado un proceso para saber resolver problemas de cierto tipo empleando diversas estrategias que permitan llegar al resultado y no precisamente se tenga que emplear el algoritmo estándar de la división (Calvo & Barba, 2010).

El concepto de dividir o división se define como *“operación aritmética inversa de la multiplicación y su sentido es el de distribuir, partir, repartir, fraccionar [...] consiste en averiguar cuántas veces un número (el dividendo) está contenido en otro número (el divisor). Busca descontar o repartir grupos iguales”* (Villota, 2014, p. 25-26). De acuerdo al plan y programas de estudio Aprendizajes Clave para la Educación Integral, el alumnado desde tercer grado de primaria

“Resuelve problemas de reparto equitativo y exhaustivos, así como de agrupamiento al utilizar ejemplos como: pizzas, pasteles, galletas, etc.; en cuarto grado, ya desarrollan procedimientos no convencionales para la resolución de problemas, sin embargo, se debe de enseñar el algoritmo identificando y justificando cada paso” (SEP, 2017, p. 236).

Al ingresar a quinto grado, se espera que las y los estudiantes logren utilizar el algoritmo convencional para dividir con dividendos hasta de tres cifras, así como con números naturales y cocientes fraccionarios o decimales. Por ello, con el propósito de identificar los acercamientos del alumnado hacia la resolución de problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división, su concepción y su saber, se realizó la aplicación de un instrumento diagnóstico escrito con un total de cuatro problemas; dos de tipo reparto y dos de tipo agrupamiento a un total de 20 niñas y niños pertenecientes al quinto grado, grupo “A” de la escuela primaria “Ramón López Velarde” turno

matutino, con la finalidad de conocer y considerar los resultados en el desarrollo de las praxeologías en próximos capítulos.

A continuación, se realiza el análisis de las praxis del alumnado, es decir de los resultados obtenidos ante las tareas de tipo reparto y agrupamiento referentes al diagnóstico antes mencionado, iniciando con aquellas técnicas correctas como con aquellas que han obtenido respuestas incorrectas, desde la estructura de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, donde señala a la tarea como ejercicio o problema y la técnica como la manera en que es resuelta la tarea (Chevallard, 1999).

2.3.1 Tareas tipo reparto

En lo que respecta a tareas de reparto, se menciona sobre las diferentes técnicas que se emplean para llegar al resultado; una es la resolución de reparto cíclico o bien, uno a uno que se utiliza cuando se tiene material concreto, al no contarse con ello, se busca realizar la representación gráfica (SEP, 1995). De esta manera, se presentan los dos primeros problemas del diagnóstico:

1. Juan tiene 258 dulces para repartir entre sus 6 amigos. ¿Cuántos postres le corresponden a cada uno?
2. Camilo tiene \$549 pesos para repartir entre sus 9 primos. ¿Cuánto dinero le toca a cada uno?

Se observa que los problemas anteriores, implican una relación de reparto; dulces entre amigos y dinero entre primos. El rango numérico es de tres cifras entre una, cambiando únicamente el contexto de los problemas por el sistema monetario. De acuerdo al grado escolar y a los aprendizajes del plan y programas, el alumnado

resuelve este tipo de problemas hasta con números decimales, apoyándose del algoritmo convencional de la división.

Los resultados indicaron que sólo el 35% del estudiantado resolvió de manera correcta ambos problemas, mientras que el 65% obtuvo un resultado incorrecto. Para encontrar el resultado, se identificaron varias técnicas empleadas, las cuales se mencionan a continuación:

Técnica mediante el algoritmo de la división: el algoritmo de la división es el procedimiento más rápido para encontrar el resultado, del 35% del alumnado que logró resolver de manera correcta las tareas, el perteneciente al 25% utiliza el algoritmo de la división como técnica de resolución para saber cuántos dulces corresponden a 6 amigos y cuánto dinero le toca a cada primo, tal como se muestra en la imagen 9:

Imagen 9. Resolución de problemas 1 y 2 respectivamente por alumna

$$\begin{array}{r} 430 \\ 6 \overline{) 2580} \\ \underline{- 240} \\ 0180 \\ \underline{- 180} \\ 000 \end{array} \quad R=43$$

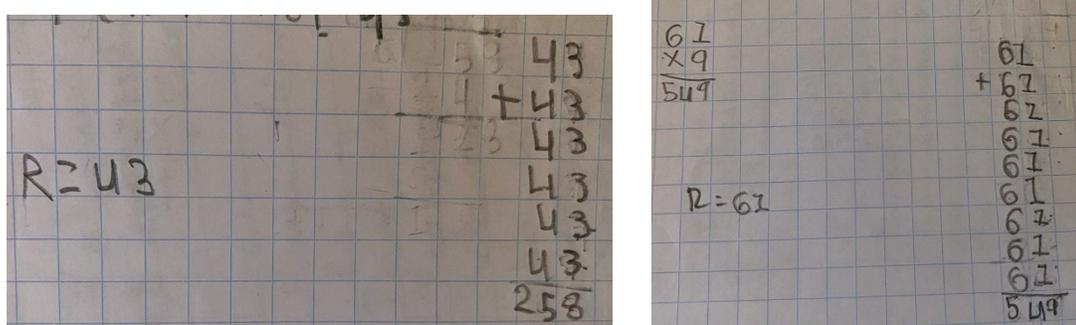
$$\begin{array}{r} 61 \\ 9 \overline{) 549} \\ \underline{- 54} \\ 009 \\ \underline{- 09} \\ 0 \end{array} \quad R=61$$

Fuente: elaboración propia a partir de diagnóstico aplicado a alumnado.

Respecto a la técnica utilizada, la alumna demuestra comprender el problema y efectuar el algoritmo de manera correcta, llevándola a obtener el resultado de repartir dulces entre amigos y dinero entre primos, logrando así el objetivo esperado.

Técnica mediante el uso de la suma: otra de las técnicas de resolución utilizada por el 10% del alumnado es como se muestra en la imagen 10, por medio de la suma. El proceso se genera a partir de la suma del resultado de repartir dulces entre amigos y dinero entre primos, tal como se muestra a continuación:

Imagen 10. Técnica de resolución por alumno a problemas de reparto



Fuente: elaboración propia a partir de diagnóstico.

En la imagen anterior, se observa como el alumno realiza una suma de lo que corresponde al resultado del reparto para comprobar que este sea el número que se busca, por lo que la operación efectuada dio resultado correcto.

Resultados erróneos: como se menciona anteriormente, el 65% del alumnado presentó dificultades y por efecto, obtuvo resultados erróneos; lo que se destaca es la falta de comprensión del problema al no identificar cuál es el procedimiento a realizar para encontrar la respuesta correcta. De esta manera, se generan cuatro categorías de las técnicas utilizadas. La primera categoría, corresponde al 20% del alumnado que efectúa el algoritmo convencional de la división, como se observa en la imagen 11, respecto a las variables, las alumnas y los alumnos, identifican que para resolver el problema se utiliza el algoritmo convencional, sin embargo, no se efectúa correctamente.

Imagen 11. Algoritmo de la división como técnica de resolución

The image shows a handwritten long division on grid paper. The divisor is 6 and the dividend is 258. The student has written the quotient as 43.0 and the remainder as R=10. The steps shown are: 6 goes into 25 four times (24), leaving a remainder of 18. Then 6 goes into 18 three times (18), leaving a remainder of 0. The student then adds a decimal point and a zero to the dividend, making it 258.0. They then bring down the 0 and write 0 below it, indicating that 6 does not go into 0. The final result is 43.0 with a remainder of 10.

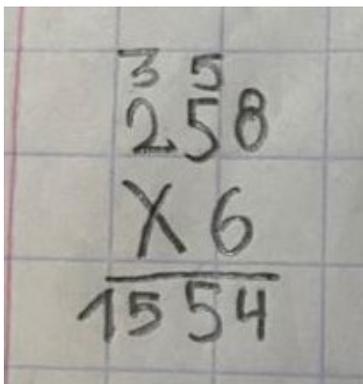
$$\begin{array}{r} 43.0 \\ 6 \overline{) 258} \\ \underline{24} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

R=10

Fuente: elaboración propia a partir de resultados de diagnóstico.

De acuerdo a la imagen y al observar la técnica utilizada, el alumno realiza una operación errónea al hacer el cálculo de lo que corresponde 258 a 6, así como efectuar la resta agregando valores que no corresponden y poner de resultado final lo que se indica como residuo. La segunda categoría corresponde al 5% que realiza una multiplicación, la cual se observa en la imagen 12, pero de las variables, es decir, del dividendo (258) por el divisor (6) lo que se indica como error en comprensión tanto del problema como del término “repartir”, al igual que la tercera categoría, la cual señala al 15% del alumnado que sólo coloca un número cualquiera como resultado y, por último, el 25% quienes no realizan el ejercicio dejando el espacio en blanco, lo cual demuestra falta en la construcción de procedimientos en la resolución de problemas con operaciones básicas.

Imagen 12. Multiplicación de variables del problema (dividendo por divisor)


$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 6 \\ \hline 210 \end{array}$$

Fuente: elaboración propia a partir de resultados de diagnóstico.

Si bien, el identificar técnicas que dan como resultado correcto, así como las que obtienen incorrecto, demuestra la perspectiva, el conocimiento y las acciones que son necesarios para el proceso de aprendizaje del alumnado en problemas de reparto que impliquen el uso del algoritmo de la división (Villota, 2014).

2.3.2 Tareas tipo agrupamiento

Otra de las tareas presentadas en el diagnóstico, fue mediante el agrupamiento generando los siguientes problemas:

1. Se tiene 72 manzanas y se quieren poner 6 manzanas en cada costal.
¿Cuántos costales se necesitan?
2. María tiene 150 rosas para hacer ramos de 10 cada uno. ¿Cuántos ramos tendría?

Como se observa, el primer problema implica el reconocimiento de los costales que se necesitan para colocar manzanas, el rango numérico es de dos cifras por lo que el nivel de dificultad es menor que los problemas de reparto, mientras que el

segundo, la relación de rosas para hacer ramos, tiene un rango numérico de tres cifras en el dividendo y dos en el divisor.

De acuerdo a los resultados obtenidos, en esta ocasión las técnicas en las que se obtuvo resultado correcto se categorizaron en tres con un 35% del alumnado.

Técnica mediante algoritmo de la división: A partir de los problemas propuestos, el correspondiente al 5% utiliza como única técnica de resolución, el algoritmo de la división efectuado correctamente.

