

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE ZACATECAS**  
**“FRANCISCO GARCÍA SALINAS”**

---



**UNIDAD ACADÉMICA DE  
MATEMÁTICAS**



**DESARROLLO DEL PENSAMIENTO Y LENGUAJE  
VARIACIONAL AL MODELAR LA ENERGÍA EÓLICA: UN  
MARCO DE REFERENCIA PARA LA FUNCIÓN  
EXPONENCIAL**

Tesis para obtener el grado de

**Maestro en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel  
Superior**

Presenta:

**Luis Carlos Mercado Martínez**

Directores de tesis:

**Dr. Eduardo Carlos Briceño Solís**

**Dr. Jaime Ramos Gaytán**

## CARTA DE RESPONSABILIDAD Y CESIÓN DE DERECHOS

En la ciudad de Zacatecas, Zacatecas, el día 27 del mes de septiembre del año 2024, el que suscribe Luis Carlos Mercado Martínez alumno del Programa de Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Superior con número de matrícula 42204673 manifiesta que es el autor intelectual del trabajo de grado intitulado DESARROLLO DEL PENSAMIENTO Y LENGUAJE VARIACIONAL AL MODELAR LA ENERGIA EÓLICA: UN MARCO DE REFERENCIA PARA LA FUNCIÓN EXPONENCIAL bajo la dirección de los Doctores Eduardo Carlos Briceño Solís y Jaime Ramos Gaytán.

Por tal motivo asume la responsabilidad sobre su contenido y el debido uso de referencias, acreditando la originalidad del mismo. Así mismo cede los derechos del trabajo anteriormente mencionado a la Universidad Autónoma de Zacatecas para su difusión con fines académicos y de investigación.



---

Nombre y Firma del estudiante

## A QUIEN CORRESPONDA:

Por medio de la presente se hace constar que el trabajo de grado que lleva por nombre DESARROLLO DEL PENSAMIENTO Y LENGUAJE VARIACIONAL AL MODELAR LA ENERGIA EÓLICA: UN MARCO DE REFERENCIA PARA LA FUNCIÓN EXPONENCIAL y que fue realizado bajo nuestra asesoría por el C. Luis Carlos Mercado Martínez de la Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Superior; cumple con los requisitos de calidad académica **para ser sometido a su revisión**. Lo anterior en los términos de la legislación vigente, correspondiente a la Universidad Autónoma de Zacatecas y aquella establecida en la Maestría.

Atentamente,

Zacatecas, Zac., a 13 de NOV del 2024

Nombre y Firma del o los Asesores

Nombre y Firma del o los Coasesores.

## A QUIEN CORRESPONDA:

Por medio de la presente se hace constar que el trabajo de grado que lleva por nombre “DESARROLLO DEL PENSAMIENTO Y LENGUAJE VARIACIONAL AL MODELAR LA ENERGIA EÓLICA: UN MARCO DE REFERENCIA PARA LA FUNCIÓN EXPONENCIAL” y que fue realizado bajo nuestra asesoría por los Drs. Eduardo Carlos Briceño Solís y Jaime Ramos Gaytán de la Maestría en Matemática Educativa con Orientación en el Nivel Superior; ha atendido las sugerencias y recomendaciones establecidas en el proceso de revisión por parte del comité evaluador, **por lo que se encuentra listo para su presentación y defensa**. Lo anterior en los términos de la legislación vigente, correspondiente a la Universidad Autónoma de Zacatecas y aquella establecida en la Maestría.

Atentamente,

Zacatecas, Zac., a 13 de NOV del 2024

---

Eduardo Briceño Solís

Asesor

---

Jaime Ramos Gaytán

Co - asesor

## *Agradecimiento*

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías  
por el apoyo económico brindado mediante la  
beca con número de registro de CVU 1245025,  
para la realización de mis estudios de Maestría.

## *Dedicatoria*

*A mis padres y hermanos, por su lucha incansable para poder iniciar y culminar mis estudios de maestría; sin ellos, esto hoy por hoy no sería una realidad.*

*A mi compañera de vida, Luisa, por apoyarme y sobre todo, por aconsejarme para alcanzar este logro con gran éxito.*

*A todas aquellas personas, familiares y amigos cercanos, por cada palabra, ayuda y oración por mí.*

*A esa persona importante en mi vida que hoy está en el cielo: nunca olvido todo aquello que me decías, y esta maestría es un paso más. Te prometo que habrá más.*

*Y, sobre todo, me dedico esto a mí mismo, por insistir, persistir y nunca desistir ante cualquier adversidad.*

## *Agradecimientos*

*Gracias al Dr. Eduardo Briceño por su dedicación y gran disposición hacia mí y hacia esta investigación, así como por cada conversación y consejo de vida.*

*Gracias al Dr. Jaime Ramos, por cada observación pertinente; a cada profesor con quienes tuve la fortuna de recibir clases; a la Unidad de Matemáticas y a la Universidad Autónoma de Zacatecas.*

*A Dios, por estar siempre cuidándome dondequiera que esté, y a la Santísima Virgen María, por interceder siempre por mí.*

## Resumen

La modelación es considerada una estrategia significativa para el aprendizaje de la matemática; sin embargo, investigaciones exponen la ausencia de marcos de referencia que modelen los conocimientos matemáticos en situaciones reales de otras disciplinas en las cuales lo matemático adquiere funcionalidad y sentido. Uno de estos conocimientos es la función exponencial, el cual tiene variadas aplicaciones en otras disciplinas profesionales. Considerando como problemática la enseñanza tradicional de esta función, la cual suele enfocarse en prácticas algorítmicas y algebraicas, dejando de lado el análisis gráfico y su aplicación en otros contextos profesionales. Esta aproximación limitada dificulta que los estudiantes comprendan el valor funcional de la gráfica en diversos campos, y limita su capacidad para darle sentido práctico.

Para dotar de sentido y funcionalidad a la enseñanza de la función exponencial, este trabajo se opta por la línea de investigación del Pensamiento y Lenguaje Variacional (Pylvar) en el marco de la Teoría Socioepistemológica. Esta elección permite implementar estrategias que facilitan el análisis de la variación en los parámetros de la función exponencial, proporcionando significados relevantes en el contexto profesional de la energía eólica, particularmente en la interpretación de patrones y comportamientos gráficos. Por lo tanto, para reconocer este tipo de pensamiento y la construcción de significados de los parámetros de la función al campo profesional. La investigación es de tipo cualitativo, donde se aplicó un cuestionario diagnóstico sobre el concepto de función exponencial y su interpretación gráfica y el diseño de una situación de aprendizaje basada en elementos estratégicos del Pylvar. La situación se considera de tipo experimental con enfoque STEM mostrando el uso de la matemática con fines didácticos.

Entre los resultados se logra evidenciar como los usos de la gráfica en la situación, genera distintos funcionamientos y formas, favoreciendo el desarrollo del Pylvar mediante argumentos que progresivamente muestran una resignificación de la función exponencial en el modelado de la energía eólica.

**Palabras Claves:** Sociepistemología, funcionamiento, forma, Pylvar, uso de gráfica, variación.

## Abstract

Modeling is considered a significant strategy for learning mathematics; however, research highlights the lack of reference frameworks that incorporate mathematical knowledge into real-world situations from other disciplines, where mathematics gains functionality and meaning. One such area of knowledge is the exponential function, which has numerous applications across professional fields. Traditional teaching approaches to this function often focus on algorithmic and algebraic practices, neglecting graphical analysis and application in professional contexts. This limited approach hinders students' understanding of the functional value of graphs in various fields, limiting their ability to find practical meaning.

To enhance the sense and functionality of teaching the exponential function, this work adopts the Variational Thought and Language (Pylvar) line of research within the framework of Socioepistemological Theory. This choice allows for the implementation of strategies that facilitate analysis of variation in the parameters of the exponential function, providing relevant meanings within the professional context of wind energy, particularly in interpreting patterns and graphical behaviors. Thus, the aim is to recognize this type of thinking and the construction of meanings of function parameters within the professional field.

This qualitative study involves a diagnostic questionnaire on the concept of the exponential function and its graphical interpretation, as well as the design of a learning situation based on strategic elements of Pylvar. The situation is considered experimental, with a STEM approach, showcasing the use of mathematics for didactic purposes.

The results reveal how the use of graphs in the situation generates different functionalities and forms, promoting the development of Pylvar through arguments that progressively show a re-signification of the exponential function in modeling wind energy.

**Keywords:** Sociepistemologia, functionality, form, pylvar, graph usage, variation.

## Índice

Resumen .....	7
Abstract.....	8
Índice .....	9
Introducción.....	12
CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN .....	14
1.1 Motivación.....	14
1.2 Antecedentes.....	15
1.2.1 Importancia de la Modelación dentro del proceso de la comprensión del concepto de función .....	15
1.2.2 Investigaciones relacionadas al Pensamiento y Lenguaje Variacional PYLVAR.....	17
1.2.3 Sección sobre STEM .....	18
1.3 Reflexión .....	20
1.4 Planteamiento del Problema .....	21
1.4.1 Problemática .....	21
1.4.2 Problema.....	22
1.4.3 Pregunta de investigación .....	22
1.4.4 Objetivo General.....	23
1.4.5 Objetivos Específicos .....	23
1.4.6 Justificación .....	23
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO .....	25
2.1 Teoría Socioepistemológica.....	25
2.2 Práctica social de la teoría Socioepistemologica .....	26
2.3 Elementos, estrategias y situaciones del PYLVAR.....	28
2.4 Programa Socioepistemológico: sujeto olvidado y transversalidad de saberes (SOLTA) .....	32
2.5 Uso de las gráficas: funcionamiento y forma .....	34
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA.....	38
3.1 Población .....	40

3.2 Dispositivo para desarrollar el experimento .....	41
3.3 Los recursos tecnológicos: .....	42
3.4 Gráficas generadas por el experimento.....	45
3.5 Instrumento diagnóstico .....	47
3.6 Situación de aprendizaje: Generador de energía eólica.....	50
3.7 Análisis previo de la situación de aprendizaje.....	60
3.8 Discusión .....	65
4.0 RESULTADO Y ANÁLISIS DE LOS DATOS.....	66
4.1 Resultados del Instrumento diagnóstico .....	66
4.2 Análisis de la situación de aprendizaje.....	69
4.3 Tabla de síntesis del análisis de resultados.....	83
4.4 Síntesis de funcionamientos y formas .....	91
5.0 CONCLUSIONES .....	100
5.1 Reflexiones .....	104
Referencias Bibliográficas .....	106

### ÍNDICE DE FIGURAS

<b>FIGURA 1</b> MODELO DE ITERACIÓN DEL PYLVAR .....	29
<b>FIGURA 2</b> CONSTRUCCIÓN DE LO MATEMATICO EN COMUNIDADES DE CONOCIMIENTO MATEMATICO (CMM) .....	33
<b>FIGURA 3</b> MODELO DE LA RESIGNIFICACIÓN EN LA SITUACIÓN DE MODELACIÓN DEL MOVIMIENTO (SMM).....	36
<b>FIGURA 4</b> ESQUEMA METODOLÓGICO DESDE LA SOCIOEPISTEMOLOGÍA.....	38
<b>FIGURA 5</b> EXPERIMENTO GRAFICADOR DE VOLTAJE VS TIEMPO .....	41
<b>FIGURA 6</b> GRÁFICA DE LABVIEW .....	42
<b>FIGURA 7</b> CÓDIGO DE ARDUINO.....	43
<b>FIGURA 8</b> GRÁFICA 1: VELOCIDAD BAJA, 5CM DE DISTANCIA ENTRE EL SIMULADOR DE VIENTO Y EL EXPERIMENTO.....	45
<b>FIGURA 9</b> GRÁFICA 2: VELOCIDAD ALTA, 5CM DE DISTANCIA ENTRE EL SIMULADOR DE VIENTO Y EL EXPERIMENTO.....	46
<b>FIGURA 10</b> GRÁFICA 3: VELOCIDAD BAJA, 10 CM DE DISTANCIA ENTRE EL SIMULADOR DE VIENTO Y EL EXPERIMENTO.....	46

<b>FIGURA 11</b> GRÁFICA 3: VELOCIDAD ALTA, 10 CM DE DISTANCIA ENTRE EL SIMULADOR DE VIENTO Y EL EXPERIMENTO .....	47
<b>FIGURA 12</b> INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO ACTIVIDAD 1 (ÍTEM 1-4) .....	47
<b>FIGURA 13</b> INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO ACTIVIDAD 2 (ÍTEM 5-7) .....	48
<b>FIGURA 14</b> SITUACIÓN DE APRENDIZAJE ACTIVIDAD 1 ÍTEM A-H .....	50
<b>FIGURA 15</b> SITUACIÓN DE APRENDIZAJE ACTIVIDAD 1 ÍTEM I .....	51
<b>FIGURA 16</b> ACTIVIDAD 2 INTRODUCCIÓN A LOS TÉRMINOS DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL. ....	53
<b>FIGURA 17</b> PASO DEL SOFTWARE LABVIEW A GEOGEBRA .....	53
<b>FIGURA 18</b> DESLIZADORES DE MODELO DE GRÁFICA DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL .....	54
<b>FIGURA 19</b> SITUACIÓN DE APRENDIZAJE ACTIVIDAD 2 ÍTEM A-B .....	55
<b>FIGURA 20</b> SITUACIÓN DE APRENDIZAJE ACTIVIDAD CIERRE (ÍTEM 1A-1B) .....	55
<b>FIGURA 21</b> SITUACIÓN DE APRENDIZAJE ACTIVIDAD DE CIERRE ÍTEM 2-5 .....	56
<b>FIGURA 22</b> RESULTADO DE PRUEBA DIAGNÓSTICA PARTE 1 .....	67
<b>FIGURA 23</b> RESULTADO DE PRUEBA DIAGNÓSTICA PARTE 2 .....	68
<b>FIGURA 24</b> RESULTADO DE PRUEBA DIAGNÓSTICA PARTE 2 .....	68

### **Índice de esquemas**

<b>ESQUEMA 1</b> RESPUESTAS ESPERADAS DE LA ACTIVIDAD 1A, 1B, 1C, .....	60
<b>ESQUEMA 2</b> RESPUESTAS ESPERADAS DE LA ACTIVIDAD 1D, 1E, 1F, 1G, 1H .....	61
<b>ESQUEMA 3</b> RESPUESTA ESPERADA DE LA ACTIVIDAD 1I .....	61
<b>ESQUEMA 4</b> INTRODUCCIÓN AL CONCEPTO DE CADA TÉRMINO DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL. ....	62
<b>ESQUEMA 5</b> RESPUESTA ESPERADA DE LA ACTIVIDAD 2A, 2B .....	62
<b>ESQUEMA 6</b> RESPUESTA ESPERADA DE LA ACTIVIDAD DE CIERRE 1 .....	63
<b>ESQUEMA 7</b> RESPUESTA ESPERADA DE LA ACTIVIDAD DE CIERRE 2 .....	63
<b>ESQUEMA 8</b> RESPUESTA ESPERADA DE LA ACTIVIDAD DE CIERRE 3, 4, 5 .....	64

### **Índice de tablas**

<b>TABLA 1</b> COMPONENTES DEL EXPERIMENTO GRAFICADOR DE VOLTAJE/TIEMPO .....	44
<b>TABLA 2</b> CODIFICACIÓN REFERENTE AL ANÁLISIS .....	66
<b>TABLA 3</b> SÍNTESIS DE ANÁLISIS G1 .....	83
<b>TABLA 4</b> SÍNTESIS DE ANÁLISIS G2 .....	87

## Introducción

Este estudio encuentra motivación en experiencias observadas en el nivel universitario, donde la enseñanza de la función exponencial suele presentarse en etapas finales de los cursos, limitando el tiempo disponible para su análisis profundo. Esta situación conlleva a que, frecuentemente, surjan interrogantes entre los estudiantes acerca de la aplicabilidad real del concepto, la posibilidad de visualizarlo de otras maneras, y la prevalencia de enfoques que se centran solo en el reemplazo de valores en lugar de promover una comprensión contextualizada de la función exponencial. Estas inquietudes reflejan una necesidad de revisar las prácticas de enseñanza para lograr una construcción de conocimiento más significativa y aplicable.

La revisión bibliográfica hace previsible que la enseñanza de esta función está dada en gran medida, contextualizada, a tabulaciones y gráficos que carecen de sentido en muchas y diversas realidades donde el docente lleve al estudiante a problematizaciones que sean más que solo reemplazar de forma mecánica valores en las variables e incógnitas de la función, mostrarle opciones donde pueda manipular dichas variables, comprender patrones de estas que lo lleven a una forma distinta de comprenderla por medio de la modelación (Ramos, 2015; Briceño, 2022; Briceño 2013).

En este sentido, la investigación aborda una problemática en la enseñanza y el aprendizaje de la función exponencial, dado que suele omitirse su análisis desde una perspectiva variacional; es decir, interpretando su gráfico al modificar los parámetros de la función y cómo estos, tiene significado en contextos variados, como la Física. La alternativa que propone esta investigación es considerar la identificación de estos patrones por medio de los argumentos variacionales, sobre los parámetros de una función exponencial donde se convierte en un modelo para interpretar la energía eólica.

Por lo que esta investigación considera fundamental que la enseñanza de la función exponencial incorpore situaciones de aprendizaje basadas en el Pensamiento y Lenguaje Variacional. Este enfoque permite que los estudiantes desarrollen argumentos mediante estrategias de análisis variacional y el uso de gráficas, promoviendo así una resignificación de la función exponencial.

Considerando lo anterior, se procede a dar una breve descripción de cada capítulo a continuación:

En el capítulo 1 se presentan los aportes de una serie de investigaciones en la literatura que nos permite clasificar; la importancia de la Modelación dentro del proceso de función, buscando ampliar la mirada de cómo se ha venido abordando el proceso de modelación en el nivel superior. Seguidamente viene la sección investigaciones relacionadas al Pensamiento y Lenguaje Variacional Pylvar, en el cual se muestran aspectos que se deben considerar en las aulas de clase para que se pueda desarrollar dicho pensamiento. Por último, sección sobre el STEM, en la cual se describen investigaciones en donde se ha utilizado y cuya función es el

establecer una conexión interdisciplinaria con distintas disciplinas. Con esta clasificación se buscó centrar la investigación lo más posible, ampliando un panorama sobre lo que se ha realizado y lo que no. Cerramos el capítulo estableciendo la pregunta de investigación, el objetivo general, los objetivos específicos.

El capítulo 2 contiene la delimitación del marco teórico, se establecen las conexiones de nuestra problemática y las que pueden ser atendidas por la Teoría Socioepistemológica. Se realiza una descripción sobre esta teoría y se exponen sus elementos teóricos, se hace énfasis en las prácticas y su relación con los elementos y estrategias del Pylvar.

El Capítulo 3 se enfoca en la metodología empleada en esta investigación. En este capítulo, se describe la población estudiada, detallando las características de los estudiantes de licenciatura en física que participaron en el estudio. Se presenta el experimento realizado, que involucra un generador de energía eólico y se explican los recursos tecnológicos utilizados. Además, se proporciona una descripción detallada de los instrumentos de recolección de datos, así como los instrumentos de evaluación empleados. Este capítulo también abarca la planificación y ejecución de las actividades experimentales, así como las técnicas empleadas para garantizar la validez y fiabilidad de los datos obtenidos.

En el Capítulo 4, se presenta un análisis de los resultados obtenidos a partir de la situación de aprendizaje aplicada a los estudiantes de licenciatura en física. Este análisis se enfoca en la evaluación de cómo los estudiantes respondieron a las diversas actividades, identificando los funcionamientos y formas en sus argumentos favorecidos por las estrategias variacionales. Utilizando rúbricas del Pylvar tomada de Ramos (2015), que detallan los patrones y niveles de razonamiento de los estudiantes.

El Capítulo 5 ofrece las conclusiones de la investigación, sintetizando los hallazgos y evidencias obtenidas del análisis de los resultados anteriores. En este se reflejan las mejoras observadas en los estudiantes, destacando el progreso desde niveles iniciales hasta niveles intermedios y avanzados en el uso de estrategias variacionales. Se discute la eficacia del enfoque STEM y el Pylvar en la motivación y el desarrollo del pensamiento crítico en los estudiantes. Además, la importancia de contextualizar el aprendizaje matemático para lograr una comprensión más profunda y aplicable en diversos contextos, reafirmando el potencial de estas metodologías para mejorar el aprendizaje de las matemáticas.

# CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En el presente capítulo se describen los aspectos que fueron más influyentes para realizar esta investigación; primeramente, se muestra la motivación por la cual decidí realizar este proyecto, continuando, con los antecedentes relacionados con la problemática que dan sustento al problema que se aborda, para finalizar, se establecen los objetivos, la justificación y los alcances planteados para esta investigación.

## 1.1 Motivación

En mi experiencia como docente, he observado que muchos estudiantes prefieren resolver un ejercicio matemático escogiendo el camino de la mecanización, dejando de lado el razonamiento. En ocasiones, al momento de hallar un resultado, se les pregunta a los alumnos: ¿qué significa aquello que encontraron? y no saben explicarlo, o no saben qué representa el número o aquello que resolvieron. Esto muestra que el estudiante está dejando de lado o no se le está guiando para que logre el desarrollo de otro tipo de pensamiento, como el Pensamiento y lenguaje variacional, con el cual sea capaz de entender y saber un poco más sobre lo que está realizando en cada ejercicio propuesto.

Por otro lado, en el transcurso de mi formación como docente, logré observar falencias al momento de ver las Matemáticas universitarias, un panorama un poco distinto al que estaba acostumbrado en el colegio. Aunque mi primera opción de estudio superior no fue ser profesor, en el camino de esta bella carrera profesional pude darme cuenta de la gran vocación y amor que tengo hacia la docencia, impulsado por el gran trabajo que veía realizar por muchos docentes, su gran esmero por mejorar la educación, su gran fervor y compromiso.

Una vez llegado a la maestría en Matemática Educativa (MME) de la Universidad de Zacatecas (UAZ) y al entrar a cursos de Matemáticas como Precálculo, Álgebra, entre otros, con un gran nivel, y ver muchos estudiantes con caras de susto, de miedo, temores, me inspira a mejorar mi proceso de desarrollo profesional docente. Impulsando a realizar mejor mi trabajo de lo que alguna vez pude pensarlo, este trabajo de investigación tiene un sello muy importante para mí, debido a que, con él, puedo fortalecer mis habilidades, además de, aportar un grano de arena a la Matemática Educativa.

Es por lo anterior que, uno de los factores por los cuales decido realizar este estudio de investigación se encuentra relacionado con la implementación de una situación de aprendizaje aplicada a los estudiantes de la Preparatoria II adscrita a la Universidad Autónoma de Zacatecas, en un evento de divulgación matemática. Como resultado de ello se hicieron evidentes para mí aspectos importantes con los cuales se podía mejorar el aprendizaje del concepto de funciones mediante situaciones de la vida real y ligadas al contexto del estudiante, utilizando gráficas que simulan movimientos o aspectos cotidianos y muy cercanos a él. Asimismo, logré ver la

motivación de los alumnos al resolver cada ítem, así como el interés por saber si estaban correctos, además observé que el tipo de preguntas relacionadas con el pensamiento y lenguaje variacional sí fomenta un mejor aprendizaje, ya que, analizando cada interrogante y cuestionando logran resignificar el concepto de función ligado a la variación.

## **1.2 Antecedentes**

Para la selección de antecedentes referentes a esta investigación se realizó una búsqueda exhaustiva, de artículos, tesis, libros de fuentes como Redalyc, Dialnet, SciELO, en portales como repositorios universitarios, Google Académico, utilizando palabras claves como “Modelación”, “Modelación+Matemática”, “Función+exponencial+Modelación”, “Función+exponencial+Modelación”, “PYLVAR+Función+exponencial”, “Modeling”, “variational+thinking”, “exponential function”.

### **1.2.1 Importancia de la Modelación dentro de la comprensión del concepto de función**

Una de las problemáticas actuales asociadas al concepto de función es que no se está llevando al estudiante a generar modelos mediante herramientas mediadoras que faciliten un aprendizaje y que sirvan para la representación de ciertos problemas; Ahora bien, cuando se usan, pero no de una manera adecuada, no se puede asegurar que el estudiantado si este modelando el concepto de función, según lo expresado por Tarira, *et al.* (2020).

Por su parte, Ledezma (2018, p. 33) expresa que “en el análisis efectuado a dos textos de estudio utilizados hasta 2017 para el curso de segundo año medio de universidad, se evidenció una carencia de ejercicios de modelación con la función exponencial”. El autor reporta en su estudio que los textos guías que están siendo utilizados por los docentes, de los cuales apoyan sus clases, no se está haciendo uso de la modelación para representar el concepto de función exponencial.

En consecuencia, las actividades propuestas en los textos guías de los docentes que hicieron parte de ese estudio hacen notar una baja concreción de las distintas fases de un proceso de modelación, en el sentido que otros autores han documentado son parte importante para la construcción de conocimiento matemático (Blum y Borromeo-Ferri, 2009; Méndez y Cordero, 2009). Cuando se habla de concreción de las fases de modelación se hace referencia específicamente a dos de ellas, fase 2: Simplificar/estructurar y fase 3: Matematizar. El paso de la fase 2 a la fase 3 de modelación requiere que el estudiante pueda estructurar el modelo real (problemática inmersa al concepto de función) y posteriormente extraer el modelo matemático. Por lo tanto, lo anterior forma parte de una situación problemática presente en el estudiante al pasar el modelo real al matemático. La carencia presentada en los textos interrumpe estas fases, lo que provoca una ruptura del proceso de modelación en los estudiantes, y que ha sido sustentado (Gutiérrez *et al.* 2017).

En este mismo sentido, Tec y Vargas (2015) realizan una actividad con el fin de que los estudiantes de nivel medio o medio superior (17-18 años) analicen las propiedades y relaciones de las funciones exponenciales y logarítmicas para modelar y resolver problemas matemáticos y de la vida real. Una vez realizado lo anterior, se sugiere el uso de GeoGebra o de Excel para simular una familia de problemas. Los autores concluyen la importancia de estas actividades en las que se induzca al estudiante a modelar situaciones debido a las siguientes razones:

La actividad se está experimentando para refinarla como una Actividad Provocadora de Modelos (APM o MEA por sus siglas en inglés: Model Eliciting Activity; Lesh, 2010) porque hemos encontrado que, al resolver actividades de este tipo, los estudiantes conjeturan, observan patrones, generalizan y evalúan sus modelos o ideas matemáticas, lo cual es importante en el aprendizaje de las matemáticas. (p. 128)

Por su parte, Méndez y Cordero (2009) toman la modelación como una práctica social y al cuestionarse acerca de cómo los estudiantes pueden crear herramientas para las distintas situaciones presentadas, llegan a la conclusión de que las herramientas son aquellos modelos que crean, ellos mismos, con la matemática que conocen con anterioridad. Además, los autores exponen su postura de la modelación matemática asumiendo que la modelación es toda práctica social en donde se articulan fenómenos y herramientas ligadas a otras prácticas sociales como: predecir, graficar, calcular y comparar.

En el mismo tenor, D' Ambrosio (2009), en su investigación específica la importancia del estudio de los modelos en la Educación Matemática y que, si bien estos modelos sólo ofrecen una aproximación al comportamiento real del estudiante, son importantes para reformular hipótesis existentes de conceptos abordados y generar nuevos enfoques. Además, comentan que la utilidad de los modelos puede variar dependiendo a lo que se quiere lograr en el aula de clase mediante reformulaciones o aproximaciones que se quieran alcanzar.

En este mismo orden de ideas, Cordero *et al.* (2019) proponen examinar una categoría matemática, para la escuela, que valore las relaciones horizontales y recíprocas entre la Matemática y el mundo real, considerando aproximaciones teóricas en el contexto de la construcción social del conocimiento matemático. Los investigadores hicieron énfasis en las siguientes ideas:

Los diseños de situación de modelación-graficación que incentivan el uso de la tecnología digital y reconocer los usos sociales de los modelos matemáticos crean visiones ontológicas y epistemológicas que en general no están incluidas en los programas educativos de Latinoamérica y tal vez del mundo. Entonces, habrá que crear programas de acompañamiento permanente, con el profesorado, que reconstruyan la matemática escolar. En ese sentido, concluimos que las perspectivas de la investigación y de la afectación a la educación de la matemática deberán construir caminos cada vez más estrechos entre la matemática (escolar) y el cotidiano de la gente (realidad). Los

programas de modelación con base en la construcción social del conocimiento son consecuentes con esa idea (p. 556).

Un aspecto importante para considerar es que los autores reconocen la importancia de utilizar modelos mediante tecnología con el fin de crear visiones epistemológicas las cuales no se encuentran en los programas educativos actuales de Latinoamérica, y recomiendan el acompañamiento y formación a docentes con el fin de cerrar cada vez más la brecha existente entre la matemática escolar y la realidad buscando la construcción del conocimiento matemático.

Lo anterior muestra que, al apartar la modelación del proceso de enseñanza-aprendizaje ligado al concepto de función, se le abre paso a la mecanización, la memorización de algoritmos, sin un razonamiento adecuado que le permita al estudiante apropiarse del concepto, debido a no modelar situaciones problemas que le sean significantes o que se encuentren en un contexto extramatemático donde existen situaciones de cambio y donde el análisis de la variación es importante.

## **1.2.2 Investigaciones relacionadas al Pensamiento y Lenguaje Variacional Pylvar**

En el contexto de esta investigación, la modelación matemática ha demostrado ser una herramienta esencial para comprender o analizar diferentes tópicos. Sin embargo, la construcción de modelos matemáticos no basta por sí sola, se debe poner en juegos aspectos variacionales en el cual el estudiante pueda comparar, seriar, entre otros, y es cuando juega un papel muy importante el Pylvar.

Llegados a esta sección es importante conocer el Pylvar, un modelo teórico que juega un papel crucial al momento de buscar el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional cuando se aborda el trabajo con funciones específicas y de la matemática misma. El Pylvar se centra en la forma en que cambian diferentes fenómenos, identificando qué cambia y cuánto cambia, respecto a qué cambia, lo que lleva a el análisis de la variación. Según Caballero y Cantoral (2013), para que se pueda desarrollar un pensamiento y lenguaje variacional es necesario aplicar las estrategias, argumentos y situaciones variacionales, puesto que estos elementos permiten analizar el desarrollo del Pylvar.

Asimismo, Vrancken *et al.* (2014) describen cómo el proceso de desarrollar el pensamiento y lenguaje variacional en estudiantes de primer año de universidad con situaciones que lleven a realizar preguntas sobre qué varía, cómo varía y cómo se dan estos cambios son importantes al momento de conceptualizar un concepto matemático ya que no limita al estudiante a la memorización. Sumado a lo anterior, muestran que trabajar con las estrategias variacionales (relacionadas al cambio) y argumentos de tipo variacional facilita la significación de los conocimientos y la construcción de nuevos conocimientos matemáticos.

Es por ello que, Caballero y Cantoral (2013) realizan una caracterización del Pylvar y proponen estudios de situaciones y fenómenos que involucren el cambio y predicción. Además, establecen estrategias bajo un modelo que permitirá desarrollar este pensamiento. Por último, afirman que para poder desarrollar este pensamiento es necesario usar las estrategias y elementos que lo conforman:

De modo que para generar el desarrollo del pensamiento variacional es necesario el uso sistemático e interacción de los elementos que conforman al Pylvar, debido a que el desarrollo del pensamiento variacional implica usar todos estos elementos de manera conjunta y no aislada. Bajo este modelo el desarrollo del pensamiento variacional tiene lugar dentro de una SV (Situación Variacional), donde el uso de las EV (Estrategia Variacional) generan el estudio de la variación, pues resultan ser el punto de partida para el análisis y reflexión acerca del cambio y sus efectos al permitir identificar aquello que cambian en una situación, cuantificar ese cambio y analizar la forma en que se dan los cambios. Para ello, las EV se apoyan en el uso de una o más EstV (Estructura Variacional), lo que permite a la persona analizar la variación a partir de las características particulares de cada EstV. (p. 1204)

En la investigación realizada por Briceño y Cordero (2010), sustentada en la teoría socioepistemológica se buscaba caracterizar el conocimiento matemático a través de ideas variaciones y tecnología. Los investigadores tenían como objetivo desarrollar el pensamiento variacional mediante el uso de gráficas buscando evidencia de cómo se generaba el conocimiento matemático de los estudiantes. Los autores concluyeron que, gracias a la tecnología y a las estrategias variacionales, lograron una mejor conceptualización del objeto matemático tratado.

De toda literatura consultada en este apartado, se logra ver de qué manera influyen y favorecen al aprendizaje de las matemáticas las prácticas sociales relacionadas al pensamiento y lenguaje variacional, es por ello que la adoptamos y hacemos parte de nuestra investigación.

### **1.2.3 Sección sobre STEM**

El Pylvar al ser una línea de investigación puede ser desarrollada en el enfoque STEM puesto que este no solo se basa en la aplicación de conocimientos técnicos, sino también en la capacidad que tiene un estudiante de razonar y resolver problemas. En este sentido, el Pylvar en situaciones experimentales se alinea a los enfoques del STEM considerado como un proyecto que integra cada uno de sus elementos.

La concepción del enfoque STEM puede abordarse desde dos perspectivas diferentes (en lo que compete a esta investigación abordaremos la perspectiva número 2) : 1) como una práctica educativa convencional que incorpora las disciplinas de ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas, y 2) como un enfoque (que busca adoptar una mirada diferente de la enseñanza de las matemáticas) educativo que busca una integración (la ciencia, la tecnología, ingeniería y

matemáticas) más profunda y deliberada de estas áreas de conocimiento en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Esta segunda visión ha sido ampliamente aceptada debido a su reconocimiento de las interrelaciones entre las materias. Sin embargo, se ha observado un movimiento hacia propuestas que se basan en situaciones reales (contexto real de cada estudiante) como contexto de enseñanza, lo que brinda una experiencia auténtica para los estudiantes según Yakman (2008), como se cita en Vizcarra (2022).

Según Pastor (2018), cuando se hace referencia a la metodología STEM como un enfoque interdisciplinario, retoma la perspectiva de Yakman (2008), como se cita en Vizcarra (2022), el cual considera que la metodología STEM se basa en un aprendizaje estructurado que engloba diversas disciplinas, sin destacar ninguna en particular, y enfatiza la importancia de la transferencia de contenidos entre las materias. Esta metodología tiene por objetivo que los estudiantes adquieran las competencias necesarias a través de las disciplinas científicas, de manera que estén preparados para enfrentar los desafíos de una sociedad globalizada y en constante cambio.

Domènech-Casal J. (2020) en su estudio muestra los resultados de usar un simulador de ecosistemas bajo el enfoque STEM el cual fue estructurado como un ABP (aprendizaje basado en proyecto), si bien esta investigación no utiliza una situación de aprendizaje se puede observar que fue de gran impacto para los alumnos, como también lo puede hacer para la enseñanza de la función exponencial.

Además, el enfoque STEM busca ofrecer soluciones innovadoras al incorporar la tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Esto implica dar un paso hacia el desarrollo de un pensamiento convergente y divergente, que estimula la capacidad de encontrar soluciones tanto creativas como lógicas a los desafíos planteados. De esta manera, el enfoque STEM ofrece una perspectiva holística que prepara a los estudiantes para desenvolverse de manera efectiva en un futuro cambiante y exigente (Vizcarra, 2022).

Domènech-Casal, J. (2019) en su artículo menciona que las carreras profesionales de ciencia y tecnología son más meritocráticas, lo que significa que el éxito profesional de un candidato depende menos del entorno socioeconómico de un ingeniero que de un abogado. Además, las medidas para promover las profesiones STEM pueden ser más efectivas en la industria y la vida empresarial, como becas de educación tecnológica para estudiantes de situaciones socioeconómicas desfavorecidas, regulaciones que promuevan la igualdad de género y los derechos de los trabajadores en empresas y organizaciones públicas relacionados con la ciencia y la tecnología. En conclusión, el enfoque STEM tiene como objetivo promover el desarrollo de habilidades y competencias en los campos de la ciencia, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas, esenciales para muchas actividades profesionales en el mundo actual.

Pantoja, L., et al. (2020) explican que desarrollar las habilidades STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas) es fundamental para integrar un aprendizaje más activo y

una mejor comprensión del contenido científico. También menciona que estas habilidades son necesarias en países como México, también enfatiza que desarrollar talento en estas disciplinas es una tarea estratégica para la nación y requiere un liderazgo visionario que redunde en un mayor nivel de la actual economía del conocimiento en el mediano y largo plazo. Por lo tanto, el artículo muestra cómo el desarrollo de habilidades STEM es esencial para el futuro de las actividades y profesiones humanas, ya que estas habilidades son esenciales para el desarrollo tecnológico y la innovación en diversos campos.

