El espacio de trabajo matemático y la situación específica de la matemática funcional: un ejercicio de diálogo

The mathematical workspace and the specific situation of the functional mathematic: a dialogue exercise

David Zaldívar Rojas, Claudia Cen Che, Eduardo Briceño Solís, Magali Méndez Guevara, Francisco Cordero Osorio

RESUMEN

Investigaciones en Matemática Educativa resaltan aspectos de la naturaleza del conocimiento matemático y su aprendizaje, según la particularidad de su objeto de estudio. El interés es exponer una investigación socioepistemológica que considera que a través de la Situación Especifica es posible generar aprendizajes. Por ello se consideró realizar un ejercicio de diálogo entre el Espacio de Trabajo Matemático y de Situación Específica. La finalidad es reflexionar sus desarrollos en términos de sus funcionalidades a través de tres ejes de análisis: la concepción de sujeto que cada una manifiesta, el contenido matemático que se aprende y la consideración del proceso de aprendizaje. Ello nos permite establecer el diálogo entre las nociones mencionadas que, aunque tienen naturalezas diferentes, intentan caracterizar y analizar sistemáticamente la producción de los estudiantes e intervenir en el sistema didáctico.

PALABRAS CLAVE:

- *Matemática funcional*
- *Resignificación*
- *Situación específica*
- *Espacio de trabajo matemático*

ABSTRACT

Research in Mathematics Education highlights aspects of the nature of mathematical knowledge and its learning, according to the peculiarity of its object of study. The interest is to explain a socioepistemologic research which considers that it is possible to create learning through Specific Situation. Because of that, conducting a conversation exercise between Mathematical Working Space and Specific Situation was considered. The purpose is to think about its developments in terms of its functionalities through three axes of analysis: the conception of subject which each one shows, the mathematical content which is learned and the consideration of learning process. That allows us to establish the conversation between the mentioned notions that, although they have different natures, they try to portray and analyze the production of students and intervene in the educational system.

KEY WORDS:

- *Functional mathematics*
- *Resignification*
- *Specific situation*
- *Mathematical working space*

Relime (2014) 17 (4-II): 417-436. Recepción: Enero 11, 2013 / Aceptación: Diciembre 19, 2013.
DOI: 10.12802/relime.13.17421

RESUMO

Diversas pesquisas em Didática de Matemática ressaltam os aspectos da natureza do conhecimento matemático e sua aprendizagem, de acordo com a particularidade de seu objeto de estudo. Interessa-nos expor uma investigação sócio-epistemológica considerando que através de uma situação específica é possível gerar aprendizagens. Para isto, faz-se necessário o exercício de um diálogo entre as noções de espaço de trabalho matemático e a situação específica com a finalidade de refletir sobre essas noções e seu desenvolvimento em termos de funcionalidades. Consideramos três domínios de análise: a concepção que o sujeito manifesta em ambas aproximações, sobre o conteúdo matemático da aprendizagem e sobre como consideram o que ocorre durante o processo de aprendizagem. Isso nos permite estabelecer um diálogo entre as noções mencionadas, mesmo que elas sejam de naturezas diferentes, na tentativa de caracterizar e analisar sistematicamente a produção dos estudantes e interferir no sistema didático.

PALAVRAS CHAVE:

- *Matemática funcional*
- *Ressignificação*
- *Situação específica*
- *Espaço de trabalho matemático*

RÉSUMÉ

Des recherches en Didactique des mathématiques mettent en valeur des aspects à propos de la nature des connaissances mathématiques et leur apprentissage, selon la particularité de son objet d'étude. Nous présentons ici une recherche socio-épistémologique montrant qu'il est possible promouvoir des apprentissages à partir d'une situation spécifique. Pour cette raison on a considéré faire dialoguer les notions Espace de Travail Mathématique et Situation Spécifique. L'objectif est de réfléchir sur leurs développements en termes de leurs fonctionnalités d'après trois axes d'analyse: la conception du sujet manifestée par chacune d'elles, le contenu mathématique qu'on peut apprendre et les considérations sur le processus d'apprentissage. Cela nous permet d'établir un dialogue entre les notions mentionnées car, même ayant des natures différentes, elles essaient de caractériser et d'analyser systématiquement la production des élèves et d'influer sur le système éducatif.