Imagen 13. Técnica algoritmo de la división por alumna

The image shows a handwritten division problem on grid paper. The problem is $6 \overline{)72}$. The student has written the quotient as 12. Below the division line, the student has written 60, which is subtracted from 72 to get a remainder of 12. To the right of the work, the student has written $R = 12$. Below the main work, there is a smaller, partially visible calculation: $4 \overline{)12}$ with a quotient of 3 and a remainder of 0.

Fuente: elaboración propia a partir de resultados de diagnóstico

La alumna que utiliza esta técnica, demuestra comprender el problema, así como el procedimiento que debe realizar para encontrar el resultado y el uso de las operaciones básicas dentro del algoritmo.

Técnica mediante la multiplicación: En esta categoría se sitúa el 20% del alumnado que resuelve los problemas mediante el uso de la multiplicación como técnica, tal como se muestra en la imagen 14.

Imagen 14. Técnica mediante multiplicación

The image shows a student's handwritten work on a grid background. On the left, there are two multiplication problems. The first is $15 \times 10 = 150$, with the 10 written as 'x10' and the result '150' written below a horizontal line. The second is $15 \times 10 = 150$, with the 10 written as '10' and the result '150' written below a horizontal line. To the right of these calculations, the student has written 'R= 15 ramos'.

Fuente: elaboración propia a partir de resultados de diagnóstico

La técnica utilizada por esta parte del alumnado demuestra tener la capacidad de analizar y buscar un número que, al ser multiplicado genere como resultado el dividendo, siendo la multiplicación la operación inversa a la división. Cuando se reconoce que este método es más rápido en la resolución de problemas antes de llegar al algoritmo de la división, se habla de un dominio significativo ante problemas matemático (Saiz, 2010).

Sin técnica: en la última categoría se sitúa al 10% del alumnado quienes responden el problema correctamente, sin embargo, sólo escriben el resultado en su hoja sin un procedimiento. Se generan algunas preguntas acerca de cómo fue que se encontró la respuesta, si fue mediante el cálculo mental, si hubo alguna copia a otro compañero o bien, si se realizó el procedimiento en una hoja aparte. Las respuestas obtenidas se determinaron a partir de la copia al compañero.

Dificultades en resolución: los problemas que se generan en técnicas utilizadas por el alumnado, se conciben a partir de la falta de comprensión de lo que se pide se realice. En este tipo de tareas el 65% de las alumnas y los alumnos obtuvo resultados erróneos. Las técnicas que destacan para la búsqueda de la respuesta correcta se desglosan de la siguiente manera: con un 35% utiliza como técnica, la multiplicación,

pero al igual que en los problemas de reparto, multiplican las variables dividiendo por divisor, el cual, genera como producto un resultado incorrecto.

El correspondiente al 10% utiliza como técnica para resolver el problema, la resta, lo hace restando dividiendo menos divisor, como se muestra en la imagen 15, confundiendo el problema, al igual que el 15% que deja el problema sin efectuar ninguna técnica y dejando el espacio en blanco.

Imagen 15. Técnica mediante la resta

The image shows a student's handwritten work on grid paper. At the top, it says "140 ramos". Below that, there is a subtraction problem: "110 ← - 150 ramos". The student has drawn a horizontal line under the "150" and written "140" above it and "150" below it. This indicates a misunderstanding of the problem, where the student is subtracting a larger number from a smaller one.

Fuente: elaboración propia a partir de resultados de diagnóstico

En esta ocasión, el alumnado que no reconoce el problema como aquel que implica el uso de la división, en este caso, de agrupamiento, se incluye a aquellos que realizan operaciones como adiciones, sustracciones o multiplicaciones a falta de comprensión del mismo y del uso de las operaciones básicas (Saiz, 2010).

2.4 Alumnado

La evaluación diagnóstica tiene como objetivo principal analizar qué aprendizajes son los que tiene cada estudiante, como fin, valorar el grado de conocimientos y logros que

han adquirido durante el proceso de enseñanza-aprendizaje y ser punto de partida para el logro de los nuevos aprendizajes (Vera, 2020).

De esta manera y para continuar con el diagnóstico, con la finalidad de conocer más sobre el alumnado a quienes se les aplicaron los problemas mencionados anteriormente, se empleó una encuesta con un total de dieciséis preguntas y un problema de reparto; los cuestionamientos relacionados con la visión que tienen las alumnas y los alumnos hacia la escuela como institución y área de aprendizaje, también se agrega el análisis de cómo definen reparto y agrupamiento los estudiantes, con el objetivo de conocer la concepción que se tiene.

¿Cómo ven la escuela?

Dentro de las preguntas aplicadas a las y los veintidós estudiantes de veinticinco que conforman al grupo, sobre cómo ven la escuela como institución educativa para el logro de aprendizajes, se genera que, el total menciona con respuesta afirmativa el gusto por asistir a la escuela, además de señalar que sirve para aprender y estudiar. De la misma manera, se cuestionó sobre el gusto por las matemáticas, área en la que se está llevando a cabo la investigación, y como indicador e influencia de los resultados obtenidos en la aplicación de problemas, el 68% confirmó el gusto por las matemáticas como asignatura, mientras que el 32% señaló negación justificando su respuesta por ser difícil.

Se considera también en algunos de los planteamientos el saber del alumnado en conceptos matemáticos, como se menciona anteriormente, de reparto y agrupamiento; términos que se utilizan en la redacción de problemas que implican el uso del algoritmo de la división, de tal manera, el 27% del alumnado tienen noción y asocian el significado de reparto y agrupamiento, justificando de manera general, dar

a cada quien lo que corresponde y hacer grupos o unirse a un conjunto, respectivamente, mientras que, el 73% no responde ambas preguntas o coloca frase “no sé”, efecto que influye directamente en la resolución de problemas, debido a que al desconocer y no comprender el problema, difícilmente se sabrá qué hacer para lograr encontrar el resultado.

Ejemplo de ello, al integrar al cuestionario el siguiente problema de reparto en el que se implica, primero, comprender el problema y después saber qué operaciones efectuar.

- Para festejar el cumpleaños de Karla, sus papás le regalaron un viaje al extranjero, ella recibe \$977 por semana, ahorra \$200 y el resto lo distribuye entre los 7 días de la semana, ¿cuánto dinero puede gastar diariamente?⁷

Como se observa, se trata de un problema donde además de implicar el uso de operaciones como la resta de lo que recibe menos lo que ahorra y el resto distribuirlo entre los días de la semana, también se necesita de comprender mediante la lectura lo que se debe de realizar para encontrar el resultado correcto. Siendo así, sólo el 5% resolvió el problema correctamente respecto a la tarea mientras que el 95% resolvió el problema, pero aplicando técnicas de multiplicación o suma de variables mencionadas en el problema.

En este sentido la comprensión de lo que se está pidiendo, tiene que ver con la lectura que se está haciendo, esto es base fundamental para el éxito tanto académico como profesional. Es un proceso tanto constructivo y activo cognitivo que permite

⁷ Ejemplo tomado y modificado del libro de texto “Desafíos matemáticos” cuarto grado, educación primaria SEP.

buscar y reconstruir sentido a partir de textos o imágenes, así como mental, al elaborar significados para aprender ideas relevantes y relacionarlas con aquellas que ya se tienen previas al tema. Tiene que ver no sólo con la interacción mental, sino también con la interacción dialógica entre el escrito y el sujeto (Payres & Cruz, 2017).

Si el alumnado no comprende lo que se le está pidiendo resolver en el problema y esto genera que las dificultades para resolverlo se aumenten. Aravena y Morales (2019) señalan en resultados obtenidos en su estudio, que el proceso ante un problema que implique el uso del algoritmo de la división, pierde sustento cuando el alumnado se da cuenta que *“requieren de otros cálculos que no dominan del todo para resolver la situación, como, por ejemplo, las tablas de multiplicar”* (Aravena & Morales, 2019, p. 13) esto ante la comparación del diagnóstico de esta investigación.

En los resultados obtenidos en este diagnóstico, se deduce que el alumnado muestra mayor dificultad para comprender el problema, ya sea de tipo reparto o agrupamiento ya que en su mayoría desconoce los términos que se emplean en cada uno, además de no comprender el texto o problemas, ya que, esta *“estrechamente vinculada a las concepciones que cada persona tiene sobre el mundo y sobre sí mismo, a sus conocimientos previos y objetivos”* (Payres & Cruz, 2017, p. 14) lo que genera que cada alumna y alumno lo interpretara de distinta manera. Los porcentajes no variaron de uno a otro, si se demostró observar más técnicas en los problemas de agrupamiento que en las de reparto, esto debido a circunstancias como el nivel de dificultad, al presentar dos cifras entre una o bien, al ser una operación que, aunque se tuvieran dos cifras en el divisor (como es el caso del problema de las rosas) fuera un número que al buscar sus múltiplos el resultado fuese encontrado más rápido.

Otro de los aspectos importantes en este primer encuentro, fue la observación durante la aplicación, varias niñas y niños preguntaban el procedimiento que tenían que realizar, a pesar de leer el problema en repetidas ocasiones, no se lograba captar la información. Mientras que, los principales aciertos denotan en el uso ya sea del algoritmo tanto de la división como el de la multiplicación ya que esta se genera como operaciones inversas.

Los distintos factores influyen en el aprendizaje del alumnado, lo que aprenden en la escuela, casa y comunidad propicia a tener o consumir aprendizajes significativos. Aunque se menciona en el plan y programas de estudios establecidos por la SEP que las alumnas y los alumnos de quinto grado ya resuelven problemas de reparto y agrupamiento incluso con el uso de los algoritmos, es a bien saber que el contexto en el que se desenvuelven ha generado que se desarrollen las técnicas correctas e incorrectas en la resolución de problemas. Otro factor importante es, precisamente, cómo ven la escuela, cuál es la relación que se tiene como centro donde se generan conocimientos, es decir, el conocer más a fondo los que el alumnado piensa y hace dentro de la institución, las relaciones que generan y cómo toma aquello que aprende para su vida diaria.

La variedad de técnicas efectuadas por el alumnado permitirá generar el análisis de cómo el contexto educativo influye en las praxeologías del alumnado de quinto grado para resolver problemas que impliquen el algoritmo de la división a partir de una metodología cualitativa, la cual permitirá según Hernández Sampieri (2016) explorar y describir los datos a partir de un análisis para generar conclusiones (Hernández, 2016). Se tiene como muestra de estudio a un grupo de veinticinco alumnas y alumnos pertenecientes a quinto grado de primaria, para la recolección de datos se tendrá como

recurso instrumentos como pruebas escritas con problemas para la evaluación, así como la observación no estructurada donde no se fungirá como participante, en la que se pueda tener mayor objetividad (Ríos, 2017) y permita detectar las técnicas y tecnologías que realizan ante un problema y así interpretar lo que se va captando.