Sánchez, B. (2017) en su producto de investigación nos dice que la formación de ingenieros es un tema de actualidad debido a la creciente necesidad de profesionales en la materia. En este sentido, Ruth Rodríguez Gallegos, profesora-investigadora del Tecnológico de Monterrey, presenta un análisis de las recomendaciones de varios organismos nacionales e internacionales y enfatiza la importancia del desarrollo de competencias en ambos campos de la ciencia, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas (STEM), como competencias generales, entre las que destacan el pensamiento, el análisis y la reflexión integral, el aprendizaje activo y la comunicación. Este artículo propone modelamiento y simulación matemática en un ambiente escolar para acercar a los estudiantes a las prácticas de la tecnología.

En esta sección, se destacan las investigaciones referidas al STEM por aportar una nueva mirada de la enseñanza en matemáticas en la cual se integren diferentes áreas del conocimiento que le sean más significativos al estudiante de hoy en día.

### **1.3 Reflexión**

Una vez analizados los antecedentes, se puede observar que existe una problemática que tiene que ver, en parte, por el rechazo de algunos docentes al uso herramientas mediadoras en la enseñanza del concepto de función. La utilización de la modelación en el sentido de una carencia de actividades y ejercicios centrada en prácticas, donde la descentración en el objeto matemático es relevante, dificultan el ampliar el proceso de construcción de los conocimientos matemáticos del estudiante. En ese sentido es importante destacar que la modelación como una práctica articula los fenómenos y las herramientas matemáticas con el objetivo de relacionar el uso de la matemática entre la Matemáticas escolar y la realidad.

Por otro lado, el Pylvar emerge como un enfoque crucial en el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en el ámbito de las funciones y la matemática en sí. Éste se centra en el análisis del cambio y las cualidades de esos cambios que tienen las funciones permitiendo resignificar los conocimientos existentes acerca del cálculo y más específicamente de las funciones. Pero es necesario promover el desarrollo de estrategias y argumentos variacionales mediante situaciones que impliquen el análisis y la comprensión de conceptos matemáticos.

Las investigaciones consultadas logran evidenciar que el uso del conocimiento con herramientas tecnológicas, sumadas al desarrollo del Pylvar en la enseñanza de las matemáticas puede

contribuir a una mejor conceptualización distintas de los objetos matemáticos y a la generación de nuevos conocimientos por parte del estudiantado.

## **1.4 Problemática**

La problemática que se desprende del análisis precedente está dada por la falta de articulación entre la Modelación Matemática y las situaciones ligadas a la vida real del estudiante, sumado a esto, la ausencia de marcos de referencia los cuales permiten conectar los contenidos matemáticos con el contexto en el que éste se encuentre (Pezoa y Morales, 2016; Tarira, 2020). Esta falta de articulación, dificulta el entendimiento del concepto de función por parte de los estudiantes como es el caso de la aplicación del mismo a contextos reales. Lo anterior permite ver dos cosas, la primera es la separación de la escuela y su entorno, posteriormente, el reconocimiento de que los saberes son funcionales si éstos son socialmente construidos en prácticas compartidas (Méndez y Cordero, 2009).

Según Cantoral (2004), el pensamiento y lenguaje variacional puede presentar algunas problemáticas en los estudiantes, como: comprender los conceptos matemáticos complejos; la falta de habilidades para identificar patrones; o el aplicar mal los conceptos matemáticos en un contexto real. Sin embargo, estas problemáticas pueden ser abordadas y mejoradas con el uso de estrategias didácticas y el uso de herramientas pedagógicas efectivas.

En resumen, la problemática se centra en la falta de articulación entre la Modelación Matemática a situaciones reales cercanas a los estudiantes con sus contenidos matemáticos, en lo que atañe a este trabajo, al abordaje de la función exponencial en situaciones reales para favorecer en el estudiante la argumentación utilizando estrategias propuestas por el desarrollo y pensamiento y lenguaje

### **1.4.1 Planteamiento del Problema**

A pesar de que la Modelación Matemática es considerada una herramienta significativa para el aprendizaje de la matemática (Ledezma, 2018), diversos reportes de investigación exponen que existe una ausencia de marcos de referencia (que brindan otros significados). Esto permitiría articular los contenidos matemáticos con situaciones o fenómenos reales, cercanos a los estudiantes o a las disciplinas en las cuales su conocimiento y aplicación son necesarios (Pezoa y Morales, 2016; Tarira, 2020). Además, en la literatura especializada se presentan diferentes posturas teóricas sobre la forma en la cual, la Didáctica de la Matemática debe llevarse a cabo; Por ejemplo, Cantoral et al. (2023) manifiestan la importancia de no centrarse sólo en los objetos matemáticos sino en considerar las prácticas variacionales que los generan y, en particular, en torno a la modelación. Asimismo, existen diversas críticas en torno a la enseñanza tradicional, ya que suele centrarse en prácticas algorítmicas y algebraicas, dejando de lado otros procesos que aborden la enseñanza de un concepto vinculado a situaciones de la vida cotidiana familiares al estudiante (Ramos, 2015).

La presente investigación es motivada por todas aquellas dificultades que son observadas en los alumnos por los docentes de nivel superior, ya que se presentan falencias al momento de abordar el concepto de función; una de ellas es no transitar dentro de varios registros de representación, lo que imposibilita que el concepto de función sea aprendido por el estudiante de manera adecuada (Lozano, et al 2015). Pero a la postura de este trabajo, el concepto de función no es tratada como un objeto matemático que tiene uso en el análisis de la variación, y más si en un contexto de modelación se relaciona su uso a otros campos profesionales.

### **1.4.2 Problema**

La falta de comprensión y desarrollo por parte de los estudiantes al abordar la función exponencial es debida a la carencia de estrategias y elementos variacionales que favorezcan el Pylvar (Caballero y Cantoral, 2017; Cantoral, 2013; Cantoral, *et al.*, 2023). En particular se ha evidenciado en los estudiantes de nivel superior un aprendizaje algorítmico de la función exponencial sin alcanzar procesos importantes como un pensamiento reflexivo o crítico; en el cual sean capaces de contextualizar problemas de la función tratada en diferentes áreas del conocimiento extra matemático (Escalante y Vargas, 2015). Por lo tanto, la mecanización es favorecida para comprender el concepto función exponencial y no el uso del conocimiento matemático relacionado con este tópico en situaciones que lleven a la reflexión de su enseñanza. Desde luego la nueva postura de estudiar a la función exponencial vía la modelación presente en este trabajo considera al estudiante desde sus dificultades para entender este concepto, por ello la importancia de hacer un diagnóstico y con base en ello el diseño de una situación de aprendizaje.

Es por lo anterior, que para la situación de aprendizaje se incorpora el enfoque STEM para la creación de la situación de aprendizaje, dado a todas las cualidades que puede brindar al momento de integrar las diferentes disciplinas que lo componen, y por el cual podremos conectar al estudiante en contextos reales buscando atender este problema.

### **1.4.3 Pregunta de investigación**

¿Cómo se desarrolla el pensamiento y lenguaje variacional con el concepto de función exponencial en estudiantes de Licenciatura en Física de tercer semestre de la Universidad Autónoma de Zacatecas al modelar la energía eólica?

### 1.4.4 Objetivo General

Desarrollar el pensamiento y lenguaje variacional en estudiantes de educación superior utilizando una situación de aprendizaje centrada en la función exponencial que modele la energía eólica.

### 1.4.5 Objetivos Específicos

- Identificar si los estudiantes comprenden comportamientos gráficos relacionados al pensamiento variacional por medio de un cuestionario diagnóstico.
- Diseñar una situación de aprendizaje, basado en este diagnóstico, para favorecer el pensamiento y lenguaje variacional en estudiantes de educación superior.
- Evaluar los resultados de la aplicación de la situación de aprendizaje bajo el enfoque del Pylvar por medio de una rúbrica para hacer una reflexión de la propuesta de intervención de aprendizaje.

La intención de este último objetivo es validar el desarrollo del pensamiento variacional dada una rúbrica tomada de Ramos (2015), donde sistematiza el vínculo que hace el estudiante del uso de estrategias y argumentos variacionales, al interpretar los parámetros de una función exponencial en el contexto de energía eólica.

### 1.4.6 Justificación

La presente investigación considera importante mejorar la comprensión de la función exponencial en estudiantes próximos a entrar o que se encuentren en primer semestre de una carrera de ciencias básicas. Debido a la relevancia que genera este objeto con los contenidos programáticos y con los cursos posteriores al Cálculo Diferencial. Además, las funciones exponenciales son de suma importancia por los usos que tienen, y estar vinculadas a diversos campos científicos como la Economía, la Biología, la Física, la Medicina o la Demografía (Tarira, 2020). Con base en lo anterior, se busca resignificar este concepto en los estudiantes, haciéndolos partícipes en situaciones del aprendizaje de tipo experimental que los lleven a comprender esta función mediante el análisis de sus gráficas.

Por ello, se toma la modelación como mediadora de aprendizaje del objeto matemático estudiado, debido a las características que emergen cuando se utilizan modelos que sirvan para la representación de ciertos problemas. Al respecto, Araújo (2012) afirma lo siguiente:

La modelación no solo es una herramienta para aprender matemáticas o desarrollar habilidades matemáticas, sino que, más allá de ello, debe permitir comprender de forma crítica situaciones cercanas a la realidad del estudiante por medio de las matemáticas y ofrecer la oportunidad de representar, analizar, modelar y tomar decisiones respecto a la situación. (841)

Cabe resaltar el valor que toma la modelación como medio para enseñar, no sólo la función exponencial, sino todo lo que le permita al estudiante construir modelos siendo capaz de resolver, analizar, comparar, realizar prácticas que conlleven a hacer uso de la matemática. Considerando que la propuesta de este trabajo se rige de una situación experimental en otro dominio no de la matemática escolar, se manifestará el uso de la matemática integrando la tecnología hacia una perspectiva de STEM.

La investigación toma sentido en la identificación de características que permitan observar cómo se desarrolla el aprendizaje de los estudiantes sobre la función exponencial; haciendo emerger prácticas que resignifique su conocimiento desde el enfoque teórico de la construcción social del conocimiento matemático. Una manera de hacer emerger estas prácticas es favorecer aspectos de la aprehensión y familiarización de todas aquellas variaciones y cambios que presenta la función exponencial con el fin de evidenciar un desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional. Lo anterior es sustentado por Caballero y Cantoral (2013), quienes expresan:

Las situaciones donde se pone en juego el Pylvar permiten significar los conocimientos matemáticos más allá de la sola manipulación simbólica, por medio de argumentos variacionales que dieron vida y desarrollaron esos conocimientos. Por tanto, las ideas de cambio y variación son fundamentales en el Pylvar, pues representa la base en la cual se sostiene y cuyo estudio permite resignificar los conocimientos matemáticos propios del cálculo. (p. 1197-1198)

De manera que, el motivo por el cual se empieza esta investigación bajo el sustento de la teoría socioepistemológica es desarrollar el pensamiento y lenguaje variacional donde se pueda analizar el razonamiento que construyen los estudiantes al modelar la función exponencial por medio del uso de gráficas.

## CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

Se toma la teoría Socioepistemológica como sustento teórico para esta investigación debido a sus características que inciden en el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional por centrarse en la forma de cómo cambian y de qué manera cambian los fenómenos realizando descripciones cualitativas y cuantitativas. Bajo estas características, en lo que concierne a esta investigación permite la resignificación del concepto de función exponencial por medio de la implementación de estrategias variacionales en actividades que favorecen la construcción de un conocimiento matemático en cada contexto del estudiante.

### 2.1 Teoría Socioepistemológica

La Teoría Socioepistemológica asume que, para examinar los fenómenos didácticos relacionados con las matemáticas, es necesario realizar un análisis exhaustivo del conocimiento, lo que se distingue de otros enfoques teóricos. No es suficiente estudiar únicamente las interacciones entre profesores, estudiantes y el conocimiento escolar, sin prestar atención a los usos del conocimiento. Tampoco es adecuado limitarse a investigar las restricciones pedagógicas generales sin considerar aquellas restricciones específicas relacionadas con el conocimiento matemático (Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel, 2014). Lo que significa que esta teoría tiene como una característica, observar lo situacional de un saber.

La Socioepistemología desempeña un papel fundamental al modelar la construcción social del conocimiento matemático y su difusión en el ámbito institucional. Se centra en el análisis de las dinámicas del saber, es decir, en cómo se utiliza y se pone en práctica el conocimiento en situaciones específicas. Para lograrlo, opta por el concepto "uso" en contraposición a la noción psicológica de adquisición por aprendizaje generalizado. Esta teoría nos permite estudiar el conocimiento en acción, en su dinamismo y aplicación (Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel, 2014).

De esta manera, la Matemática Educativa con enfoque socioepistemológico no se limita a ser una rama de la Pedagogía, la Educación, la Sociología o la Psicología, ni una simple intersección entre ellas. Se trata de una disciplina científica emergente que opera de manera sistémica, integrando distintas dimensiones del saber para comprender y abordar los fenómenos educativos matemáticos.

En este sentido, esta teoría se inicia con un tratamiento particular del saber. Se construye, reconstruye, se le da significado en contextos socioculturales, donde el saber se resignifica de forma situada. Su génesis adopta una postura constructiva que considera la historia, la cultura y las instituciones como elementos clave para comprender el conocimiento, en el sentido de rediseñar el conocimiento con fines didácticos, es decir, abordar los desafíos y problemáticas que surgen en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel,

2014). Pero este saber, es normado por prácticas sociales que la teoría considera como núcleo principal y de las causas que modelan el conocimiento matemático por las personas.

Para concluir, la Teoría Socioepistemológica nos proporcionará un marco de referencia sólido para analizar y comprender las complejidades del conocimiento matemático en el contexto de esta investigación. Además, podremos explorar en profundidad las interacciones entre estudiantes y el conocimiento matemático específico de las funciones exponenciales, considerando el enfoque STEM e implementando la línea de investigación del desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en estudiantes de educación superior.

## **2.2 Práctica social de la teoría Socioepistemológica**

Dentro de esta teoría, las prácticas sociales ocupan un lugar fundamental; sin embargo, debemos aclarar que el concepto de práctica social en la socioepistemología va más allá de las actividades cotidianas o comunes que realiza una comunidad o un grupo particular. Su significado es mucho más profundo y complejo (Pérez y Morales, 2013).

Este principio es crucial para el funcionamiento de la teoría, ya que postula que las prácticas sociales desempeñan un papel fundamental en los procesos de construcción del conocimiento. Estas prácticas, en cierto sentido, actúan como generadoras del conocimiento.

El principio normativo de la práctica social indica que, si se tiene la intención de que cualquier individuo a grupo aprenda, inevitablemente, serán las prácticas sociales las que sustentarán esa construcción. De este modo las Prácticas Sociales son generadoras del conocimiento. Además, estas prácticas sociales son normativas de la actividad humana, en tanto su función identitaria (que dota de identidad cultural al individuo o al grupo), su función reflexiva-discursiva (que construye argumentaciones de acción) y su función pragmática (que organiza la acción) regulan los comportamientos de los individuos (Caballero, 2012).

De lo anterior, queremos hacer énfasis en que, para que alguien o un grupo aprenda, es esencial basarse en las diversas formas en que la gente interactúa en la sociedad. En otras palabras, esta teoría asume que el conocimiento se construye a través de las prácticas sociales. Estas prácticas no solo establecen normas para la actividad humana, sino que también desempeñan funciones clave, como dar identidad cultural, construir argumentos para cada acción y organizar cómo actuamos.

El énfasis que la Socioepistemología ha puesto en las prácticas que permite vislumbrar la importancia de salir de un dominio propiamente matemático, y considerar el conocimiento matemático en su desarrollo por medio de prácticas de referencia en distintas disciplinas (ingeniería, medicina, biología, etc.). La cuestión es que en dichas prácticas de referencia tienen sentido y significado conceptos matemáticos donde tienen otra funcionalidad. Por ejemplo, Alamillo (2020), en su tesis evidenció un uso distinto del concepto de mediana en estadística en la práctica del epidemiólogo, este uso tenía un significado distinto al escolar, ya que el sentido

que este tenía es de orientar al epidemiólogo a la toma de decisiones para un estado de alerta de caso de infecciones. La comparación como práctica en esta tesis era de suma importancia para el epidemiólogo en el análisis de los datos de casos de infección donde la mediana, desde su gráfica, se resignifican de forma funcional en este campo para predecir.

Es pues, la praxis desarrollada dentro de esos contextos u otros dominios, la que favorece y permite el surgimiento y significación de un determinado concepto, noción, proceso o procedimiento (Cabrera, 2009). El autor coincide en las afirmaciones anteriores en la incorporación de otros marcos de referencias, como la ingeniería, la medicina y la biología, para dar sentido y significado a los conceptos en la matemática en el cual, surjan prácticas vinculadas a la variación, Así, la acción de la práctica llevada a cabo en estos contextos es fundamental para propiciar y dar sentido a conceptos, nociones, procesos o procedimientos específicos de los objetos explicados en clase. Por ejemplo, la predicción se considera una práctica social plena que sirve como base y orientación para el programa fundacional de la matemática de la variación y el cambio, así como para el pensamiento y lenguaje variacional (Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel, 2014).

En lo que concierne a esta investigación se pretende dar más importancia a dos prácticas, las cuales son: Comparación y predicción, sin darle menos importancia a las demás. Esto pensando en el futuro de esta, su diseño y aplicación.

Comparación: Asociada a la acción de establecer diferencias entre estados, lo que permite identificar si hubo un cambio y poder analizarlo con base en las características de esos cambios y su variación. Esta estrategia no se usa siempre de la misma manera, ya que su uso depende del contexto en que se encuentra, y también de las nociones y conceptos que la rodean, en ese sentido se puede hablar de un desarrollo de esta estrategia. Así, en un nivel elemental, es frecuente, y en ocasiones necesario, recurrir a un marco de referencia en el cual apoyarse, mientras que un nivel avanzado no requiere necesariamente de algún marco de referencia, o bien, este se elige según las características de cada situación (Caballero y Cantoral, 2013 p.1202).

Esta estrategia es relevante, debido a que muestra diferentes estados que puede tomar una gráfica de la función exponencial, con el fin de poder hacer descripciones de cada una de ellas y asociarlas a un cambio paramétrico o matemático. Es importante el papel de esta práctica puesto que permite observar los estados que pueden tomar los objetos matemáticos después de haber sufrido cambios o variaciones. Esto pensando en identificar diferencias que se generan después de realizar modificaciones y poder analizar en ambos objetos lo sucedido con un antes y un después.

Ahora sumado a lo anterior se define a la predicción:

Es importante el papel de esta práctica puesto que permite observar los estados que pueden tomar los objetos matemáticos después de haber sufrido cambios o variaciones. Esto pensando en identificar diferencias que se generan después de realizar modificaciones y poder analizar en ambos objetos lo sucedido con un antes y un después.

Ahora sumado a lo anterior se define a la predicción:

Asociada a la acción de poder anticipar un comportamiento, estado o valor, luego de realizar un análisis de la variación en estados previos, de manera que se sintetiza y abstrae esta información en modelos predictivos. A diferencia de la Seriación, la Predicción no busca encontrar en sí una relación, sino que se postula un nuevo estado usualmente a mediano o largo plazo, siendo este estado local, en el sentido de que corresponde a un momento o valor determinado. No obstante, hallar esa relación puede ser una forma de encontrar ese nuevo estado, por lo que la Seriación puede ser parte de la Predicción (Caballero y Cantoral, 2013 p.1202).

La predicción la tomamos en esta investigación como a lo que queremos llevar a los estudiantes, puesto que luego de las diferentes estrategias variacionales, estamos buscando que sean capaces de poder predecir cómo será la gráfica de la función exponencial en determinadas situaciones variacionales.

Para lograr esta práctica de seriación se es necesario un análisis exhaustivo de distintas comparaciones del objeto tratado, una vez analizado su tratamiento de los datos e identificando patrones de comportamientos será posible la predicción. Es importante esta práctica puesto que con ella podemos imaginar cómo será una gráfica en un valor hipotético sin tener que realizar una operación procedimental, esto después de realizar diferentes comparaciones. Lo anterior nos permite anticiparnos a situaciones a tal punto de poder entender procesos matemáticos luego de entender dos o más cambios de tipo variacional que sufra el objeto.

Este apartado relacionado con las prácticas sociales analizadas desde la teoría socioepistemológica, aporta a esta investigación en la construcción del conocimiento y análisis de los objetos matemáticos y las características que emergen de la función exponencial. En especial, con las prácticas sociales con las que se puede observar el comportamiento de la función exponencial y sus gráficas.

### **2.3 Elementos, estrategias y situaciones del Pylvar**

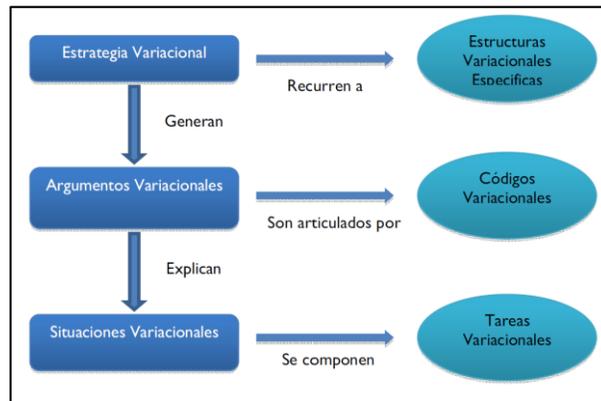
Un ejemplo claro de las prácticas relacionadas a la modelación tenemos a los elementos y estrategias relacionadas con el Pylvar con los cuales podemos expresar e interpretar el cambio y variación.

El Pylvar, tanto como una línea de investigación y una forma de pensamiento, se distingue por su enfoque en el estudio de situaciones y fenómenos que implican el cambio, y donde la predicción de estados futuros impulsa el análisis y estudio de la variación. Estas

situaciones en las que se aplica el Pylvar permiten dar significado a los conocimientos matemáticos más allá de la mera manipulación simbólica, mediante el uso del conocimiento bajo ideas variacionales que dieron origen a conocimientos (Caballero y Cantoral, 2013).

### Figura 1

Modelo de interacción de los elementos del Pylvar



*Nota.* Se muestran los elementos los componentes del pylvar necesarios para lograr un desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional

Las estrategias variaciones están dadas de la siguiente manera (Salinas, 2003; citado en, Caballero y Cantoral, 2013 p. 1119). estrategias variacionales.

- *Comparación:* Asociada a la acción de establecer diferencias entre estados.
- *Seriación:* Se analizan estados sucesivos y se establecen relaciones entre ellos.
- *Estimación:* A partir de conocer el comportamiento de un fenómeno en estados previos, se proponen nuevos estados o comportamientos a corto plazo.
- *Predicción:* Está asociada a la acción de poder anticipar un comportamiento, estado o valor, luego de realizar un análisis de estados previos.

Para la descripción de los elementos del PYLVAR (Caballero y Cantoral, 2013 pp. 1201-1203) describen lo siguiente:

Estrategia Variacional (EV): Consiste en una forma particular de razonar y actuar ante una SV, y que permite la generación de los AV que dan explicación a la situación. Asimismo, para el uso de las EV se recurre al uso de EstV para poder estudiar la variación. Algunas EV reconocidas son la Predicción, la Comparación, la Seriación y la Estimación, aunque no se descarta la existencia de otras estrategias.

Lo anterior, es un enfoque específico de razonamiento utilizado frente a Situaciones Variacionales (SV), facilitando la generación de Argumentos Variacionales (AV) que explican la situación del cambio. El uso de EV implica recurrir a Estructuras Variacionales Específicas

(EstV) para estudiar la variación en fenómenos, cabe resaltar que esta investigación utilizara los relacionados con funciones exponenciales.

Estas cuatro estrategias, como se mencionó anteriormente, son caracterizadas por Caballero y Cantoral (2013), las cuales retoman y complementa con el análisis literario anterior, para formular la siguiente caracterización de algunas estrategias variacionales:

*Seriación:* Se relaciona con la comparación, ya que está asociada con la acción de analizar entre estados sucesivos y establecer relaciones entre ellos, pero se diferencia que se analizan varios estados y no únicamente dos, con el objetivo de encontrar una relación o propiedad entre ellos, como puede ser hallar una relación funcional dada una tabla, encontrar un patrón en el comportamiento de una gráfica, o relaciones entre variables.

Esta estrategia la usaremos con el objetivo de que los estudiantes puedan encontrar características similares de las gráficas en distintas situaciones, para que puedan observar y analizar si encuentran alguna similitud en cada situación.

*Estimación:* Conociendo el comportamiento de un fenómeno en estados previos, se proponen nuevos estados a corto plazo de manera global, a diferencia de la Predicción, donde los estados propuestos son locales. Por ejemplo, se usa en el análisis del crecimiento de poblaciones para saber si crecerá o disminuirá, en tanto que la Predicción puede servir para decir hasta qué punto crecerá, o la población dentro de un tiempo específico.

La *estimación* implica proponer nuevos estados a corto plazo para un fenómeno, basándose en el comportamiento previo del mismo. A diferencia de la Predicción, que se centra en estados locales, la estimación aborda el fenómeno de manera más amplia. Por ejemplo, se utilizará en el análisis del crecimiento de voltaje para determinar que tanto crece la generación del voltaje de corriente sin especificar un punto exacto, a diferencia de la Predicción que puede proporcionar detalles precisos sobre el crecimiento en un tiempo específico

Las situaciones variacionales recurren a:

*Estructura Variacional Específica (EstV):* Son herramientas, procesos y procedimientos especializados del ámbito matemático o científico (González, 1999) que funcionan como punto de apoyo para abordar y explicar el estudio del cambio y la variación en las SV. El uso de estos conocimientos en la situación permite a la persona tener un referente sobre el cual llevar a cabo el estudio de la variación del fenómeno, de manera que el tipo de análisis dependerá de la estructura en la cual se apoye la persona.

Consiste en herramientas, procesos y procedimientos especializados del ámbito matemático o científico que sirven como base para abordar y explicar el estudio del cambio y la variación en Situaciones Variacionales (SV). Estos elementos proporcionan un marco específico que guía el análisis de la variación en fenómenos, y la elección de la estructura influye en el tipo de análisis que se realiza en el contexto para nuestra investigación de funciones exponenciales.

Las estrategias variaciones generan:

*Argumentos Variacionales (AV)*: Son argumentos que recurren al análisis del cambio y de su cuantificación, y que son utilizados por las personas cuando hacen uso de “maniobras, ideas, técnicas, o explicaciones que de alguna manera reflejan y expresan el reconocimiento cuantitativo y cualitativo del cambio en el sistema u objeto que se está estudiando” (Cantoral, 2000, pp. 54). Estos argumentos son los que permiten dar explicación a las SV expresando un entendimiento de los procesos de variación involucrados en dicha situación. Códigos Variacionales (CV): Consisten en la expresión oral o escrita del cambio y la variación, y que son articulados para generar los AV. Estos códigos pueden consistir en frases, dibujos, tablas o ademanes, que dan cuenta del análisis variacional que se realiza.

Las estrategias variaciones explican:

*Situación variacional (SV)*: Es el conjunto de problemas cuyos tratamientos demandan la puesta en juego de estrategias variacionales y que requieren establecer puntos de análisis entre diversos estados del cambio. No basta saber que algo está cambiando, es necesario conocer el crecimiento relativo del fenómeno en cuestión, analizando cuánto y cómo cambia sus variables. Por otra parte, se considera que una situación no es variacional si se puede resolver empleando un proceso algorítmico que lleve a una respuesta sin la necesidad de analizar y cuantificar los cambios en las variables. Este tipo de situaciones se pueden presentar tanto en un escenario puramente matemático, como en un contexto relacionado con otros campos científicos o cotidianos.

Se refiere a problemas que requieren estrategias variacionales, especialmente esta investigación atiende el contexto de funciones exponenciales. Estas situaciones demandan analizar cambios entre diferentes estados del fenómeno, por ejemplo, los cambios gráficos. No es suficiente simplemente reconocer que algo está cambiando; es esencial comprender el crecimiento relativo del fenómeno al cuantificar y analizar cómo cambian sus variables.

Las estrategias variaciones están compuestas por:

*Tareas Variacionales (TV)*: Consisten en actividades, acciones y ejecuciones dentro de una SV, que comparten similitudes en cuanto a sus objetivos y los contextos en que se desarrollan. Se caracterizan por el empleo de una o más EV dentro de un mismo contexto de análisis, que puede ser numérico, gráfico o analítico, lo que permite organizar el estudio de la variación en las SV en acciones y objetivos más específicos dentro de estos contextos. Algunas de las TV identificadas son las siguientes:

*Tabulación como variación numérica (TVN)*: Consiste en la acción de proporcionar valores distintos a una variable para observar y analizar sus efectos en cuanto a comportamiento, forma, posición o valor de algún sistema. El análisis surge a partir de observar los efectos derivados de la acción de tabular, por tanto, si los datos ya están plasmados o la acción corresponde a solo llenar una tabla, entonces no se considera que se trata de una TV.

*Análisis de datos en tablas numéricas (ADT)*: Dada cierta información en forma de datos agrupados en tablas numéricas, se realiza un análisis de esos datos fijándose en patrones de comportamiento, y relaciones entre datos. A diferencia de la tarea de TVN, esta se desarrolla cuando ya se cuenta con los datos, o el hallarlos no implica analizar los efectos.

*Construcción de gráficas con la variación como punto de referencia (CGV)*: Consiste en la construcción de gráficas apoyándose en el análisis de las variaciones, ya sea por medio de datos numéricos o de alguna gráfica. El objetivo no es hallar algún patrón o relación, sino bosquejar una gráfica que modele lo más cercanamente posible la situación que se presenta.

*Análisis gráfico con la variación como punto de referencia (AGV)*: Se buscan patrones, relaciones, comportamientos, tendencias y valores específicos, pero a diferencia de ADT el análisis está sobre gráficas, así como elementos que surgen a partir de ella, como tangentes, alturas, asíntotas, entre otros. Las acciones por realizar giran en torno al análisis de variaciones, incluso en gráficas generadas con tecnología según (Caballero y Cantoral, 2013 pp. 1201-1203).

En la siguiente sección, siendo parte de un programa socioepistemológico considera como es el uso de las matemáticas en otros escenarios. Es importante para nuestra investigación porque aporta elementos importantes al uso de las gráficas y la construcción de lo matemático en la matemática.

## **2.4 Programa Socioepistemológico: sujeto olvidado y transversalidad de saberes (SOLTSA)**

En el contexto de la investigación en educación matemática, el Programa Socioepistemológico SOLTSA se centra en comprender el *uso del conocimiento matemático* y su funcionalidad para los estudiantes. Este enfoque reconoce que las matemáticas no deben enseñarse de manera aislada, sino que deben relacionarse con la realidad y adaptarse a diferentes contextos. Sumado a lo anterior se basa en la idea de que la educación matemática debe considerar la realidad de manera limitada y específica, centrándose en la interacción entre la escuela, el trabajo y el conocimiento urbano y las prácticas que ahí emergen.

El programa tiene como objetivo revelar cómo se usan las matemáticas en diferentes escenarios, como la escuela académica, la profesión y el trabajo, y la vida cotidiana en la ciudad. Esto es esencial para construir marcos matemáticos activos y relevantes. Los temas de investigación del programa abarcan la epistemología social de las matemáticas, la utilización de categorías de información y el modelado del conocimiento matemático, la formación de profesores en matemáticas y la socialización de la ciencia. Este último podemos considerarlo como un elemento que amplía en otros contextos no matemáticos, pero donde se usa la matemática.

Este programa busca crear una relación horizontal y recíproca entre la matemática y la realidad. En donde la matemática escolar y la matemática de la vida deben conservar el mismo

valor epistemológico, pero además deben intervenir una sobre la otra (Mendoza y Cordero, 2018).

Por último, el programa busca comprender cómo se usa el conocimiento matemático en situaciones específicas con propósitos donde no necesariamente son de carácter científico, como la vida cotidiana. La modelación se destaca como el centro de las situaciones de aprendizaje en los diferentes niveles educativos. En resumen, SOLTSA ofrece una perspectiva valiosa para abordar el aprendizaje de las matemáticas desde una visión más contextualizada y funcional, reconociendo su importancia en la interacción entre diferentes campos del conocimiento y la vida diaria de los ciudadanos. La Figura 2 ilustra los componentes para la construcción de lo matemático en comunidades de conocimiento (CMM)

Como *significación* entendemos especialmente en el sentido de su aplicación como todos aquellos patrones que le permiten al estudiante lograr la identificación de aspectos de tipo variacional de un objeto matemático a través del comportamiento de las gráficas.

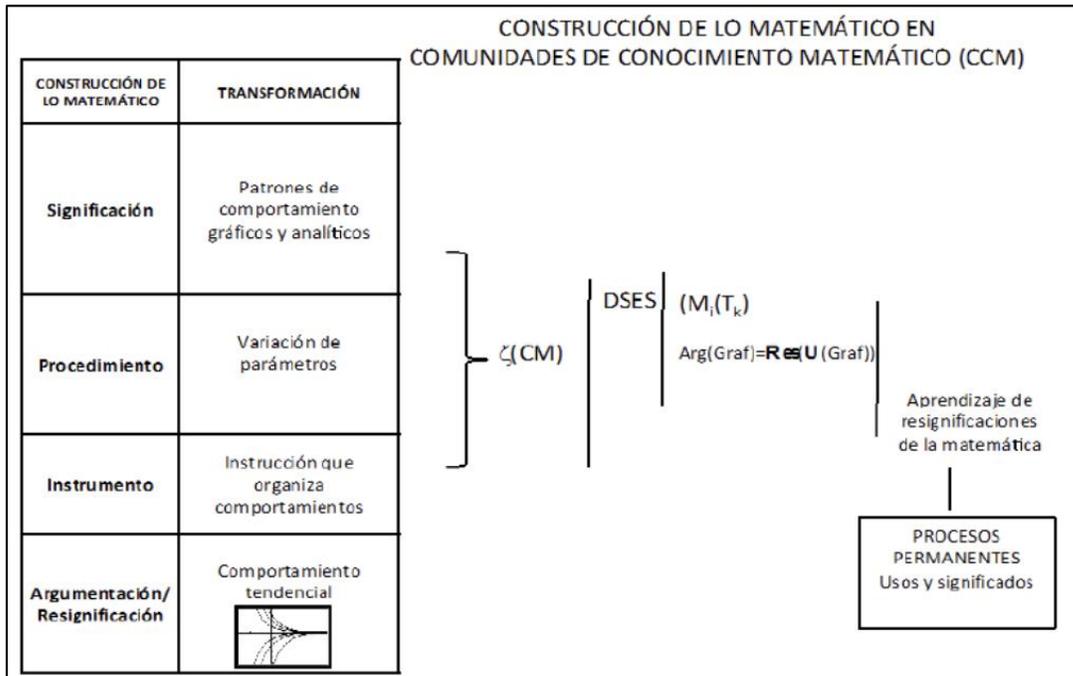
*Procedimiento* son aquellas variaciones en el que el estudiante realiza como variaciones y manipulación objetos matemáticos en el cual encuentra sentido del cambio que puede realizar ya sea en su gráfica o en las formas de representar ese objeto.

*Instrumento* es la organización del compartimiento que el estudiante encuentra del objeto, en este caso de las gráficas luego de hacer uso de las estrategias variaciones como la comparación.

Argumentación/Resignificación es cuando el estudiante luego de un proceso variacional nutrido con las diferentes estrategias logra la predicción, y es capaz de predecir y anticipar el cambio, en nuestro caso el cambio de las gráficas en ciertos casos hipotéticos. Por ejemplo, si el estudiante predice de manera asertiva cómo será una gráfica de la función exponencial en el cual con anterioridad ha trabajado, se puede decir que el estudiante visualiza un comportamiento tendencial en ese caso específico.

## **Figura 2**

Construcción de lo matemático en comunidades de conocimiento matemático (CMM)



*Nota.* Se pone en consideración esta tabla puesto que con ella podemos identificar aspectos de tipo variacional generados por las gráficas. Por Mendoza y Cordero, (2018).