CAPÍTULO III

JUSTIFICACIONES DEL ALUMNADO HACIA EL USO DEL ALGORITMO DE LA DIVISIÓN

Con el propósito de analizar las justificaciones que realiza el alumnado de quinto grado sobre las praxeologías que utiliza para la resolución del algoritmo de la división, se presenta en el capítulo, algunos conceptos de las operaciones básicas que engloban la operación aritmética de la división, así como el resultado de la aplicación de tareas, entendidas como ejercicios o problemas justificadas a partir de la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Chevallard, además de entrevistas realizadas al estudiantado de quinto grado de la escuela primaria “Ramón López Velarde” Turno Matutino (T.M).

Las operaciones aritméticas constituyen uno de los principales temas abordados en la enseñanza-aprendizaje de la matemática en la escuela primaria. De manera correcta la división, no sólo consiste en repartir una cantidad, sino también en agrupar cantidades o valores, dicha operación comprende el uso de la suma, resta y multiplicación para su cálculo. No obstante, el aprendizaje ha sido un proceso complejo para el alumnado al momento de enfrentarse con problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división a partir de tareas de tipo reparto y agrupamiento debido a la confusión con dichas operaciones básicas.

Con base en datos que arrojó el diagnóstico realizado en el quinto grado se identificó el desconocimiento de los significados del concepto de reparto y agrupamiento, así como la falta de comprensión lectora; son tres de las dificultades más representativas al momento de presentar una tarea en el aula. Los problemas de

comprensión y aprendizaje matemático, concretamente de la división, se advierte cuando el estudiantado confunde dos variables esenciales de esta operación aritmética: el dividendo y el divisor.

3.1 Operaciones aritméticas

Previo al aprendizaje del algoritmo de la división, el alumnado debe tener el conocimiento teórico y práctico de la suma, resta y la multiplicación, de esta manera, el aprendizaje de la división se adquiere de manera eficaz. Para la enseñanza de la suma y resta, desde los primeros años de edad, se generan los primeros encuentros con conteo de objetos, donde se agrega o bien se quitan; las operaciones de suma y resta es más que un recuento de una colección, es transformar cantidades (Fernández & Dominguez, 2015), es decir, pensar en lo que se tiene para luego cambiar la cantidad, ya sea agregar o quitar, para finalizar con lo que queda. Por tanto, para el dominio de las situaciones formales de los algoritmos de las operaciones aritméticas, se requiere de la interpretación desde el contexto inicial.

Se entiende que “*sumar es una operación que a partir de ciertos números (sumandos) obtiene otro número (suma)*” (Godino, Wilhelmi & Moll, 2006, p. 146) mientras que la resta, a diferencia de la suma, se generan términos como minuendo, sustraendo y diferencia que explican que, restar, a partir de números (total y parte) se genera otro número en el que se tiene que identificar el total con el minuendo (parte) y sustraendo (Godino, *et al.*, 2006). Por otra parte, la multiplicación, didácticamente es introducida como “*una suma de sumandos iguales*” (Fernández, 2007, p. 121). Sin embargo, para el aprendizaje y entendimiento de la operación se debe apoyar en el

razonamiento, en relación del problema con el entorno, asociación de términos matemáticos con términos informales (palabra como veces y el signo “x”), construcción de las tablas de multiplicar y reconocimiento de la propiedad conmutativa de la multiplicación (Fernández, 2007).

Cabe señalar que, en este estudio para el aprendizaje de la división es necesario e importante que el alumnado y el profesorado comprendan que todo es un proceso de construcción, si se opta por trabajar directamente en los algoritmos de las operaciones aritméticas, sin antes haber entendido el proceso que este conlleva, difícilmente, se llega a la comprensión de los problemas. La enseñanza de los algoritmos, si bien, son estructurados dentro del aula; se identifican, describen y verifican de forma simple, además se trata de comprobar resultados con técnicas conocidas por la sociedad (Saiz, 2010).

Es así que, para llegar al aprendizaje del algoritmo de la división, entendida como *“operación aplicada a un par de números ordenados para determinar un factor desconocido”* (Galván, 1995, p.46) se debe desarrollar la aplicación y entendimiento de las operaciones básicas, para el logro de la resolución del problema, ya que, cuando se enfrenta a una situación problema, el alumnado no sólo identifique cuál operación va efectuar, sino que comprenda y razone el problema como uno del tipo división y que reconozca que el uso de los algoritmos es un camino para encontrar un resultado de manera rápida y eficaz en el entendimiento de que existe un procedimiento de cálculo implícito.

Por ello, con base en la TAD que se menciona en el capítulo I de esta investigación, y a partir de la generación de la tecnología, es decir, de las justificaciones que el alumnado genere, se analiza cómo es el proceso que ha ido

construyendo para la comprensión y resolución de problemas que impliquen el algoritmo de la división.

3.2 El algoritmo de la división y sus praxeologías

Si bien, cuando el alumnado resuelve problemas con el uso de la operación aritmética de la división, se cuestiona no sólo de lo que se tiene que seguir para el desarrollo y comprensión del mismo, sino también de los conocimientos que se tienen de las operaciones básicas, así como de las técnicas que se desarrollan durante el proceso de aprendizaje de los conceptos de reparto y agrupamiento. Una vez tomado el algoritmo de la división como medio para resolver problemas matemáticos que impliquen su uso y técnica para llegar a un resultado, se plantea, desde la TAD tareas que permitan reconocer cuáles son las justificaciones que realiza el alumnado de quinto grado a partir de las técnicas desarrolladas. De esta manera, por cuestiones de seguridad se cubre la identidad del estudiantado, utilizando códigos representados con las iniciales de los nombres, sexo y número del alumnado que fue participe de la investigación y que puede consultarse en la parte de anexos.

Para el análisis y descripción de la técnica, se presentó el siguiente problema matemático escrito para resolverse de manera individual:

- María tiene \$9632 pesos para repartir entre sus 6 hijos, de manera que a todos les toque lo mismo. ¿Cuánto le toca a cada uno?

A partir de la tarea, se solicitó a un alumno pasar al frente a explicar la técnica empleada para resolver el problema, lo cual justificó de la siguiente manera:

“Yo lo resolví de memoria, de los 6 hijos, le di mil a cada uno y luego quedaron 3 mil, de esos 3 mil los dividí en 2 y quedaron 500 para cada uno porque ya tenía 1500, y de 600 le di 100 a cada uno y así ya. Y luego, de los 30, los dividí

en cada parte y así me dió 5 y me dió 1605, ¿sí?, sí, ansina y nada más me quedaron 2 y esos ya no los puedo repartir” (GALA.H.1).

Respecto al discurso racional de la técnica del alumno, se rescata que, para obtener el resultado correcto, utiliza un lenguaje común al emplear el reparto denominado cocientes parciales, es decir, hace el reparto de las cantidades a partir del valor posicional; inicia con las unidades de millar al repartirlas por persona, conoce que, al sumar la cantidad repartida y restarla a la cantidad total, tiene que hacer el siguiente paso que es repartir las centenas, decenas y unidades de manera equitativa al total de personas e identificar el sobrante se determina que el alumno tiene dominio de las operaciones aritméticas básicas.

De la misma manera que este alumno, otra estudiante realiza la justificación de la técnica desarrollada a partir de la aplicación del algoritmo de la división quién explica de la siguiente manera al pasar al pizarrón:

“Yo hice una división de 9632 entre 6, entre los 6 hijos, entonces vi cuanto cabía el 6 en el 9 y me dio 1, entonces multipliqué 6 por 1, me dió 6 y aquí hice una resta 9 menos 6, me dio este 3 y de aquí bajé el 6 y busqué un número que multiplicado por 6 me diera 36 y me dio 6 por 6, 36, entonces aquí puse el 6 y yo aquí, como son 6 por 6 son 36, y lo puse aquí hice la resta y me sobro 0, entonces como aquí no cabe el 6 se lo puse acá y bajé el 3 y tampoco me cabe el 6 en el 3 y bajo el 2 y me cupo 5 veces, entonces yo le puse aquí el 5, entonces aquí le hice 6 por 5, 30 y entonces me sobraron los dos y esos dos ya no se podrían dividir y este yo aquí es lo que le tocó a cada hijo” (MFF.F.2).

Con base en el desarrollo de la técnica, la alumna presenta el algoritmo de la división resuelto de manera correcta, donde obtiene el resultado de 1605 como cantidad correspondiente a cada hijo, sin embargo, las justificaciones brindadas por la estudiante se expone en el término “cabe” entendido como las veces que se repite el divisor para llegar al dividendo, que, aunque es correcta la expresión en matemáticas, se llega a perder el sentido de la división, del por qué en el desarrollo se tiene que

colocar un cero en el cociente y se tiene que bajar el número siguiente en la operación, haciéndolo de manera mecánica, es decir, sin comprender la razón de correspondencia al divisor. Si bien, Chevallard (1999) señala la transposición didáctica como aquella que se dispone no sólo en lo establecido, sino al saber inicialmente designado.

En la imagen 16 se muestra el desarrollo, así como la aplicación de las operaciones básicas como la resta y multiplicación. De acuerdo a la transposición didáctica, el saber iniciado deriva también de lo aprendido fuera del aula, vinculando las prácticas que se realizan en el entorno social.

Imagen 16. Algoritmo de la división desarrollado por alumna MFF.M.2

$$\begin{array}{r} \textcircled{6} \overline{) 1605} \\ \underline{36} \\ 32 \\ \underline{30} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 2 \end{array}$$

Fuente: bitácora propia de trabajo escolar.

Las justificaciones anteriores se presentaron como las acertadas entre el alumnado de quinto grado. Como la tarea se aplicó a 19 en total; 3 coincidieron con lo elaborado por el alumno GALA.H.1 y lo ya justificado por MFF.M.2, mientras que el resto de las explicaciones que se hacían, referían a no poder realizar la tarea, lo que genera

preocupación debido a que respecto al grado escolar en el que se encuentra el alumnado y de acuerdo al programa de estudios vigente de educación básica, debe de realizar la operación aritmética hasta con números decimales, siendo que solo se presenta con números naturales.

3.2.1 Incógnitas en el algoritmo de la división

Para continuar con la explicación de las justificaciones del alumnado hacia la resolución de la operación aritmética de la división, pero ahora mostrado de manera formal como única técnica sin problema contextualizado, es decir, sin un problema escrito previo y con valores desconocidos, se presentó, en un portador de texto, algoritmos de la división de elaboración propia, pero con algunas variaciones, en las cuales se encontraba la incógnita en algunas de las variables, ya sea dividendo, divisor o cociente.

Respecto a las justificaciones obtenidas en la primera tarea, en la cual se presentó un problema contextualizado en el sistema monetario y con la finalidad de analizar aquellas que se generan de personas que influyen en el aprendizaje del alumnado, se solicitó como trabajo en casa resolver 4 algoritmos de la división, el cuál consistió en pedir que, con ayuda de otra persona se les explicara el procedimiento para encontrar el resultado para después contextualizarlo en clase. El primer problema encontrado dentro de la tarea aplicada se muestra de la siguiente manera en la imagen 17:

Imagen 17. Algoritmo de la división con espacios en blanco

1) Completa los cuadros en blanco.

1. $6 \overline{) 3462}$

The diagram shows a long division problem: $6 \overline{) 3462}$. Above the dividend, there are four empty boxes for the quotient. Below the dividend, the number 4 is written under the 4 of 34, and another 4 is written under the 6 of 46. The number 0 is written under the 2 of 42. The problem is labeled '1.' and the instruction is '1) Completa los cuadros en blanco.'

Fuente: elaboración propia tomado de portador de texto para el desarrollo de operación aritmética.

Se presenta el algoritmo correspondiente a cuatro cifras entre una, donde existe una primera transformación en la cantidad y en el cual deben de completarse los cuadros en blanco de manera correcta, lo que genera las siguientes justificaciones:

“Yo lo que hice fue hacer la división aparte porque no me daban los espacios en blanco, primero lo que hice fue ver cuántas veces cabía el 6 en el 3 y no cabe ninguna y 6 en el 34 y cabe 5 veces, luego bajé el 6, y el 6 en el 46 cabe 7 veces entonces sería 42, luego resté esto, 6 menos 2 son 4 y coloqué el número acá abajo, resté y bajé el 2; cabe 7 veces” (JPGM.H.3).

El discurso racional del alumno radica en que para poder resolver el problema tiene que realizar su propio procedimiento como se muestra en la imagen 18, ya que fue la forma en que él lo entendió, omitiendo los espacios en blanco y los números que ya se encontraban colocados dentro del desarrollo del algoritmo. Se puntualiza también en cuestionar sobre el por qué bajar, como el estudiante menciona, el siguiente número *“se baja porque si ya no cabe el número, se tiene que usar el siguiente; lo que queda para poder completar la resta”* (JPGM.H.3) en este caso, el alumno asocia que se deben utilizar la multiplicación y la resta para efectuar el desarrollo del algoritmo y encontrar el resultado.

Imagen 18. Algoritmo de la división resuelto por alumno

1) Completa los cuadros en blanco.

1. $6 \overline{) 3462}$

Handwritten student work for problem 1 shows the division process with boxes for missing digits in the quotient and intermediate products. The final quotient is 577.

2) Encuentra el cociente de la siguiente división.

2. $6 \overline{) 9005}$

Handwritten student work for problem 2 shows the division process. The final quotient is 1500.

Fuente: elaboración propia a partir de resolución del algoritmo.

Por otro lado, la justificación de la alumna NHA.M.4 se genera a partir de completar los espacios en blanco como se señala en la indicación del ejercicio:

“Me dijeron que multilara 6 por 5, que da 30, entonces 30 menos 34; aquí 3 menos 3 sería 0 y bajaría el 4. Luego, yo bajaría este 6 y el número o la multiplicación que más se acerca a 46 es 6 por 7, que da 42, entonces aquí está el 4 y se tendría que bajar para acá este 2” (NHA.M.4).

Si bien, lo realizado por la alumna al explicarlo al resto del estudiantado coincide con aquellas justificaciones que radican de manera general. Al contener espacios en blanco y números en el desarrollo del algoritmo, causó confusión para poder desarrollarlo de manera correcta, ya que se debe identificar y comprender el por qué aparecen 4 cuadros en blanco en el cociente cuando la cifra final corresponde a un número de 3 cifras, ya que, en el primer espacio se coloca el número 0 al no corresponder el primer número del dividendo con el divisor o bien al hacer cambios en la cantidad si se habla de cocientes parciales, además de aparecer dos veces el número 4 en la aplicación de la operación de la resta para continuar con el cálculo.

De la misma manera, se presentó un segundo algoritmo en el cual aumenta el grado de dificultad, al señalar 2 ceros en el dividendo con una transformación de por medio, dicho algoritmo se muestra en la imagen 19 a continuación.

Imagen 19. Algoritmo de la división con incógnita en el cociente y transformación

2) Encuentra el cociente de la siguiente división.

$$2. \quad 6 \overline{)9005}$$

Fuente: elaboración propia para desarrollo del algoritmo.

Se habla de transformación cuando se colocan ceros en el cociente al ya no corresponder el número divisor con el dividendo, de esta manera, se generan algunas de las justificaciones del alumnado hacia dicha operación aritmética:

“Lo que hice fue cuántas veces cabía el 6 en el 9 y cabía 1 y le puse el 6, luego le resté y me dio 3, bajé el 0 y vi cuántas veces cabía; 5 por 6, 30, lo resté y me dio 0, bajó el otro cero, y como tenía 0, bajo el 5 y como no cabían puse aquí dos ceros” (ERC.H.5).

Como señala el alumno en su discurso racional, obtiene el resultado esperado tanto en el cociente como el residuo, sin embargo, al cuestionar sobre por qué coloca doble 0 en el cociente señala *“no sé, es que mi mamá lo hizo en la calculadora y lo alcancé a ver y tenía dos ceros y los puse” (ERC.H.5)*. Esta justificación denota que, en este caso, no se sabe qué se debe realizar para encontrar el número correspondiente al cociente y se utiliza como medio rápido el uso de otro tipo de herramientas como es la calculadora, ya que esta brinda resultados rápidos y exactos, sin que se comprenda el por qué en la operación.

Al escuchar la justificación, otra alumna señala lo siguiente dónde explica el por qué se agregan ceros en el cociente:

“Yo hice cuántas veces cabe el 6 en el 9, cabe 1 entonces me fijé que 6 por 1, 6 y le resté, me dio 3. Bajé el 0 y vi cuántas veces cabe el 6 en el 30, entonces cabe 5 y multipliqué 6 por 5, 30 y le resté y me dio 0, entonces bajé el otro 0 y como no cabe de todos modos, puse el 0 acá arriba porque no cabe ninguna vez. Entonces bajé el 5 y tampoco cabe, por eso puse el otro 0” (MFF.M.3).

Si bien, el discurso racional que realiza para encontrar el resultado es completamente válido, ya que, hace la correspondencia del divisor con el dividendo, por lo tanto, se dice, que la tarea se puede realizar como se muestra en la imagen 20 que se presenta a continuación, a partir de lo realizado por la alumna.

Imagen 20. Técnica de resolución en la división

2) Encuentra el cociente de la siguiente división.

$$2. \quad 6 \overline{) 9005}$$
$$\begin{array}{r} 1500 \\ 6 \overline{) 9005} \\ \underline{6} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 005 \end{array}$$

Fuente: elaboración propia a partir de resolución de algoritmo.

El siguiente algoritmo, presente en la imagen 21, muestra incógnita en el dividendo como se advierte en la imagen que se presenta en seguida, el cual permitiera identificar por parte de las y los estudiantes la correspondencia que existe entre los valores de la división y multiplicación, siendo un *“medio de verificación en el algoritmo de la división”* (Aguiriano, 2015, p. 105) ya que, para dos números enteros cualesquiera **a** y **b**, existe un par único de enteros **q** y **r**, en el que **q** es el cociente y **r** el residuo.

Imagen 21. Algoritmo con incógnita en dividendo

3) Si el cociente es 1588 y el divisor 6 y además tengo de residuo 0. ¿Cuál es el valor del dividendo?

$$3. \quad 6 \overline{) 1588}$$

Fuente: elaboración propia para encontrar la incógnita.

Para la resolución del algoritmo con incógnita en el dividendo resulta sencillo para el alumnado que domina la operación aritmética de la multiplicación, y para encontrar el número correspondiente al dividendo, ya que sólo se tiene que efectuar dicha operación para encontrar el valor. En consecuencia, la justificación radica en aquella que realiza el alumno al indicar *“lo que hice fue multiplicar 6 por 1588 y lo que me dio, lo puse aquí”* (AMRC.H.6) justificada la acción. En este discurso racional, el estudiante recurrió a la multiplicación y para comprobar que su resultado fuera el correcto desarrolló el algoritmo de la división para comprobar que 9528 es el valor del dividendo, lo anterior, se muestra en la imagen 22.

Por otro lado, la técnica que justifica otro alumno *“yo lo que hice fue multiplicar 6 por 1500 y me dio 9000 y luego lo que hice fue multiplicar 6 por 88 y me dio 528”* (JPGM.H.3) indica que domina la multiplicación y la señala como medio para verificación de la división.

Imagen 22. Resolución una vez encontrado el dividendo

3) Si el cociente es 1588 y el divisor 6 y además tengo de residuo 0. ¿Cuál es el valor del dividendo?

$$\begin{array}{r} 1588 \\ 6 \overline{) 9528} \\ \underline{6} \\ 35 \\ \underline{30} \\ 52 \\ \underline{48} \\ 048 \\ \underline{048} \\ 0 \end{array}$$

Fuente: elaboración propia para la aplicación del algoritmo.

Como último ejercicio se aplicó un algoritmo donde la incógnita se encuentra en el divisor, tal como se señala en la imagen 23, donde el alumnado tiene que encontrar el número en que se reparte el dividendo.

Imagen 23. Incógnita en el divisor

4) Si el dividendo es 9635 y el cociente 1605 y además tengo de residuo 5. ¿Cuál es el valor del divisor?

$$\begin{array}{r} 1605 \\ / 9635 \end{array}$$

Fuente: elaboración propia para la aplicación del algoritmo.

El nivel de complejidad para este algoritmo fue mayor debido a la relación que hay entre los números, al ser estas de cuatro cifras. La descripción de las técnicas utilizadas para encontrar el número faltante se justifica de la siguiente manera:

“Yo tomé de ejemplo la pregunta número 2, dividí 9 mil entre 6, me salió 1500, le puse los 1500, ya no hice nada más porque dije, si le pongo un 5 o un 7 ya no va a ser nada más y luego hice el cálculo” (GALA.H.1).