Por lo tanto, dada la situación de transformación (tabla de la figura 2) se considera categorías del conocimiento matemático, como por ejemplo la graficación vista como una práctica ( $\zeta(\text{CM})$ ), donde se diseña tareas variacionales (Diseño de socialización escolar (DSES)) que genere la argumentación gráfica (Arg(graf)) que orienta a la resignificación por medio del uso de la gráfica (uso(graf)). De esta forma el trabajo se ubica, desde el programa Socioepistemológico, en una situación de transformación donde se evidencian procesos de aprendizaje de usos y significados. Desde el programa Socioepistemológico, se considera a las gráficas y la importancia de su construcción, por ello, es de relevancia hablar de un constructo que es el uso de las gráficas, lo cual favorece argumentos que llevan a la resignificación. A continuación, se definen elementos importantes en el análisis del uso de las gráficas.

## 2.5 Uso de las gráficas: funcionamiento y forma

Para entrar en contexto con el uso de las gráficas, es adecuado revisar las aportaciones de Cordero y Flores (2007), puesto que, en sus trabajos realizan una intervención en la educación matemática, específicamente sobre el *uso de las gráficas*. Estas son fundamentales para representar visualmente conceptos matemáticos y para analizar y comprender datos. Las gráficas pueden ser utilizadas para representar funciones, relaciones, entre otros. La forma de las gráficas puede variar dependiendo del tipo de información que se quiera representar, por ejemplo, es importante considerar que la graficación no solo es una representación del concepto

matemático, sino que también es una práctica social en su proceso institucional, lo que implica que su uso y forma están influenciados por factores sociales y culturales. Por lo tanto, es necesario tener en cuenta el contexto en el que se utilizan las gráficas para comprender su significado y su importancia en la educación matemática.

El *uso de la gráfica* lo ubicamos como el papel que desempeña en la situación y se manifiesta por sus *funcionamientos y formas*. Así, el *funcionamiento* son las ejecuciones, acciones u operaciones que desempeña la gráfica en la situación, mientras que la *forma* son las clases de esas ejecuciones, acciones u operaciones (Cordero & Flores, 2007, p. 36).

Lo anterior es sustentado por Briceño, (2022) en donde realiza una síntesis, explicando que:

“En el *funcionamiento* hay una intención de “uso” que lleva a responder la pregunta para qué se “usa”, cuál es su papel en la situación. La “forma” tiene que ver con la pregunta: cómo se “usa” una vez establecido el “funcionamiento”, es decir, indica cómo se presentó tal “funcionamiento”.”

Es importante entender que esta investigación toma a el *funcionamiento* como todo aquello que el estudiante logra explicar de lo observado, conclusiones realizadas, o apreciaciones relacionadas con estrategias variacionales intencionalmente integradas en las tareas variacionales ya mencionadas. Por ejemplo, al comparar diferentes gráficas logra explicar un comportamiento, patrones o tendencias. Por otro lado, la *forma* será todo lo que provocó la explicación que dio el estudiante (el funcionamiento), por ejemplo, si se realizó una comparación de dos gráficas que cumplen cierto comportamiento de distintos fenómenos exponenciales. En ese sentido la *forma* será la comparación de las diferentes gráficas analizadas que le provocaron una explicación al estudiante.

En ese sentido el ejemplo anterior la explicación de una tendencia gráfica por el estudiante es el *funcionamiento*, para qué se usa, y la *forma* que provocó ese *funcionamiento* fue el comparar dos gráficos, el cómo se usa. Comparando con una metáfora otro ejemplo sería, que, al caer una gota en el agua, explicó que de estas surgen ondas sinusoidales (funcionamiento), pero esto se pudo deber a conocimiento de física del fenómeno sobre la trasgresión del espacio del estado líquido por el choque de la gota (forma). Por lo tanto, la comparación de dos gráficos, orienta a que en una situación específica el estudiante pueda explicar y argumentar un conocimiento.

Cordero, F. et al. (2010) identifican seis usos principales de las gráficas en educación matemática: distribución de puntos, comportamiento geométrico, análisis de la curva, cálculo de área, cálculo de volumen y análisis de información. Estos usos se han desarrollado a lo largo del tiempo y se han incorporado en los programas de estudio de bachillerato. Estas funciones de las gráficas se resignifican al debatir entre sus *funcionamientos y formas*, con el que se observó el desarrollo de los usos de la gráfica en una situación específica.

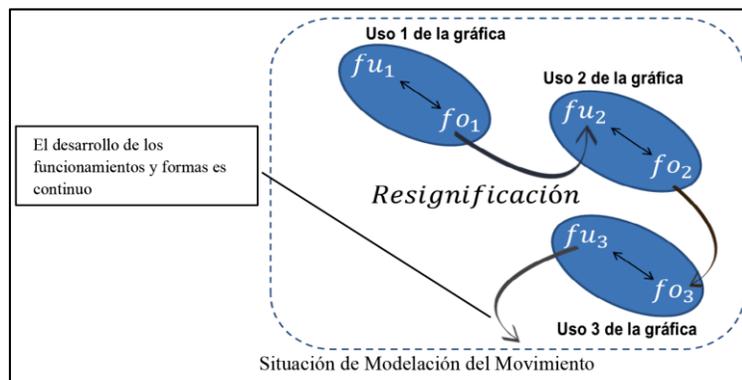
La teoría Socioepistemológica (TS) provee un marco funcional sobre el desarrollo del uso de las gráficas que señala una relación dialéctica entre el funcionamiento de la gráfica y su forma en situaciones específicas. Esto significa que el uso de las gráficas se va resignificando y adaptando a las necesidades y contextos específicos en los que se utilizan.

Ahora bien, el desarrollo sobre los usos de la gráfica deberá proveer datos acerca de tres aspectos: a) los métodos de uso de la graficación a través de sus prácticas institucionales; b) las comprensiones de las gráficas en tanto su funcionamiento y forma por la clase de actividades que generen sus prácticas institucionales; c) las similitudes que alternan con diferentes dominios y reflejan una resignificación funcional.

- a) Los métodos de uso de la graficación a través de sus prácticas institucionales
- b) Las comprensiones de las gráficas en tanto su funcionamiento y forma por la clase de actividades que generen sus prácticas institucionales
- c) Las similitudes que alternan con diferentes dominios y reflejan una resignificación funcional

### Figura 3

*Modelo de la resignificación en la Situación de Modelación del Movimiento (SMM)*



*Nota.* Esta imagen describe como el proceso de resignificación está presente en el funcionamiento y forma del uso de las gráficas. Por Zaldívar y Briceño (2019).

Cabe resaltar que el análisis del uso de las gráficas ayuda a esta investigación a identificar qué aspectos de tipo variacional son usados por los estudiantes al momento de abordar diferentes situaciones problemáticas en donde se pongan en juego el pylvar. Aunado a lo anterior, con el análisis de funcionamiento y forma se podrá introducir a los estudiantes en la situación, las diferentes estrategias variaciones dentro del cual podrán encontrar respuestas a interrogantes de manera abierta y relacionados a lo variacional.

## **2.6 La modelización matemática en la relación entre el Aula y el Acercamiento a la Realidad.**

Esta investigación adopta la relación que existe entre la modelación matemática y los proyectos interdisciplinarios, es tomada como una herramienta esencial para el desarrollo del pensamiento matemático, por los autores Cordero, et al. (2023, pp. 5-6)

“Esta relación aborda los problemas reales como un tipo de propuesta didáctica que implica el análisis de sus potencialidades y dificultades. De este modo, se desarrollan propuestas en las que se elaboran soluciones concretas a problemas reales que, como consecuencia del realismo, resultan ser en su mayoría de tipo interdisciplinar. Existen varias líneas de análisis posibles en nuestra propuesta. En nuestro caso, no nos centramos especialmente en analizar la emergencia de conceptos matemáticos a partir con las necesidades de los proyectos interdisciplinarios. Así, surgen dos líneas lógicas: una resulta ser la lógica del proyecto a desarrollar. Una línea convoca el conocimiento de las matemáticas que aporta racionalidad al proceso de toma de decisiones. Otra está formada por la lógica de la disciplinariedad que despliega conceptos para dar sostenibilidad a los componentes matemáticos que demandan los proyectos. En este caso, la modelización matemática se convierte en una herramienta fundamental que produce razonamientos que difícilmente podrían lograrse de otro modo. En los proyectos abordados estos modelados no sólo describen relaciones, sino que también sirven para construir argumentos para las decisiones a tomar dentro de sus marcos (Carranza, 2015, 2017). Organizan y examinan datos y evidencias al analizar los conceptos matemáticos emergentes en procesos argumentativos. Sin embargo, otras dimensiones potenciales de análisis incluyen: nuevas funciones para los educadores, el trabajo en equipo, el papel del altruismo y el bienestar social, el reposicionamiento de alumnos, profesores y conocimientos frente a la comunidad, entre otros”.

Lo anterior se relaciona con esta investigación especialmente en el contexto del desarrollo del pensamiento matemático y el uso de la modelización matemática en proyectos interdisciplinarios. al enfocarse en el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, se está promoviendo un tipo de razonamiento que conecta conceptos matemáticos con aplicaciones prácticas, algo que se alinea con la idea de utilizar proyectos interdisciplinarios como herramientas didácticas.

La modelización aunada con un enfoque STEM no solo ayudaran a resolver problemas reales, sino que también permite la construcción de argumentos y la toma de decisiones. Que aportara a la construcción de la función exponencial, desarrollando y adquiriendo m significado dentro de proyectos que demandan razonamiento matemático.

## CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

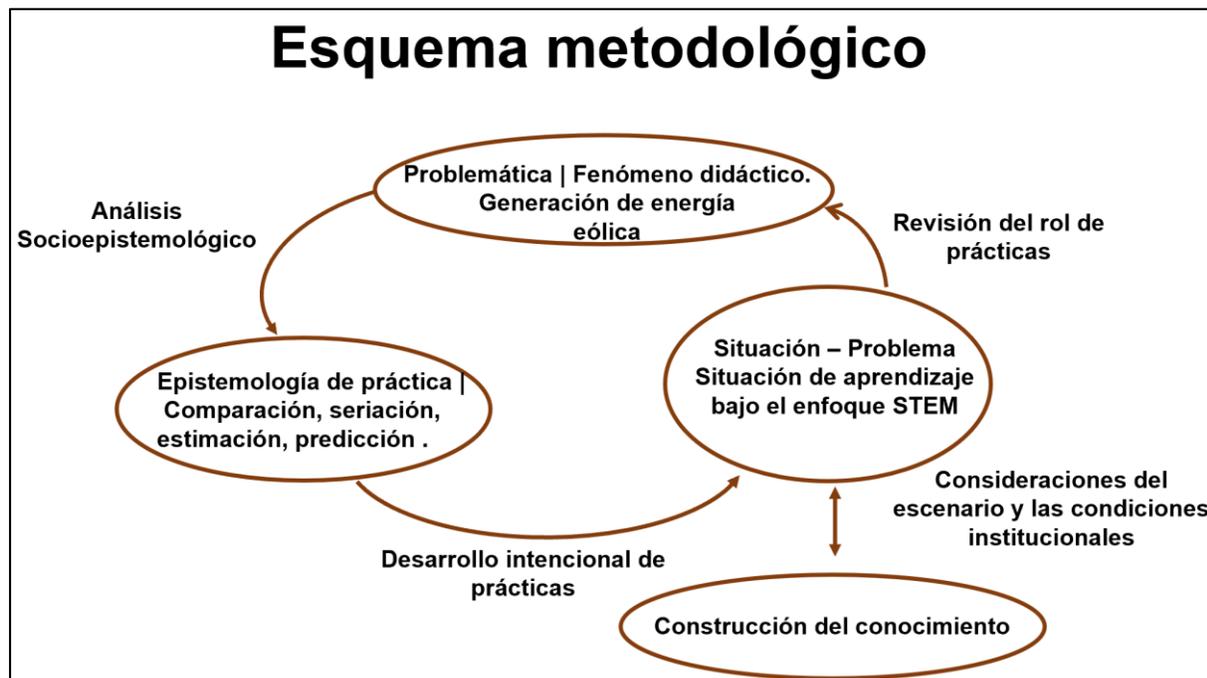
En esta investigación, se adopta un enfoque cualitativo como lo describen Hernández, Fernández y Baptista (2014): “se enfoca en comprender los fenómenos, explorando desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto” (p. 358a), bajo el tipo de investigación exploratoria. El objetivo principal es explorar y comprender en profundidad el desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes al modelar en una situación de aprendizaje con el concepto de función exponencial.

Para recolectar datos, se emplearán tres instrumentos principales. En primer lugar, se administrará una prueba diagnóstica diseñada específicamente para identificar si los estudiantes de la licenciatura en física, comprenden comportamientos gráficos sobre la función exponencial. Esta prueba permitirá identificar las fortalezas y debilidades de los participantes antes de la intervención didáctica. Posteriormente, se aplicará una situación de aprendizaje diseñada para abordar las áreas identificadas como problemáticas en la prueba diagnóstica. Es importante destacar que la prueba diagnóstica no solo servirá para el análisis inicial, sino que también permitirá evaluar el desarrollo de los estudiantes al comparar los resultados antes y después de la situación de aprendizaje.

A continuación, se muestra un esquema metodológico desde la Socioepistemología que tomaremos de referencia para nuestro diseño metodológico.

**Figura 4**

*Esquema metodológico desde la Socioepistemología.*



Nota. Se presenta el esquema detallado de esquema de la Socioepistemología adaptado de (Montiel y Buendía, 2012)

La presente investigación toma como *Problemática / Fenómeno* didáctico la generación de energía eólica como un hecho ausente en su didáctica bajo un modelo exponencial, especialmente se muestran sus cambios variaciones mediante gráficas. Una vez entendido nuestro fenómeno didáctico, procedemos a realizar revisiones desde un *Análisis sociopistemológico* respondiendo preguntas de ¿Por qué se hace lo que se hace?, ¿Por qué se sabe lo que se sabe? Respecto a los parámetros de una función exponencial se buscó la explicación de momentos significativos por medio de sus gráficas, en la generación de energía eólica.

Una vez pasamos por el Análisis Sociopistemológico, llegamos a la *Epistemología de prácticas*, con éste se dio un sentido y significación de la función exponencial promoviendo el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, a través de situaciones que modelan por medio de estrategias variacionales la generación de energía. En cuanto al *Desarrollo intencional de prácticas*, se buscó retomar el quehacer de comunidades las cuales dan contexto al saber matemático como lo es la función tratada, en esta sección involucramos momentos pertinentes que se dieron en cuanto a la generación de energía para los estudiantes de Licenciatura en Física. Llegados a la *Situación – problema*, lo entendemos como todas aquellas actividades en donde problematizamos con algunas condiciones específicas en cuanto a la generación de energía, estableciendo condiciones de ciertos fenómenos físicos, como lo es el aire, distancia, entre otros, que fueron el instrumento, propiciando con esto un desarrollo de acciones en el sistema didáctico, según (Suárez, 2010).

El papel que tiene una situación - problema para resignificar y *revisar así el rol de las prácticas* en nuestro fenómeno didáctico se deben emplear las herramientas metodológicas adecuadas a cada caso, es decir, si nuestra intención es realizar prácticas en donde se evidencien los cambios gráficos que son resultados de la generación de energía eólica relacionado con los parámetros de una función exponencial debemos de usar estrategias variacionales que nos lleven a un análisis lo más adecuado de dicha situación, como lo es comparar diferentes gráficas, predecir situaciones en cuanto a cambios variacionales, estimar diferentes intervalos de tiempo, entre otros.

Según lo propuesto por, Montiel y Buendía (2012), para que se logre una resignificación del conocimiento matemático del problema o fenómeno didáctico, refiriéndonos a la resignificación como la *construcción del conocimiento*, se deben considerar aspectos como lo son el papel del profesor, la reproducibilidad, el salón de clases, el ambiente sociocultural, la organización de la matemática escolar dentro de la escuela, en esta parte entraría en juego todo en cuanto el experimento a desarrollarse en la investigación, las explicaciones, el entorno sociocultural, las prácticas desarrolladas por cada actividad. Dichas actividades consisten en análisis gráficos, donde se hace uso de ella para que el estudiante explique y argumente sus

comportamientos, con relación a la energía eólica, para converger en la explicación de su significado en los parámetros de una función trigonométrica.

El esquema metodológico se alinea con los supuestos de la investigación socioepistemológica, que destaca la interacción entre la epistemología y factores sociales en la creación de conocimiento. Esta investigación reconoce que las acciones individuales responden a la pertenencia social un pasado en contextos específicos y la influencia de instituciones, definiendo al individuo como un sujeto social. Se busca identificar lo que rige la actividad humana que genera conocimiento matemático, denominado como práctica social. La consideración de una epistemología de orden social fundamenta el enfoque, dando lugar a la Socioepistemología. (Montiel y Buendía, 2012)

Desde la socioepistemología, consideramos importante el pasado de cada individuo como sujeto social, por lo que las interacciones forman parte de sus análisis en los grupos humanos, es por ello que consideramos relevante hacer un análisis grupal, además de los diálogos, los cuales serán también objeto de estudio, según lo propuesto por (Cantoral y Farfán, 2003)

### **3.1 Población**

Se aplicaron estos instrumentos a 11 estudiantes de tercer semestre de Licenciatura en Física de la Universidad Autónoma de Zacatecas, dado las posibilidades y tiempo aprovechables para la investigación.

La aplicación del instrumento diagnóstico y la situación de aprendizaje descritos anteriormente se justifica en el contexto de la Licenciatura en Física, especialmente en el laboratorio Física General III: Electricidad y Magnetismo que se cursa en el tercer semestre de la carrera.

En el laboratorio Física General III: Electricidad y Magnetismo, los estudiantes de la Licenciatura en Física tienen la oportunidad de explorar y comprender los principios fundamentales relacionados con la generación y el flujo de energía en diferentes sistemas físicos. Esta experiencia proporciona una base sólida para abordar conceptos más avanzados, como el análisis de funciones exponenciales en el contexto de la generación de energía eólica.

La elección de los estudiantes de Licenciatura en Física como población de estudio se fundamenta en la relación entre el contenido del laboratorio de Física General III: Electricidad y Magnetismo bajo supuestos en el enfoque STEM, debido a que en estos laboratorios podemos dotar en gran parte las relaciones de la matemática con los contextos reales de los estudiantes de esta licenciatura. En el curso mencionado, los estudiantes profundizan los principios relacionados con la generación y el flujo de energía en diversos sistemas físicos, adquiriendo bases para comprender conceptos como el análisis de funciones exponenciales en el contexto de la generación de energía eólica.

La selección de esta población se justifica no solo por la pertinencia directa del contenido académico, sino también por el interés y la experiencia previa que los estudiantes de Licenciatura en Física poseen en estos temas. Además, la accesibilidad y disponibilidad de esta población para participar en la investigación, así como el impacto positivo en el desarrollo de la misma al salir de un contexto matemático y entrar en uno en el cual, se tengan en cuenta variables como la electricidad, voltaje, entre otras variables en el contexto de estudiantes de Licenciatura en Física una población ideal y significativa para este estudio.

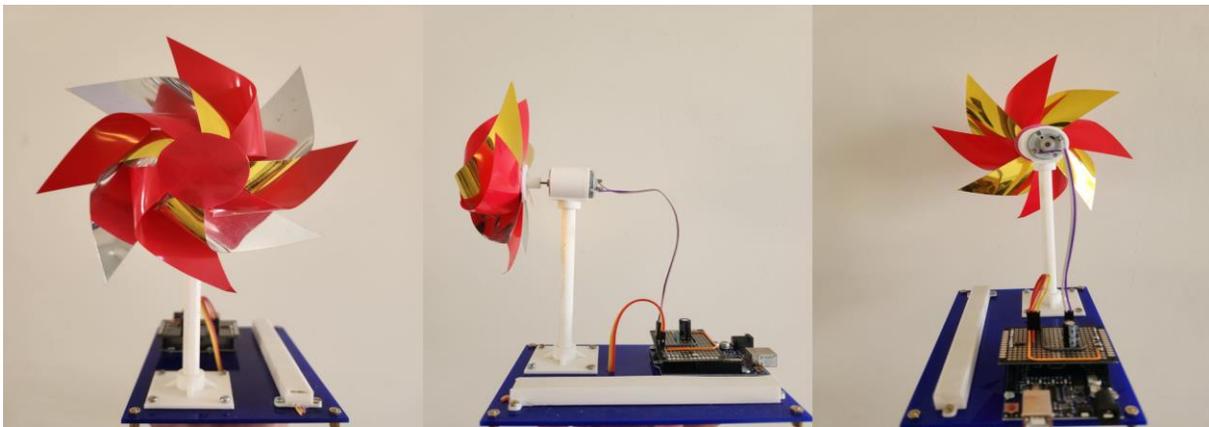
Es pertinente resaltar que esta investigación puede ser aplicada en otra carrera, como alguna ingeniería, o quizás una en ciencias básicas, gracias al diseño de la situación de aprendizaje con enfoque STEM, puesto que permite esa transversalidad de saberes, sin embargo, anteriormente ya fueron dadas las explicaciones del porqué seleccionamos la Licenciatura en Física.

### 3.2 Dispositivo para desarrollar el experimento

Para lograr graficar el voltaje generador de un motor de 1.5 voltios se diseñó y construyó un dispositivo el cual consta de una placa de Arduino, un rehilete, placa para resistencia y capacitor, y una cinta led. (ver figura 5)

#### Figura 5

*Experimento graficador de voltaje vs tiempo*



*Nota.* Se muestra el dispositivo que permitirá realizar el experimento con el cual se realizaron diferentes tipos de gráficas con ayuda de un ventilador (simulador de viento). Elaboración propia.

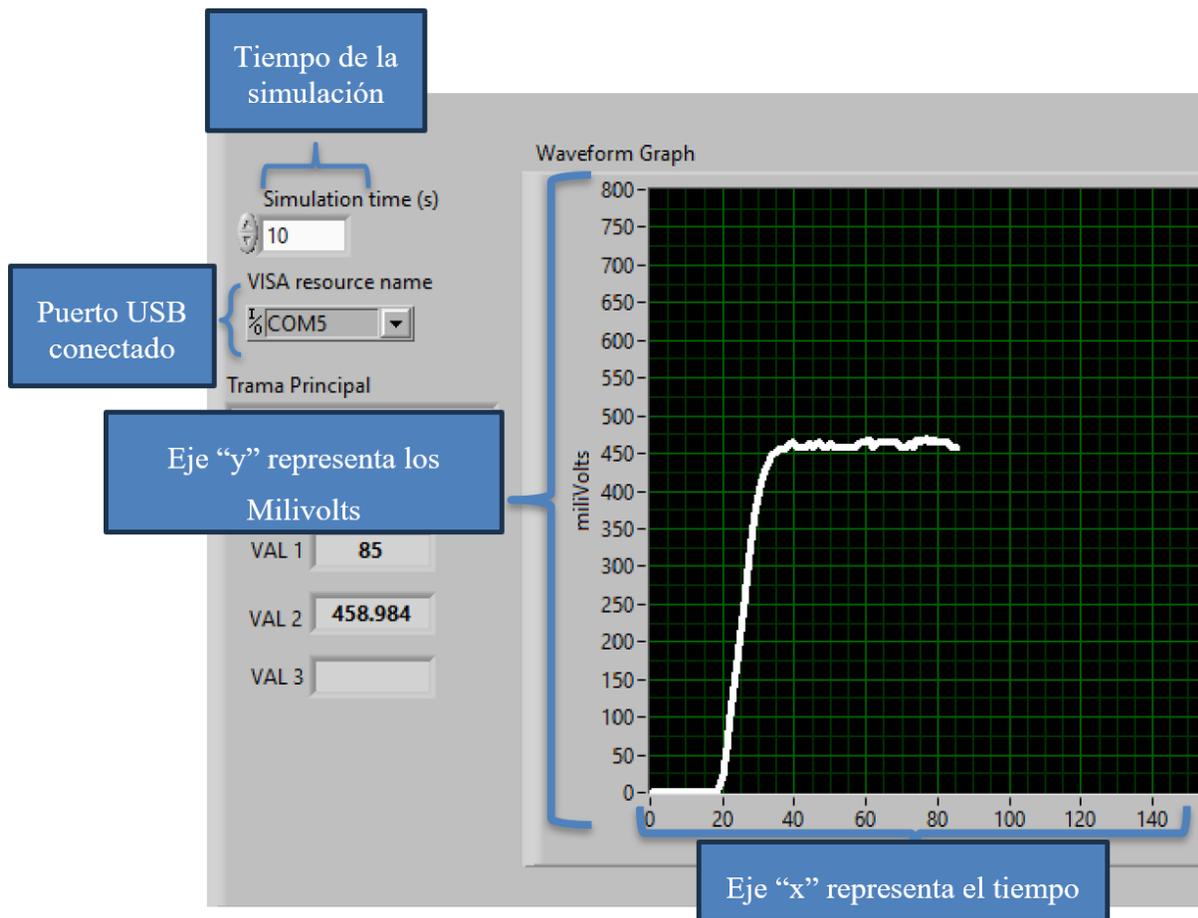
Para aplicar la situación de aprendizaje *generador de energía eólica*, se diseñaron y construyeron 4 dispositivos (generadores de energía eólica) idénticos los cuales cumplen con la función de generar gráficas de *voltaje vs tiempo* con ayuda de 2 software; Arduino 1 para codificar la Tarjeta de Arduino y LabVIEW Q2 v 2022 para la visualización de la gráfica.

### 3.3 Los recursos tecnológicos:

*LabVIEW Q3 2022*, el cual nos ayudó a registrar las gráficas resultantes del generador de energía eólico en una computadora, con la posibilidad de registrarlos en una tabla de Excel y así poderlos exportar a un documento de GeoGebra en el que previamente se tiene listo un archivo con unos deslizadores creados para identificar cada término de la función exponencial que actúa sobre el comportamiento gráfico de la misma.

**Figura 6**

*Gráfica de LabVIEW*



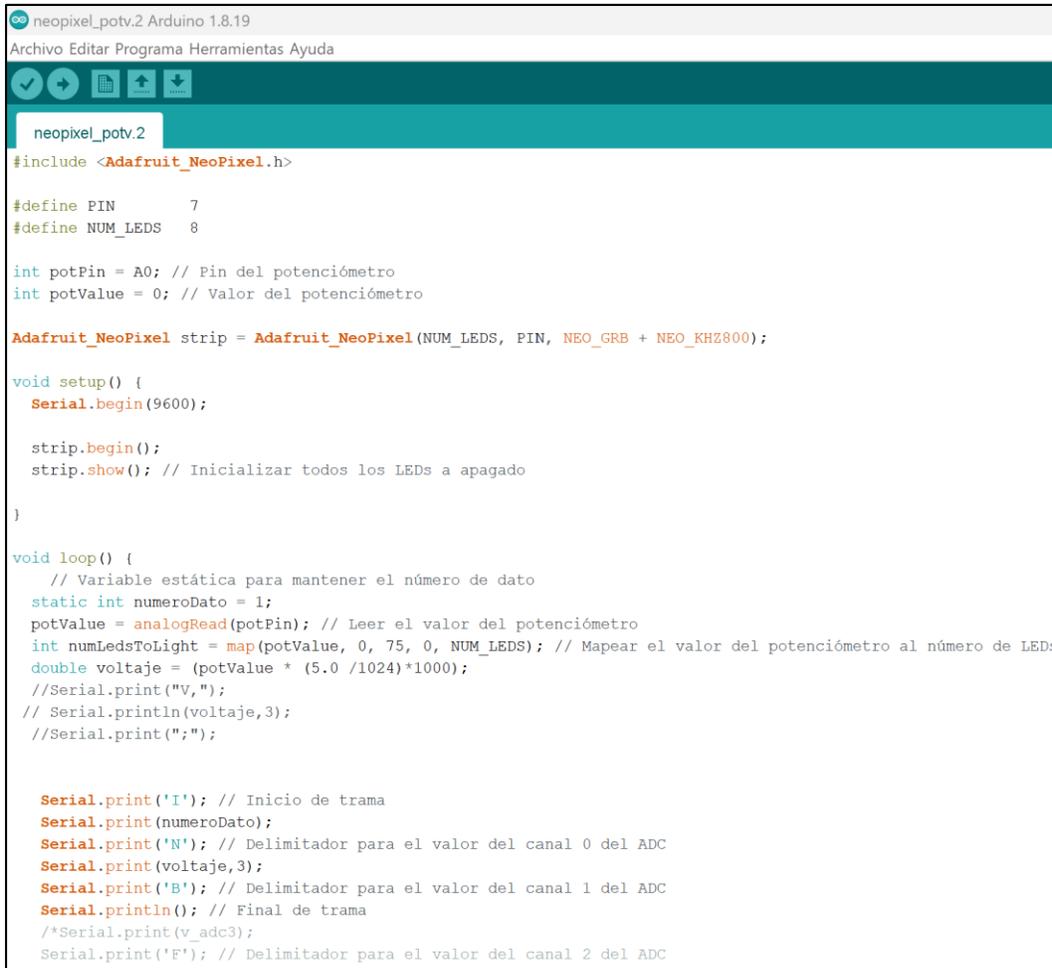
*Nota.* Se muestra una gráfica que proporciona datos sobre la energía que produce un motor de 1.5 voltios.

En la figura 6, observamos una gráfica, que muestra el comportamiento gráfico de la generación de energía eólica, con una distancia de 5 centímetros del ventilador (simulador de viento) en una velocidad alta del experimento. El eje "x" denota el tiempo y el eje "y" hace referencia al voltaje generado.

**Arduino 1.8.19**, es una plataforma de creación de electrónica de código abierto, la cual está basada en hardware y software libre, flexible y fácil de utilizar para los creadores y desarrolladores. Esta plataforma permite crear diferentes tipos de microordenadores de una sola placa a los que la comunidad de creadores puede darles diferentes tipos de uso.

## Figura 7

### Código de Arduino



```
neopixel_potv.2 Arduino 1.8.19
Archivo Editar Programa Herramientas Ayuda

neopixel_potv.2
#include <Adafruit_NeoPixel.h>

#define PIN      7
#define NUM_LEDS 8

int potPin = A0; // Pin del potenciómetro
int potValue = 0; // Valor del potenciómetro

Adafruit_NeoPixel strip = Adafruit_NeoPixel(NUM_LEDS, PIN, NEO_GRB + NEO_KHZ800);

void setup() {
  Serial.begin(9600);

  strip.begin();
  strip.show(); // Inicializar todos los LEDs a apagado
}

void loop() {
  // Variable estática para mantener el número de dato
  static int numeroDato = 1;
  potValue = analogRead(potPin); // Leer el valor del potenciómetro
  int numLedsToLight = map(potValue, 0, 75, 0, NUM_LEDS); // Mapear el valor del potenciómetro al número de LEDs
  double voltaje = (potValue * (5.0 / 1024) * 1000);
  //Serial.print("V,");
  // Serial.println(voltaje,3);
  //Serial.print(";");

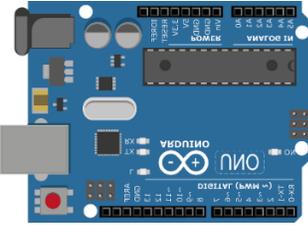
  Serial.print('I'); // Inicio de trama
  Serial.print(numeroDato);
  Serial.print('N'); // Delimitador para el valor del canal 0 del ADC
  Serial.print(voltaje,3);
  Serial.print('B'); // Delimitador para el valor del canal 1 del ADC
  Serial.println(); // Final de trama
  /*Serial.print(v_adc3);
  Serial.print('F'); // Delimitador para el valor del canal 2 del ADC
```

*Nota.* Esta parte del código tiene por función darle mandó al Arduino siendo capaz de registrar en el LabVIEW el voltaje generado por el motor de 1.5 voltios.

Generador de energía eólico, está compuesto por un motor de 1.5 voltios, una hélice, placa de Arduino, y cableado en general

**Tabla 1**

Componentes del experimento graficador de voltaje/tiempo

			
<p><b>Tarjeta arduino 1</b></p> <p>Esta placa transfiere los datos del voltaje generado por el motor de 1.5 voltios para que puedan ser gráficos y tratados</p> <p><b>Microcontrolador:</b> ATmega328</p> <p><b>Voltaje Operativo:</b> 5v</p> <p><b>Voltaje de Entrada (Recomendado):</b> 7 – 12 v</p> <p><b>Pines de Entradas/Salidas Digital:</b> 14 (De las cuales 6 son salidas PWM)</p> <p><b>Pines de Entradas Análogas:</b> 6</p> <p><b>Memoria Flash:</b> 32 KB (ATmega328) de los cuales 0,5 KB es usado por Bootloader.</p> <p><b>SRAM:</b> 2 KB (ATmega328)</p>	<p><b>Nombre del producto:</b> motor de CC. Modelo del producto: 031. Tipo de eje: eje redondo.</p> <p><b>Voltaje:</b> DC 1.5V-4.5V; <b>Velocidad:</b> 9000-13000RPM; Corriente: 0.04A.</p> <p><b>Tamaño:</b> 20,5 x 13,9 x 11,8 mm. Longitud del eje: 4,5 mm. Diámetro del eje: 1 mm. Peso: 11 g.</p> <p><b>Conmutación:</b> cepillo; <b>Tipo de recinto:</b> TEAAC (totalmente cerrado de aire a refrigerado por aire).</p> <p><b>Aplicaciones:</b> impresora, espejo retrovisor, regulador de nivel de haz de luz de cabeza, juguetes de coche, etc.</p>	<p>El <b>rehilete</b> es de 15 cm de diámetro, se mandó a hacer de este tamaño por su gran funcionalidad al proporcionarle viento, y es realizado así porque gira más debido al diseño de sus <b>aspas</b>, permitiendo mayor generación de energía.</p>	<p><b>Secador</b> (simulador de viento)</p> <p><b>Modelo:</b> GW-6003</p> <p><b>Power:</b></p> <p><b>Velocidad baja:</b> 500W</p> <p><b>Velocidad alta:</b> 1000W</p> <p><b>Tamaño:</b> 11x7x17cm</p> <p><b>Voltaje:</b> AC220V</p>

<b>EEPROM:</b> 1 KB (ATmega328)			
<b>Velocidad del Reloj:</b> 16 MH			

*Nota.* Se presentan los componentes del experimento y su descripción técnica.

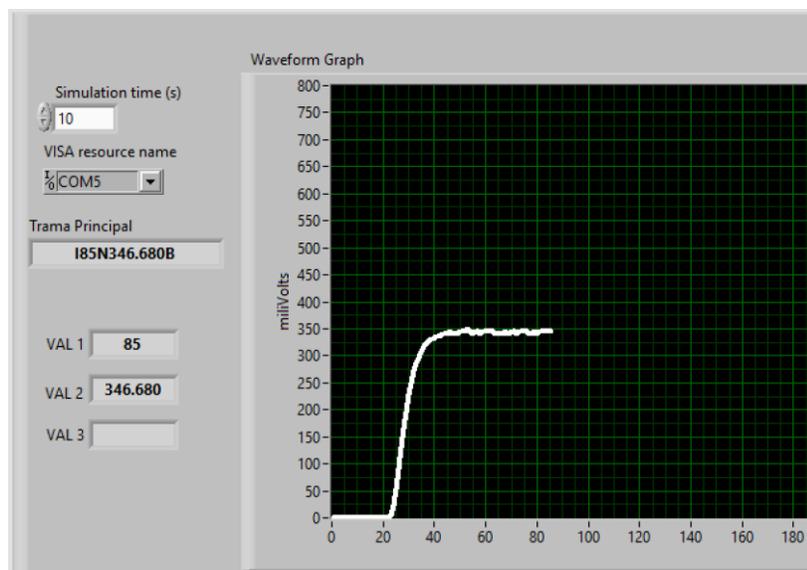
### 3.4 Gráficas generadas por el experimento

A continuación, se presentan los 4 modelos de gráficas que se analizaron por los estudiantes de licenciatura en física dentro de la situación de aprendizaje con relación al enfoque STEM, estas gráficas propuestas se desarrollaron en las diferentes actividades de la situación, e igualmente se exportaron al software de GeoGebra para un mejor análisis, en donde encontraron deslizadores para cada término de la función exponencial

Se mostraron 4 figuras, en la primera, fue la gráfica correspondiente del voltaje generado con el experimento a **5cm** de distancia del simulador de viento a una **velocidad baja**. Seguidamente, se muestra la gráfica correspondiente del voltaje/tiempo generado con el experimento a **5cm** del simulador de viento con una **velocidad alta**. Como tercera, aparece la gráfica correspondiente del voltaje/tiempo generado con el experimento a **10cm** de distancia del simulador de viento con una **velocidad baja**. Por último, se muestra la gráfica correspondiente del voltaje/tiempo generado con el experimento a **10cm** de distancia del simulador de viento con una velocidad **alta**.

#### Figura 8

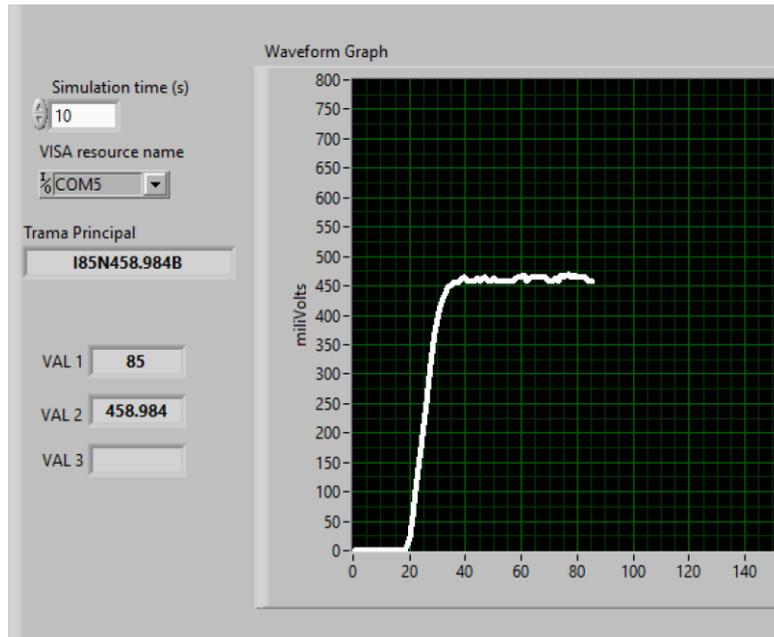
*Gráfica 1: velocidad baja, 5 cm de distancia entre el simulador de viento y el experimento*



*Nota.* Se muestra una gráfica que presenta el voltaje/tiempo cuando el experimento se encuentra a 5 centímetros de distancia del simulador de viento (secador) a velocidad baja.

### Figura 9

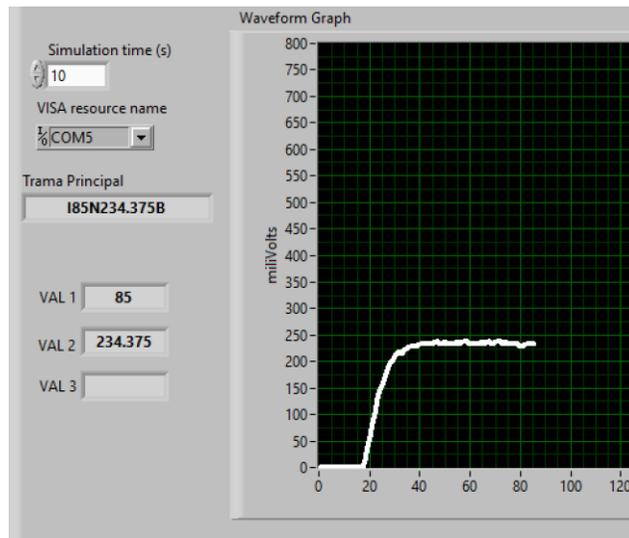
*Gráfica 2: velocidad alta, 5cm de distancia entre el simulador de viento y el experimento*



*Nota.* Se muestra una gráfica que presenta el voltaje/tiempo cuando el experimento se encuentra a 5 centímetros de distancia del simulador de viento (secador) a velocidad alta.

### Figura 10

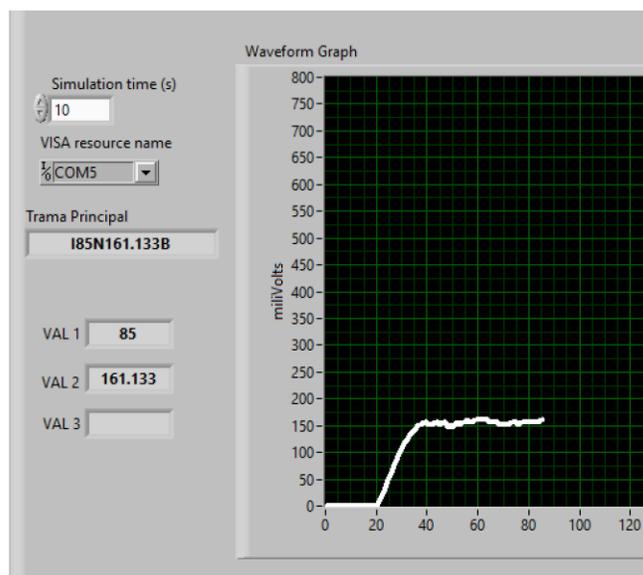
*Gráfica 3: velocidad baja, 10 cm de distancia entre el simulador de viento y el experimento*



*Nota.* Se muestra una gráfica que presenta el voltaje/tiempo cuando el experimento se encuentra a 10 centímetros de distancia del simulador de viento (secador) a velocidad baja.

### Figura 11

*Gráfica 3: velocidad alta, 10 cm de distancia entre el simulador de viento y el experimento*



*Nota.* Se muestra una gráfica que presenta el voltaje/tiempo cuando el experimento se encuentra a 10 centímetros de distancia del simulador de viento (secador) a velocidad alta.

## 3.5 Instrumento diagnóstico

El instrumento diagnóstico diseñado para esta investigación consta de 12 interrogantes, divididos en dos actividades. El objetivo principal de este instrumento es identificar si los estudiantes comprenden comportamientos gráficos relacionados al pensamiento variacional en la interpretación y análisis de gráficas que corresponden a fenómenos físicos como lo es la generación de energía eólica.

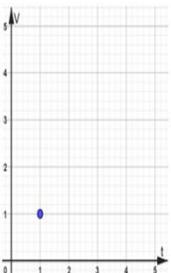
### *Instrumento diagnóstico actividad 1 (ítem 1-4)*

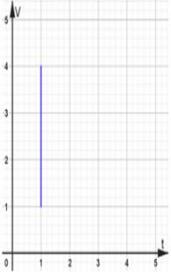
En la primera actividad, se les presentan a los estudiantes cuatro diferentes tipos de gráficas, cada una de ellas muestra relaciones entre variables. Los estudiantes deben identificar en qué ejes se produce una variación, o si, por el contrario, no hay variación. Esta actividad tiene como propósito evaluar la capacidad de los estudiantes para reconocer y comprender cómo diferentes tipos de variaciones se representan en las gráficas o si reconocen que no hay en ejes cartesianos.

### Figura 12

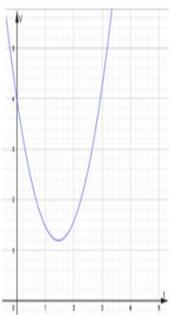
*Instrumento diagnóstico actividad 1 (ítem 1-4)*

**Actividad A**  
 Analiza las siguientes gráficas y responde de acuerdo a los interrogantes.

1)  Teniendo en cuenta la gráfica que representa el voltaje vs tiempo indica ¿en qué ejes se presentan variaciones?  
 a) Eje x (eje que representa el tiempo)  
 b) Eje y (eje que representa al voltaje)  
 c) Ambos ejes  
 d) Ninguno

2)  Teniendo en cuenta la gráfica que representa el voltaje vs tiempo indica ¿en qué ejes se presentan variaciones?  
 a) Eje x (eje que representa el tiempo)  
 b) Eje y (eje que representa al voltaje)  
 c) Ambos ejes  
 d) Ninguno

3)  Teniendo en cuenta la gráfica que representa el voltaje vs tiempo indica ¿en qué ejes se presentan variaciones?  
 a) Eje x (eje que representa el tiempo)  
 b) Eje y (eje que representa al voltaje)  
 c) Ambos ejes  
 d) Ninguno

4)  Teniendo en cuenta la gráfica que representa el voltaje vs tiempo indica ¿en qué ejes se presentan variaciones?  
 a) Eje x (eje que representa el tiempo)  
 b) Eje y (eje que representa al voltaje)  
 c) Ambos ejes  
 d) Ninguno

*Nota.* En esta actividad queremos observar si el estudiante identifica en qué eje hay variación. Elaboración propia.

**Intencionalidad Instrumento diagnóstico actividad 1 (ítem 1-4)**

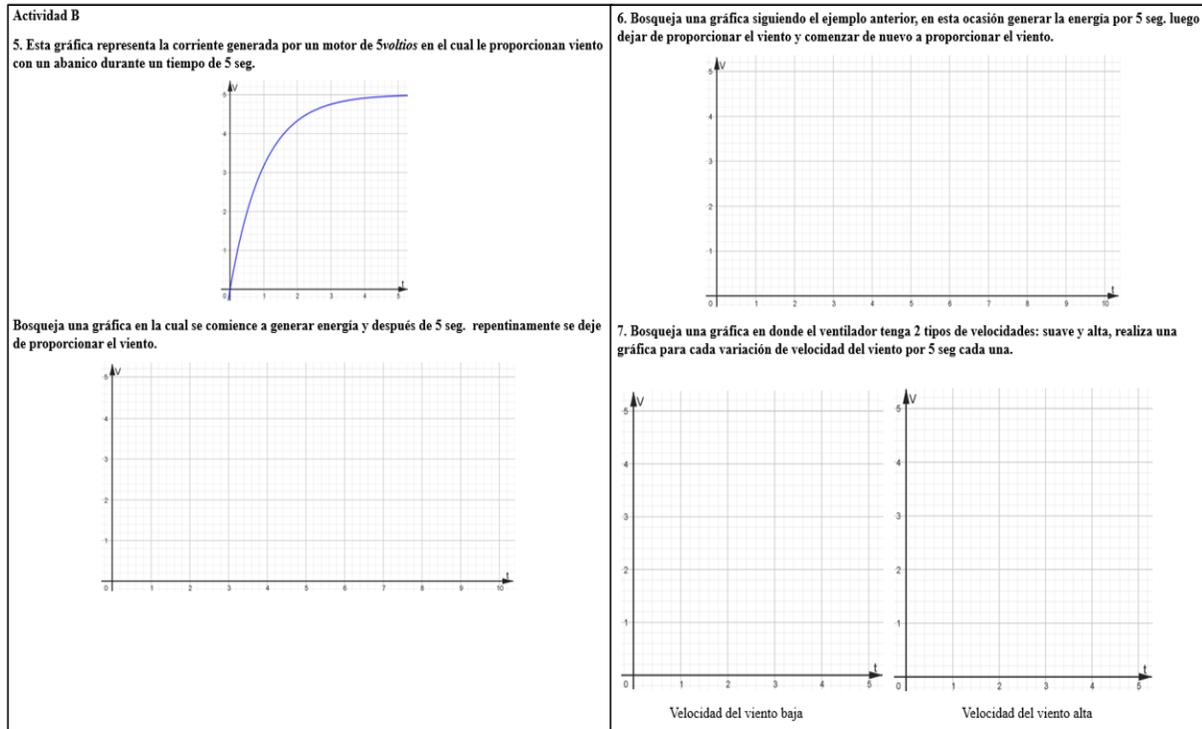
La intención es que esta actividad proporcione información útil sobre las habilidades iniciales del estudiante en la interpretación de gráficas desde un punto de vista variacional y sirva como punto de partida para identificar estrategias variacionales que aborden los estudiantes en relación con la representación gráfica. Esto permite valorar el conocimiento que tiene sobre las gráficas dado que la situación de aprendizaje que se aplicó, tiene esta intencionalidad.

**Instrumento diagnóstico actividad 2 (ítem 5-7)**

En esta actividad, se presenta a los estudiantes una situación que corresponde a una gráfica generada por un experimento generador de energía representado voltaje vs tiempo, en el eje “x” el voltaje generado y en el eje “y” el tiempo transcurrido. Posteriormente, se les solicita a los estudiantes que bosquejen una gráfica que represente una situación dada con cierto tipo de especificaciones y condiciones. Esta actividad busca evaluar la habilidad de los estudiantes para interpretar, comparar y predecir comportamientos de la situación, para la construcción de gráficas que reflejan relaciones específicas entre las variables voltaje y tiempo.

## Figura 13

### Instrumento diagnóstico actividad 2 (ítem 5-7)



*Nota.* En esta actividad el estudiante debe poner a prueba su capacidad de anticipación a un cambio variacional, en este caso el de la variable del viento simulado, y cómo modifica esté la gráfica de la velocidad/tiempo. Elaboración propia.

### Intencionalidad instrumento diagnóstico actividad 2 (ítem 5-7)

La intención de esta actividad es que el estudiante utilice los cambios entre las variables y las gráficas para anticipar de manera efectiva cómo los cambios en las variables afectan la representación gráfica de la función exponencial. Al hacerlo, se espera que el estudiante demuestre un conocimiento variacional al hacer inferencias y sobre cómo será el comportamiento de las gráficas en diferentes escenarios.

Para la elaboración de las actividades que componen el instrumento diagnóstico, se tomó como referencia la línea de investigación propuesta por Caballero y Cantoral (2013). Este trabajo proporciona una sólida fundamentación teórica y metodológica para el diseño de actividades que promuevan los elementos y estrategias del Pylvar. A lo que concierne esta investigación nos enfocamos en la comprensión y la interpretación de gráficas exponenciales que son obtenidas experimentalmente por un generador de energía eólica, se inspiró en las

estrategias y recomendaciones planteadas por estos autores, con el objetivo de garantizar la pertinencia y efectividad del instrumento.

A continuación, se muestra la implementación de una situación de aprendizaje cuidadosamente diseñada, basada en los principios teóricos del pensamiento y lenguaje variacional (Pylvar). Esta situación de aprendizaje se centrará en la modelación de la función exponencial en un contexto del campo profesional de la Física, con el propósito de favorecer el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes. Durante esta etapa, se recopilaron datos observacionales, audios y registros de campo donde se capturan las interacciones de los estudiantes con la situación de aprendizaje para el desarrollo del pensamiento variacional.

### **3.6 Situación de aprendizaje: Generador de energía eólica**

En esta investigación, se implementa una situación de aprendizaje con enfoque STEM el cual nos permitió realizar una transversalidad de saberes en un campo Físico, la cual se centra en el análisis de las gráficas de funciones exponenciales generadas a través de un experimento generador de energía eólica (ver figura 5). Esta situación involucra el análisis de datos y la modelación matemática, con el objetivo de comprender cómo la manipulación de los parámetros de una función exponencial impacta en su variación gráfica y viceversa relacionado con la experimentación.

Durante la situación de aprendizaje, los estudiantes participaron en la realización de diferentes tipos de gráficas mediante el experimento con el generador de energía eólica, realizando diferentes variaciones en el viento simulado. Utilizando el software LabVIEW, los datos generados por el experimento se visualizaron en tiempo real (ver figura 6), lo que permitió a los estudiantes observar, analizar y manipular las variaciones en las gráficas en GeoGebra.

#### ***Actividad 1***

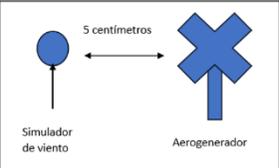
En la primera actividad, del apartado ***a*** al ***i*** se solicita a los estudiantes que realicen diferentes tipos de gráficas variando la velocidad del ventilador durante el experimento. Los estudiantes deberán analizar las gráficas resultantes y establecer en qué intervalos de tiempo se observa un mayor y menor crecimiento en la generación de energía eólica, relacionando estos hallazgos con el comportamiento de las funciones exponenciales. Para finalizar esta actividad, se les solicita a los estudiantes bosquejar tres gráficas, en el cual deben imaginar cómo serán las gráficas cuando la velocidad del viento simulado aumente en hipotéticas velocidades mayores.

#### **Figura 14**

*Situación de aprendizaje actividad 1 ítem a-h*

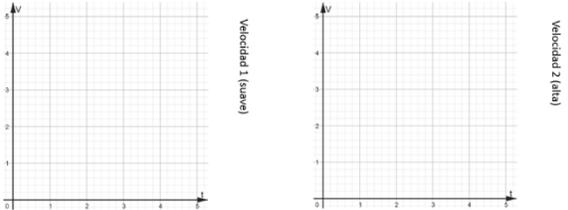
**Actividad 1**

a) Utilizando el generador de energía realiza 2 gráficas que describan el *voltaje vs tiempo* variando la velocidad del viento en 1 suave, 2 alta, proporcionándole viento a una altura frontal, como se muestra en la figura:



5 centímetros

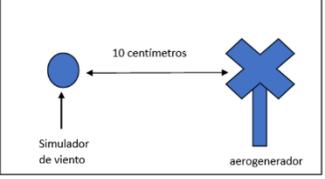
Simulador de viento      Aerogenerador



b) ¿En qué intervalos de tiempo ocurre un crecimiento rápido de voltaje?  
 Velocidad 1 (suave): \_\_\_\_\_      Velocidad 2 (alta): \_\_\_\_\_

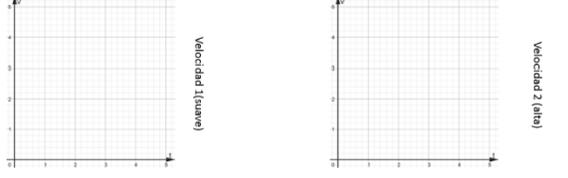
c) ¿Cuánto cambia el voltaje de un intervalo a otro?  
 De velocidad 1 a 2: \_\_\_\_\_

d) Ahora, utilizando el generador de energía realiza 2 gráficas que representen el *voltaje vs tiempo* variando la velocidad del viento en 1 suave y 2 alta, proporcionándole aire así:



10 centímetros

Simulador de viento      aerogenerador



e) ¿En qué intervalos de tiempo ocurre un crecimiento rápido de voltaje?  
 Velocidad 1 (suave): \_\_\_\_\_      Velocidad 2 (alta): \_\_\_\_\_

f) ¿Cuánto cambia de un intervalo a otro?  
 De velocidad 1 a 2: \_\_\_\_\_

Ahora, analiza los cambios de intervalos de las velocidades de 1 a 2 de la actividad a y compáramoslos con los de la actividad b.

g) ¿En qué intervalos de tiempo observas un crecimiento rápido del voltaje?

h) ¿Cuánto cambio de voltaje tuvo la gráfica respecto al tiempo? ¿Por qué?

*Nota.* Se muestra con detalle cada apartado de la actividad 1 en la situación de aprendizaje. Elaboración propia.

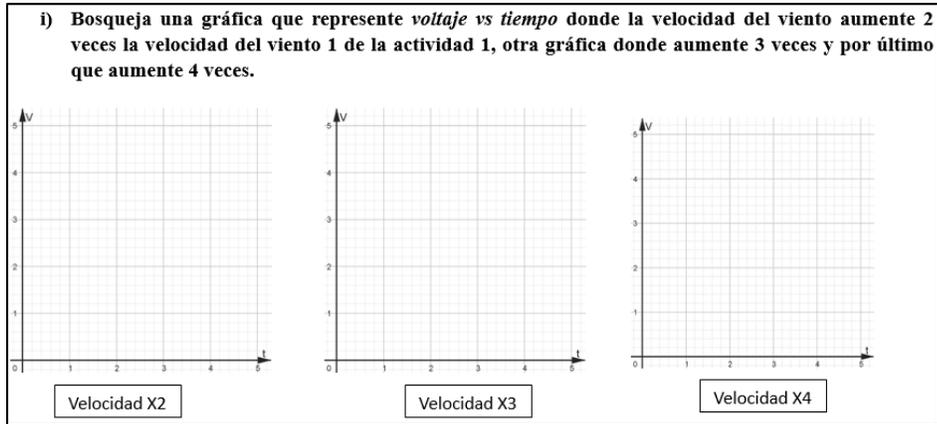
**Intencionalidad actividad 1 (ítem a-h)**

Se busca promover la comprensión de los comportamientos observados en el fenómeno físico estudiado. Específicamente, al utilizar estrategias variacionales del modelo del Pylvar, como la comparación y la seriación, se pretende que los estudiantes identifiquen similitudes y diferencias entre las distintas representaciones gráficas de la energía eólica generada, desarrollando así una comprensión más completa y matizada de las gráficas por el experimento. Además, se busca fomentar la capacidad de los estudiantes para interpretar y comunicar de manera efectiva los cambios gráficos, fortaleciendo el análisis y presentación de datos.

Por último, se muestra el ítem *i* de la actividad 1, el cual se explicó antes.

**Figura 15**

*Situación de aprendizaje actividad 1 ítem i*



*Nota.* En esta actividad el estudiante debe bosquejar las gráficas voltaje/tiempo en determinadas situaciones. Elaboración propia.

***Intencionalidad actividad 1 (ítem i)***

Este ítem de la actividad tiene intención que los estudiantes sean capaces de estimar y prever los diferentes estados sucesivos de las gráficas a partir de las estrategias variacionales previamente realizadas. Mediante la comparación de las diferentes variaciones gráficas y la identificación de patrones y relaciones entre ellas, los estudiantes habrán desarrollado la capacidad de reconocer aspectos y comportamientos de cómo serán las gráficas hipotéticas en función de cambios en las condiciones, como la velocidad del viento simulado.

Al hacer la afinación “estudiantes habrán desarrollado la capacidad de reconocer aspectos y comportamientos de cómo serán las gráficas hipotéticas...”) nos apoyamos en Caballero y cantoral (2017) los cuales afirman lo siguiente:

De modo que para generar el desarrollo del pensamiento variacional es necesario el uso sistemático e interacción de los elementos que conforman al Pylvar, debido a que el desarrollo del pensamiento variacional implica usar todos estos elementos de manera conjunta y no aislada. (p. 1204)

Al anticipar los posibles resultados de estas gráficas, se busca que los estudiantes fortalezcan no solo la comprensión de los conceptos físicos involucrados en la función exponencial, sino que también promueva el pensamiento y lenguaje preparándolos para abordar problemáticas relacionadas al cambio y variabilidad.

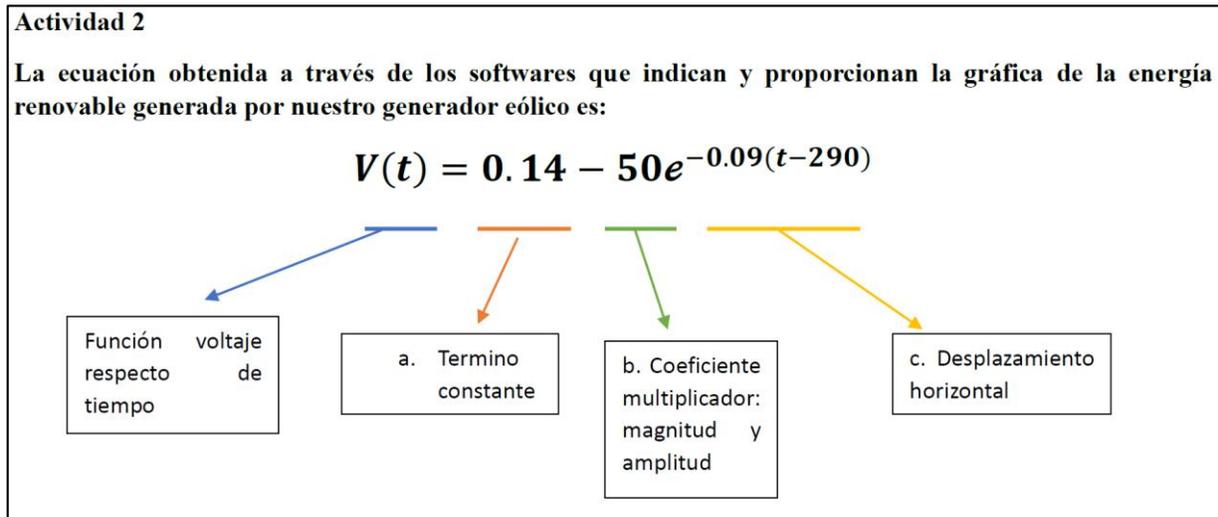
***Actividad 2***

En la segunda actividad, los estudiantes deben exportar los datos (puntos) de la gráfica que se genera en LabVIEW al GeoGebra (ver figura 16) y analizar el modelo de la ecuación que resulta de las gráficas generadas en la actividad anterior. Acompañado del software GeoGebra deben manipular o interactuar con los 4 deslizadores, cada uno de ellos corresponde a cada término del modelo de ecuación que se genera de nuestras gráficas exponenciales.

La actividad comienza describiendo un poco cual es modelo de la ecuación obtenida a través de las gráficas generadas por el experimento:

### Figura 16

Actividad 2 introducción a los términos de la función exponencial.



*Nota.* Se detalla cada término de la ecuación exponencial obtenida. Elaboración propia.

#### ***Intencionalidad actividad 2 (introducción)***

En esta sección introductoria, se presentan y explican los distintos términos que componen la ecuación de la función exponencial que estamos obteniendo por nuestro experimento, junto con su significado y relevancia en el contexto del fenómeno físico, energía eólica.

La intencionalidad de esta introducción es presentar el modelo de función obtenido por el experimento en un contexto físico relevante para los estudiantes de Licenciatura en Física. Al hacerlo, se pretende que los estudiantes puedan relacionar directamente los conceptos teóricos y las ecuaciones matemáticas obtenidas de fenómenos físicos reales, fortaleciendo así su comprensión y apreciación de la física como disciplina científica.

Seguidamente, se muestra un paso a paso de como exportar las gráficas obtenidas del programa LabVIEW a GeoGebra para un mejor análisis:

### Figura 17

## Paso del software LabVIEW a GeoGebra

1. Clic derecho sobre la gráfica, seleccionamos **Export** y luego **Export data to Excel**.

2. Automáticamente se abrirá un archivo **Excel**. Copiamos las dos columnas que indiquen **Tiempo** y **Tensión**.

3. Abrimos el archivo de GeoGebra llamado **Modelo Exp**, habilitando la **vista hoja de cálculo** y pegamos las dos columnas de Excel.

4. Seleccionamos las dos columnas **A** y **B**. Seleccionamos la opción de **análisis de regresión de dos variables** como se muestra en la imagen y da clic en **analiza**.

5. Se desplegará una **vista de análisis de datos**. Seleccionamos cualquier punto y le damos clic en **copiar en vista gráfica**.

6. Ahora, solo requerimos "jugar" con los 4 deslizadores para ajustar la gráfica lo más posible a cada uno de nuestros puntos.

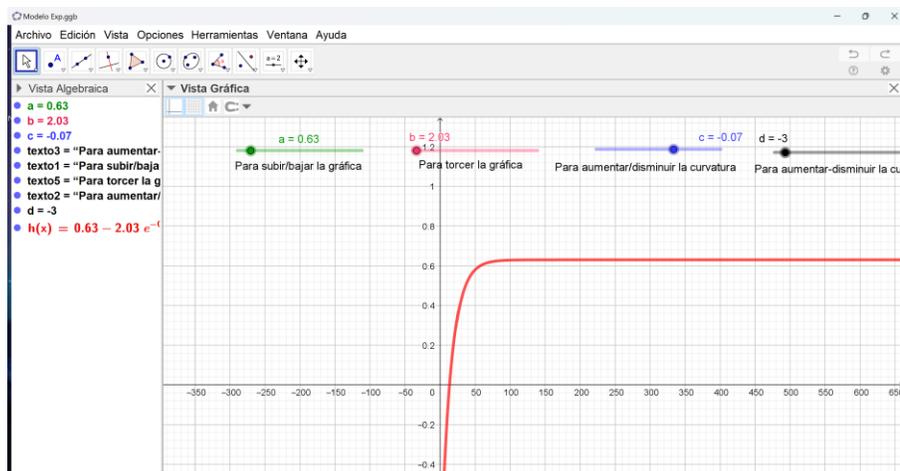
*Nota.* Se realiza un tutorial paso a paso para exportar los datos de LabVIEW a GeoGebra para un mejor análisis de las gráficas.

Seguidamente, una vez que son exportados los datos al GeoGebra y que previamente los estudiantes han realizado una experimentación con los deslizadores, se realiza una breve charla acompañada de preguntas significativas en el contexto físico con la finalidad de llevarlos a la reflexión de este tipo de fenómeno físico.

Así como se muestra en la siguiente imagen:

### Figura 18

Deslizadores de modelo de gráfica de la función exponencial



*Nota.* Se muestran los deslizadores que parecen a cada término de la función exponencial

### Actividad 2 (ítem a-b)

En esta actividad los estudiantes se enfrentan a interrogantes que promueven la reflexión, como, por ejemplo, ¿cuál crees que sea el término que está relacionado con la velocidad del viento? Además, deben identificar qué términos de la función exponencial están relacionados con un crecimiento rápido o lento en la generación de energía.

### **Figura 19**

Situación de aprendizaje Actividad 2 ítem a-b

- a) ¿Cuál crees que sea el término que esté relacionado con la velocidad del viento? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.
- b) ¿Qué término de la función exponencial está relacionado con un crecimiento lento o rápido de su gráfica? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.

*Nota.* Preguntas relacionadas con cada término de la función exponencial. Elaboración propia.

#### ***Intencionalidad actividad 2 (ítem a-b)***

La actividad propuesta tiene como objetivo que los estudiantes utilicen la herramienta GeoGebra junto con deslizadores gráficos para explorar y dar sentido de cada término de una función exponencial en *el funcionamiento y forma* de su gráfica. Específicamente, la intención es que los estudiantes puedan identificar cómo cada parámetro de la función afecta el crecimiento o decrecimiento de la gráfica, la velocidad a la que cambia, y la curvatura de esta.

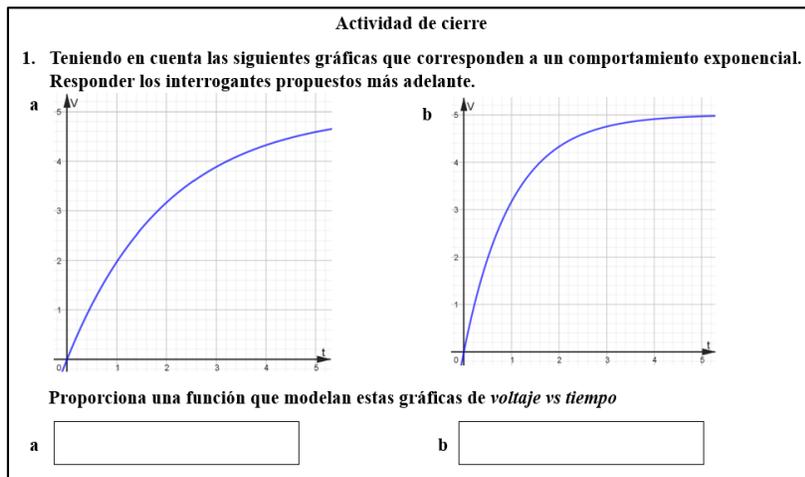
Al manipular los deslizadores gráficos que representan los diferentes términos de la función, los estudiantes podrán observar de manera interactiva cómo los cambios en estos términos se reflejan en la gráfica resultante. Por ejemplo, podrán ver cómo aumentar o disminuir la amplitud afecta la altura de la gráfica, cómo variar la tasa de crecimiento modifica la pendiente de esta, y cómo ajustar otros parámetros influye en la forma general de la curva.

#### ***Actividad de cierre (ítem 1a-1b)***

En esta actividad final, se presenta a los estudiantes dos gráficas de funciones exponenciales, una más curvada que la otra. El desafío para los estudiantes será deducir lo más posible las ecuaciones que mejor se ajusten a cada gráfica. Esta actividad tiene como objetivo invertir el enfoque tradicional y llevar a los estudiantes a ir de la gráfica a la función, en lugar de ir de la función a la gráfica. Al enfrentarse a esta tarea, se espera que los estudiantes apliquen su comprensión de cada término de las funciones exponenciales y utilicen estrategias variacionales previamente usadas para inferir las características de las funciones a partir de las gráficas.

### **Figura 20**

*Situación de aprendizaje actividad cierre (ítem 1a-1b)*



*Nota.* En esta actividad se busca salir de lo tradicional y llevar al estudiante a ir de la gráfica a la función. Elaboración propia.

***Intencionalidad actividad de cierre (ítem 1a-1b)***

La intencionalidad de esta actividad es que los estudiantes utilicen las estrategias variacionales previamente empleadas, como la comparación, la estimación, la seriación y la predicción, para resignificar su conocimiento sobre funciones exponenciales. Al reflexionar sobre las diferencias entre ambas gráficas y relacionarlas con los términos exponenciales, los estudiantes podrán demostrar su comprensión de los conceptos y su capacidad para aplicarlos en la interpretación de gráficas.

La actividad no busca una aproximación exacta, sino más bien que los estudiantes puedan identificar y explicar la diferencia en la curvatura de las gráficas y relacionarlas con los términos exponenciales involucrados.

***Actividad de cierre (ítem 2-5)***

En la actividad final de cierre, los estudiantes deberán poner a prueba su pensamiento y lenguaje variacional a lo largo del proceso. Se les presentarán nuevamente algunas de las preguntas y conceptos explorados al principio de la situación de aprendizaje, pero con una perspectiva distinta. El propósito de esta actividad es evaluar en qué medida los estudiantes han resignificado su conocimiento y han sido capaces de identificar intervalos importantes en las gráficas generadas por el experimento en nuevas situaciones.

***Figura 21***

*Situación de aprendizaje actividad de cierre ítem 2-5*

2. ¿Cuál crees que tiene un crecimiento más rápido? argumenta tu respuesta

3. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento rápido del voltaje de las gráficas  $g(x)$  y  $f(x)$ ?

4. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento lento del voltaje de las gráficas  $g(x)$  y  $f(x)$ ?

5. ¿Cuánto cambia el voltaje en los dos intervalos propuestos anteriormente?

*Nota.* Se presentan las preguntas para poner a prueba la resignificación de los estudiantes en cuanto a la función exponencial trabaja con el experimento. Elaboración propia.

### ***Intencionalidad actividad de cierre (ítem 2-5)***

La intención es que, al interactuar con las gráficas y manipular los deslizadores gráficos en GeoGebra, los estudiantes sean capaces de relacionar los conceptos teóricos con representaciones visuales concretas. Esto les permite no solo comprender mejor el comportamiento de las funciones exponenciales, sino también visualizar cómo estos conceptos se aplican en situaciones reales. También, cómo la variación de diferentes términos de las funciones exponenciales actuales modifica las gráficas generadas.

Los resultados de las explicaciones de los estudiantes, se analizaron por medio de tablas donde argumentaron el *funcionamiento* y *forma* de las gráficas dentro de la situación de aprendizaje, esto debido a que con las explicaciones podemos analizar de qué manera se están desarrollando las estrategias variacionales y por consecuencia el pensamiento y lenguaje variacional de los estudiantes.

Finalmente, para evaluar los resultados, se utilizarán rúbricas (ver [Figura 22](#) y [Figura 23](#)) propuesta por Ramos (2019) que ha demostrado ser adecuada para evaluar el desarrollo del pensamiento variacional para estudiantes de educación medio superior, la cual se adaptó al nivel superior teniendo en cuenta los ítems de las situaciones de aprendizaje. Esta rúbrica se utilizó para analizar las respuestas de los estudiantes y asignar puntuaciones en función de los criterios predefinidos. Los datos obtenidos de la rúbrica se analizaron

cuantitativamente, identificando patrones, tendencias y relaciones entre las respuestas de los estudiantes y las competencias del pensamiento variacional.

**Figura 22**

*Propuesta de rúbrica de evaluación para medir el nivel del Pylvar*

Actividad		Información del estudiante		
Situación Variacional (SV):	Act 1a, 1b, 1c	Grupo:	Estudiantes: E1	
Tareas Variacionales (TV)	<input checked="" type="checkbox"/> Comparación de gráficas (CG)	¿Qué cambia?		
	<input checked="" type="checkbox"/> Análisis de Datos en Gráficas (ADG)	Tiempo	Voltaje	
	<input type="checkbox"/> Construcción de Gráficas con la Variación como punto de referencia (CGI)	Velocidad del Viento	Elija un elemento.	
	<input type="checkbox"/> Análisis Gráfico con la Variación como punto de referencia (AGI)	¿Qué cambia respecto de qué?		
		Tiempo	vs	Voltaje
¿Cómo cambia?				
Estrategias Variacionales (EV)	Se asocia con la acción de...	Procedimientos que usa el equipo	Estructuras variacionales específicas (Recorre a...)	
1 Comparación	Estadística	...	Compara el voltaje generado proporcionándole viento con velocidad alta y luego con velocidad baja y posteriormente realiza una sustracción para saber cuánto cambio el voltaje. (Extracto 1).	
1 Seriación	Estadística	...	Relaciona el crecimiento de las gráficas con la velocidad del viento y a cierto valor ya queda constante el final. Relaciona los cambios de velocidad con diversos comportamientos en la gráfica (Extracto 5)	
0 Predicción	Anticipación	...		
0 Estimación	Proyección	...		
2 Total			Argumentos Variacionales (AV)	
¿Cuánto cambia?	Identifica un tiene un crecimiento exponencial (extracto 3) y además menciona que luego de 1 cambio de 100 Milivolts se queda constante.		Códigos Variacionales Para el bosquejo de las gráficas en determinada situación, como lo es el aumento del viento, utiliza la palabra "se comprime" queriendo decir que se hace cada vez mas pegada al eje de las "y".	