Asimismo, otra alumna señala *“busqué un número, estaba viendo por ejemplo, con el 5, con el 6, con el 7 con los números para ver qué me daba esto y pues puse el 6, entonces ya hice el procedimiento” (MFF.M.2)* al igual que otra compañera menciona

“Yo primero, como decía que el residuo era 5 multipliqué este por 5 pero no me dio, pero antes de multiplicarlo por 5, como el residuo era 5, le resté 5 a 9535,

luego busqué una multiplicación que por este diera 9630 y era 6, entonces una vez que yo puse aquí el 6, hice todo el proceso y si me dio de residuo 5" (NHA.M.4).

Por último, otro alumno indica *"a mí me explicaron, que primero debo de dividir este número (cociente) entre este (dividendo) para obtener el número que va aquí, pero me equivoqué y lo tuve que volver a hacer"* (MJVF.H.7). En el caso de las cuatro justificaciones del estudiantado, impera la búsqueda de un número mediante ensayo y error para encontrar el valor correspondiente, asimismo, relacionan las cantidades de los algoritmos anteriores abordados con este último, lo que denota el dominio de la operación aritmética de la multiplicación que se efectúa también como operación contraria a la división.

3.2.2 Operación aritmética: división

Para finalizar con la aplicación de tareas y con el propósito de identificar y analizar las tecnologías del alumnado, se aplicó en un portador de textos tres diferentes divisiones; la primera sin transformación, la segunda con transformación al inicio del dividendo al ser el divisor un número menor y el último con una doble transformación durante el proceso de resolución. Los algoritmos se muestran en la imagen 24:

Imagen 24. Algoritmos de la división

Resuelve las siguientes divisiones

$5 \overline{)6978}$

$7 \overline{)5346}$

$6 \overline{)3047}$

Fuente: elaboración propia para la aplicación de tareas.

De esta manera, se pidió resolver como les fuera posible los algoritmos y conocer el discurso racional del alumnado, uno de ellos, se desarrolla de la siguiente manera y se ejemplifica en la imagen 25:

“Lo que hice fue ver cuántas veces cabía el 5 en el 6, cabe 1, y 5 por 1 es 5 y tengo que ponerle aquí para poder restarle al 6, 6 menos 5; 1. Y luego vi cuántas veces cabía el 5 en el 1, no cabe ninguna, entonces tuve que bajar el 9, vi cuántas veces cabe el 5 en el 19 y caben 3 y 5 por 3 son 15; 9 menos 5, 4; y 1 menos 1, 0. Luego vi cuántas veces cabe el 5 en el 4, no cabe ninguna, tuve que bajar el 7. Luego vi cuántas veces cabe el 5 en el 47 y cabe; 7 menos 5, 2; 4 menos 4, 0. Luego vi cuántas veces cabe el 5 en el 2 y no cabe ninguna, entonces bajé el 8. Luego vi cuántas veces cabe el 5 en el 28, cabe 5; 5 por 5, 25, 28 menos 25; 3 y ya, 1395 fue lo que me salió” (JPGM.H.3).

Respecto a la tecnología del alumno, se aprecia que tiene dominada la operación aritmética de la división, al obtener de manera correcta el valor del cociente y conocer qué cantidad corresponde al divisor, así como el dominio del resto de las operaciones básicas al efectuar la multiplicación y resta correspondiente.

Imagen 25. Técnica de resolución de la división

A photograph of a student's handwritten long division work. The student has written the division of 1395 by 5. The quotient is 279. The work shows the following steps: 5 goes into 13 nine times (5 * 9 = 45), 5 goes into 9 one time (5 * 1 = 5), and 5 goes into 28 five times (5 * 5 = 25). The final remainder is 3. The student has written the quotient 279 and the remainder 3.

$$\begin{array}{r} 279 \\ 5 \overline{) 1395} \\ \underline{5} \\ 19 \\ \underline{15} \\ 047 \\ \underline{45} \\ 028 \\ \underline{25} \\ 03 \end{array}$$

Fuente: elaboración propia a partir de resolución de alumno JPGM

La tarea fue aplicada a un total de 23 estudiantes, dentro de los cuales el 43% demostró realizar el ejercicio de manera correcta, obteniendo resultados como el que se muestra en la imagen anterior, el resto del alumnado perteneciente al 57% dejó el espacio en blanco, lo que demuestra el desconocimiento del procedimiento a efectuar en la operación aritmética. Dicho problema, se produjo en los dos siguientes algoritmos, una vez que no se logra resolver el primero, se deja de lado los demás.

Por el contrario, para la resolución del segundo algoritmo que, como se menciona anteriormente genera una transformación el alumno justifica:

“Yo lo que hice fue, cuántas veces cabe 7 en el 5, no cabe ninguna, entonces cuántas veces cabe en el 53, cabe 6, 7 por 6 son 42, entonces le resté y no se puede restar porque el número de arriba es menor que el de abajo, entonces el 5 lo convertí en 4 y el 3 en 13, hice la resta y vi cuántas veces... No, aquí me equivoqué, son 7 veces la que cabe el 6 en el 53, entonces 7 por 7 son 49, sobran 3, entonces vi cuántas veces cabe el 7 en el 3; no cabe ninguna, entonces bajé el 4 y vi cuántas veces cabe el 7 en el 34 y cabe 4 veces, son 28, entonces como no se puede restar porque este es menor que 34, aquí lo convertí, hice la resta y vi cuántas veces cabe el 7 en el 4; no cabe ninguna, entonces bajé el 6 y vi cuántas veces cabe el 7 en el 46, cabe 6, cabe 42 entonces aquí puse 6 ya después lo reste y me da 4” (AMCR.H.6).

Si bien, al efectuar la técnica, el alumno señala en su justificación uno de los errores más comunes cuando se lleva a cabo este tipo de algoritmos, el error de cálculo. Al realizar el procedimiento, se da cuenta que el divisor corresponde más de 6 veces al dividendo, por lo que, realiza nuevamente el cálculo para seguir con el procedimiento, lo que se representa en la imagen 26:

Imagen 26. Resolución del algoritmo

$$\begin{array}{r} 763 \\ 7 \overline{) 5346} \\ \underline{-49} \\ 044 \\ \underline{-42} \\ 026 \\ \underline{-21} \\ 05 \end{array}$$

Fuente: elaboración propia a partir de resolución de alumno

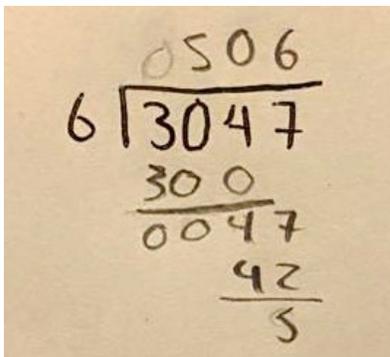
Se observa en la imagen, que el alumno efectivamente obtiene una respuesta correcta en el algoritmo, sin embargo, es importante señalar que, en lo correspondiente al cociente, los números están ordenados desde el inicio de la operación, siendo que estos deben posicionarse a partir de la correspondencia del divisor al dividendo, es decir, a partir del número 3, se debe dejar el espacio en blanco al inicio para indicar que el primer número no corresponde al divisor. Por ello, la aplicación en las tareas anteriores donde se aplica el algoritmo con los cuadros en blanco, para el entendimiento del por qué se toma hasta el segundo o tercer número dependiendo del divisor.

Por último, se presenta a continuación el discurso racional de la técnica de la alumna, donde explica cómo es que resolvió la tarea al aparecer una doble transformación en el procedimiento:

“Yo aquí lo que hice fue ver cuántas veces cabe el 6 en el 3, no cabe ninguna, entonces bajé el 0 y vi cuántas veces cabe el 6 en el 30 y caben 5, luego multipliqué 6 por 5, me dio 30, hice la resta y me dio 0, bajé el 4 y vi cuántas veces cabía y no cabe ninguna. Como ya bajé el 4 para ver cuántas veces cabe, y como no cabe, le puse el 0, entonces baje el 7 y vi cuántas veces cabe y caben 7, luego multiplique 6 por 7 da 42, entonces yo resté aquí el 47 menos 42, me dio 5 y esta es la respuesta 506” (MFF.M.2).

La tecnología de la alumna determina el nivel de conocimiento y dominio de las operaciones, señala con términos de lenguaje común, lo que corresponde el divisor al dividendo. Lo realizado se muestra en la imagen 27, donde hay un desarrollo del algoritmo y posicionamiento de los números correcto.

Imagen 27. Algoritmo desarrollado


$$\begin{array}{r} 506 \\ 6 \overline{) 3047} \\ \underline{300} \\ 0047 \\ \underline{42} \\ 5 \end{array}$$

Fuente: elaboración propia a partir de algoritmo resuelto por alumna

Por el contrario, de acuerdo a los resultados obtenidos en esta última aplicación de tarea, hubo alumnado que no resolvió el problema, por efecto no utilizó una técnica y no realizó una tecnología, se señala que, cuando se realizan ejercicios de este tipo donde ya se establece como única técnica la aplicación del algoritmo, no hay relación de comprensión de operaciones aritméticas, ya que, primero se debe comprender la relación entre los tres conjuntos (o variables); dividendo, divisor y cociente para después la relación con las operaciones multiplicación y resta (Nunes, 1997).

Por esta razón, al momento de solicitar explicar el proceso de resolución al estudiantado, este no conoce cómo fue que realizó los ejercicios anteriores, una por cuestión de desconocimiento, pero también se origina por las *“actitudes negativas y emocionales hacia la matemática [...] asociadas a la ansiedad y el miedo, la ansiedad por terminar una tarea, el miedo al fracaso, la equivocación, suele generar bloqueos*

de origen afectivo que repercuten en la actividad matemática” (Regner et. al., 2003 en Aguiriano, 2015) y por lo tanto, se llegan a generar copias de lo realizado por el resto del alumnado, sin antes comprender el problema.

3.3 ¿Cómo se perciben las matemáticas?

Con la finalidad de obtener información sobre cómo el alumnado percibió el uso de las matemáticas, su función en la vida diaria y la aplicación de los problemas que impliquen el uso del algoritmo de la división, se realizaron entrevistas a una parte del estudiantado, a partir de selección de niñas y niños de acuerdo al interés y acercamiento al uso de las matemáticas, así como aquellos que desde el comienzo de las aplicaciones de tareas tuvieron dificultades para dar resolución.