*Nota.* se muestra un modelo de la rúbrica de evaluación del nivel del Pylvar de los estudiantes, la cual es propuesta por Ramos (2019)

**Figura 23**

*Instrumento de análisis del Pylvar*

Aspecto a Evaluar	Nivel de ejecución (Ponderación)			
	Excelente (3)	Bueno (2)	Necesita mejorar (1)	Deficiente (0)
¿Qué cambia?	Identifica todo lo que cambia en la situación planteada y las relaciona con variables.	Identifica dos o más variables implicadas en la situación variacional.	Sólo una variable que interviene en la situación es identificada.	Ninguna de las variables que involucra la situación es identificada.
¿Respecto de qué cambia?	Reconoce que variables están relacionadas causalmente. La modificación de una variable respecto de otra.	Reconoce dos variables que están relacionadas causalmente. Pero parcialmente el efecto de una sobre la otra.	Reconoce el cambio de una variable pero no respecto de otra (s).	No reconoce que variable (s) cambian respecto de qué. La relación entre ellas.
¿Cuánto cambia?	Usa al menos tres de las estrategias variacionales para cuantificar el cambio, caracterizar patrones de regularidad cualitativa o cuantitativamente; y anticipar comportamientos globales o estados puntuales.	Utiliza al menos dos estrategias variacionales para cuantificar el cambio, caracterizar patrones de regularidad cualitativa o cuantitativamente; y/o anticipar comportamientos globales o estados puntuales.	Recurre al uso de una estrategia variacional para cuantificar, caracterizar o anticipar comportamientos.	No emplea estrategias variacionales. La solución carece de procedimientos relacionados con la variación.
¿Cómo cambia?	Da cuenta de la evolución del cambio. Describiendo, caracterizando y cuantificando el comportamiento de las variables.	Da cuenta parcialmente de la evolución del cambio. Describiendo y caracterizando o cuantificando el comportamiento de las variables.	Describe o caracteriza el comportamiento de las variables.	No establece relación alguna entre el comportamiento de las variables.
Argumento variacional	Explica la situación variacional mostrando un entendimiento del proceso de variación. Reflejando el conocimiento cualitativo y cuantitativo del cambio mediante el uso de técnicas, maniobras e ideas.	Explica parcialmente la situación variacional mostrando un entendimiento, no totalmente claro, del proceso de variación.	Las explicaciones muestran poco entendimiento del proceso de variación. Empleando pocas técnicas, ideas	Las explicaciones carecen del entendimiento del proceso de variación. No emplea ideas, técnicas o maniobras que reflejen el
				<b>Total</b>

*Nota:* se muestra la rúbrica de evaluación en la cual se distribuyen las respuestas de los estudiantes en cada situación variacional correspondiente. Por Ramos, 2019.

Esta tabla anterior tiene como objetivo poder dar una puntuación en cuanto a cada respuesta de los estudiantes consensada en la [Figura 22](#), cabe resaltar que no es para medir

cuantitativa al estudiante, sino, más bien para realizar una ubicación en cuanto al nivel del Pylvar alcanzado de los estudiantes al terminar la situación de aprendizaje.

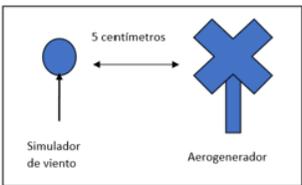
### 3.7 Análisis previo de la situación de aprendizaje

En esta sección se establecen las respuestas, gráficos y argumentos variacionales esperados por los estudiantes de la Licenciatura en Física para de cada situación variacional establecida por medio de esquemas que indican las respuestas.

#### Esquema 1

Respuestas esperadas de la actividad 1a, 1b, 1c,

a) Utilizando el generador de energía realiza 2 gráficas que describan el voltaje vs tiempo variando la velocidad del viento en 1 suave, 2 alta, proporcionándole viento a una altura frontal, como se muestra en la figura:



b) ¿En qué intervalos de tiempo ocurre un crecimiento rápido de voltaje?  
Velocidad 1 (suave): \_\_\_\_\_ Velocidad 2 (alta): \_\_\_\_\_

c) ¿Cuánto cambia el voltaje de un intervalo a otro?  
De velocidad 1 a 2: \_\_\_\_\_

Gráficas construidas con ayuda del experimento y software graficador de voltaje vs tiempo

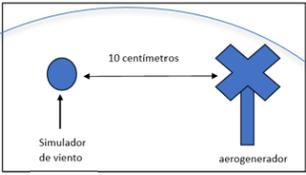
Aquí se espera que el estudiante realice una comparación de las gráficas, si el voltaje generado de la gráfica con velocidad suave es de 250 y el voltaje generado de la gráfica alta es 350, el estudiante deberá contestar que cambio 100 de voltaje aproximadamente.

En este apartado el estudiante debe responder en que intervalo de tiempo, es decir ubicarse en el eje "x" y escribir los intervalos aproximadamente (0.4,1.2) para velocidad suave y (0.3,0.8) para velocidad alta.

## Esquema 2

Respuestas esperadas de la actividad 1d, 1e, 1f, 1g, 1h

d) Ahora, utilizando el generador de energía realiza 2 gráficas que representen el voltaje vs tiempo variando la velocidad del viento en 1 suave y 2 alta, proporcionándole aire así:



10 centímetros

Simulador de viento

aerogenerador

Velocidad 1 (suave)

Velocidad 2 (alta)

e) ¿En qué intervalos de tiempo ocurre un crecimiento rápido de voltaje?  
Velocidad 1 (suave): \_\_\_\_\_ Velocidad 2 (alta): \_\_\_\_\_

f) ¿Cuánto cambia de un intervalo a otro?  
De velocidad 1 a 2: \_\_\_\_\_

Ahora, analiza los cambios de intervalos de las velocidades de 1 a 2 de la actividad a y compáramoslos con los de la actividad b.

g) ¿En qué intervalos de tiempo observas un crecimiento rápido del voltaje?

h) ¿Cuánto cambio de voltaje tuvo la gráfica respecto al tiempo? y ¿Por qué?

Con estas preguntas se espera que el estudiante analice las gráficas cuando se proporciona viento a 5cm y luego a 10cm del experimento y que al hacer la comparativa vaya encontrando patrones repetitivos en sus gráficas

En este apartado se realiza la misma actividad anterior con una diferencia en la variable del viento, ahora debe proporcionar viento más alejado, a 10 cm del experimento, y analizar sus cambios.

## Esquema 3

Respuesta esperada de la actividad 1i

i) Bosqueja una gráfica que represente *voltaje vs tiempo* donde la velocidad del viento aumente 2 veces la velocidad del viento 1 de la actividad 1, otra gráfica donde aumente 3 veces y por último que aumente 4 veces.

Al solicitarte a los estudiantes que bosquejen tres gráficas suponiendo una velocidad mayor del viento generado, se esperan respuestas en donde las gráficas sean cada vez más cercanas al eje de las “Y”, queriendo decir que crecerá cada vez más de formas rápida

#### Esquema 4

Introducción al concepto de cada término de la función exponencial.

**Actividad 2**

La ecuación obtenida a través de los softwares que indican y proporcionan la gráfica de la energía renovable generada por nuestro generador eólico es:

$$V(t) = 0.14 - 50e^{-0.09(t-290)}$$

Función voltaje respecto de tiempo

a. Termino constante

b. Coeficiente multiplicador: magnitud y amplitud

c. Desplazamiento horizontal

Ahora nos dirigiremos a GeoGebra, y con los datos obtenidos de nuestra gráfica por medio del experimento generador de energía, usando los deslizadores de cada término responderemos las siguientes preguntas.

Para exportar los datos obtenidos de la gráfica del programa LabVIEW a GeoGebra realizaremos los siguientes pasos:

Se comienza la actividad 2, realizando una descripción de la función exponencial que se obtiene de las gráficas simulados por el experimento y software, se explica cada termino.

#### Esquema 5

Respuesta esperada de la actividad 2a, 2b

a) ¿Cuál crees que sea el término que esté relacionado con la velocidad del viento? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.

b) ¿Qué término de la función exponencial está relacionado con un crecimiento lento o rápido de su gráfica? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.

Ambas respuestas deben ir enfocadas en el término “C” puesto que es el término que está relacionado con la velocidad del viento y con el crecimiento lento o rápido. Cabe resaltar que antes de estas preguntas se realizó una actividad con deslizadores en GeoGebra referente a cada término de la función exponencial

### Esquema 6

Respuesta esperada de la actividad de cierre 1

**Actividad de cierre**

**1. Teniendo en cuenta las siguientes gráficas que corresponden a un comportamiento exponencial. Responder los interrogantes propuestos más adelante.**

**a**

**b**

**Proporcióna una función que modelan estas gráficas de voltaje vs tiempo**

**a**

**b**

Las respuestas a estos interrogantes son: **a)**  $-5e^{-0.5x} + 5$  **y b)**  $-5e^{-1x} + 5$  si bien no buscamos exactitud, esperamos que los estudiantes tengan un gran acercamiento, y que además logren establecer el término “C” que es el exponente, en el cual indiquen que a **mayor exponente** la gráfica será más curvada y más alejada del eje de las “y”, en cambio a **menor exponente** la gráfica será más cercana al eje de las “y”

### Esquema 7

## Respuesta esperada de la actividad de cierre 2

2. ¿Cuál crees que tiene un crecimiento más rápido? argumenta tu respuesta



En este apartado se espera que el estudiante al analizar las gráficas y el exponente de la función propuesta por el mismo, y responda que la **b**, ya que su exponente es menor y por ende tendrá un crecimiento más rápido, además su gráfica será más cercana al eje de las “y”

## Esquema 8

## Respuesta esperada de la actividad de cierre 3, 4, 5

3. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento rápido del voltaje de las gráficas  $g(x)$  y  $f(x)$ ?

4. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento lento del voltaje de las gráficas  $g(x)$  y  $f(x)$ ?

5. ¿Cuánto cambia el voltaje en los dos intervalos propuestos anteriormente?

Lo esperado por parte de los estudiantes es que al ver las gráficas y observar su forma, sean críticos y entender en que intervalos de tiempo hay un crecimiento rápido y en cual hay un crecimiento más lento, esto se ha favorecido con todas las actividades propuestas anteriormente.

La respuesta esperada en este interrogante es que no cambia, ambas gráficas llegan a 5 de voltaje generado. Aunque tuvieron crecimientos diferentes, tienden al mismo voltaje generado. Y es eso lo que se quiere ver, si el estudiante logra percibir estos cambios.

### 3.8 Discusión

En esta sección, se abordan algunas consideraciones y puntos de discusión relevantes en relación con los aspectos presentados en el desarrollo del proyecto. Se exploran críticamente algunas de las afirmaciones y enfoques utilizados, considerando posibles desafíos y limitaciones.

De la gráfica a la función: se plantea la situación de si la aproximación de ir de la gráfica a la función es siempre la más adecuada. Si bien esta metodología puede ser útil para visualizar y comprender las relaciones entre las variables, ¿puede omitir aspectos importantes del proceso de modelado matemático? ¿Existen situaciones en las que esta aproximación pueda resultar insuficiente o engañosa? Quizás un matemático no esté en acuerdo con este discurso escolar y afirme que primero se debe realizar conceptualmente lo que es la función exponencial entre otros factores. En lo que concierne a esta investigación saldremos un poco de lo común y lo tradicional, dándole importancia no solo al objeto matemático, sino a todas aquellas acciones que hacen emerger ese objeto matemático es por ello que se invita a considerar otras estrategias y enfoques alternativos para abordar este tipo de situación.

Desarrollo mediante Estrategias Variacionales: Se plantea la premisa de que el uso de estrategias variacionales conduce al desarrollo del pensamiento matemático y la comprensión conceptual. Sin embargo, ¿es esta afirmación universalmente válida? Se alienta a explorar críticamente los beneficios y limitaciones de las estrategias variacionales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y las ciencias.

Es por ello que, esta investigación toma en gran medida la importancia de los argumentos variaciones que el estudiante puede generar de un comportamiento o un cambio gráfico presentado en una o más variables que irán fluyendo en las situaciones variaciones que se favorecen en esta investigación, sin la necesidad de hacer una demostración matemática o un procedimiento matemático que quizá otro profesor de matemáticas no tendría problema en mostrar más interés.

Entonces podemos afirmar que, esta investigación está centrada en el sujeto que explica lo matemático desde un argumento social cualitativo y no desde el procedimiento matemático procedimental. Es por ello que, basándonos en la teoría de la socioepistemología, se descentra del objeto puro y netamente matemático, y se considera los argumentos variaciones al realizar las actividades y cómo eso puede resignificar su conocimiento matemático al usar los elementos del Pylvar.

## 4.0 RESULTADO Y ANÁLISIS DE LOS DATOS

En esta sección se presentan los resultados y el análisis de los instrumentos; Instrumento diagnóstico y situación de aprendizaje bajo el enfoque STEM, aplicados a los 11 estudiantes del seminario de Laboratorio de Electricidad y Magnetismo de Licenciatura en Física de la misma Unidad de física. Así como también los extractos de audio, videos, argumentos e imágenes de las respuestas que serán analizadas bajo el pensamiento y lenguaje variacional y la evaluación del nivel que se encuentra el estudiante.

Para evitar confusiones e identificar los momentos, los equipos, estrategias variacionales de cada integrante, se estableció la siguiente nomenclatura.

**Tabla 2**

Codificación referente al análisis

<b>M# = Momentos (#1,2,3,4...)</b>	<b>Act = Actividad (#1, 1a, 1b ,2, 2a,3,4...)</b>
<b>Dato de audio</b> 	Argumentos Variacionales: (AV) Situación variacional: (SV) Estrategia variacional: (EV)
<b>Dato de video</b> 	Comparación: (EV1) Seriación: (EV2) Estimación: (EV3) Predicción: (EV4)
<b>E = Estudiante (#1,2,3,4...)</b>	Texto agrupado entre [] = observaciones del profesor.
<b>G = Grupo (#1,2,3,4...)</b>	Texto agrupado entre "" = comentarios del estudiante

*Nota.* Se muestra de qué manera se codificaron palabras claves dentro del análisis

Por ejemplo, E1G2, se estaría refiriendo al estudiante 1 del grupo 2, pero al ver E1-G2-A2a, se estaría haciendo referencia al estudiante 1 del grupo 2 en la actividad 2a

### 4.1 Resultados del Instrumento diagnóstico

El instrumento diagnóstico se dividió en 3 partes, dentro de las cuales se evidencia que tan familiar es para los estudiantes de licenciatura en física las variables que entran en juego al momento de ver una representación gráfica de diferentes funciones exponenciales. En los primeros ítems se presentan situaciones variacionales ligadas al comportamiento gráfico en un eje cartesiano, en el cual debían identificar variaciones en los ejes cartesianos, o si por el

contrario no mostraba variación, cabe resaltar que el total de los 11 estudiantes respondieron sin errores esta sección. De lo anterior, podemos decir que, los estudiantes tienen conocimiento y reconocen los puntos clave de una gráfica al momento de tener variación, y también cuando no se observa variación. Para mostrar a detalle lo anterior, se presentan algunos resultados de la prueba diagnóstica a continuación:

**Figura 24**

Resultados del instrumento diagnóstico Parte 1

Actividad A		Actividad A	
Analiza las siguientes gráficas y responde de acuerdo a los interrogantes.		Analiza las siguientes gráficas y responde de acuerdo a los interrogantes.	
<p>1) </p>	<p>Teniendo en cuenta la gráfica que representa el voltaje vs tiempo indica ¿en qué ejes se presentan variaciones?</p> <p>a) Eje x (eje que representa el tiempo)  b) Eje y (eje que representa al voltaje)  <input checked="" type="checkbox"/> c) Ambos ejes  d) Ninguno</p>	<p>1) </p>	<p>Teniendo en cuenta la gráfica que representa el voltaje vs tiempo indica ¿en qué ejes se presentan variaciones?</p> <p>a) Eje x (eje que representa el tiempo)  b) Eje y (eje que representa al voltaje)  c) Ambos ejes  <input checked="" type="checkbox"/> d) Ninguno</p>
<p>2) </p>	<p>Teniendo en cuenta la gráfica que representa el voltaje vs tiempo indica ¿en qué ejes se presentan variaciones?</p> <p>a) Eje x (eje que representa el tiempo)  <input checked="" type="checkbox"/> b) Eje y (eje que representa al voltaje)  c) Ambos ejes  d) Ninguno</p>	<p>2) </p>	<p>Teniendo en cuenta la gráfica que representa el voltaje vs tiempo indica ¿en qué ejes se presentan variaciones?</p> <p>a) Eje x (eje que representa el tiempo)  <input checked="" type="checkbox"/> b) Eje y (eje que representa al voltaje)  c) Ambos ejes  d) Ninguno</p>
<p>3) </p>	<p>Teniendo en cuenta la gráfica que representa el voltaje vs tiempo indica ¿en qué ejes se presentan variaciones?</p> <p>a) Eje x (eje que representa el tiempo)  b) Eje y (eje que representa al voltaje)  <input checked="" type="checkbox"/> c) Ambos ejes  d) Ninguno</p>	<p>3) </p>	<p>Teniendo en cuenta la gráfica que representa el voltaje vs tiempo indica ¿en qué ejes se presentan variaciones?</p> <p>a) Eje x (eje que representa el tiempo)  b) Eje y (eje que representa al voltaje)  <input checked="" type="checkbox"/> c) Ambos ejes  d) Ninguno</p>
<p>4) </p>	<p>Teniendo en cuenta la gráfica que representa el voltaje vs tiempo indica ¿en qué ejes se presentan variaciones?</p> <p>a) Eje x (eje que representa el tiempo)  b) Eje y (eje que representa al voltaje)  <input checked="" type="checkbox"/> c) Ambos ejes  d) Ninguno</p>	<p>4) </p>	<p>Teniendo en cuenta la gráfica que representa el voltaje vs tiempo indica ¿en qué ejes se presentan variaciones?</p> <p>a) Eje x (eje que representa el tiempo)  b) Eje y (eje que representa al voltaje)  <input checked="" type="checkbox"/> c) Ambos ejes  d) Ninguno</p>

*Nota.* Se muestran los resultados de dos estudiantes de la primera parte de la prueba diagnóstica.

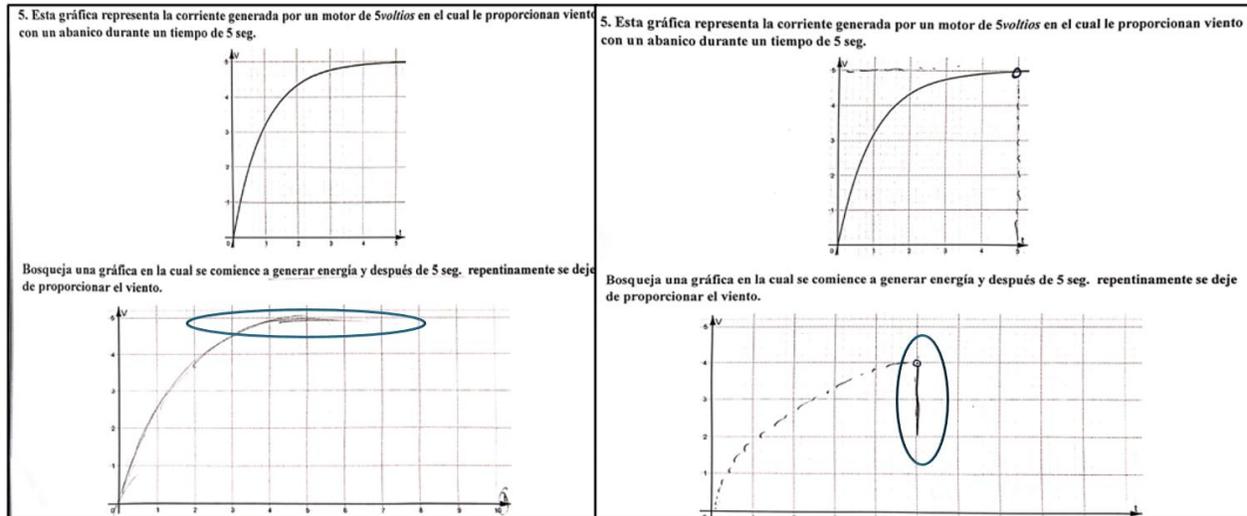
Elaboración propia.

Aunado a lo anterior, se logra observar cómo los estudiantes responden esta serie de situaciones sin problema alguno, dan a entender que entienden la variabilidad en los ejes gráficamente hablando, saben cuándo en una gráfica varía el eje x, el eje y, ambos o en un caso particular como lo es el punto, ninguna variación en los ejes, sin embargo, algunos estudiantes no tienen muy definido o estructurado cuando puede variar una gráfica en cuanto a sus ejes cartesianos como se muestra en esta respuesta de un estudiante.

En la segunda parte del instrumento diagnóstico, no se obtuvo un 100% de respuestas correctas, se presentaron 2 casos, en donde los estudiantes, al parecer no tuvieron en cuenta las condiciones que se les estableció al comienzo de la actividad, como se muestran a continuación.

## Figura 25

### Resultado del instrumento diagnóstico Parte 2



Nota. Se muestran algunas respuestas erróneas en la parte 2 del instrumento diagnóstico. Elaboración propia.

En esta sección, mostramos los errores que se obtuvieron al momento de presentar la prueba diagnóstica, estos 2 estudiantes, no tuvieron en cuenta dos cosas:

El primero, al lado izquierdo, no tuvo en cuenta la condición que se dejaría de proporcionar viento después de 5seg, y no lo registró en el comportamiento gráfico.

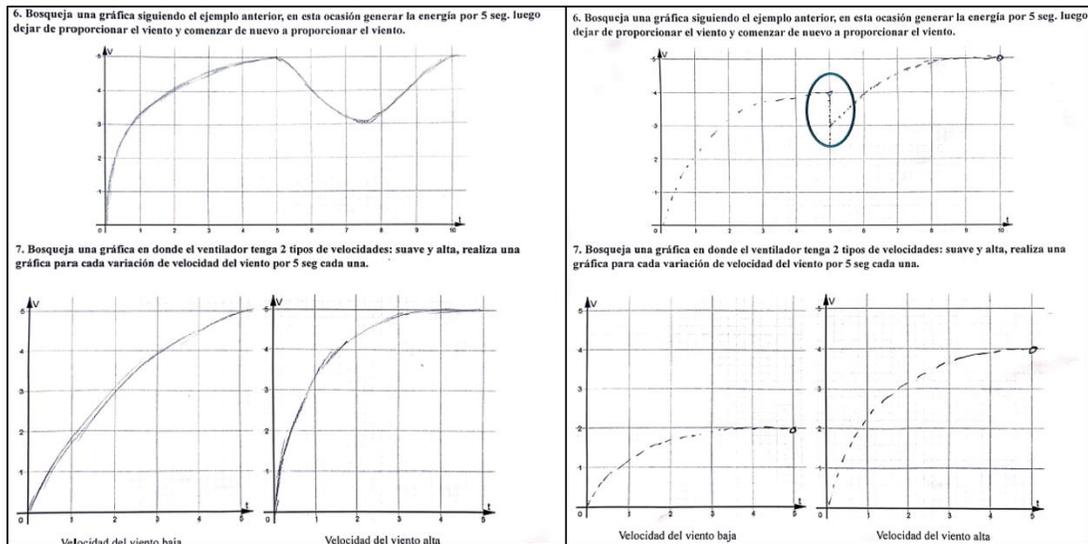
El segundo, al lado derecho no consideró el tiempo en la gráfica, y la parte que bosqueja de la condición que se detiene el simulador del viento y graficó como si el tiempo se detuviera, cuando sabemos que no se puede detener esa variable.

En la tercera parte, no se obtuvo un 100% de respuestas correctas según se esperaba, se muestran evidencia de dos de ellas, en donde el mismo estudiante no consideró la variable del tiempo, en su comportamiento gráfico como se puede observar en la siguiente imagen.

Como evidencia, aún hay dificultades en el uso de los ejes del plano cartesiano para interpretar gráficamente una situación contextual.

## Figura 26

### Resultado de prueba diagnóstica Parte 2



*Nota.* Se muestran algunas respuestas en la parte 3 del instrumento diagnóstico. Elaboración propia.

Aunque la mayoría de los estudiantes respondieron según lo esperado, en cuanto a la identificación y como se relaciona el voltaje vs tiempo en el plano cartesiano con el comportamiento de estas gráficas, se puede observar cómo una minoría, 2 de 11 estudiantes, no tiene en cuenta la variable del tiempo, cuando se les pide bosquejar la situación con condiciones previamente dadas. Este instrumento diagnóstico deja ver que, aunque la mayoría de los estudiantes comprende en gran parte la variación en cuanto a las gráficas de funciones, existen algunas fallas como lo es el eje del tiempo, 2 estudiantes en sus gráficas no establecen que el tiempo siempre estará, y lo que muestran es que el tiempo se detiene, es con este tipo de resultado que en nuestra situación de aprendizaje, se establecen preguntas que relacionen los ejes cartesianos para la interpretación de gráficas en el contexto de la energía eólica.

En conclusión, se recibieron mayormente respuestas correctas, sin embargo, existieron respuestas que no fueron contestadas según lo esperado, es decir mal uso de los ejes cartesianos. Desde el enfoque teórico, consideramos que las preguntas de la situación de aprendizaje, al favorecer estrategias variacionales, favorece el buen uso de gráficas para interpretar la energía eólica al considerar las variables tiempo y voltaje.

## 4.2 Análisis de la situación de aprendizaje

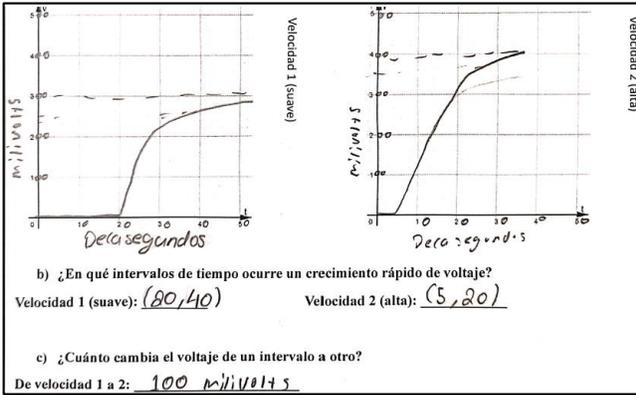
En esta sección se muestran los resultados de la situación de aprendizaje, se hará de la siguiente manera: se analizaron por actividades, y luego se muestra el análisis de las respuestas de cada estudiante, con sus respectivos audios, fotos, y/o videos correspondientes.

Act 1a,1b,1c

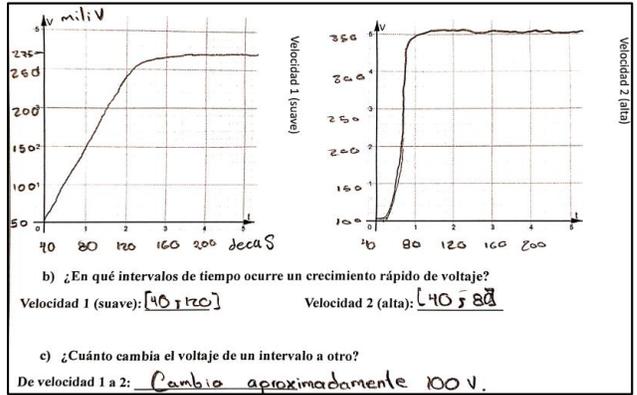
00:30-1:30 min



E1-G1



E2-G1



E1.- “¿de la una a la dos sería menos 100 no?, pero si queremos el módulo...”

E2.- “aaah si, si es cierto, ei...”

E2.- “eh... 100 equivale aquí”.

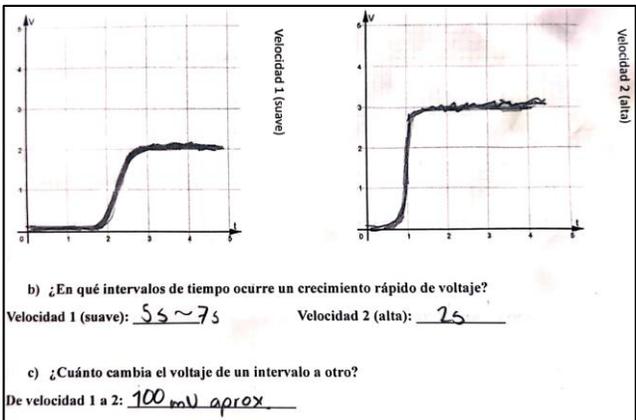
Extracto 1 G1-Act 1a,1b,1c

Posteriormente, el **G1** procede a escribir que la diferencia de voltaje son 100 milivolts, antes escriben los voltajes posibles a generar y el tiempo en los ejes, esto lo hacen luego de conversar y hablar sobre el módulo cuando quieren saber el cambio de voltaje que tuvo la gráfica. Esto procede después de poner en práctica la **EV1**, y al expresar módulo lo escriben como número positivo. Lo más probable es que su forma de expresarse sea un poco más ligada a la Física por eso la palabra módulo.

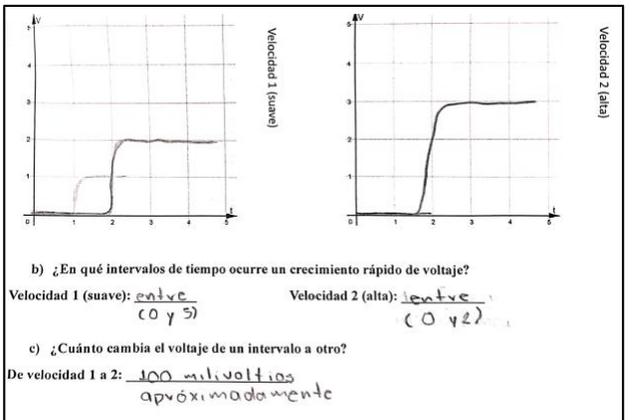
20:50-28:29



E3-G2



E4-G2



E3.- “vemos que comienza toda así lineal, lineal y luego ya sube”

E4.- “aja...”

E3.- “es que es instantánea...”

desde aquí comenzó a subir, no tardo nada solo 2 seg”

[haciendo referencia al eje “x” en los 2 segundos transcurridos]

[¿Qué diferencia pueden observar de ambas gráficas?]

E3.- “si, esta gráfica está más alta

E4.- “si, ¿cómo que está un poquito más vertical, ¿no?”

E3.- “Esta gráfica, llega a un punto más alto en un intervalo de tiempo más corto”

E4.- “y siento que está más vertical y creció más rápido”

E3.- “si..., apenas empieza, comienza a hacer instantánea”

[hace referencia a lo rápido que crece la gráfica, cuando dice “instantánea”]

#### Extracto 2 G2-Act 1a,1b,1c

El E3, no da un intervalo de tiempo como tal, más bien un aproximado de que el segundo 2 fue en el que ocurrió un crecimiento rápido de voltaje, y teniendo en cuenta que el experimento graficaba en decasegundo, fue muy aproximada su respuesta. Por otra parte, el E4, toma de referencia la forma de vertical de la gráfica y explica que desde inicia el experimento hasta que se deja de proporcionar aire, se muestra en la gráfica un crecimiento de voltaje. Los estudiantes en esta actividad tienen su primer acercamiento a la **EV1** y realizan comparaciones entre ambas gráficas.

Como se puede observar, la **EV1**, comienza a generar en ellos un tipo de “discusiones” que es lo que buscamos, que argumenten según las gráficas que se van obteniendo a través del software LabVIEW, tomando en cuenta puntos de referencias de los ejes y comparado cual llega primero a un voltaje específico en ambas gráficas, haciendo comentarios del funcionamiento de las gráficas. Además, el que estén realizando comparaciones sucesivas de puntos los estudiantes van encontrados comportamientos en las graficas que generan patrones de comportamiento y esto se establece como la **EV2**.

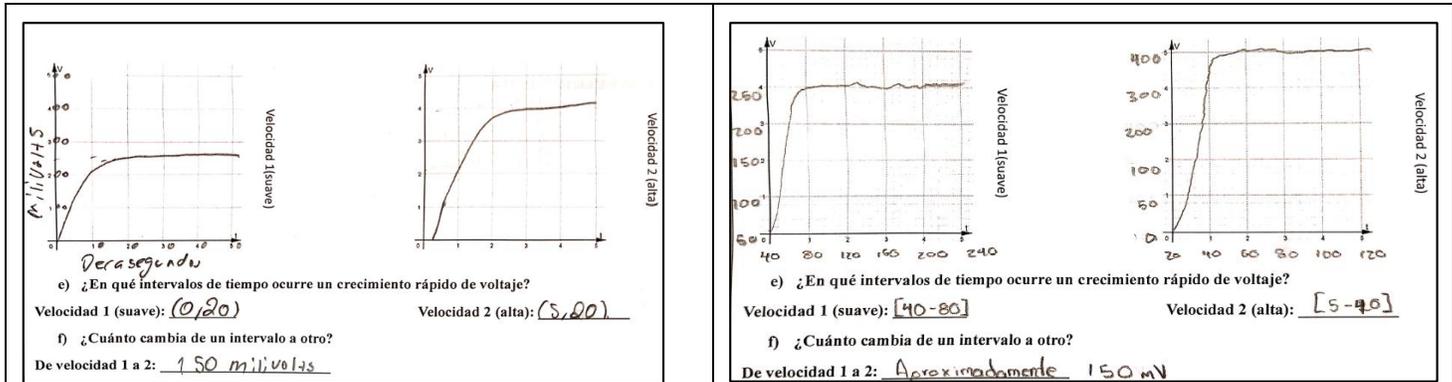
#### Act 1d,1e,1f

E1-G1 6:30-8:30



E2-G1 6:30-8:30





E1- “en la velocidad baja la anterior llegó a 200 y está llegó a 250...”

E2.- “aja...” [procede a escribir el intervalo (40-80)]

E1. - “yo digo que de 5 a 30”

E2.- “aah está bien yo digo crece que de 5 a 40”

E1. - “¿y cuánto cambia?”

E2. - “Aaaah ya cambio unos 150”

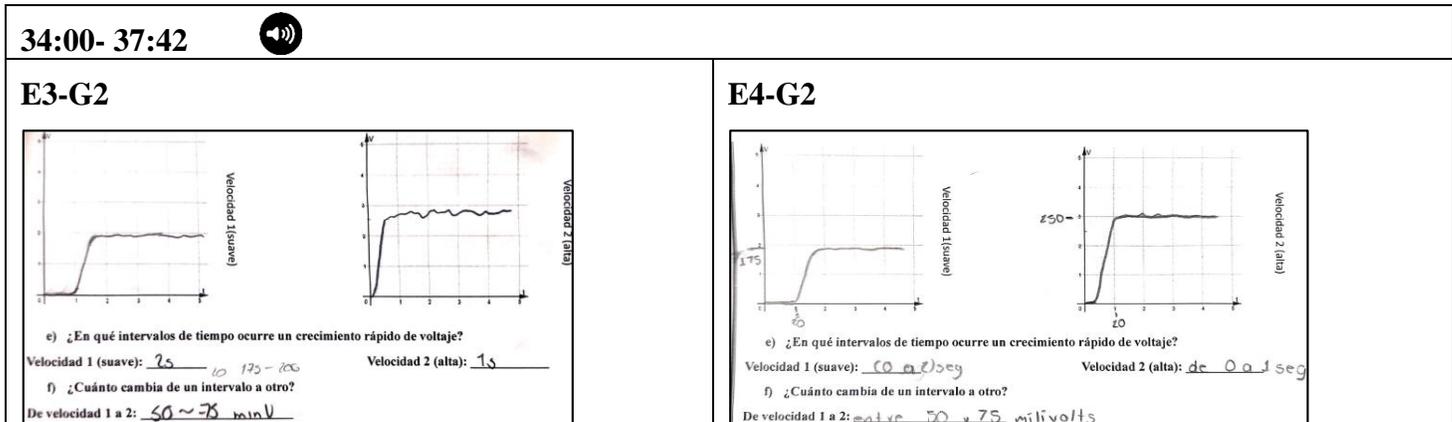
[ahora, hacen referencia a la velocidad alta]

E1. - “¿Oye cuanto pusiste 150?”

E2.- Si... es que es un poquito menos de 200

Extracto 3 G1-Act 1d,1e,1f

En esta actividad, tiene similitud a los resultados de la anterior, sin embargo, tiene una variable diferente, la cual es la distancia del secador (simulador del viento). En efecto los estudiantes llegan a conjeturas de su voltaje generado en ambas gráficas en relación con el tiempo. Aquí las **EV1** y **EV2** entran en juego al explicar qué sucede con el voltaje de ambos gráficos, en intervalos de tiempo.



E4.- “Entre 175 y 200 y comienza a aumentar en el 20”

E3.- “mira aquí casi llega al 2”

E4.- “Aquí fue bien rápido, luego, luego se hizo se hizo continuo...”

[bueno ahora probemos con la velocidad alta, a 10 cm de distancia del experimento]

E3.- “mira... creció más rápido”

E4.- “comenzó como en 1 segundo”

E3.- “Cambio como entre 50 y 75 minivolts”

#### Extracto 4 G2-Act 1d,1e,1f

Estas respuestas son influenciadas por las gráficas obtenidas del experimento, y toman más relevancia cuando el G2 toma puntos de referencia para identificar qué gráfica crece más rápido o en qué intervalo de tiempo hay un mayor crecimiento del voltaje generado. Ambos estudiantes del G2 toman como punto de partida la EV 1 y 2, esto debido a que comparan cada punto de la grafica y encontrar similitudes o diferencias.

#### Act 1g, 1h

10:30- 12:20 	
<b>E1-G1</b> Ahora, analiza los cambios de intervalos de las velocidades de 1 a 2 de la actividad a y comparémoslos con la de la actividad b. g) ¿En qué intervalos de tiempo observas un crecimiento rápido del voltaje? b) (5,20) , a) (20,40) h) ¿Cuánto cambio de voltaje tuvo la gráfica respecto al tiempo? y ¿Por qué? Hubo un crecimiento exponencial de más de 100 mV hasta que se mantuvo constante	<b>E2-G1</b> g) ¿En qué intervalos de tiempo observas un crecimiento rápido del voltaje? b) [5-40] y a) [40-80] h) ¿Cuánto cambio de voltaje tuvo la gráfica respecto al tiempo? y ¿Por qué? Hubo crecimiento exponencial de más de 100 m
E1.- “¿Cuánto cambio tuvo el voltaje?” E2.- “Unos 100 Milivolts” E1.- “pues entre más tiempo más voltaje hasta un valor, hasta que se hizo constante” E2.- “Si... hubo un crecimiento exponencial hasta que se mantuvo constante...”	

#### Extracto 5 G1-Act 1g,1h

Los integrantes del G1 una vez que establecen los intervalos donde observan un crecimiento rápido del voltaje generado describen que ocurre un crecimiento exponencial. Cabe resaltar que no se realizó un comentario de este tipo por parte del docente aún, puesto que apenas comenzaba la aplicación de este instrumento. Esto se logra gracias al análisis que realiza el estudiante al implementar la EV2 puesto que establece comportamientos gráficos y además describe esos comportamientos desde su formación académica como Físico.

38:55 – 43:32 min 	
<b>E3-G2</b>	<b>E4-G2</b>

g) ¿En qué intervalos de tiempo observas un crecimiento rápido del voltaje?

en los primeros 8s

h) ¿Cuánto cambio de voltaje tuvo la gráfica respecto al tiempo? y ¿Por qué?

Incrementaba cada vez que cambiábamos la velocidad del tiempo.

g) ¿En qué intervalos de tiempo observas un crecimiento rápido del voltaje?

Entre los 0 y 5 segundos

h) ¿Cuánto cambio de voltaje tuvo la gráfica respecto al tiempo? y ¿Por qué?

Incrementaba cada que aumentábamos la velocidad y también aumento con la distancia.

E3.- “En la primera fue de 0 a 5 y en la segunda fue de 0 a 1”

E4.- “ei... o sea de cero a cinco”

[Ahora hacen referencia al inciso b]

E4.- “aumentó el doble...”

E3.- “incrementan cada vez que aumenta la velocidad del viento”

### Extracto 6 G2-Act 1g,1h

Por otro lado, el **E3** del **G2**, al momento de responder cuánto cambio tuvo la gráfica respecto al tiempo, responde que cambia dependiendo la velocidad del tiempo, es decir, hizo una conexión y relaciona la magnitud de la velocidad del viento, que se simula al hacer girar las hélices del experimento, con el cambio de voltaje, es decir, a más velocidad del viento simulado, más voltaje. La **EV1** y **EV2** entra en juego, primeramente, dado que comparan el aumento de voltaje respecto al tiempo dado la intensidad de viento. Por otro lado, hay **EV2**, dado que está viendo el comportamiento de un gráfico, dada cierta condición de viento, y el siguiente comportamiento del gráfico al aumentar la velocidad. Es decir, los gráficos tienen la misma forma, pero con aumento de su crecimiento.

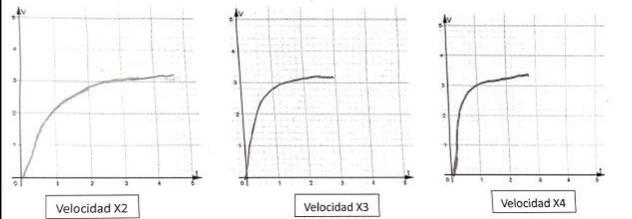
### Act 1i

14:55- 16:34



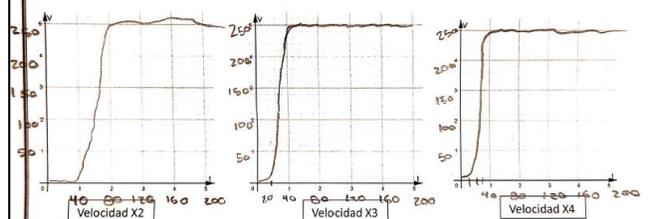
### E1-G1

i) Bosqueja una gráfica que represente voltaje vs tiempo donde la velocidad del viento aumente 2 veces la velocidad del viento 1 de la actividad 1, otra gráfica donde aumente 3 veces y por último que aumente 4 veces.



### E2-G1

i) Bosqueja una gráfica que represente voltaje vs tiempo donde la velocidad del viento aumente 2 veces la velocidad del viento 1 de la actividad 1, otra gráfica donde aumente 3 veces y por último que aumente 4 veces.



E2. - “Pues se comprime primero entre dos”

E1. - “se comprime a uno”.

Y luego al ser por tres, dos entre tres. Dos tercios.

[¿Cómo cambiarían esas gráficas si aumenta el doble, luego tres veces y 4 veces la velocidad del viento?]

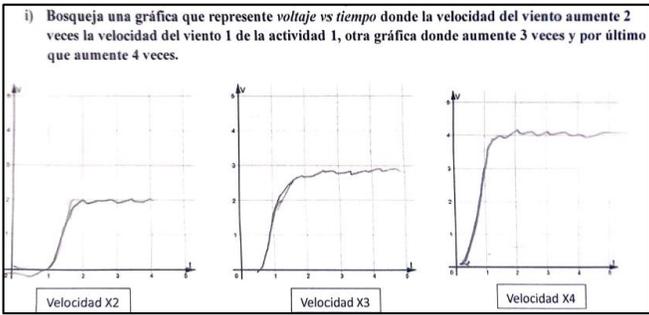
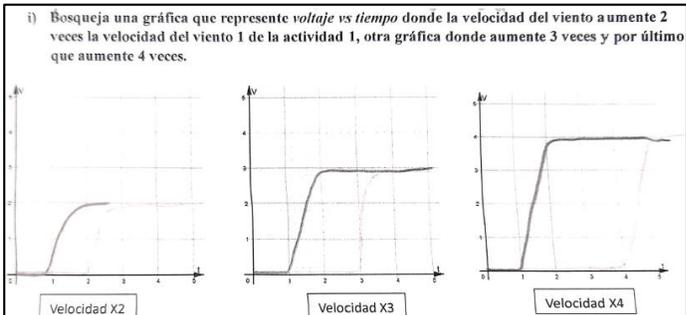
E2. - “Se van comprimiendo desde uno”

[y hace un gesto con la palma de sus manos, yendo de afuera hacia dentro]

E1. – “y la última es en un medio” está bien chiquitilla, super exponencial.

### Extracto 7 G1-Act 1i

El **G2** al responder esta pregunta, opta por decir “comprimir” es decir que a medida que la velocidad vaya aumentando, las gráficas que se obtendrán serán cada vez más cercanas al eje de las “y”. Además, el **E2** señala esto, haciendo un gesto con sus manos cerrándolas, indicando que se crece cada vez más rápido. Este tipo de actividad fue además favorecida anteriormente con la **EV1** y la **EV2** (ver [Extracto 1](#) y [Extracto 2](#)) . y ahora bien, el uso de las estrategias mencionadas anteriormente, permite que el estudiante puede llegar a la **EV4**, esto se evidencia en las gráficas que bosqueja correctamente.

<b>6:30-8:30min</b> 	
<b>E3-G2</b> i) Bosqueja una gráfica que represente <i>voltaje vs tiempo</i> donde la velocidad del viento aumente 2 veces la velocidad del viento 1 de la actividad 1, otra gráfica donde aumente 3 veces y por último que aumente 4 veces. 	<b>E4-G2</b> i) Bosqueja una gráfica que represente <i>voltaje vs tiempo</i> donde la velocidad del viento aumente 2 veces la velocidad del viento 1 de la actividad 1, otra gráfica donde aumente 3 veces y por último que aumente 4 veces. 

### Extracto 8 G2-Act 1i

Los integrantes del **G2** además de tener en cuenta la velocidad del viento y hacer las gráficas que se notaran su crecimiento rápido, también tuvieron en cuenta que, si aumentaba el viento por ende aumenta el voltaje posible a generar, por ello sus gráficas de otro tipo que además de mostrar un crecimiento rápido muestra el aumento de voltaje. Igualmente, el uso de las **EV** utilizada a lo largo de la situación de aprendizaje estimula a los estudiantes a la **EV4** con una mejor visualización de un estado grafico en una situación específica.

### Act 2a

<b>31:29- 32:34</b> 	
E1-G1	E2-G1

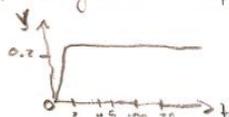
a) ¿Cuál crees que sea el término que esté relacionado con la velocidad del viento? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.

El término C pues aumenta la pendiente de la curva a lo largo del tiempo, tal que la energía pueda considerarse una función del tiempo  $E(t)$ .



a) ¿Cuál crees que sea el término que esté relacionado con la velocidad del viento? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.

C, ya que aumenta la pendiente de la gráfica o la disminuye según sea su cambio. Para una C pequeña hay crecimiento brusco y a grande hay crecimiento lento.



E2. - “el término c pues aumenta la pendiente cuando aumenta la corriente... aumenta la energía”

E1. - “va aumentando su pendiente”

### Extracto 9 G1-Act 2a

Una vez que fueron exportados los datos del software graficador, a GeoGebra, el **E2** al momento de usar los deslizadores comentó que, el término C se asocia a un objeto matemático y dijo: *pues, a medida que aumenta, también aumenta su pendiente*. Por lo tanto, el **E2** asoció el término C con la pendiente de la gráfica. En esta actividad se muestra de que manera el uso transcurrido de las **EV** pueden ayudar al momento de expresar **AV** explicativos de las gráficas a los estudiantes.

Aquí se puede observar cómo los estudiantes a través de las distintas formas que emergen de las gráficas adaptan a un *funcionamiento* y *forma* que observan, en este caso, adaptaron a la pendiente.

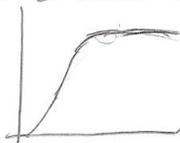
45:30-1h:03 min



E3-G2

a) ¿Cuál crees que sea el término que esté relacionado con la velocidad del viento? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.

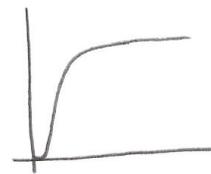
el término C porque conforme aumenta nos indica el desplazamiento a la que inicio el crecimiento de V



E4-G2

a) ¿Cuál crees que sea el término que esté relacionado con la velocidad del viento? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.

el término C, porque conforme aumenta esta también aumenta la velocidad



E4.- “si la C”

E3.- “nos indica la velocidad que tuvo inicialmente el incremento”

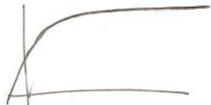
E4.- “si, muévelo al deslizador de nuevo”

[realizan pruebas con el deslizador que interviene en el término C de la función exponencial]

### Extracto 10 G2-Act 2a

Ahora bien, el **G2** asoció el *funcionamiento* del término C con el desplazamiento de la gráfica, indicando que, si aumenta el término C, iniciaría el crecimiento del voltaje. Y es un claro ejemplo de cómo el **E3** y **E4** asociaron al comportamiento de la gráfica al término C (funcionamiento) con el crecimiento del voltaje y el desplazamiento del mismo y esto fue posible en gran parte gracias a la forma que está inmersa en el uso de las gráficas y las **EV** que se favorecieron con este tipo de actividades, aunado a ello también a las actividades propuestas de predicción y análisis de gráficas (ver [Extracto\\_4](#) y [Extracto\\_7](#))

**Act 2b**

34:27- 36:20 	
<p><b>E1-G1</b></p> <p>b) ¿Qué término de la función exponencial está relacionado con un crecimiento lento o rápido de su gráfica? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.</p> <p><i>El termino C, pues mientras más velocidad apliquemos al generador más rápido crecerá la función e.</i></p> 	<p><b>E2-G1</b></p> <p>b) ¿Qué término de la función exponencial está relacionado con un crecimiento lento o rápido de su gráfica? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.</p> <p><i>Como es su crecimiento, igual se puede decir que C ya que en la ecuación, C tiene a t y conforme el tiempo baja, la gráfica sube más rápido.</i></p> 
<p>E2. - “¿la C, si está bien?”</p> <p>E1. - “¿entonces la velocidad del viento si está bien?”</p> <p>E2.- “sí porque e a la un medio, comparado a la e a la un cuarto.</p> <p>-Prácticamente es la misma que la anterior</p> <p>E1. - “Esto se asemeja a la tasa de crecimiento”</p>	

*Extracto 11 G1-Act 2b*

Por otro lado, el **G1** asemeja el comportamiento de las gráficas y los datos a una tasa de crecimiento, en particular el **E1** nos dice detalladamente que a mayor velocidad que se le aplique al generador más rápido crecerá la función exponencial y esto es el tipo de razonamiento que buscamos como investigadores, que asocien la velocidad del viento que mueve el generador, con que tanto crece la función. Esto es posible basándonos en nuestro marco teórico de *funcionamiento y forma del uso de la gráfica*, y estrategias para analizar estados sucesivos de formas de gráficas pueden generar diferentes funcionamientos en este ejemplo, además de las diferentes **EV** usadas a lo largo de la situación de aprendizaje como la **EV1**.

1h:05min- 1h: 07:30 min 	
<b>E3-G2</b>	<b>E4-G2</b>

b) ¿Qué término de la función exponencial está relacionado con un crecimiento lento o rápido de su gráfica? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.

el término c por que nos va indicando como va aumentando o creciendo la grafica con forme movemos esta

b) ¿Qué término de la función exponencial está relacionado con un crecimiento lento o rápido de su gráfica? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.

El término C también, porque nos indica como crece lento o rápido la grafica cuando "jugamos con esta"

E3-. "El término C, porque si le movemos a esa va aumentando..."

E4.- "¿podrías moverle?"

[¿Ahora si analizamos está en comparación con la anterior, cuál creció más rápido?] [les muestro como cambia la gráfica al aumentar o disminuir el término C]]

E3-. "entonces también sería el término C, porque nos indica cómo aumenta o crece la gráfica"

Extracto 12 G2-Act 2b

El G2 tiene un mejor acercamiento a esta respuesta, puesto que se muestran más interesados en "interactuar" con los deslizadores de GeoGebra, realizan diferentes pruebas del término C, esto les da un buen modelo en cuanto al fenómeno físico que interviene para que pueda haber un crecimiento lento o rápido de la gráfica. Lo anterior, lleva al estudiante al análisis de estados sucesivos de la gráfica, encuentran las EV1, EV2 y EV3 y logran dar una explicación en cuanto al termino que se les pregunta.

Act cierre 1

40:31-44:50



E1-G1

1. Teniendo en cuenta las siguientes gráficas que corresponden a un comportamiento exponencial. Responder los interrogantes propuestos más adelante.

a

b

Proporcione una función que modelan estas gráficas de voltaje vs tiempo

a  $5 - 5e^{-0.5t}$   
a -  $be^{-c}$

b  $5 - 5e^{-1t}$

E2-G1

1. Teniendo en cuenta las siguientes gráficas que corresponden a un comportamiento exponencial. Responder los interrogantes propuestos más adelante.

a

b

Proporcione una función que modelan estas gráficas de voltaje vs tiempo

a  $5 - 5e^{-0.5t}$

b  $5 - 5e^{-0.3t}$

E2. -Haber mijo, tiene que ser e a la menos t.

E1. Si en eso estoy de acuerdo

E2- “a un segundo pasa por dos, con t igual a 1 es e a la 2, entonces es 0.18 y ya la saque...”

Extracto 13 G1-Act cierre 1

Como actividad de cierre, en el apartado 1, el **G1**, tuvo un muy buen acercamiento, si bien es cierto no buscábamos obtener exactitud en esta respuesta, sin embargo, si se obtuvo un muy buen acercamiento a ella gracias a la implementación de la **EV1**, **EV2** y **EV3**. Si bien las respuestas del **G1** no fueron muy acertada en cuanto al exponente de la función, pero en sus diálogos y **AV** explican que a medida que  $t$  aumentaba crecería más rápido, contrario a sus respuestas, asumimos que se confunden por ser un valor negativo. Cabe resaltar que esta actividad está muy ligada a la introducción de los términos de la función exponencial y cómo estos modifican su gráfica (ver [Términos de la función exponencial](#)) además de toda la situación de aprendizaje desarrollada.

**1h:10min-1h:19min**

<p><b>E3-G2</b></p> <p>1. Teniendo en cuenta las siguientes gráficas que corresponden a un comportamiento exponencial. Responder los interrogantes propuestos más adelante.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>a</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>b</p> </div> </div> <p>Proporciona una función que modelan estas gráficas de voltaje vs tiempo</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <p>a <math>V(t) = 0 - 1.6e^{-3.2t}</math></p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <p>b <math>V(t) = 0 - 4.6e^{-4t}</math></p> </div> </div>
--

 **E4-G2**  1. Teniendo en cuenta las siguientes gráficas que corresponden a un comportamiento exponencial. Responder los interrogantes propuestos más adelante.  a  b  Proporciona una función que modelan estas gráficas de voltaje vs tiempo  a  $V(t) = 5 - 50e^{-0.32t}$  b  $V(t) = 5 - 90e^{-0.42t}$ |

E3.- “  $m$  es la pendiente,  $x + b$  es el corte ”

E4.- “también debe ser e a la menos algo”

E3.- “podemos poner la misma ecuación, y no más cambiar el término C”

Extracto 14 G2-Act cierre 1

El **G2** en la Act cierre 1, aunque sus respuestas no fueron las más acertadas, en sus diálogos se puede observar el uso del *funcionamiento* y *forma* que apropiaban del uso de las gráficas, además de sus **AV** si son apropiados, se logró evidenciar su razonamiento en cuanto al tipo de actividad propuesta y cómo logran identificar los términos de la función exponencial, además de realizar conexiones con diferentes objetos matemáticos.

## Act cierre 2

40:31-44:50 	
<p><b>E1-G1</b></p> <p>2. ¿Cuál crees que tiene un crecimiento más rápido? argumenta tu respuesta</p> <p><i>El que tiene menor exponente.</i></p>	<p><b>E2-G1</b></p> <p>2. ¿Cuál crees que tiene un crecimiento más rápido? argumenta tu respuesta</p> <p><i>b tiene crecimiento más rápido puesto que cuando e se aproxima a cero, los crecimientos son más rápidos.</i></p>
<p><i>E2. - "El que tiene mayor exponente"</i></p> <p><i>E1. aja</i></p> <p><i>E2. - "no, no, no, el que tiene menor exponente"</i></p> <p><i>E1- "Si, si es cierto"</i></p>	

### Extracto 15 G1-Act cierre 2

Después de realizar la aproximación de las funciones a partir de las gráficas, el **E2** expone sus razones de qué gráfica tiene un crecimiento más rápido, y el **E2** explica que al acercarse a cero los crecimientos son más rápidos, aquí entra en juego el cercamiento que tuvo el estudiante en cuanto a la **EV1** y **EV2**, encontrando diferencias y similitudes en cuanto a las gráficas analizadas. Por su parte, el **E1** escribe que crece más rápido el que tiene menor exponente, pero en el **AV** concuerda con su compañero diciendo que es el que acerca al cero.

1h:20min-1h:27:38min 	
<p><b>E3-G2</b></p> <p>2. ¿Cuál crees que tiene un crecimiento más rápido? argumenta tu respuesta</p> <p><i>b) por que debe tener un mayor flujo de aire en su velocidad por eso la curva esta más curvada</i></p>	<p><b>E4-G2</b></p> <p>2. ¿Cuál crees que tiene un crecimiento más rápido? argumenta tu respuesta</p> <p><i>La gráfica b, porque la e es mayor, y quizá esto nos da a entender que hay un mayor flujo de aire y mayor distancia</i></p>
<p><i>E3. - "debe ser la b, es que al parecer la gráfica es más curva en menos tiempo"</i></p> <p><i>E4.- "si... y el e es mayor"</i></p> <p><i>E4. - "o sea, tuvo mayor flujo de aire por eso es la curva así" [haciendo referencia a la gráfica b]</i></p> <p><i>E1- "Si..."</i></p>	

### Extracto 16 G2-Act cierre 2

El **G2** por su parte responde a esta pregunta con la explicación del fenómeno físico que interviene en nuestro experimento para dar respuesta a qué gráfica crece más rápido. El **E3** nos comenta que, la **b**, debido a que a mayor flujo de aire obtendremos una "curva más curvada" haciendo referencia a que crecerá de manera más rápida. En este apartado el grupo relaciona

que la gráfica está condicionada al fenómeno físico de la velocidad del viento, aquí se puede evidenciar el uso de la **EV1**, al realizar diferentes comparaciones de las gráficas con diferentes variaciones en cuanto a la variable del viento. Además, es un ejemplo de la interdisciplinariedad que logramos tener con nuestra situación de aprendizaje bajo el enfoque STEM.

### Act 3,4,5

40:31-44:50 

E1-G1	E2-G1
<p>3. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento rápido del voltaje de las gráficas <math>g(x)</math> y <math>f(x)</math>?  <math>g(x) \rightarrow (0, 2)</math>, <math>f(x) \rightarrow (0, 1)</math> Alcanzar 300 mV</p> <p>4. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento lento del voltaje de las gráficas <math>g(x)</math> y <math>f(x)</math>?            En <math>g(x) \rightarrow (2, 4)</math>, <math>f(x) \rightarrow (1, 2)</math></p> <p>5. ¿Cuánto cambia el voltaje en los dos intervalos propuestos anteriormente?            No cambia el voltaje</p>	<p>3. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento rápido del voltaje de las gráficas <math>g(x)</math> y <math>f(x)</math>? Para a se tiene intervalo <math>[0, 3]</math>            Y para b <math>[0, 1.3]</math></p> <p>4. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento lento del voltaje de las gráficas <math>g(x)</math> y <math>f(x)</math>? Para a se tiene de <math>[3, 5]</math>            Para b se tiene de <math>[1.3, 5]</math></p> <p>5. ¿Cuánto cambia el voltaje en los dos intervalos propuestos anteriormente?            No cambia mucho, ambos llegan a 5.</p>

E1. – “En el intervalo de 0 a 1”  
 E1. – “¿De 0 a 1?”  
 E2. - “¿por qué? No, no, no... yo diría de 0 a 2  
 E1- “de cero a dos se tardó un chorro...  
 E2. – “A si, si... de cero a uno” en  $f(x)$   
 E1.- o sea en cuanto alcanza ese mismo voltaje, en cuanto alcanza 300, ¿de 0 a 2 en  $g(x)$ !  
 E1.- “¿ahora cual tiene un crecimiento lento? Pues este...  $g(x)$   
 [para dar los intervalos de crecimiento lento de voltaje, proceden a realizar la misma dinámica anterior, como se muestra en los audios]  
 E1.- “Cuanto cambia el voltaje en los dos intervalos propuestos?  
 E1.- “a nada yo definí que no cambiaba nada  
 E2.- “si de hecho no cambia.

### Extracto 17 G1-Act cierre 3,4,5

En este apartado podemos ver como las respuestas de la Act cierre 3-5 está ligada con la 1-2 puesto que solicitamos que identifiquen momentos claves, y en efecto los identifican, escribiendo esos intervalos, además llegan a la conclusión que no cambia el voltaje generado, aunque una tuvo un crecimiento más rápido que la otra. Precisamente ambas llegan al mismo voltaje, y esto es lo que esperábamos por parte de los estudiantes. El lograr que hicieran uso de las **EV** usadas en todo el transcurso de la situación de aprendizaje, así de tal manera que los estudiantes no se dejarán llevar por un crecimiento lento o rápido, si no, que a partir del uso de las **EV** y analizando sus **AV** se conste lo aprendido por parte de los estudiantes.



## E3-G2

3. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento rápido del voltaje de las gráficas  $g(x)$  y  $f(x)$ ? en  $g(x)$  un tiempo de 2s y en cuanto a  $f(x)$  en un tiempo menor a 1s
4. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento lento del voltaje de las gráficas  $g(x)$  y  $f(x)$ ? en  $g(x)$  es en 3s en  $f(x)$  a los 2s
5. ¿Cuánto cambia el voltaje en los dos intervalos propuestos anteriormente? el voltaje cambia de manera más instantánea en  $f(x)$  con respecto a  $g(x)$

## E4-G2

3. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento rápido del voltaje de las gráficas  $g(x)$  y  $f(x)$ ? En (4 y 5)
4. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento lento del voltaje de las gráficas  $g(x)$  y  $f(x)$ ? Entre 0 y 3
5. ¿Cuánto cambia el voltaje en los dos intervalos propuestos anteriormente? Entre 4 y 5 cambia entre 4 y 5 milivoltios y entre 0 y 3 cambia entre 0 y 4 milivoltios

E3.- “en primera gráfica tiene un crecimiento rápido en los primeros dos segundos y en cuanto a la segunda en fue en menos de un segundo...”

E4.- “nombre, yo creo que fue entre los 4 y 5 segundos”

Extracto 18 G2-Act cierre 3,4,5

El **G2**, aunque no fue muy acertada sus respuestas en el último interrogante, por su parte realizan una descripción de la gráfica, y nos parece importante la forma en la que la describen, realizan una serie de puntos en la que hacen uso de la **EV1** e identifica intervalos clave en las que llega el voltaje en diferente tiempo, esto gracias también a la **EV2**, puesto que ahora además de solo observar las gráficas y comparar, establece segmentos en los cuales se observa un cambio de voltaje en los ejes  $x$  y  $y$  del plano cartesiano. Cabe resaltar que esto se propició porque en las actividades anteriores hicieron usos de diferentes estrategias variacionales.

A continuación, se muestran 2 tablas, las cuales sintetizan el trabajo realizado en el análisis de datos, en donde la columna 1, tiene la información del estudiante y la actividad que resolvieron, la columna 2, se establecen qué estrategia variacional fue usada por los estudiantes en cada actividad, seguidamente la columna 3, son los argumentos variacionales de cada estudiante en donde se dividen en *funcionamiento* y *forma*, y en la última columna, se establece que se favorece del Pylvar en cada actividad propuesta para los alumnos.

### 4.3 Tabla de síntesis del análisis de resultados

Tabla 3

Síntesis de análisis G1

Información G1 E1, E2	Estrategia variacional	Argumentos variacionales		¿Qué se logra favorecer en el Pylvar de la actividad?
		Funcionamiento	Forma	
Act 1a, 1b, 1c	<a href="#">Extracto_1</a> -Comparación -Seriación	E1.- “¿de la una a la dos sería menos 100 no?, pero si queremos el módulo...” E2- “aaah si, si es cierto, ei...” E2.- “eh... 100 equivale aquí”.	Los estudiantes recurren al análisis del cambio y cuantificación al <b>realizar comparaciones de ambas gráficas</b> , realizando una <b>diferencia entre ambos voltajes</b> y de esta manera expresan, cuánto cambio cada voltaje generado, los cuales son expresados por medio de estos <b>AV</b>	En la actividad se favorece, la <b>EV1</b> y <b>EV2</b> , los estudiantes para dar respuesta a los interrogantes deben analizar 2 gráficas y 2 intervalos de tiempo, es decir una comparación de las gráficas en intervalos. Ahora bien, cuando hay varias gráficas y el estudiante las compara, el conjunto de todas esas comparaciones el estudiante logra conjeturar la seriación, es decir, comparó varias gráficas con la misma forma, pero con crecimiento cada vez más alto, por lo tanto, él puede darse cuenta de un patrón de crecimiento de cada grafico (seriación).
Act 1d, 1e, 1f	<a href="#">Extracto_3</a> -Comparación -Seriación	E1- “en la velocidad baja la anterior llegó a 200 y está luego a 250...” E2.- “aja...” E1. - “yo digo que de 5 a 30” E2.- “aah está bien yo digo crece que de 5 a 40” E1. - “¿y cuánto cambia?” E2. - “Aaaah ya cambio unos 150” [ahora, hacen referencia a la velocidad alta] E1. - “¿Oye cuanto pusiste 150?”		

E2.- *Si... es que es un poquito menos de 200*

<b>Act 1g, 1h</b>	<a href="#">Extracto 5</a> -Seriación	E1.- “pues entre más tiempo más voltaje hasta un valor, hasta que se hizo constante”  E2.- “Si... hubo un crecimiento exponencial hasta que se mantuvo constante...”	Los estudiantes llegan a un análisis gráfico, en el cual después de realizar diferentes EV como se muestra en ( <a href="#">Extracto 3</a> y <a href="#">Extracto 5</a> ). <b>Gracias a esta forma del uso gráfico</b> junto con las <b>EV</b> obtenemos <b>AV</b> en cuanto al funcionamiento de la gráfica.	Ahora, con esta actividad queremos que los estudiantes encuentren patrones repetitivos o comportamientos con la <b>EV2</b> en cuanto al <i>Voltaje vs tiempo</i> que representan las gráficas que modelan la generación de energía eólica
<b>Act i</b>	<a href="#">Extracto 7</a> -Predicción	E2. - “Se van comprimiendo desde uno”  E1. -“y la última es en un medio” está bien chiquitilla, super exponencial.	<b>La forma de las gráficas, al verse un poco “acortada”</b> como si fueran cada vez más pequeñas, provoca en los estudiantes un funcionamiento el cual se presentan en sus argumentos variaciones.	En la presente actividad se tenía como finalidad la reflexión del estudiante, luego de pasar por <b>EV</b> como <a href="#">Extracto 1</a> y <a href="#">Extracto 5</a> , que tenga capacidad de adelantarse al cambio y predecir un comportamiento gráfico con variables establecidas.
<b>Act 2a, 2b</b>	<a href="#">Extracto 9</a> <a href="#">Extracto 11</a> -Comparación	E1. -“va aumentando su pendiente”  E2. - “el término c pues aumenta la pendiente cuando aumenta la corriente... aumenta la energía”	La forma que le hace argumentar el funcionamiento grafico a estos estudiantes resulta muy interesante, primero, el <b>E1</b> asemeja el crecimiento de la gráfica con la pendiente, y en efecto si esta aumenta, aumentara su pendiente, y segundo, el <b>E2</b> relaciona también la pendiente,	Es oportuno decir, que los estudiantes al tener un mejor control de los <a href="#">Deslizadores de GeoGebra</a> , y entender uno por uno cada término y como estos modifican su gráfica, pone en contexto al estudiante de una manera muy significativa,

			pero con la generación de energía, y también tiene razón, si aumenta la energía cambiara su gráfica, pero aumentando su pendiente.	sumado a esto el uso de las <b>EV1</b> , <b>EV2</b> y <b>EV4</b> , podrán entender desde un contexto físico, como lo sustenta el STEM.
<b>Act cierre</b> <b>1</b>	<a href="#">Extracto 13</a> -Estimación	E2. -haber mijo, tiene que ser $e$ a la menos $t$ .  E2- “a un segunda pasa por dos, con $t$ igual a 1 es $e$ a la 2, entonces es 0.18 y ya la saque...”	El <b>E2</b> , tiene un acercamiento a la función que se les solicita estimar a partir de una gráfica propuesta, lo primero que acierta es al exponente y es debido a los diferentes usos de funcionamiento y forma que ha venido desarrollando progresivamente a lo largo de la situación de aprendizaje y la forma un poco curvada de la gráfica,	Para llegar a que el estudiante pueda estimar, se es necesario primero, realizar actividades con la <b>EV1</b> y <b>EV2</b> , de esta manera encontrará patrones significativos que le ayudaran a poder estimar con ciertas condiciones dadas. Esto a sido favorecido en actividades como; <a href="#">Extracto 1</a> , <a href="#">Extracto 7</a> <a href="#">Extracto 9</a>
<b>Act cierre</b> <b>2,3,4,5</b>	<a href="#">Extracto 17</a> -Comparación -Seriación	E2.- “b tiene un crecimiento más rápido, puesto que cuando C se aproxima a cero, los crecimientos son más rápidos”	El E2 al observar de manera gráfica el comportamiento y también en intervalos de cuanto crece el voltaje respecto al tiempo, capta y toma generalidades como la de su argumento variacional respecto al término $c$ y como es el funcionamiento de su comportamiento gráfico.	Al llegar al final de las situaciones de aprendizaje, se logra observar en los argumentos variacionales como el estudiante toma aspectos repetitivos del comportamiento gráficos, gracias a la <b>EV1</b> y luego de realizar diferentes ejercicios y puede llegar a la resignificación y tomarlo como un comportamiento tendencial, estableciendo patrones de comportamiento gráfico de ciertas situaciones y variables

---

que se tienen en cuenta, esto  
gracias al uso de la **EV2**

---

*Nota.* Se muestran el análisis que se realizó al grupo 1, características, funcionamientos y formas y estrategias variacionales usados en cada actividad.