El instrumento contó con un total de dieciocho preguntas, las cuáles se realizaron de manera directa a cada persona. Dentro de los cuestionamientos realizados, se señala sobre la importancia de las matemáticas para la vida diaria, su necesidad y utilidad, lo que, de manera general, se destaca como afirmación su uso y aplicación en la cotidianidad. A decir de las respuestas, se toman aquellas argumentadas por dos estudiantes en la que se destaca, el por qué la utilidad de las matemáticas *“si quiere ser maestro o otra cosa, que vender cosas y no sabe contar, no sabe multiplicar o así, se puede confundir”* (AGPC. M. 8), y *“si se llega a ser matemático o contador si pueden llegar a ser útiles, pero depende del trabajo”* (JPGM. H. 3).

Si bien, lo mencionado por cada uno, se relacionan al contexto laboral, esto derivado del entorno social en el que se desenvuelven. De la misma manera, al

cuestionar sobre el uso de las matemáticas cuando están fuera del entorno escolar, la alumna que está dentro de la categoría de aquellos que tuvieron dificultad para realizar los diferentes tipos de tareas señala *“cuando juego, este, que a la tiendita que así, digo, que va mi hermano a comprar y yo le voy haciendo la suma y así o a multiplicar”* (AGPC. M. 8) mientras que el resto del alumnado, señala que sólo cuando se les deja tarea por parte de la escuela. De esta manera, se percibe las matemáticas sólo como asignatura que se lleva a cabo mientras se está en la escuela y no como aquellas que se utilizan diariamente.

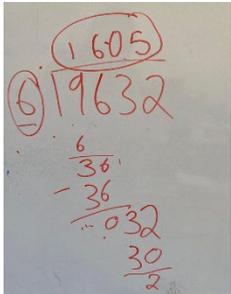
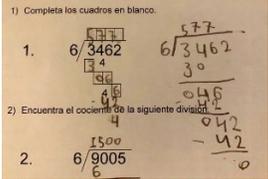
Por otro lado, respecto a la pregunta sobre el uso de las operaciones aritméticas como el reparto, cuando se está fuera de la escuela, parte del estudiantado menciona de manera general que *“cuando estoy con mi hermano y tenemos que dividir algo”* (SMRG. H. 9), lo que muestra un análisis, entendimiento y relación de lo que se aprende en la escuela con las acciones que realizan en el día a día. Sin embargo, la actitud que se tiene hacia las matemáticas cuando se presenta un examen, es nerviosismo o miedo de acuerdo a las respuestas, en este caso puede llegar a producirse un *“bloqueo emocional o barrera psicológica entre el estudiante y la asignatura”* (Mato & de la Torre, p. 286) lo que provoca también que el estudiantado se quede con dudas y les provoque miedo e inseguridad en clase.

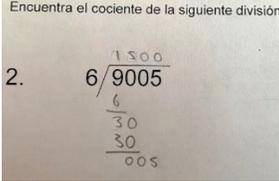
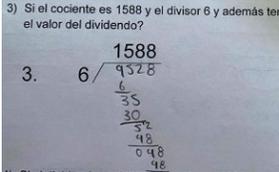
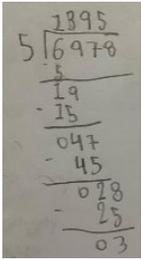
El total del alumnado afirma en dedicar tiempo para repasar matemáticas, pero sólo cuando se les deja tarea, de lo contrario, sólo en ocasiones lo hacen y sólo dos alumnos tienen libros distintos a los establecidos por la Secretaría de Educación como apoyo que utilizan para la resolución de operaciones básicas *“las tablas de multiplicar para que no se me olviden. Si tengo uno donde repaso divisiones”* (JPGM.H.3). Si bien, el trabajo en equipo y el gusto por hacerlo, genera un panorama más amplio para

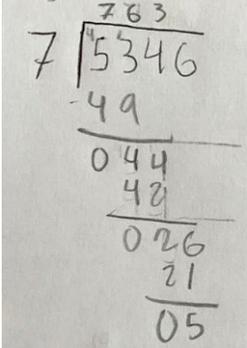
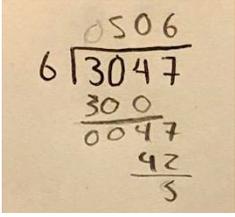
socializar y compartir ideas y formas de encontrar la solución de un problema, por ello, las y los alumnos mencionan el hecho de hacerlo en el entorno escolar.

Previo a cerrar el capítulo, se sintetiza la información antes presentada sobre el desarrollo de técnicas y tecnologías en el algoritmo de la división en la tabla que se muestra a continuación:

Tabla 2. Praxeologías del algoritmo de la división

Tarea	Técnica	Tecnología	Teoría	Reflexión
Resuelve un problema de reparto en contexto monetario. Cuatro cifras entre una	Utiliza el cálculo mental, mediante el uso de cocientes parciales	Realiza el cálculo, desglosando las cantidades repartidas.	Operación aritmética: cocientes parciales	Pensamiento matemático; razonamiento lógico y analítico del problema.
Resolver problema de reparto de cuatro cifras entre una.	Algoritmo de la división desarrollado 	Utiliza lenguaje común para realizar operaciones desarrollando el algoritmo de la división	Operación aritmética, algoritmo de la división	Relación de correspondencia divisor- dividendo. La mayoría del alumnado no realizó la tarea.
Presentación del algoritmo de la división con cuadros en blanco en el desarrollo del algoritmo compacto. 1) Completa los cuadros en blanco. 1. $\begin{array}{r} \square\square\square\square \\ 6 \overline{) 3462} \\ \underline{\square 4} \\ \square\square \\ \underline{\square 4} \\ \square\square \\ \underline{\square 4} \\ \square\square \end{array}$	Resolución mediante el algoritmo desarrollado, omite espacios en blanco. 	Considera como resolución hacer el algoritmo en otro espacio. Desconocimiento de los espacios en blanco.	Operación aritmética: algoritmo de la división desarrollado	Asociación de operación multiplicación-división con procedimiento propio por confusión en el desarrollo.

<p>Se cambian los números contenidos en el dividendo y se presenta la incógnita en el cociente.</p> <p>Encuentra el cociente de la siguiente división.</p> $2. \quad 6 \overline{)9005}$	<p>Algoritmo desarrollado</p> <p>Encuentra el cociente de la siguiente división.</p> 	<p>Uso del lenguaje común, términos como “cabén”</p>	<p>Aritmética</p>	<p>Desconocimiento de correspondencia del divisor al dividendo.</p> <p>Uso de calculadora</p>
<p>Se presenta el problema con incógnita en el dividendo.</p> <p>3) Si el cociente es 1588 y el divisor 6 y además tengo de residuo 0, ¿Cuál es el valor del dividendo?</p> $3. \quad 6 \overline{)1588}$	<p>Resuelve el algoritmo a partir de la multiplicación.</p> <p>3) Si el cociente es 1588 y el divisor 6 y además tengo el valor del dividendo?</p> 	<p>Considera la multiplicación para encontrar el producto.</p>	<p>Expresión aritmética Multiplicación y división</p>	<p>Relación de la multiplicación como operación inversa a la división.</p>
<p>Se considera la incógnita en el divisor</p> <p>4) Si el dividendo es 9635 y el cociente 1605 y además tengo de residuo 5, ¿Cuál es el valor del divisor?</p> $4. \quad \begin{array}{r} 1605 \\ / 9635 \end{array}$	<p>Relación con los algoritmos anteriores donde el divisor es el mismo.</p>	<p>Uso de la multiplicación con ensayo y error.</p>	<p>Aritmética</p>	<p>Ensayo-error. Relación con los algoritmos anteriores.</p>
<p>Algoritmo de la división</p> $5 \overline{)6978}$	<p>Dominio del algoritmo de la división. 43% lo resolvio correctamente.</p> 	<p>Uso de operaciones básicas como multiplicación y división.</p>	<p>Expresiones aritméticas</p>	<p>Correspondencia del divisor</p>
<p>Algoritmo de la división con una transformación</p> $7 \overline{)5346}$	<p>Desarrollo del algoritmo convencional de la división.</p>	<p>Reconoce error e intenta corregir en el desarrollo de la operación aritmética de la división.</p>	<p>Aritmética</p>	<p>Posición de números en el cociente. Ejercicio de espacios en blanco en el desarrollo del algoritmo.</p>

				
<p>Algoritmo con doble transformación</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $6 \overline{) 3047}$ </div>	<p>Desarrollo del algoritmo de la división</p> 	<p>Dominio de las operaciones básicas. Hay correspondencia del divisor al dividendo.</p>	<p>Aritmética</p>	<p>Relación de comprensión de las operaciones básicas en una parte del alumnado.</p>

Fuente: Elaboración propia a partir de datos obtenidos en el trabajo de campo realizado

CONCLUSIONES

De acuerdo al fundamento de la TAD, se puntualiza que, las técnicas y tecnologías descritas como discurso racional y/o justificaciones que denotaron entre las niñas y niños, se elaboraron a partir de un lenguaje común, de las prácticas y reflexiones que derivan de los ambientes sociales, asimismo, permitió acercar a aquellos que no lograron resolver las tareas debido a la no consolidación y comprensión del desarrollo del algoritmo de la división y la relación con las operaciones básicas, esto a partir de problemas escritos de reparto y agrupamiento, así como en los algoritmos ya establecidos.

De esta manera, se inició presentando al alumnado un cuestionario sobre datos relevantes para conocer el contexto socioeducativo, para después aplicar otro instrumento que permitió identificar los acercamientos hacia las matemáticas, sobre las percepciones que tienen hacia la asignatura. De la misma forma, para la evaluación diagnóstica se presentaron problemas de tipo reparto y agrupamiento, los cuales permitieron identificar los saberes previos y las técnicas utilizadas, esto sirvió como referente y punto de partida para la aplicación de las tareas siguientes en esta investigación. Con base a la aplicación de los cuestionarios y tareas, se detectaron las técnicas y tecnologías que denotaron, en la mayoría del alumnado, falta de comprensión no sólo en el desarrollo del problema, sino en el dominio y comprensión del tipo de problema, es decir, si se trata de un problema de división, multiplicativo, suma o resta, en este caso, de división.

De esta manera, la confusión de las variables de la división (dividendo y divisor) cuando se trataba de problemas escritos, fue una de las dificultades más presentes

entre el alumnado, quienes no presentaron técnicas como tal y por consiguiente, tampoco justificación. Por el contrario, la otra parte de las alumnas y los alumnos que lograron resolver los diferentes problemas, demostraron utilizar el algoritmo convencional de la división para resolverlos; quien logró hacerlo presentó un lenguaje común al realizar la operación, utilizando términos como “cabén”, que posteriormente tuvo significado en la investigación, debido a que se les facilitaba comprender el proceso en el desarrollo de la resolución de la operación matemática de la división.