**Tabla 4**

Síntesis de análisis G2

Información G2 E3, E4	Estrategia variacional	Argumentos variacionales		¿Qué se logra favorecer en el Pylvar de la actividad?
		Funcionamiento	Forma	
Act 1a, 1b, 1c	<a href="#">Extracto 2</a> -Comparación -Seriación	<p>E3.- “vemos que comienza toda así lineal, lineal y luego ya sube”</p> <p>E3.- “es que es instantánea...”</p> <p>E3.- “si, esta gráfica está más alta”</p> <p>E3.- “Esta gráfica, llega a un punto más alto en un intervalo de tiempo más corto”</p> <p>E4.- “y siento que está más vertical y creció más rápido”</p> <p>E3.- “si..., apenas empieza, comienza a hacer instantánea”</p>	<p>La forma de las gráficas que se generaron a partir del experimento produce en los estudiantes <b>E3</b> y <b>E4</b> argumentos que en cierta forma están ligados a los comportamientos que tuvieron las gráficas analizadas</p>	<p>En esta actividad se promueven las <b>EV1</b> y <b>EV2</b>, ya que los estudiantes, para responder las preguntas planteadas, deben comparar dos gráficas en distintos intervalos de tiempo. Al enfrentarse a varias gráficas, los estudiantes realizan un conjunto de comparaciones, lo que les permite establecer intervalos de la gráfica en el cual hacen uso de la seriación. En otras palabras, al comparar gráficas con una estructura similar, pero con incrementos cada vez mayores, los estudiantes pueden identificar un patrón de crecimiento en</p>

<p><b>Act</b> <b>1d, 1e, 1f</b></p>	<p><a href="#">Extracto_4</a> -Comparación -Seriación</p>	<p>E4.- “Entre 175 y 200 y comienza a aumentar en el 20” E3.- “mira aquí casi llega al 2” E4.- “Aquí fue bien rápido, luego se hizo se hizo continuo...” E3.- “mira... creció más rápido” E3.- “Cambio como entre 50 y 75 milivolts”</p>	<p>Por otro parte, el <b>E4</b> además de realizar una comparación numérica, también expone en sus diálogos argumentos que van encaminados al cambio y la variación de la gráfica propuesta, es decir que tuvo en cuenta cambios significativos de momentos cruciales de la gráfica.</p>	<p>cada gráfica, reconociendo la tendencia de <b>EV2</b> seriación.</p>
<p><b>Act</b> <b>1g, 1h</b></p>	<p><a href="#">Extracto_6</a> -Seriación</p>	<p>E3.- “En la primera fue de 0 a 5 y en la segunda fue de 0 a 1” E4.- “ei... o sea de cero a cinco” [Ahora hacen referencia al inciso b] E4.- “aumentó el doble...” E3.- “incrementan cada vez que aumenta la velocidad del viento”</p>	<p>El <b>G2</b>, en esta actividad toma como un funcionamiento una escala, estableciendo que aumenta el doble que la gráfica de velocidad baja.</p>	<p>Ahora, con esta actividad queremos que los estudiantes encuentren patrones repetitivos o comportamientos con la <b>EV2</b> en cuanto al <i>Voltaje vs tiempo</i> que representan las gráficas que modelan la generación de energía eólica</p>

Act i	<a href="#">Extracto 8</a> -Predicción	No realizaron argumentos variacionales que fueran encaminado al funcionamiento y forma de las gráficas. Por su parte estos dos estudiantes, bosquejaron los 3 tipos de gráficas con las variables solicitadas.	En la presente actividad se tenía como finalidad la reflexión del estudiante, luego de pasar por <b>EV</b> como <a href="#">Extracto 1</a> y <a href="#">Extracto 5</a> , que tenga capacidad de adelantarse al cambio y predecir un comportamiento gráfico con variables establecidas.
Act 2a, 2b	<a href="#">Extracto 10</a> -Comparación	E3.- “C nos indica la velocidad que tuvo inicialmente el incremento”	La forma que el estudiante encuentra en las gráficas puestas en análisis, está dirigida a como la velocidad y el incremento se refleja, cómo el estudiante encuentra en la gráfica esta forma, lo que le permite expresar y argumentar dicho funcionamiento  Es oportuno decir, que los estudiantes al tener un mejor control de los <a href="#">Deslizadores de GeoGebra</a> , y entender uno por uno cada término y cómo estos modifican su gráfica, pone en contexto al estudiante de una manera muy significativa, sumado a esto el uso de las <b>EV1</b> , <b>EV2</b> y <b>EV4</b> , podrán entender desde un contexto físico, como no los sustenta el STEM.
Act cierre	<a href="#">Extracto 14</a>	E3.- “ <b>m</b> es la pendiente, <b>x + b</b> es el corte”	El <b>G2</b> en el transcurso de las EV1, <b>EV2</b> , y <b>EV3</b> , encuentra Para llegar a que el estudiante pueda estimar, es necesario,

1	-Estimación	<p>E3.- “podemos poner la misma ecuación, y no más cambiar el término C”</p> <p>E4.- “también debe ser <math>e</math> a la menos algo”</p>	<p>generalidades lo cual les permite hablar por la forma de la gráfica y argumentar que; será la misma ecuación, pero solo cambiará el término <math>C</math>, el <b>E3</b> puede llegar a esa conclusión, gracias a las diferentes formas y funcionamientos puestos en juego a lo largo de las <b>SV</b> presentes.</p> <p>En cambio, el <b>E4</b> la forma de la “curva” de esa gráfica, le favorece expresar el funcionamiento, al decir; debe ser <math>e</math> a la menos algo.</p>	<p>realizar actividades con la <b>EV1</b> y <b>EV2</b>, de esta manera encontrara patrones significativos que le ayudaran a poder estimar con ciertas condiciones dadas. Esto a sido favorecido en actividades como; <a href="#">Extracto 1</a> , <a href="#">Extracto 7</a> <a href="#">Extracto 9</a>.</p>
<p><b>Act cierre</b> <b>2,3,4,5</b></p>	<p><a href="#">Extracto 16</a> <a href="#">Extracto 18</a> -Comparación -Seriación</p>	<p>E3. - “debe ser la <math>b</math>, es que al parecer la gráfica es más curva en menos tiempo”</p> <p>E3.- “en la primera gráfica tiene un crecimiento rápido en los primeros dos segundos y en cuanto a la segunda en fue en menos de un segundo...”</p>	<p>El <b>E3</b>, encuentra en el uso de las formas de las gráficas un comportamiento que indica un crecimiento más rápido, esto apoyada por la forma curvada de su gráfica.</p> <p>Por otra parte, el <b>E4</b>, encuentra en <math>a</math> la forma de las gráficas una relación existente entre el flujo de aire proporcionado al experimento</p>	<p>Al llegar al final de las situaciones de aprendizaje, se logra observar en los argumentos variacionales como el estudiante toma aspectos repetitivos del comportamiento gráficos, y luego de realizar diferentes ejercicios y <b>EV</b> puede llegar a la resignificación y tomarlo como un comportamiento tendencial de</p>

E4. - “o sea, tuvo mayor flujo de aire por eso es la curva así”

generador de energía, esto le da un sentido funcional por medio un fenómeno físico, y como puede modificar la gráfica propuesta.

ciertas situaciones y variables que se tienen en cuenta. Lo anterior gracias al uso de la **EV1** que propicia el uso de la **EV2**

---

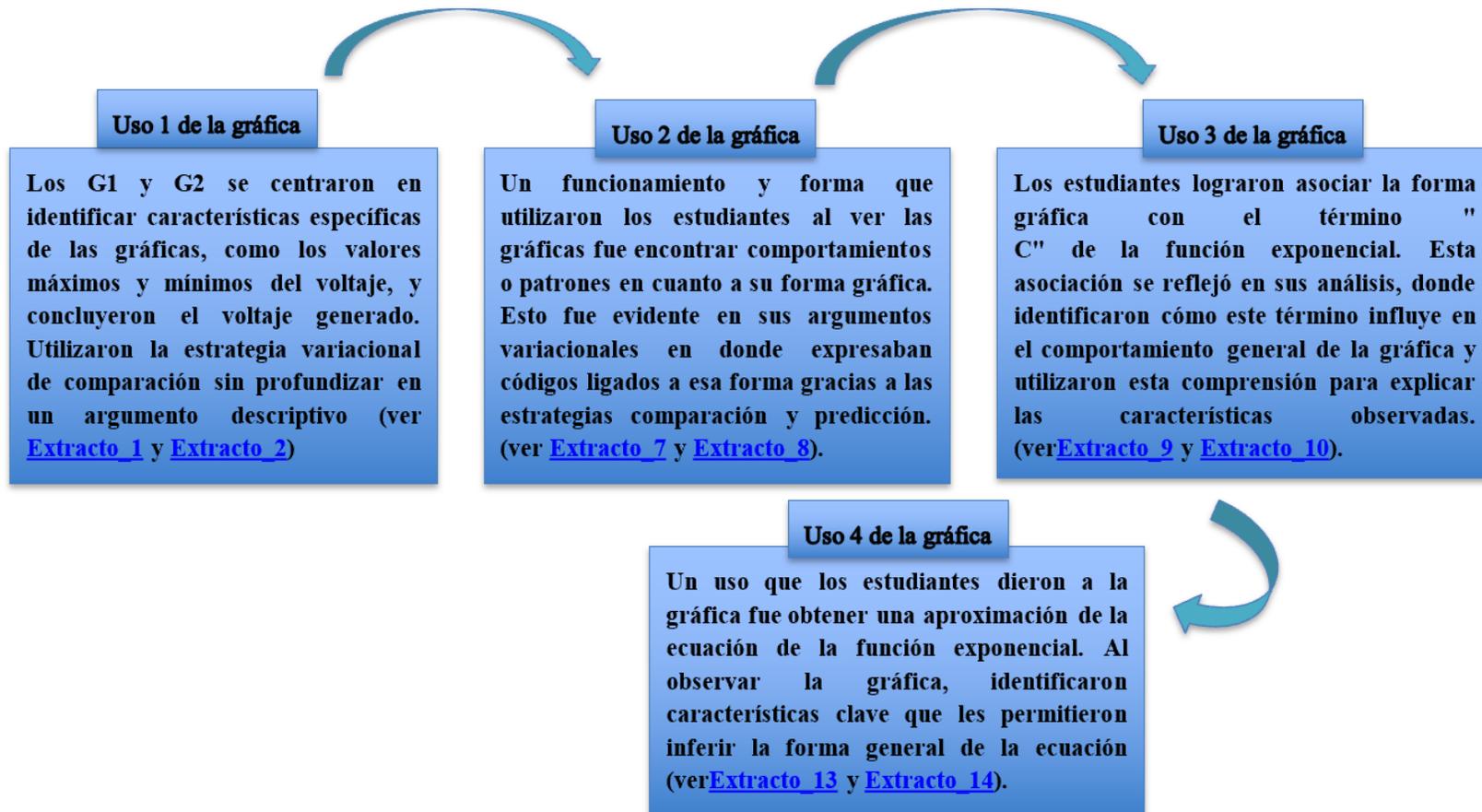
*Nota.* Se muestran el análisis que se realizó al grupo 2, características, funcionamientos y formas y estrategias variacionales usados en cada actividad.

#### **4.4 funcionamientos y formas específicos identificados**

En esta sección, presentaremos una síntesis de los distintos *funcionamientos* y *formas* identificadas en las respuestas de los estudiantes respecto a las gráficas en cada actividad. Estos esquemas ofrecerán una visión estructurada de los patrones y estrategias observadas en las respuestas de los grupos de estudiantes analizado, facilitando una comprensión rápida y clara de cómo ellos interactúan con las gráficas y cuáles son las tendencias comunes en su interpretación y análisis.

## Esquema 9

### Usos de las gráficas



Dado los resultados anteriores consideramos seleccionar extractos de evidencias los cuales se presentan en rúbricas que permiten, en cierta forma, validar el Pylvar de los grupos 1 y 2. Como parte de uno de los objetivos específicos, esto permite centrar, qué y cómo hizo un estudiante, para argumentar el comportamiento de un gráfico, mediante el uso de EV. En la tabla se puede leer las respuestas de los estudiantes en cada estrategia, tareas, códigos y argumento variacional y en qué extractos se encuentra la evidencia. Además de poder sintetizar las respuestas de los estudiantes, se busca con estas rúbricas poder realizar una ubicación del pensamiento y lenguaje variacional de los estudiantes en un nivel donde se establecen los criterios de cada uno. Como parte del Desarrollo del Pylvar, las preguntas de ¿que, ¿cómo y cuánto cambia? Permite dar luz al crecimiento de las comprensiones de los estudiantes del modelo gráfico, es decir un desarrollo de su pensamiento variacional.

Situación de aprendizaje		Generador de Energía Eólico	Grupo:	G1	Estudiantes:	E1, E2	
<b>Tareas Variacionales (TV)</b>	-Comparación de gráficas (CG) -Análisis de Datos en Gráficas (ADG) -Construcción de Gráficas con la Variación como punto de referencia (CGV) -Análisis Gráfico con la Variación como punto de referencia (AGV)			<b>¿Qué cambia?</b>			
				Tiempo		Voltaje	
				Velocidad del Viento		Elija un elemento.	
				<b>¿Qué cambia respecto de qué?</b>			
				Tiempo		s.	Voltaje
<b>¿Cómo cambia?</b>							
Estrategias Variacionales (EV)		Se asocia con la acción de...	Procedimientos que usa el equipo	Estructuras variacionales específicas (Recurre a...)			
	<b>Comparación</b>	Establecer diferencias entre dos estados.	“Crece más con respecto a “	-Compara el voltaje generado proporcionándole viento con velocidad alta y luego con velocidad baja y posteriormente realizan una sustracción para saber cuánto cambió el voltaje. <a href="#">Extracto_1</a> , <a href="#">Extracto_3</a> -Comparar intervalos de tiempos en los cuales se presentan puntos de crecimiento o decrecimiento. <a href="#">Extracto_5</a>			
	<b>Seriación</b>	Establecer relaciones entre estados sucesivos.	Patrón de comportamiento en una gráfica.	-Relaciona el crecimiento de las gráficas con la velocidad del viento concluye que a cierto valor ya queda constante el voltaje al final. -Relaciona los cambios de velocidad con diversos comportamientos en la gráfica <a href="#">Extracto_5</a> -Establece intervalos de tiempo y los clasifica, con el fin de diferenciar donde hubo crecimientos más rápidos o más lentos <a href="#">Extracto_17</a>			

	<b>Predicción</b>	Anticipar o intuir, localmente, un comportamiento, estado o valor posterior.	¿Cómo sería la gráfica en x situación?	-Realiza un bosquejo de las gráficas de acuerdo a ciertas variables que se le proporcionan del comportamiento respecto del tiempo y voltaje. <a href="#">Extracto_7</a>
	<b>Estimación</b>	Proponer, de manera global, nuevos estados a corto plazo.	Análisis de crecimiento.	-Recurre al análisis de los diferentes términos de la función exponencial y logra diferenciar qué término está relacionado con el fenómeno físico para lograr un cambio considerable en su gráfica. <a href="#">Extracto_9</a> -Estima la ecuación de una función exponencial a partir de su representación gráfica <a href="#">Extracto_13</a>
	<b>Total: 4</b>	<b>Argumentos Variacionales (AV)</b>		
	<b>¿Cuánto cambia?</b>	Identifica que tiene un crecimiento exponencial (ver <a href="#">Extracto_3</a> ) y además menciona que luego del cambio de 100 Milivolts se queda constante.	<b>Códigos Variacionales</b>	
			Para el bosquejo de las gráficas en determinada situación, como lo es el aumento del viento, utiliza la palabra “se comprime” queriendo decir que se hace cada vez más pegada al eje de las “y”.	

Situación de aprendizaje		Generador de Energía Eólico		Grupo:	G2	Estudiantes:	E3,E4
Tareas Variacionales (TV)	-Comparación de gráficas (CG) -Análisis de Datos en Gráficas (ADG) -Construcción de Gráficas con la Variación como punto de referencia (CGV) -Análisis Gráfico con la Variación como punto de referencia (AGV)				¿Qué cambia?		
					Tiempo	Voltaje	
					Velocidad del Viento	Elija un elemento.	
					¿Qué cambia respecto de qué?		
					Tiempo	Vs.	Voltaje
¿Cómo cambia?							
Estrategias Variacionales (EV)		Se asocia con la acción de...	Procedimientos que usa el equipo	Estructuras variacionales específicas (Recorre a...)			
	Comparación	Establecer diferencias entre dos estados.	“Crece más con respecto a “	-Compara el voltaje generado proporcionándole viento con velocidad alta y luego con velocidad baja y posteriormente realizan una descripción de ambas gráficas, en donde establecen cual llegó a más voltaje o cual era más vertical indicando así un crecimiento más rápido o lento. (Ver <a href="#">Extracto 2</a> y <a href="#">Extracto 4</a> ) -Los estudiantes E3 y E4, realizan comparaciones de los intervalos en los cuales la gráfica muestra puntos importantes como un crecimiento o decrecimiento (ver <a href="#">Extracto 6</a> )			
	Seriación	Establecer relaciones entre estados sucesivos.	Patrón de comportamiento en una gráfica.	-Relaciona el crecimiento de las gráficas con la velocidad del viento y también consideran la distancia del experimento al simulador del viento -Relaciona los cambios de velocidad con diversos comportamientos en la gráfica (ver <a href="#">Extracto 6</a> )			

				-Establece intervalos de tiempo y los clasifica, con el fin de diferenciar donde hubo crecimientos más rápidos o más lentos (ver <a href="#">Extracto 18</a> )
	<b>Predicción</b>	Anticipar o intuir, localmente, un comportamiento, estado o valor posterior.	¿Cómo sería la gráfica en x situación?	-Realiza un bosquejo de las gráficas de acuerdo a ciertas variables que se proporcionan del comportamiento respecto del tiempo y voltaje. (ver <a href="#">Extracto 8</a> )
	<b>Estimación</b>	Proponer, de manera global, nuevos estados a corto plazo.	Análisis de crecimiento.	-Recurren al análisis de los diferentes términos de la función exponencial y logra diferenciar que término está relacionado con el fenómeno físico para lograr un cambio considerable en su gráfica. (ver <a href="#">Extracto 9</a> ) -Estima la ecuación de una función exponencial a partir de su representación gráfica. (ver <a href="#">Extracto 13</a> )
	<b>Total: 4</b>	<b>Argumentos Variacionales (AV)</b>		
<b>¿Cuánto cambia?</b>	Identifica un tiene un crecimiento exponencial (extracto 3) y además menciona que luego del cambio de 100 Milivolts se queda constante.			<b>Códigos Variacionales</b>
				Para el bosquejo de las gráficas en determinada situación, como lo es el <b>aumento del viento</b> , utiliza la palabra “ <b>se comprime</b> ” queriendo decir que se hace cada vez más pegada al eje de las “y”.

Para establecer los niveles de desempeño en el análisis de situaciones variacionales, propongo la siguiente clasificación, basándome en los autores (Jaime 2019; Carson 2002)

**1.** Nivel Inicial: Este nivel se caracteriza por respuestas que muestran una incapacidad para elaborar argumentos variacionales detallados. Los estudiantes pueden tener dificultades para explicar cómo cambian o varían las situaciones presentadas y tienden a ofrecer respuestas limitadas en cuanto al comportamiento gráfico de la función exponencial en cuanto a profundidad y estructura.

**2.** Nivel Intermedio: En este nivel, los estudiantes son capaces de responder preguntas sobre cómo varían las situaciones, cómo cambian los parámetros y otros aspectos relacionados. Además, utilizan al menos dos estrategias variacionales para abordar las tareas propuestas. Sus respuestas muestran un entendimiento considerable de las variacionales donde pueden ofrecer argumentos con cierta estructura variacional.

**3.** Nivel Avanzado: En este nivel más alto de desempeño, los estudiantes demuestran habilidades avanzadas al elaborar argumentos variacionales estructurados y fundamentados. Son capaces de utilizar más de dos estrategias variacionales de manera efectiva para analizar y explicar cómo cambian las situaciones bajo diferentes condiciones. Sus respuestas reflejan un entendimiento profundo y la capacidad de aplicar conceptos matemáticos en contextos variacionales.

Esta clasificación proporciona un marco claro para evaluar el desarrollo del Pylvar de los estudiantes en el análisis de situaciones variacionales, facilitando la identificación de áreas de fortaleza y oportunidades de mejora en su comprensión y aplicación de conceptos matemáticos y físicos.

Desde esta perspectiva, al analizar las tablas que reflejan el uso de estrategias variacionales por parte de los estudiantes, conforme a la propuesta de rúbrica de evaluación del Pylvar ya mencionada en los instrumentos, se observa una evolución significativa en el desempeño de los estudiantes a lo largo de la situación de aprendizaje bajo el enfoque STEM. Al comienzo, los estudiantes demostraron un nivel inicial en el manejo de argumentos variacionales, con respuestas limitadas y poco estructuradas en la primera actividad. Sin embargo, a medida que progresaron en las diversas actividades, se evidenció una mejora gradual en la calidad de sus argumentos y respuestas.

Es notable cómo los estudiantes fueron capaces de adaptar y utilizar de manera más efectiva las estrategias variacionales para explicar cómo cambian o varían las situaciones planteadas. Desde procedimientos iniciales más simples hasta estructuras variacionales más elaboradas, se observó una progresión en la capacidad de los estudiantes para analizar y describir fenómenos físicos a través de los diferentes modelos gráficos de la función exponencial y argumentos variacionales.

Se considera que los grupos **G1** y **G2** alcanzaron un nivel medio en su desarrollo variacional durante esta experiencia de la aplicación de la situación de aprendizaje. Este juicio se fundamenta en el análisis detallado de sus argumentos y respuestas a lo largo de las

actividades evaluadas. La capacidad de los estudiantes para avanzar desde un inicio con respuestas básicas hacia argumentos más justificados y fundamentados según su contexto el cual es una Licenciatura en Física es un indicativo claro de su progreso en el entendimiento y aplicación de conceptos matemáticos y físicos en contextos reales.

## 5.0 CONCLUSIONES

La manipulación del experimento generador de energía eólica, junto con el análisis de los usos de las gráficas utilizando GeoGebra, permitió a los estudiantes comprender mejor los términos de la función exponencial, puesto que, la interacción práctica ayudó a que los estudiantes dieran sentido a cada componente de la función y observaran cómo estos términos modifican la gráfica de la función exponencial (ver [Extracto 10](#), [Extracto 11](#), [Extracto 12](#)). La combinación de experimentación, herramientas tecnológicas y estrategias variacionales del Pylvar facilitó una comprensión más profunda y aplicada de los conceptos matemáticos puestos en juego, mostrando cómo el enfoque STEM puede enriquecer el aprendizaje y fomentar un mayor interés en los estudiantes al integrar otras disciplinas a la matemática, y que nuestro enfoque teórico, da sentido al uso del conocimiento matemático.

El uso de estrategias variacionales, combinado con el enfoque STEM, se ha mostrado como una herramienta eficaz para que los estudiantes adquieran un contexto relevante dentro de su carrera y comprendan las características de la función exponencial (ver [Extracto 10](#), [Extracto 11](#), [Extracto 12](#)). La aplicación de fenómenos físicos estudiados en la licenciatura en física, y la posibilidad de manipularlos dentro de nuestro experimento, resultó enriquecedora para los estudiantes. Esto les proporcionó un contexto práctico que facilitó una mayor comprensión de los fenómenos físicos estudiados y de cómo se representan gráficamente, mejorando así su aprendizaje y aplicación de conceptos teóricos en situaciones reales.

Se evidenció en los resultados cómo los argumentos variaciones en cada actividad mejorando a medida que implementaban las estrategias variaciones, desde un punto de vista socioepistemológico, el desarrollo del uso de la gráfica en la asociación de su funcionamiento y forma que cada estudiante argumentaba con las gráficas generadas de voltaje/tiempo. Esto da evidencia de cómo a la par, se va desarrollando un pensamiento y lenguaje variacional en una situación, totalmente intencionada, como lo propuesto por Vranken, et al. (2014, p. 286)

Se trata de desarrollar una forma de pensamiento que identifique de manera natural fenómenos de cambio y que sea capaz de modelarlos y transformarlos. Está relacionado con la capacidad para dar sentido a las funciones numéricas, manejándolas de manera flexible y creativa, para entender, explicar y modelar situaciones de cambio, con el propósito de analizarlas y transformarlas.

Lo anterior, está inmerso en nuestra situación de aprendizaje con enfoque STEM, los estudiantes al manipular variables como la velocidad del viento simulado, y la distancia del simulador al experimento pueden modelar y realizar diferentes gráficas de la función exponencial, encontrando con esto un sentido en cuanto a la generación de energía eólica y apropiando con él cada punto importante de funcionamiento y forma de las gráficas analizadas, como se pueden ver en [Extracto 2](#), [Extracto 4](#), [Extracto 7](#), [Extracto 10](#), [Extracto 13](#).

Sumado a lo anterior, nos sustentamos teóricamente cuando hablamos de desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en Caballero y Cantoral (2013, p. 1204)

De modo que para generar el desarrollo del pensamiento variacional es necesario el uso sistemático e interacción de los elementos que conforman al Pylvar, debido a que el desarrollo del pensamiento variacional implica usar todos estos elementos de manera conjunta y no aislada. Bajo este modelo el desarrollo del pensamiento variacional tiene lugar dentro de una SV, donde el uso las EV generan el estudio de la variación, pues resultan ser el punto de partida para el análisis y reflexión acerca del cambio y sus efectos al permitir identificar aquello que cambian en una situación, cuantificar ese cambio y analizar la forma en que se dan los cambios.

Es importante destacar que esta investigación aporta evidencia de que, mediante el uso del pensamiento y lenguaje variacional junto con un enfoque STEM, es posible promover un desarrollo significativo de estas habilidades, articulando la matemática escolar con la interdisciplinariedad propia del enfoque STEM. Este logro representa una contribución valiosa a la educación matemática, al demostrar cómo la integración de estos elementos potencia el aprendizaje y la aplicabilidad de conceptos matemáticos en contextos reales y multidisciplinarios

El desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en estudiantes de Licenciatura en física de tercer semestre, dentro del laboratorio de electricidad y electromagnetismo II, utilizando una situación de aprendizaje para el concepto de función exponencial bajo el enfoque STEM, se logra mediante el uso sistemático e interactivo de los elementos que conforman el modelo Pylvar, tales como las estrategias, situaciones variacionales, estructuras, códigos variacionales. En nuestra implementación, utilizamos estrategias variacionales, tales como la comparación, la seriación, la estimación y la predicción, para fomentar una comprensión profunda de la variación y el cambio. Además, en las respuestas de los alumnos también se identifican las estrategias y códigos variacionales, lo anterior puede evidenciarse en [Rubrica G1](#) y [Rubrica G2](#).

Estas estrategias se integraron a través de tareas variacionales diseñadas específicamente para el estudio de la función exponencial. Los estudiantes participaron en actividades que les permitieron identificar, cuantificar y analizar cambios en diversas situaciones, facilitando así una reflexión crítica sobre los efectos de dichos cambios gráficos (ver [Extracto 11](#), [Extracto 12](#), [Extracto 14](#), [Extracto 16](#), [Extracto 18](#)). Además, se identificaron y utilizaron códigos variacionales propios de los estudiantes (ver [Extracto 5](#), [Extracto 6](#), [Extracto 7](#), [Extracto 10](#)), lo que permitió personalizar las actividades según sus necesidades y estilos de aprendizaje.

Bajo este modelo, el desarrollo del pensamiento variacional se produce dentro de un entorno de Situación de Variación (SV), donde el uso de Elementos Variacionales (EV) es fundamental. Estas herramientas permiten a los estudiantes explorar y cuantificar variaciones y

reflexionar sobre las variables físicas que producen de estos cambios, proporcionando un punto de partida robusto para el análisis y comprensión del concepto de función exponencial.

Aunado a lo anterior, las tablas de síntesis de los resultados por grupos, apoyaron a estas conclusiones, puesto que se muestra cómo se van desarrollando los argumentos variaciones de los estudiantes a medida que van emergiendo las estrategias variaciones, ahí también se evidencia de un desarrollo en cuanto a los argumentos variacionales que son mediados por el *funcionamiento y forma*, las EV, el enfoque STEM (ver [Extracto 19](#)).

En resumen, la implementación de estrategias variacionales y tareas específicas, junto con la identificación de códigos variacionales de los estudiantes, apoyo al desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en un contexto de aprendizaje STEM, desarrollando una comprensión integral y aplicada del concepto de función exponencial con los estudiantes de Licenciatura en física de tercer semestre, en el seminario de electricidad y magnetismo II de la Universidad Autónoma de Zacatecas.

La evaluación de los estudiantes utilizando la rúbrica del Pylvar ha proporcionado valiosas perspectivas sobre el desarrollo de sus competencias en situaciones variacionales, esto es gracias también a las diferentes y diversas respuestas de los estudiantes de licenciatura en física. Esta herramienta evaluativa ha sido fundamental para identificar y clasificar los niveles de desempeño de los estudiantes, permitiendo un análisis detallado de sus progresos y áreas de mejora.

Al utilizar la rúbrica del Pylvar, se pudo observar cómo los argumentos de los estudiantes desarrollaron desde un nivel inicial, con respuestas limitadas, hasta niveles más avanzados, donde mostraron una mayor comprensión y habilidad para utilizar diferentes estrategias variacionales. Este desarrollo de argumentos variacionales muestra la eficacia del Pylvar no solo como herramienta evaluativa, sino también como un mecanismo que guía y motiva el aprendizaje progresivo de los estudiantes.

El análisis de las respuestas y argumentos de los estudiantes mediante esta rúbrica ha permitido una evaluación más precisa y objetiva de su desempeño. Esto ha facilitado la identificación de las estrategias más efectivas y ha proporcionado una retroalimentación constructiva, orientando a los estudiantes hacia un aprendizaje más profundo y significativo.

Además, el enfoque contextual y el Pylvar, complementado con el enfoque STEM, ha demostrado ser altamente eficaz para involucrar a los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas. Al enfrentar problemas reales y relevantes para su futura profesión, los estudiantes se sienten más motivados y comprometidos, lo que se traduce en un mayor esfuerzo y mejores resultados. Por otra parte, los estudiantes comprendieron formas de crecimiento de las gráficas y su vínculo con el significado de su parámetro, esto involucra una relación conceptual del concepto de función exponencial y la energía eólica. Desde la investigación desde la teoría Socioepistemológica, desde una dimensión cognitiva, los parámetros de una función

exponencial, se convierten en un modelo de instrucción, es decir, dado el valor del parámetro corresponde una forma gráfica de crecimiento o decrecimiento y viceversa.

## 5.1 Reflexiones

Este proyecto fue motivado en gran medida por mi interés tecnológico como docente y mi deseo de mostrar a los estudiantes la matemática educativa escolar de una manera diferente y atractiva. A través de la modelación matemática busqué captar su interés y mejorar su comprensión de conceptos complejos. En la aplicación del experimento y la situación de aprendizaje con los estudiantes de licenciatura en física, pude observar un impacto positivo significativo en su comprensión de la función exponencial.

Los estudiantes se sintieron muy atraídos por el experimento y las diversas gráficas que se podían generar. Este interés evidencio en una mayor motivación y compromiso al realizar las actividades propuestas. La experiencia demostró que el uso de tecnologías y métodos innovadores puede transformar la percepción de los estudiantes sobre las matemáticas, haciéndolas más accesibles y relevantes, aun cuando no son estudiantes de una licenciatura en matemáticas.

Sin embargo, este estudio también reveló algunas limitaciones importantes. Una de las principales falencias fue la falta de recursos tecnológicos suficientes. Hubiera sido ideal disponer de un computador y un experimento para cada estudiante, aunque desde el principio se planificó que trabajaran en grupo. La individualización del equipo y del experimento podría haber enriquecido aún más la experiencia de aprendizaje, permitiendo una exploración más profunda y personalizada.

Otra limitante significativa fue la ausencia de un laboratorio matemático educativo. Un espacio dedicado específicamente a la experimentación matemática habría proporcionado un entorno más adecuado para la implementación de estas actividades. La disponibilidad de un laboratorio podría haber facilitado una mayor interacción con los materiales y herramientas tecnológicas, mejorando así la eficacia del aprendizaje.

A pesar de estas limitaciones, los resultados obtenidos en este estudio son alentadores y sugieren que el enfoque utilizado puede ser una herramienta poderosa para el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en los estudiantes. La integración del enfoque STEM y la modelación matemática no solo mejora la comprensión de conceptos específicos como la función exponencial, sino que también motiva a los estudiantes a involucrarse más activamente en su proceso de aprendizaje.

Cuando llegamos al análisis de datos, fue un gran reto para mí como investigador, puesto que fue la primera vez que analizaba desde un punto teórico como lo es la Socioepistemología, en especial me interese bastante en cuanto a los *funcionamientos* y *formas* que los estudiantes mostraban en sus argumentos variacionales, podría decir que fue una las cosas que más me gusto en cuanto al análisis de los datos.

Por último, esta investigación reafirma la importancia de innovar en las metodologías de enseñanza de las matemáticas, utilizando la tecnología como un aliado para hacer el aprendizaje más atractivo y efectivo. A medida que avancemos, es crucial abordar las limitaciones identificadas para optimizar el impacto de estas estrategias educativas y continuar explorando nuevas formas de enriquecer la experiencia de aprendizaje de los estudiantes.

## Referencias Bibliográficas

- Araújo, J. (2012). Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 26(43), 839– 859. Doi: 10.1590/S0103-636X2012000300005
- Blum, W. y Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can it Be Taught and Learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58. [https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/MATH601/3rd%20%26%204rth%20unit/3rd%20unit\\_Modelling%20cycle.pdf](https://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/MATH601/3rd%20%26%204rth%20unit/3rd%20unit_Modelling%20cycle.pdf)
- Briceño, E. (2022). Análisis de interpretaciones de gráficas de movimiento y sus implicaciones didácticas. Un estudio de caso. *Innovación educativa*, 22 (89), 97-117. <https://www.ipn.mx/assets/files/innovacion/docs/Innovacion-Educativa-89/Analisis-de-interpretacionesde-graficas.pdf>
- Briceño, E., & Cordero, F. (2010). Desarrollo del pensamiento variacional con el uso tecnológico en un ambiente de difusión del conocimiento. En Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. (pp. 1003-1012). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/desarrollo-del-pensamiento-variacional-con-el-uso-tecnologico-en-un-ambiente-de-difusion-del-conocimiento/>
- Briceño, E. (2013). El uso de la gráfica como instrumento de argumentación situacional con recursos tecnológicos (Tesis doctoral no publicada). Cinvestav-IPN, D.F, Mexico.
- Caballero, M. & Cantoral, R. (2013). Una caracterización de los elementos del pensamiento y lenguaje variacional. En Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. (pp. 1197-1205). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Caballero, M. (2012). *Un estudio de las dificultades en el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en profesores de bachillerato*. [Tesis de maestría México: Cinvestav]. ResearchGate. [https://www.researchgate.net/publication/277666881\\_Un\\_estudio\\_de\\_las\\_dificultades\\_en\\_el\\_desarrollo\\_del\\_pensamiento\\_y\\_lenguaje\\_variacional\\_en\\_profesores\\_de\\_bachillerato](https://www.researchgate.net/publication/277666881_Un_estudio_de_las_dificultades_en_el_desarrollo_del_pensamiento_y_lenguaje_variacional_en_profesores_de_bachillerato)
- Caballero-Pérez, M. & Cantoral, R. (2017). Una caracterización de la noción sistema de referencia para el tratamiento del cambio y la variación. En Serna (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. (pp. 1057-1065). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Cabrera, L. (2009). *El Pensamiento y Lenguaje Variacional y el desarrollo de Competencias. Un estudio en el marco de la Reforma Integral de Bachillerato*. [Tesis de maestría Centro de investigación y estudios avanzados del IPN, México]. ResearchGate.