A partir de ello, se implementó el uso de los algoritmos donde se encontraba el problema en las variables desconocidas; se tenía que buscar ya sea dividendo, divisor o los números faltantes en el cociente, este último dejando espacios en blanco, esto con la finalidad de identificar la praxis, que se interpretó a partir de la resolución del algoritmo; para quienes ya tenían un dominio previo, resultó ser eficiente. Siendo así, la justificación de las técnicas, se elaboraron a partir del lenguaje común, que permitió acercar al alumnado que no logró resolver los problemas sobre el saber-hacer en cuanto al algoritmo, que de acuerdo a la TAD cuando no se sabe resolver, se dice que la técnica fracasa debido a la no relación del uso de las operaciones básicas.

Así que, resultaba eficaz seguir aplicando conceptos comunes que fueron enseñados en su contexto próximo a la estancia educativa para encontrar las respuestas en los demás algoritmos aplicados, tal es el caso donde se trataba de aquellos que tenían una o doble transformación en el desarrollo, el alumnado primero con apoyo externo de personas tuvo que realizar lo solicitado para después, en conjunto con el grupo identificar el cambio en las unidades, decenas o centenas para la comprensión del por qué en dicho cambio se agregan ceros en el cociente.

Las prácticas sociales en la resolución del algoritmo convencional en la actividad matemática, busca dar respuesta a partir de lo aprendido en la vida diaria, es así como el alumnado en su mayoría, resolvieron los algoritmos, sin embargo, lo hacían de manera repetitiva, comprobando de esta manera el supuesto establecido, las praxis entorno al algoritmo son aplicadas sin comprensión, es decir, como pasos que se deben hacer porque así se les fue enseñado a la comunidad socioeducativa y no como proceso de construcción, donde cada número tiene un significado. De esta manera, el discurso racional del alumnado, radicaba en utilizar el término “cabén”, señalado anteriormente para referirse a la correspondencia del divisor en el dividendo y encontrar el cociente, pero haciéndolo como se señalaba, de manera mecánica, incluso sin omitir ningún paso, ya que, si se realizaba de manera directa, es decir, omitiendo la resta, se perdía la atención y había confusiones.

La aplicación de técnicas y del discurso racional, fue en aumento, sin embargo, para quienes no realizan una asociación o comprensión de lo que se pide o realiza, hay una dificultad eminente en la resolución de problemas, asociado con la comprensión lectora y el pensamiento lógico- matemático. De igual manera, identificar las praxeologías que se realizan dentro del aula educativa, son pauta para la modificación o aplicación de nuevas estrategias dentro de la práctica del profesorado para la enseñanza de los algoritmos, ya que de acuerdo al análisis se demostró que estos se siguen practicando de manera mecánica, sin la comprensión en el desarrollo e inseguridad y confusión en el resultado, optando por utilizar otro recurso como la calculadora. De esta manera, el uso del sistema monetario contribuyó a la comprensión de la correspondencia del divisor con el dividendo en el desarrollo del algoritmo de la división.

REFERENCIAS

- Aguiriano, S. (2015). *Estudio sobre el uso del algoritmo de la división y su vínculo en la transición de la aritmética al álgebra, el caso de los anillos euclideos con alumnos de primer ingreso a la carrera de ingeniería agronómica de la UNAG* (Tesis de Maestría). Tegucigalpa, Honduras: Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.
- Ameri, M. (2020). Criticism of the Sociocultural Theory. *Budapest International Research and Critics Institute (BIRCI-Journal): Humanities and Social Sciences*, Vol. 3, Núm., 3, pp. 1530–1540. Recuperado el 20 de enero de 2023, de <https://doi.org/10.33258/birci.v3i3.1082>
- Aravena, A., & Morales, A. (2019). Construcción del algoritmo de la división en estudiantes de cuarto año básico de una escuela chilena. *Revista de la Universidad de Granada PNA*, Vol.13, Núm. 3, pp. 147-171.
- Arredondo, A. (2020) *Recorrido de estudio e investigación de la suma de fracciones*. (Tesis de licenciatura). Zacatecas, México: Benemérita Escuela Normal Manuel Ávila Camacho.
- Bosch, M., García, F., Gascón, J., & Ruiz, L. (2006). La modelización y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Revista Educación Matemática*. Vol. 18, núm. 2, pp. 37-74.
- Bustamante, A., & Flores, R. (2017). Las reflexiones de Andrea: un análisis microgenético de la comprensión de la división en el contexto de un problema. *Revista Educación Matemática*, Vol. 29, Núm.1, pp. 91-116. DOI: 10.24844/EM2901.04.
- Carrillo, S. (2018). *Praxeologías de la división: Un proceso de construcción algorítmica en tareas de reparto y tasativo*. (Tesis de Licenciatura). Zacatecas, México: Benemérita Escuela Normal Manuel Ávila Camacho.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la Teoría Antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, 221-226.
- Domínguez, S. (2010). La Educación, cosa de dos: La escuela y la familia. Temas para la educación. *Revista digital para profesionales de la enseñanza*, Vol. 1, Núm. 8, pp.1-15. Recuperado el 22 de enero de 2023, de: https://77www.quned.es/archivos_publicos/webex_actividades/4440/laeducacioncosadedoslaescuelaylafamilia.pdf

- Fernández, C. & Domínguez, N. (2015). La suma y la resta en Educación Infantil. Tendencias Pedagógicas. *Revista Tendencias Pedagógicas, Educación Infantil*. Vol. 26, Núm. 5, pp. 319–330. Recuperado el 6 de febrero de 2023 de <https://revistas.uam.es/tendenciaspedagogicas/article/view/2140>
- Fernández, J. (2007). La enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica. *Revista Iberoamericana de Educación*. Vol. 43, Núm. 7, pp.119-130. Recuperado el 5 de febrero de 2023 de <https://rieoei.org/historico/documentos/RIE43A06.pdf>
- Galván, F. (1995). *Números enteros 2. Temas de matemáticas*. National Council of Teachers of Mathematics. México: Trillas.
- Gascón, J. (2015). Investigación en didáctica de las matemáticas en la educación infantil y primaria. Barcelona.
- Godino, J., Wilhelmi, M. & Moll, V. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. Vol. 9, pp. 131-156. Recuperado el 6 de febrero de 2023 de <https://www.redalyc.org/pdf/335/33509907.pdf>
- Gómez, B. (1998). Numeración y cálculo. Madrid, España.: Síntesis.
- González, A. (2013). *Errores en el algoritmo de la división y los contenidos curriculares en 5° de primaria*. (Tesis de Licenciatura). México, D.F: Universidad Pedagógica Nacional. Unidad Ajusco.
- Hernández, C. (2020). Perspectivas de enseñanza en docentes que integran una red de matemáticas: percepciones sobre la integración de TIC y las formas de enseñar. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, Vol. 61, pp.19-41.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2016). *Metodología de la investigación*. (6ta ed.). Sampieri. Soriano, RR (1991). Guía para realizar investigaciones sociales. Plaza y Valdés.
- Hurtado, M. (2007). *La resolución de problemas de la división con números naturales en tercer grado de primaria*. (Tesina de Licenciatura). Zamora, Michoacán: Universidad Pedagógica Nacional. Unidad UNP 162.
- Macias, M., & Romo, A. (2014). Metodología para el diseño de actividades didácticas basadas en modelación matemática. *Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.* México.

- Madrid, J. (2013). La praxeología: una propuesta educativa de formación humana para la resignificación de la persona. *Revista Educación y Desarrollo Social*, Vol. 4, Núm. 7, pp. 56-7. DOI <https://doi.org/10.18359/reds.680>
- Magaña, D. (s/f). *Multiplicación y división en primaria*. (Tesis de Licenciatura) Alcalá, España: Facultad de Educación, Universidad de Alcalá.
- Mato, M. & de la Torre, E. (2009). *Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico*. Investigación en Educación Matemática XIII (pp. 285-300). Santander: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Las matemáticas y su aplicación: La perspectiva del niño*. México: Siglo Veintiuno Editores.
- Parra, C. & Saiz, I. (2010). *Didáctica de matemáticas: aportes y reflexiones*. México: Paidós.
- Paredes, H. (2013). *La Teoría antropológica de la didáctica de Chevallard como sustento teórico para analizar el saber didáctico y matemático en la formación de profesores en la Universidad Católica de Concepción*. Ponencia presentada en VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática 2013. Montevideo, Uruguay.
- Payares, E., & Cruz, N. (2017). Competencias de resolución de problemas matemáticos mediadas por estrategias de comprensión lectora en estudiantes de educación básica. *Assensus*, Vol. 2, Núm. 3, pp. 9-28.
- Pereira, G. Rivas, J. (2019). Padres y madres: actores indispensables al éxito académico de los niños. *Educación Unisinos*. Vol. 23, Núm. 3, pp.471.
- Pérez, J. & Gardey, A. (2022, marzo, 04). *Definición. DE: Definición de división*. Recuperado de: <https://definicion.de/division/> Fecha de consulta: 23 de febrero de 2023.
- Quiñones, M., Robles, C., & Rendón, L. (2017). *Praxeologías matemáticas en la formación de profesores: las técnicas de resolución entre la praxis y el logos*. Ponencia presentada en XIII Congreso Nacional de Investigación Educativa 2015. Chihuahua, México.
- Quiroz, S. & Rodríguez, R. (2015). Análisis de praxeologías de modelación matemática en libros de texto de educación primaria. *Educación Matemática*, Vol. 27, Núm. 3, pp. 45-79.
- Ramírez, M., Páez, D., Eudave, D., & Martínez Rizo, F. (2019). El aprendizaje autónomo, favorecedor de la experiencia adaptativa en alumnos y docentes: la

división con números decimales. *Revista Educación Matemática*, Vol. 3, Núm.1, pp. 38-65.

Restrepo, L. (2016) *Diseño de propuesta metodológica para la enseñanza de la operación de división basada en el aprendizaje significativo en grado segundo de básica primaria de la institución educativa Esteban Ochoa*. (Tesis de Maestría). Medellín, Colombia: Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias.

Ricardo, R. (2017). *Metodología para la investigación y redacción*. España: Editorial Servicios Académicos Intercontinentales SL.