[https://www.researchgate.net/publication/275641327\\_El\\_pensamiento\\_y\\_lenguaje\\_variacional\\_y\\_el\\_desarrollo\\_de\\_competencias\\_Un\\_estudio\\_en\\_el\\_marco\\_de\\_la\\_Reforma\\_Integral\\_de\\_Bachillerato](https://www.researchgate.net/publication/275641327_El_pensamiento_y_lenguaje_variacional_y_el_desarrollo_de_competencias_Un_estudio_en_el_marco_de_la_Reforma_Integral_de_Bachillerato)

- Cantoral, R. (2004). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica. En Díaz (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. (pp. 1-9). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/desarrollo-del-pensamiento-y-lenguaje-variacional-una-mirada-socioepistemologica/>
- Cantoral, R. (Coord.). (2013). *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional*. Subsecretaría de Educación Media Superior. [Desarrollo-del-pensamiento-y-lenguaje-variacional.pdf \(researchgate.net\)](#).
- Cantoral, R. (Coord.). (2019). *Caminos del saber: Pensamiento y lenguaje variacional*. Gedisa.
- Cantoral, R., & Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 6(1), 27-40. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33560102>
- Cantoral, R., Espinoza, L., & Gaete-Peralta, C. (2023). Exponential behaviour and variational practices in Chilean newscasts: a socioepistemological view. *ZDM—Mathematics Education*, 55(1), 147-161. [https://www.researchgate.net/publication/367544048\\_Exponential\\_behaviour\\_and\\_variational\\_practices\\_in\\_Chilean\\_newscasts\\_a\\_socioepistemological\\_view](https://www.researchgate.net/publication/367544048_Exponential_behaviour_and_variational_practices_in_Chilean_newscasts_a_socioepistemological_view)
- Cantoral, R., Reyes-Gasperini., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, matemáticas y realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 7(3), 91-116. <https://www.redalyc.org/pdf/2740/274032530006.pdf>
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33 (5), 352–378. <https://www.jstor.org/stable/4149958>
- Cordero, F., & Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar: Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(1), 07-38. <https://www.redalyc.org/pdf/335/33500102.pdf>
- Cordero, F., Cen, C., & Suárez-Tellez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 13(2), 187-214. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33515995004>

- Cordero, F., Villa-Ochoa, J. A., Rosa, M., Suárez-Tellez, L., Carranza, P., & Mendoza-Higuera, J. (2019). La Modelación Matemática Educativa, sus Métodos de Investigación y el Impacto Educativo en la Formación y Desarrollo de la Docencia de la Matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 32(1), 539-547. [https://www.researchgate.net/publication/334064423\\_La\\_modelacion\\_en\\_la\\_Matemati ca\\_Educativa\\_sus\\_metodos\\_de\\_investigacion\\_y\\_el\\_impacto\\_en\\_la\\_formacion\\_y\\_desar\\_rollo\\_de\\_la\\_docencia\\_de\\_la\\_matematica](https://www.researchgate.net/publication/334064423_La_modelacion_en_la_Matemati_ca_Educativa_sus_metodos_de_investigacion_y_el_impacto_en_la_formacion_y_desar_rollo_de_la_docencia_de_la_matematica)
- D'Ambrosio, U. (2009). Mathematical modeling: Cognitive, pedagogical, historical and political dimensions. *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 89-98. [Modelización matemática: cognitiva, pedagógica, histórica y \(paperzz.com\)](https://www.paperzz.com/publication/Modelizacion-matematica-cognitiva-pedagogica-historica-y)
- Domènech-Casal J. (2020). Construyendo un simulador de ecosistemas. Una experiencia STEM de enseñanza de dinámica de los ecosistemas, funciones matemáticas y programación. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* 17(3), 3202. doi: 10.25267/Rev\_Eureka\_ensen\_divulg\_cienc.2020.v17.i3.3202
- Domènech-Casal, J. (2019). STEM: Oportunidades y retos desde la Enseñanza de las Ciencias. Universitas Tarraconensis. *Revista de Ciències de l'Educació*, (2), 154-168. <https://revistes.urv.cat/index.php/ute/article/view/2646>
- Escalante, D., & Vargas, V. (2015). Modelación de una situación que implica el uso de la función exponencial. En Scott y Ruiz. (Eds.). *Educación Matemática en las Américas: 2015. Volumen 16: Modelación* (117-128). Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM). [https://www.researchgate.net/publication/323277252\\_MODELACION\\_DE\\_UNA\\_SIT UACION\\_QUE\\_IMPLICA\\_EL\\_USO\\_DE\\_LA\\_FUNCION\\_EXPONENCIAL](https://www.researchgate.net/publication/323277252_MODELACION_DE_UNA_SIT_UACION_QUE_IMPLICA_EL_USO_DE_LA_FUNCION_EXPONENCIAL)
- Gutiérrez, R. E., Prieto, J. L., & Ortiz Buitrago, J. (2017). Matematización y trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. *Educación matemática*, 29 (2), 37-68. <https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol29/2/Vol29-2.pdf>
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación. (6a ed.)*. Mc Graw Hill Education.
- Houston, K. (2007). Assessing the “Phases” of Mathematical Modelling. En *Modelling and Applications in Mathematics Education*. En Blum, Galbraith, Henn y Niss, (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 249-264). Springer, Boston, MA. [https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1\\_26](https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_26)
- Ledezma, C. (2018). La función exponencial basada en el estudio de clases. *RECHIEM. Revista Chilena de Educación Matemática*, 11(1), 33-37. [https://www.researchgate.net/publication/329363072\\_La\\_funcion\\_exponencial\\_basada\\_en\\_el\\_estudio\\_de\\_clases](https://www.researchgate.net/publication/329363072_La_funcion_exponencial_basada_en_el_estudio_de_clases)

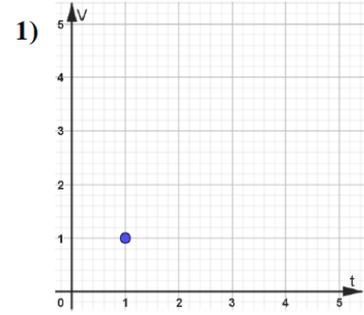
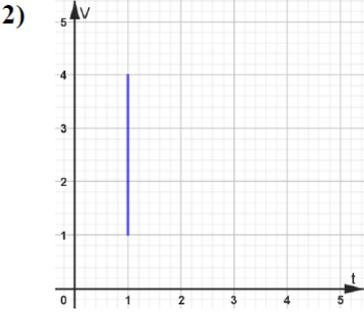
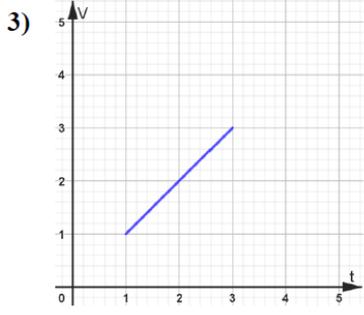
- Lesh, R. A. (2010). Tools, Researchable Issues & Conjectures for Investigating what it Means to Understand Statistics (or other topics) Meaningfully. *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(2), 16-48. [https://www.researchgate.net/publication/277194701\\_Tools\\_Researchable\\_Issues\\_Conjectures\\_for\\_Investigating\\_What\\_it\\_Means\\_to\\_Understand\\_Statistics\\_or\\_Other\\_Topics\\_Meaningfully](https://www.researchgate.net/publication/277194701_Tools_Researchable_Issues_Conjectures_for_Investigating_What_it_Means_to_Understand_Statistics_or_Other_Topics_Meaningfully)
- Lozano, M., Haye, E., Montenegro, F., & Córdoba, L. M. (2015). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. *Unión-Revista Iberoamericana De Educación Matemática*, 11(41). <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/644>
- Méndez, M., & Cordero, F. (2009). La función de la modelación en la resignificación de conocimiento matemático. En Buendía y Castañeda, (Eds.), *Memoria de la XII Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 194-209). Red Cimates. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/la-funcion-de-la-modelacion-en-la-resignificacion-de-conocimiento-matematico/>
- Mendoza, E., & Cordero, F. (2018). La Modelación en las Comunidades de Conocimiento Matemático. El Uso Matemático en Ingenieros Biónicos. El Caso de la Estabilidad. *Revista Latinoamericana De Etnomatemática Perspectivas Socioculturales De La Educación Matemática*, 11(1), 36-61. <https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/501>
- Montiel, G. & Buendía, G. (2012). Un esquema metodológico para la investigación socioepistemológica: Ejemplos e ilustraciones. En Rosas y Romo (Eds.), *Metodología en Matemática Educativa: Visiones y reflexiones* (pp. 61-88). Lectorum. [https://www.researchgate.net/publication/261951215\\_Un\\_esquema\\_metodologico\\_para\\_la\\_investigacion\\_socioepistemologica\\_ejemplos\\_e\\_ilustraciones](https://www.researchgate.net/publication/261951215_Un_esquema_metodologico_para_la_investigacion_socioepistemologica_ejemplos_e_ilustraciones)
- Pantoja, L. F., Peña, J. M., & Mendoza, C. P. (2020). Desarrollo de habilidades STEM en media superior como mecanismo para impulsar la continuidad en educación superior: Caso programa Bases de Ingeniería. *RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación Y El Desarrollo Educativo*, 10(20). <https://doi.org/10.23913/ride.v10i20.614>
- Pastor, I. (2018). Análisis de la metodología STEM a través de la percepción docente. [Tesis pregrado]. Repositorio Universidad de Valladolid. <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/30952>
- Pérez, V., & Morales, A. (2013). Clasificar como práctica social desde el punto de vista de la socioepistemología. En SEMUR, Sociedad de Educación Matemática Uruguay (Ed.), *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 7654-7660). SEMUR. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/clasificar-como-practica-social-desde-el-punto-de-vista-de-la-socioepistemologia/>

- Pezoa, M., & Morales, A. (2016). El rol de la modelación en una situación que resignifica el concepto de función. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 11(2), 52-63. <https://www.redalyc.org/pdf/2733/273349183005.pdf>
- Ramos, J. (2015). *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en estudiantes de bachillerato de la UAPUAZ en un escenario de laboratorio empleando el binomio modelación-graficación*. [Tesis de maestría no publicada, UAM, México]. Repositorio Universidad Autónoma de Zacatecas. <http://ricaxcan.uaz.edu.mx/jspui/handle/20.500.11845/1219>
- Ramos, J. (2019). *Nivel de desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional empleando recursos tecnológicos*. [Tesis de doctorado no publicada, México: INFOES]
- Sánchez, B. (2017). Aprender y enseñar matemáticas: desafío de la educación. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, 8(15), 7-10. [https://www.rediech.org/ojs/2017/index.php/ie\\_rie\\_rediech/article/view/101](https://www.rediech.org/ojs/2017/index.php/ie_rie_rediech/article/view/101)
- Suárez-Téllez, L. (2010). Modelación – graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. *Revista Latinoamericana De Investigación En Matemática Educativa*, 13(4(II)), 319–333. [Dialnet-ModelacionGraficacionUnaCategoriaParaLaMatematicaE-4064799.pdf](https://www.dialnet.org/urn/urn:dialnet.org:11161/1/4064799.pdf)
- Tarira, C. A., Parra-Sandoval, H., & Delgado, M. (2020). Procesos de enseñanza de la función exponencial. Un acercamiento cualitativo. *Revista Científica UISRAEL*, 7(3), 37–50. <https://doi.org/10.35290/rcui.v7n3.2020.303>
- Tec, D., & Vargas, V. (2015). Modelación de una situación que implica el uso de la función exponencial. En Scott y Ruiz. (Eds.), *Matemática Educación Matemáticas en las Américas: 2015. Volumen 16: Modelación* (117-128). Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM). [https://www.researchgate.net/publication/323277252\\_MODELACION\\_DE\\_UNA\\_SITUACION\\_QUE\\_IMPLICA\\_EL\\_USO\\_DE\\_LA\\_FUNCION\\_EXPONENCIAL](https://www.researchgate.net/publication/323277252_MODELACION_DE_UNA_SITUACION_QUE_IMPLICA_EL_USO_DE_LA_FUNCION_EXPONENCIAL)
- Vizcarra, Y. (2022). Enfoque STEAM: Aprendizaje mediante la interdisciplinariedad. *RENOVACIÓN* (10), 45-51. [PDF\) Revista Renovación Nro. 10 | ISSN: 2955-845X \(researchgate.net\)](https://www.researchgate.net/publication/358111111)
- Vrancken, S., Engler, A., & Muller, D. (2014). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en estudiantes de primer año de la universidad. En Veiga. (Ed.), *Actas De La X Conferencia Argentina de Educación Matemática* (pp. 285-293). SOAREM. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/desarrollo-del-pensamiento-y-lenguaje-variacional-en-estudiantes-de-primer-ano-de-la-universidad/>

Zaldívar, J., & Briceño, E. (2019). ¿Qué podemos aprender de nuestros estudiantes? Reflexiones en torno al uso de las gráficas. *Educación matemática*, 31(2), 212-240. [1665-5826-ed-31-02-212.pdf](#)

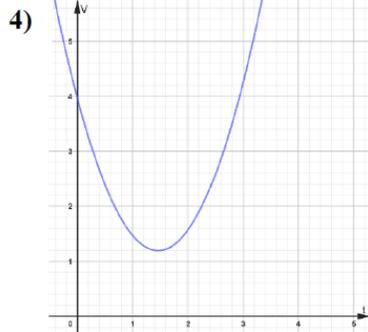
## Anexos

### Anexo 1. Instrumento diagnóstico

	<b>Prueba diagnóstica</b>	
Nombre: _____ Carrera: _____ Semestre: __ Fecha: _____		
<b>Actividad A</b>		
Analiza las siguientes gráficas y responde de acuerdo a los interrogantes.		
1) 	Teniendo en cuenta la gráfica que representa el <i>voltaje vs tiempo</i> indica ¿en qué ejes se presentan variaciones? a) Eje x (eje que representa el tiempo) b) Eje y (eje que representa al voltaje) c) Ambos ejes d) Ninguno	
2) 	Teniendo en cuenta la gráfica que representa el <i>voltaje vs tiempo</i> indica ¿en qué ejes se presentan variaciones? a) Eje x (eje que representa el tiempo) b) Eje y (eje que representa al voltaje) c) Ambos ejes d) Ninguno	
3) 	Teniendo en cuenta la gráfica que representa el <i>voltaje vs tiempo</i> indica ¿en qué ejes se presentan variaciones? a) Eje x (eje que representa el tiempo) b) Eje y (eje que representa al voltaje) c) Ambos ejes d) Ninguno	



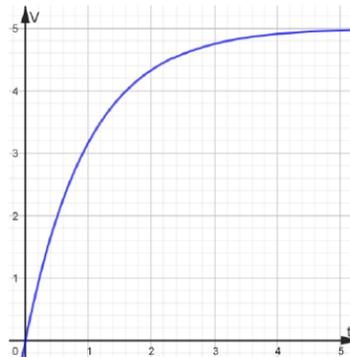
### Prueba diagnóstica



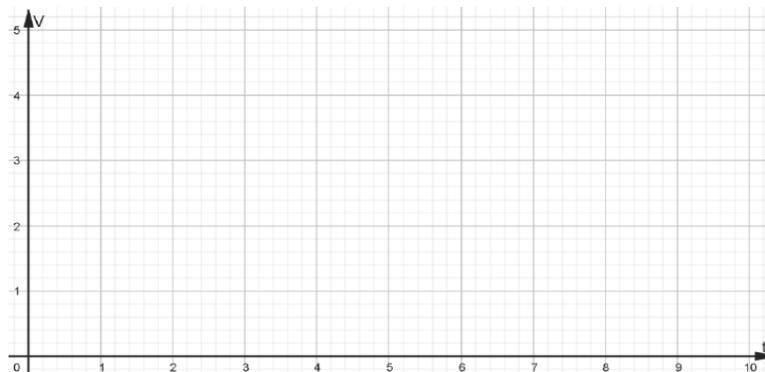
Teniendo en cuenta la gráfica que representa el *voltaje vs tiempo* indica ¿en qué ejes se presentan variaciones?

- a) Eje x (eje que representa el tiempo)
- b) Eje y (eje que representa al voltaje)
- c) Ambos ejes
- d) Ninguno

5. Esta gráfica representa la corriente generada por un motor de *5 voltios* en el cual le proporcionan viento con un abanico durante un tiempo de *5 seg.*



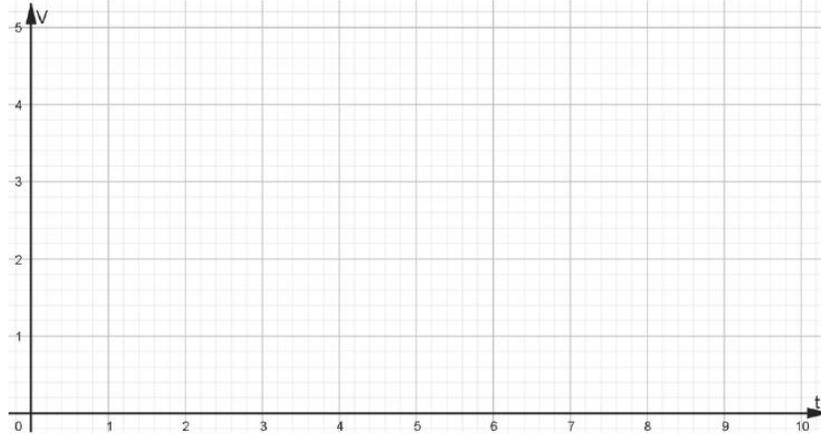
Bosqueja una gráfica en la cual se comience a generar energía y después de *5 seg.* repentinamente se deje de proporcionar el viento.



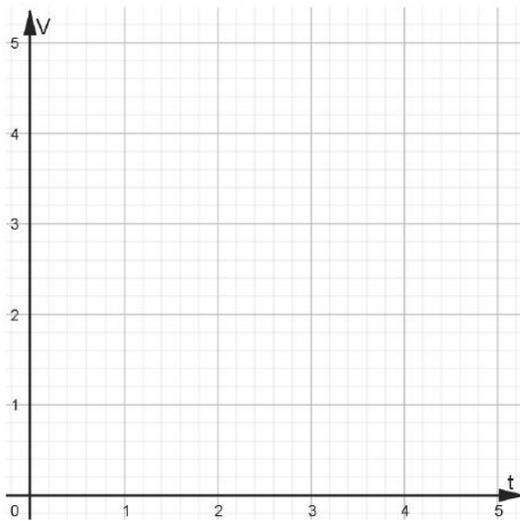


### Prueba diagnóstica

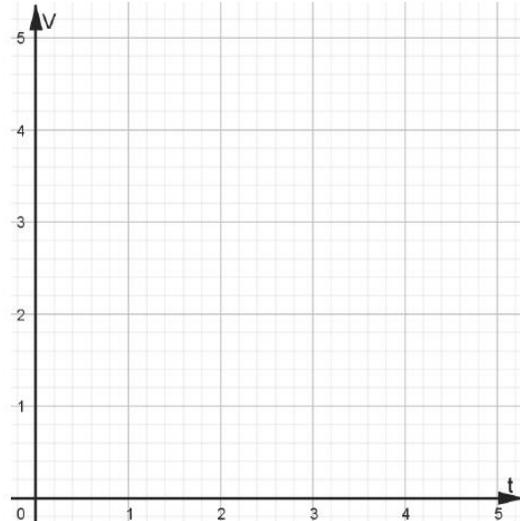
6. Bosqueja una gráfica siguiendo el ejemplo anterior, en esta ocasión generar la energía por 5 seg. luego dejar de proporcionar el viento y comenzar de nuevo a proporcionar el viento.



7. Bosqueja una gráfica en donde el ventilador tenga 2 tipos de velocidades: suave y alta, realiza una gráfica para cada variación de velocidad del viento por 5 seg cada una.



Velocidad del viento baja



Velocidad del viento alta

## Anexo 2. Situación de aprendizaje

	<b>Situación de aprendizaje</b> <b>Generador de Energía Eólica</b>	
<b>Descripción</b>		
<p>A través de esta situación de aprendizaje (SA) con un enfoque STEM, analizaremos las gráficas de las funciones exponenciales mediante un experimento generador de energía eólica, que involucra el análisis de datos y la modelación matemática. Durante este proceso, se generarán diferentes tipos de gráficas, lo que nos permitirá describir cómo la manipulación de los parámetros de una función exponencial impacta en su variación gráfica.</p>		
<b>Datos técnicos</b>		
<b>Autor:</b> Lic. Luis Carlos Mercado Martínez		
<b>Tipo de situación de aprendizaje:</b> Observación de un fenómeno.		
<b>Transversalidad con los cursos:</b> Física, Electricidad, Ecología.		
<b>Objetivos</b>		
<ul style="list-style-type: none"><li>✓ Introducir al estudiante al estudio de las funciones exponenciales, a partir de la operación de un aerogenerador de energía eólica y la recolección de datos Voltaje vs. tiempo y su respectiva modelación matemática.</li><li>✓ Proporcionar a los estudiantes las herramientas necesarias para comprender cómo los cambios en los parámetros de una función exponencial afectan directamente la forma y el comportamiento de su gráfica.</li><li>✓ Fomentar la exploración activa y el descubrimiento guiado para ayudar a los estudiantes a internalizar los conceptos de variación y transformación de gráficas exponenciales, fortaleciendo así su comprensión conceptual y su habilidad para aplicar estos conocimientos en diferentes contextos presentes externos de la matemática.</li></ul>		
<b>Justificación</b>		
<p>La propuesta de esta situación de aprendizaje se basa en la exploración de las variaciones en las gráficas de funciones exponenciales utilizando un generador eólico en un contexto STEM. Esta experiencia permite a los estudiantes comprender cómo la manipulación de los parámetros de la ecuación de una función exponencial, la velocidad del viento y la potencia generada, influye en la forma y el comportamiento de la gráfica. La elección de una función exponencial se justifica por su amplia aplicabilidad en la modelización de fenómenos naturales, un ejemplo de ello sería, la relación entre la velocidad del viento y la potencia generada por un generador eólico. A través de esta actividad, los estudiantes desarrollarán habilidades para analizar gráficas, identificar patrones y relacionar conceptos matemáticos con otras disciplinas y con aplicaciones prácticas en el mundo real, promoviendo así el pensamiento crítico y la comprensión profunda de los conceptos matemáticos y su relevancia en el contexto energético actual.</p>		



## Situación de aprendizaje Generador de Energía Eólico

faunidad Académica  
de Matemáticas

*¿De qué se trata?* Con esta actividad podemos explorar, entre otras cosas, describir el comportamiento de algunas variables como la velocidad del viento, el voltaje generado y el tiempo, pueden modificar la gráfica de una función exponencial de un generador de energía eólico.

*¿Cómo lo haremos?* Un generador de energía eólica permite generar energía eléctrica propia por medio de una turbina eólica, de forma limpia y accesible, para cumplir diferentes tipos de necesidades. En esta situación, además de usarlo para generar energía, se utilizará para estudiar diferentes gráficas y con ellas analizar/comparar su comportamiento y llegar a predecir comportamientos gráficos en determinadas situaciones.

*Materiales.* 1 motor de 5v, una placa Arduino 1, un abanico (rehilete), cables, led, secador (simulador de viento).

Software: Arduino 1.8, LabVIEW 2022 Q3, GeoGebra.

*Estudiante:*

---

### Procedimiento

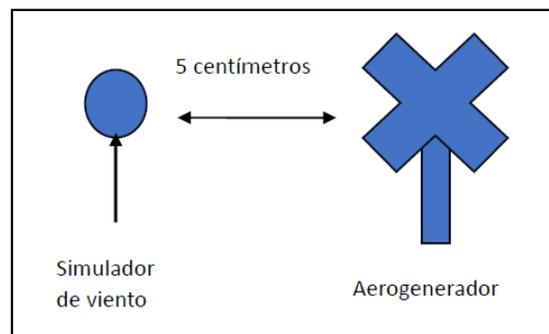
**Paso 1.** Se realizará la instalación y conexión del experimento a una computadora.

**Paso 2.** Con el software Arduino y LabVIEW se apreciarán las distintas gráficas generadas por el experimento

**Paso 3.** Con la ayuda de GeoGebra se realizará un mejor análisis de las gráficas proporcionas por los softwares mencionados en el paso 2.

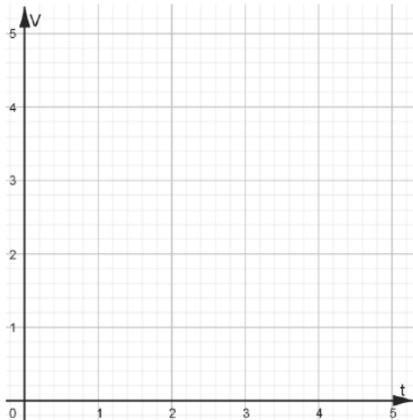
### Actividad 1

- Utilizando el generador de energía realiza 2 gráficas que describan el *voltaje vs tiempo* variando la velocidad del viento en 1 suave, 2 alta, proporcionándole viento a una altura frontal, como se muestra en la figura:

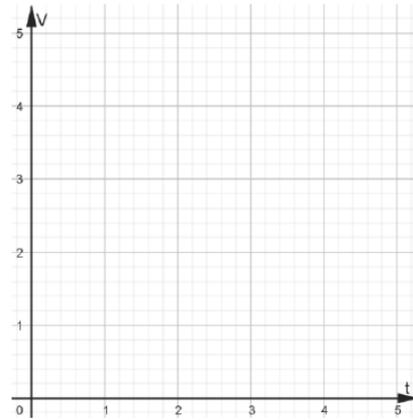




Situación de aprendizaje  
Generador de Energía Eólica



Velocidad 1 (suave)



Velocidad 2 (alta)

b) ¿En qué intervalos de tiempo ocurre un crecimiento rápido de voltaje?

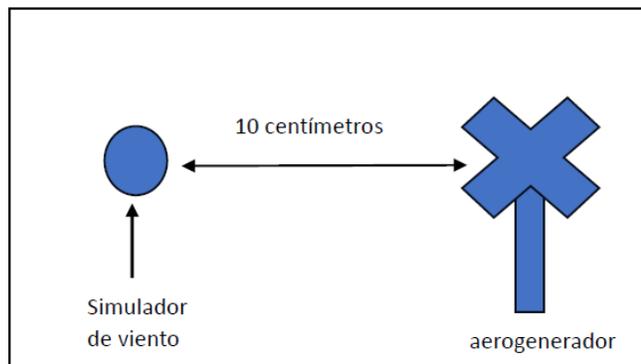
Velocidad 1 (suave): \_\_\_\_\_

Velocidad 2 (alta): \_\_\_\_\_

c) ¿Cuánto cambia el voltaje de un intervalo a otro?

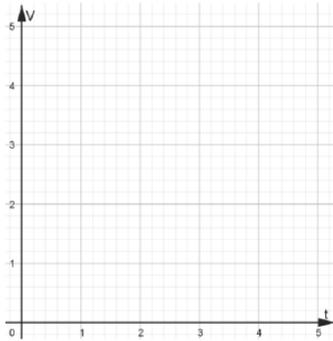
De velocidad 1 a 2: \_\_\_\_\_

d) Ahora, utilizando el generador de energía realiza 2 gráficas que representen el *voltaje vs tiempo* variando la velocidad del viento en 1 suave y 2 alta, proporcionándole aire así:

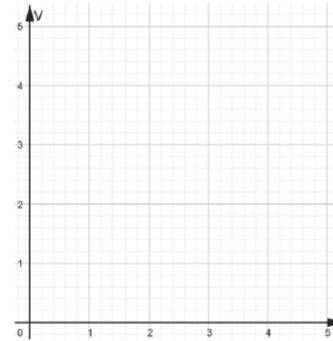




Situación de aprendizaje  
Generador de Energía Eólico



Velocidad 1 (suave)



Velocidad 2 (alta)

e) ¿En qué intervalos de tiempo ocurre un crecimiento rápido de voltaje?

Velocidad 1 (suave): \_\_\_\_\_

Velocidad 2 (alta): \_\_\_\_\_

f) ¿Cuánto cambia de un intervalo a otro?

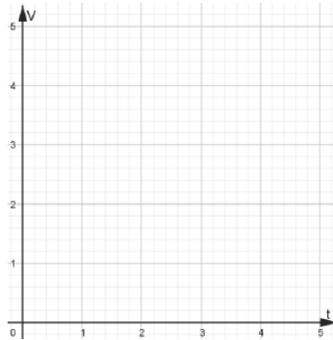
De velocidad 1 a 2: \_\_\_\_\_

Ahora, analiza los cambios de intervalos de las velocidades de 1 a 2 de la actividad a y comparémoslos con los de la actividad b.

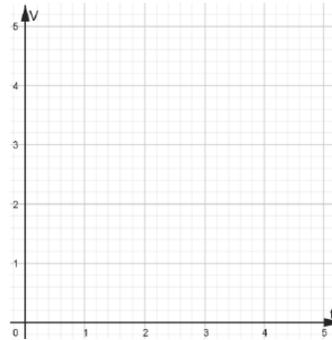
g) ¿En qué intervalos de tiempo observas un crecimiento rápido del voltaje?

h) ¿Cuánto cambio de voltaje tuvo la gráfica respecto al tiempo? y ¿Por qué?

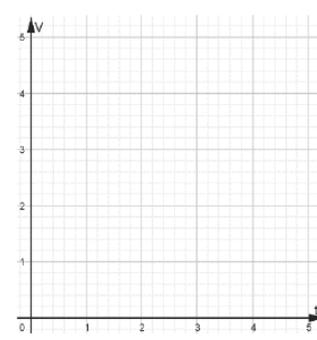
i) Bosqueja una gráfica que represente *voltaje vs tiempo* donde la velocidad del viento aumente 2 veces la velocidad del viento 1 de la actividad 1, otra gráfica donde aumente 3 veces y por último que aumente 4 veces.



Velocidad X2



Velocidad X3



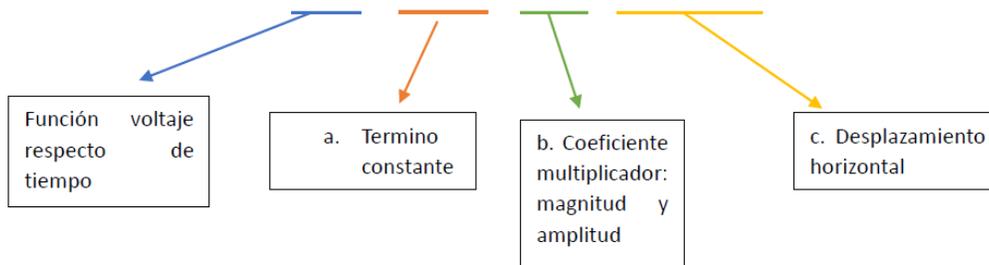
Velocidad X4



### Actividad 2

La ecuación obtenida a través de los softwares que indican y proporcionan la gráfica de la energía renovable generada por nuestro generador eólico es:

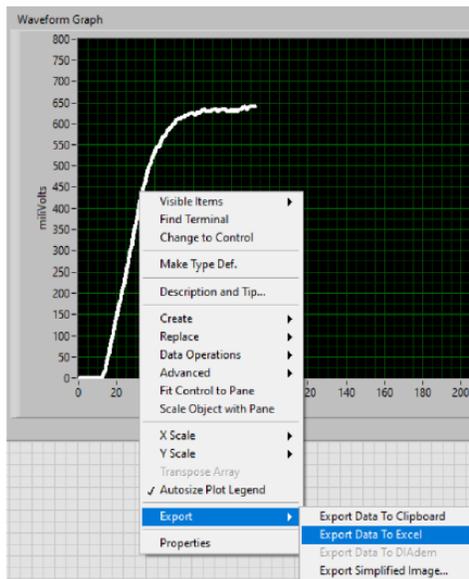
$$V(t) = 0.14 - 50e^{-0.09(t-290)}$$



Ahora nos dirigiremos a GeoGebra, y con los datos obtenidos de nuestra gráfica por medio del experimento generador de energía, usando los deslizadores de cada término responderemos las siguientes preguntas.

Para exportar los datos obtenidos de la gráfica del programa LabVIEW a GeoGebra realizaremos los siguientes pasos:

1. Clic derecho sobre la gráfica, seleccionamos **Export** y luego **Export data to Excel**.



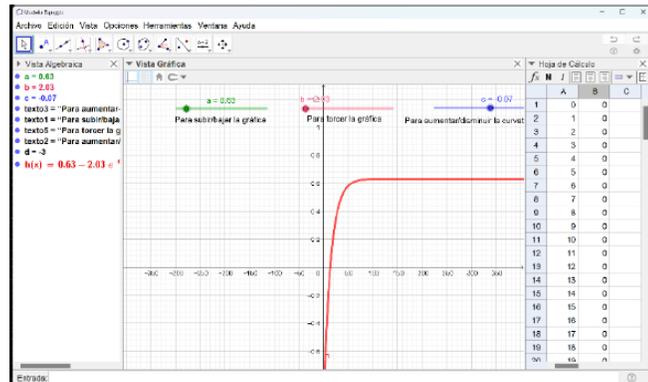


## Situación de aprendizaje Generador de Energía Eólico

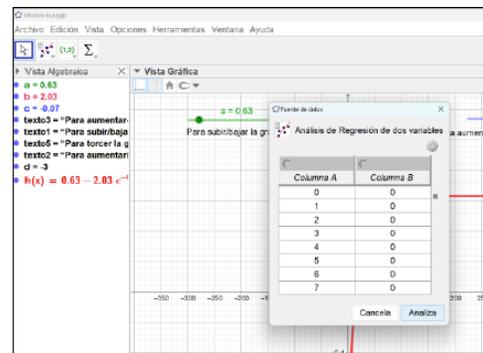
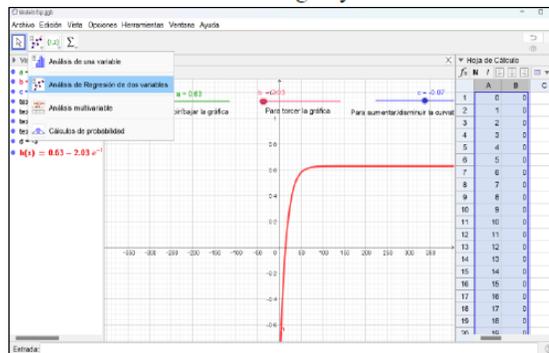
faunidad Académica  
de Matemáticas

2. Automáticamente se abrirá un archivo **Exel**. Copiamos las dos columnas que indican *Voltaje y Tiempo*
3. Abrimos el archivo de GeoGebra llamado **Modelo Exp**, habilitando la **vista hoja de cálculo** y pegamos las dos columnas de Excel.

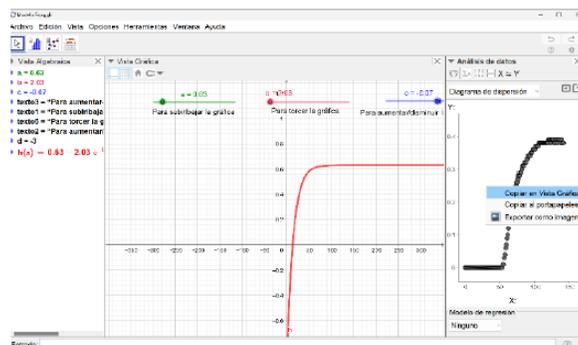
Time	Plot 0	miliVolts	Plot 0
1	0	0	0
2	1	0	0
3	2	0	0
4	3	0	0
5	4	0	0
6	5	0	0
7	6	0	0
8	7	0	0
9	8	0	0
10	9	0	0
11	10	0	0
12	11	0	0
13	12	0	0
14	13	0	0
15	14	0	0
16	15	0	0
17	16	0	0
18	17	0	0
19	18	0	0
20	19	0	0
21	20	0	0
22	21	0	0
23	22	0	0
24	23	0	0
25	24	0	0
26	25	0	0
27	26	0	0
28	27	0	0
29	28	0	0
30	29	0	0



4. Selecciona las dos columnas **A y B**. Seleccionamos la opción de **análisis de regresión de dos variables** como se muestra en la imagen y da clic en **analiza**.



5. Se desplegará una **vista de análisis de datos**, Seleccionamos cualquier punto y le damos clic en **copiar en vista gráfica**

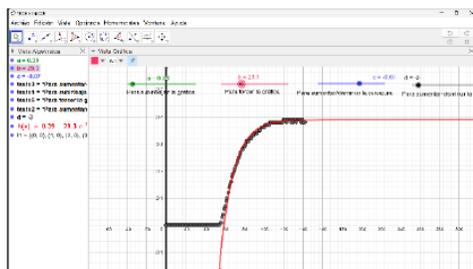




## Situación de aprendizaje Generador de Energía Eólico

Unidad Académica  
de Matemáticas

6. Ahora, solo requerimos “jugar” con los 4 deslizadores para ajustar la gráfica lo más posible a cada uno de nuestros puntos.



- a) ¿Cuál crees que sea el término que esté relacionado con la velocidad del viento? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.
- b) ¿Qué término de la función exponencial está relacionado con un crecimiento lento o rápido de su gráfica? Argumente su respuesta y dibuja la gráfica que obtengas de GeoGebra.

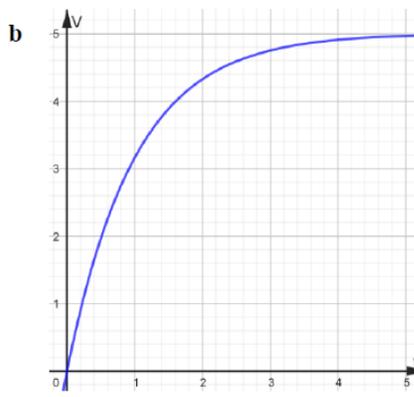
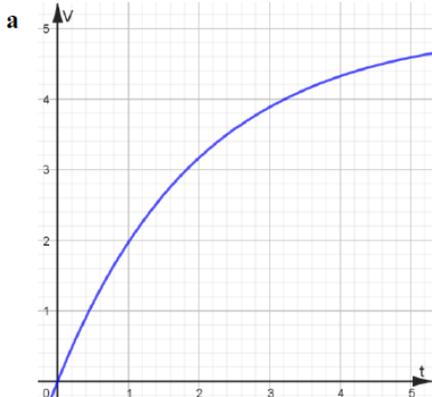


Situación de aprendizaje  
Generador de Energía Eólica



Actividad de cierre

1. Teniendo en cuenta las siguientes gráficas que corresponden a un comportamiento exponencial. Responder los interrogantes propuestos más adelante.



Proporciona una función que modelan estas gráficas de voltaje vs tiempo

a

b

2. ¿Cuál crees que tiene un crecimiento más rápido? argumenta tu respuesta

3. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento rápido del voltaje de las gráficas  $g(x)$  y  $f(x)$ ?
4. ¿En qué intervalo de tiempo se observa un crecimiento lento del voltaje de las gráficas  $g(x)$  y  $f(x)$ ?
5. ¿Cuánto cambia el voltaje en los dos intervalos propuestos anteriormente?

### Anexo 3. Aplicación del instrumento diagnóstico y situación de aprendizaje