Rojas, G. (2019). *Participación de los padres de familia en el proceso de enseñanza-aprendizaje en los niños de Quinto de Básica de la Escuela de Educación Básica General Antonio Farfán, del cantón Cuenca, 2018-2019*. (Tesis de Licenciatura). Cuenca, Ecuador: Universidad Politécnica Salesiana.

Sánchez, R. (2014). *Algoritmos en operaciones básicas: Alternativas, materiales y recursos en el aula de matemáticas*. (Tesis de Licenciatura). España: Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación.

Secretaría de Educación Pública (SEP) (2020). Manuales oferta formativa 2020 con la UNAM. Recuperado de: https://fortadocente.seduzac.gob.mx/archivos/Manual_UNAM/Manual_Planeacion_ajustes_razonables.pdf Fecha de consulta: 14 de marzo de 2023.

Secretaría de Educación Pública (SEP). (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral. Plan y programas de estudio para la educación básica*. México: Secretaría de Educación Pública.

Secretaría de Educación Pública (SEP). (1995). *La Enseñanza de las Matemáticas en la Primaria. Taller para Maestros. Primera parte*. México DF.: Grafik. S.A de C.V.

Van Dijk, T. (2013). *Discurso y contexto, un enfoque sociocognitivo*. Barcelona: Editorial Gedisa.

Villota, L. (2014). *División, errores y soluciones metodológicas*. (Tesis de Licenciatura). Pasto, Colombia: Universidad de Nariño.

Vera, F. (2020). La importancia del proceso de enseñanza-aprendizaje y la evaluación diagnóstica. *Revista Atlante Cuadernos de Educación y Desarrollo*. Vol. 2, pp. 14.

ANEXOS

Anexo A. Cuestionario a alumnado de quinto grado



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS

“Francisco García Salinas”

UNIDAD ACADÉMICA DE DOCENCIA SUPERIOR

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO PROFESIONAL
DOCENTE**

Con el objetivo de conocer el contexto socioeconómico del alumnado de quinto grado, grupo “A” de primaria, se aplica el siguiente instrumento- cuestionario con fines investigativos:

Nombre: _____

1. ¿Cuál es tu objetivo este año?
2. ¿Qué harás diferente al año escolar anterior?
3. ¿Cuáles son las fortalezas que utiliza para concentrarse mejor?
4. ¿Para qué sirve la escuela?
5. ¿Te gusta ir a la escuela?
6. ¿Por qué te gusta la escuela?
7. ¿Qué aprendemos en la escuela?
8. ¿Qué te hace más feliz a la escuela?
9. ¿Qué te hace sentir incómodo en la escuela?
10. ¿Quién es tu mejor amigo en clase? ¿Por qué?
11. ¿Cuál es tu asignatura favorita?
12. ¿Cuál es la asignatura que menos te gusta? ¿Por qué?
13. ¿Cómo se siente si comete un error o comete un error?
14. ¿Te gustan las matemáticas?

15. ¿Qué entiendes por reparto?

16. ¿Qué entiendes por agrupamiento?

17. Responde el siguiente problema:

- a. Para festejar el cumpleaños de Karla, sus papás le regalaron un viaje al extranjero, ella recibe \$977 por semana, ahorra \$200 y el resto lo distribuye entre los 7 días de la semana, ¿cuánto dinero puede gastar diariamente?

18. ¿Cómo resolviste el problema?

Anexo B. Cuestionario



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS

“Francisco García Salinas”

**UNIDAD ACADÉMICA DE DOCENCIA SUPERIOR
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO PROFESIONAL
DOCENTE**

Con el objetivo de conocer el contexto sociocultural del alumnado de quinto grado, grupo “A” de primaria, se aplica el siguiente instrumento- cuestionario con fines investigativos:

Nombre: _____

Fecha de nacimiento: _____

1. Nombre de la madre
2. Ocupación
3. Nombre del padre
4. Ocupación
5. Nombre de tutor
6. Ocupación
7. ¿Con quién vives?
8. ¿Cuántos hermanos tienes?
9. ¿Quién te ayuda a realizar tus tareas?
10. ¿Cuánto tiempo dedicas para hacer tus tareas?
11. ¿Qué actividades realizas por las tardes?
12. ¿Qué quieres ser de grande?

Anexo C. Evaluación diagnóstica



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS

“Francisco García Salinas”

UNIDAD ACADÉMICA DE DOCENCIA SUPERIOR

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO PROFESIONAL
DOCENTE**

Con el objetivo de conocer los saberes previos del alumnado de quinto grado, grupo “A” de educación primaria, se aplica el siguiente instrumento escrito con problemas de tipo reparto y agrupamiento obtenidos con apoyo de los libros de texto gratuitos de la SEP correspondientes al área de matemáticas.

Nombre: _____

Instrumento diagnóstico: algoritmo de la división en tareas de tipo reparto

- Juan tiene 258 dulces para repartir entre 6 amigos. ¿Cuántos dulces le corresponden a cada uno?
- Camilo tiene \$549 pesos para repartir entre sus 9 primos. ¿Cuánto dinero le toca a cada uno?
- ✓ Problemas de tipo agrupamiento:
 - Se tienen 72 manzanas y se quieren poner 6 manzanas en cada costal ¿Cuántos costales se necesitan?
 - María tiene 150 rosas para hacer ramos con 10 rosas cada uno ¿Cuántos ramos tendría?

Anexo D. Relación y claves de informantes

No.	Clave	Edad	Sexo	Escolaridad
1	GALA	10	H	Básica: primaria
2	MFF	10	M	Básica: primaria
3	JPGM	10	H	Básica: primaria
4	NHA	10	M	Básica: primaria
5	ERC	10	H	Básica: primaria
6	AMCR	10	H	Básica: primaria
7	MJVF	10	H	Básica: primaria
8	AGPC	10	M	Básica: primaria
9	SMRG	10	H	Básica: primaria

Anexo E. Tareas aplicadas



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS

“Francisco García Salinas”

UNIDAD ACADÉMICA DE DOCENCIA SUPERIOR
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO PROFESIONAL
DOCENTE

Con el objetivo de identificar las praxeologías desarrolladas por el alumnado de quinto grado, aplicar los siguientes problemas.

Nombre: _____ Fecha: _____

Resuelve el siguiente problema:

María tiene \$9632 pesos para repartir entre sus 6 hijos, de manera que a todos les toque lo mismo. ¿Cuánto le toca a cada uno?

1) Completa los cuadros en blanco.

1.
$$\begin{array}{r} \square\square\square\square \\ 6 \overline{) 3462} \\ \underline{\square 4} \\ \square\square \\ \underline{\square 4} \\ \square \end{array}$$

2) Encuentra el cociente de la siguiente división.

2.
$$6 \overline{) 9005}$$

- 3) Si el cociente es 1588 y el divisor 6 y además tengo de residuo 0. ¿Cuál es el valor del dividendo?

$$3. \quad 6 \overline{) 1588}$$

- 4) Si el dividendo es 9635 y el cociente 1605 y además tengo de residuo 5. ¿Cuál es el valor del divisor?

$$4. \quad \begin{array}{r} 1605 \\ / \\ 9635 \end{array}$$

Resuelve las siguientes divisiones

$$5 \overline{) 6978}$$

$$7 \overline{) 5346}$$

$$6 \overline{) 3047}$$

Anexo F. Cuestionario para entrevista a alumnado



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS

“Francisco García Salinas”

UNIDAD ACADÉMICA DE DOCENCIA SUPERIOR

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE

Con la finalidad de conocer la percepción del alumnado de quinto grado hacia problemas matemáticos, aplicar el siguiente formulario.

- ¿Crees que las matemáticas son útiles y necesarias para la vida diaria?
- ¿Utilizas las matemáticas cuando sales de la escuela? ¿Cuándo?
- ¿Utilizas operaciones que impliquen repartir cuando estás fuera de la escuela?
- ¿Te gustan las matemáticas tanto como otras asignaturas?
- ¿Disfrutas los días que no hay clase de matemáticas?
- ¿Te asustan los exámenes? ¿Los de matemáticas?
- ¿Puedes resolver los problemas con rapidez y facilidad?
- ¿Tienes miedo a preguntar dudas en clase?
- ¿Te sientes inseguro y nervioso en clase de matemáticas?
- Si no te salen los ejercicios, ¿buscas otras formas de hacerlos? ¿Sales con dudas de la clase de matemáticas?
- ¿Te ayudan tus padres con las tareas de matemáticas?
- ¿A tus padres les gustan las matemáticas?
- Aunque no tengas tarea, ¿repasas matemáticas?
- ¿Las clases de matemáticas te gustan y son divertidas?
- Además del libro de texto de matemáticas, ¿Utilizas algún otro?
- ¿Qué materiales se usan para las clases de matemáticas?
- ¿Trabajas en equipo? ¿Te gusta hacerlo? ¿Haces trabajos en equipo de la asignatura de matemáticas?
- ¿Qué te gustaría cambiar de tu clase de matemáticas?

Anexo G. Carta de consentimiento



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS
"Francisco García Salinas"
UNIDAD ACADÉMICA DOCENCIA SUPERIOR
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN Y DESARROLLO PROFESIONAL
DOCENTE

Consentimiento informado

Madres, padres de familia o tutores

Por medio de la presente me permito solicitar su autorización y consentimiento para la participación de su hija o hijo en la investigación *Praxeología del algoritmo de la división: influencia del contexto socioeducativo en el aprendizaje del alumnado de quinto grado.*

Dirigida por el Dr. Marcos Manuel Ibarra Núñez, investigador de la Universidad Autónoma de Zacatecas.

La información correspondiente al estudio y las características de participación de su hija o hijo es estrictamente confidencial y anónima. Además, esta no será usada para ningún otro propósito fuera de este estudio.

De tener preguntas sobre la participación en esta intervención, se puede contactar con la responsable de la investigación.

Sin más por el momento, propicio la ocasión para enviarle un afectuoso saludo.

Firmas de autorización

ERIKA CASTRUITA A.

BLANCA LABEL PIEDRA S.

Erika Cruz Almaraz

EISA Rodriguez A

MANA EUIDA ACMAHAZ R.

Luzero Bamos Fabela.

Selene Ibarra S.

Janeth Perez Martinez

Ma. Socorro Medrano Bonilla

Ma. del Socorro Torres Claudio F. G.

Anaxely Ramos Quirino

Yuri Salazar Herrera

Jesús Martínez

Magdalena Polet Garcia S.

Angelica Juárez

Laura Contreras

Luzero Bamos Fabela

Janeth Perez Martinez

Ma. Socorro Medrano Bonilla

Miriam Reedt H.