MOTS CLÉS:

- *Analyse fonctionnelle*
- *Resignification*
- *Situation spécifique*
- *Espace de Travail Mathématique*

1 Introducción

La Socioepistemología confiere a la actividad humana la función de la producción de los objetos matemáticos (Cantoral & Farfán, 2003; Cordero, 2008), por lo que atiende a aquellas prácticas que producen o favorecen tales objetos. El énfasis está en modelar el papel de la *práctica social* como generadora de conocimiento matemático con la intención de diseñar y proponer *situaciones específicas* que intervengan en el sistema didáctico (Cantoral, Farfán, Lezama & Martínez-Sierra, 2006). En este sentido, se *problematiza* el saber matemático, confrontando las matemáticas escolares –que dictan lo que se debe aprender– con las prácticas sociales que norman la construcción de conocimiento. Tales prácticas son identificadas y reconocidas a través de los *usos del conocimiento* en diferentes escenarios, ya sean históricos, profesionales o escolares con propuestas didácticas no convencionales (Buendía & Montiel, 2011), por lo que se reconoce la naturaleza de los escenarios como parte de las explicaciones teóricas. En este sentido, se considera que la práctica social es la que regula y norma la actividad de los individuos y genera conocimiento matemático en instituciones, pues es ahí en donde las acciones tendrán significados propios e intención, lo que propicia un rediseño del discurso matemático escolar.

En las investigaciones socioepistemológicas se conforma la evidencia empírica al entender la función de la práctica social en la producción de conocimiento matemático en un proceso institucional específico. Un ejemplo es el escolar, en donde por medio de acercamientos didácticos no tradicionales se propone dotar de significados al saber matemático a través de su uso. Para tal efecto, se construyen marcos de referencia compuestos de diversas categorías del conocimiento matemático que exhiben la funcionalidad a través de actividades que promueven su uso y desarrollo a partir de una *situación específica*. Es en ésta en donde se "materializa" y se hace palpable la función de las prácticas sociales en la construcción de conocimiento matemático.

Entonces, en la investigación socioepistemológica se propone la situación específica para dotar de significación al saber matemático. Por otro lado, el Espacio de Trabajo Matemático (ETM) que formula Kuzniak (2011), es un ambiente organizado que permite el trabajo del alumno para la resolución de problemas matemáticos con la articulación de dos niveles: uno e*pistemológico* y otro c*ognitivo,* articulados por medio de un proceso de génesis. El primero se centra en lo que conforma el contenido matemático, es decir, en el concepto matemático que será enseñado y aprendido; mientras que el segundo nivel da cuenta de cómo los alumnos se apropian de conocimientos matemáticos cuando resuelven el problema planteado. De esta manera, postula procesos asociados a la actividad matemática tales como: visualización, construcción y prueba. El nivel epistemológico pone su énfasis en los signos, los instrumentos mediadores y el carácter discursivo del razonamiento (Kuzniak, 2011).

Las propuestas anteriores ponen énfasis en los procesos de actividad matemática que ejercen los estudiantes frente a un "diseño", lo cual dio pie a una reflexión sobre las relaciones y diferencias entre la *situación específica*, de la Teoría Socioepistemológica (TSE) y las formulaciones didácticas en los espacios de trabajo en el marco del ETM. Ambas propuestas surgieron de investigaciones que convergen en la necesidad de considerar al estudiante o participante con un papel protagónico en su desarrollo matemático, por lo que este documento expone un ejercicio de diálogo. La finalidad es presentar un ejemplo de una *situación específica* desde la investigación socioepistemológica, la cual podría aportar un punto de vista al ETM. Por lo que fue necesario comprender la lógica de cada uno de los marcos (Artigue, 2009), además de considerar los principios de las teorías, sus metodologías y sus preguntas de investigación (Radford, 2008b).

De inicio se expondrá cómo se realiza la conformación de la situación específica en la matemática *funcional* y el tipo de actividades que se generan. Enseguida reflexionamos e interpretamos los elementos que conforman un ETM y su naturaleza. Por último, se presentará un ejemplo de una situación específica que exhibe el uso de conocimiento matemático y a partir de ella expresar cuáles son las relaciones y diferencias con el ETM.

2 La socioespistemología y el espacio de trabajo matemático

2.1. *La Socioepistemología y su naturaleza de estudio*

La TSE no pretende generalizar sus resultados sobre el rediseño del discurso matemático escolar, sino más bien evidenciar aspectos del entramado social de la construcción del conocimiento que permea en la existencia de un sujeto social, puesto que sus acciones responden y tienen su influencia por el grupo social al que pertenece debido a su presencia en escenarios específicos. Por lo cual una pregunta que está presente en sus investigaciones es sobre la naturaleza del objeto matemático y cómo emerge conocimiento matemático a partir de la actividad humana; además de cómo el conocimiento es resultado de factores epistemológicos y sociales en su origen y función social. En sí, esta visión se ocupa de "desmatematizar el saber matemático al aceptar que antes de hablar de los objetos, habrá que hacerlo sobre un complejo de prácticas, de naturaleza social, que den sentido y significado al saber matemático escolar" (Cabañas, 2011). Lo social consiste en reconocer que la matemática escolar no nace de una simplificación de la matemática, sino de una serie de adaptaciones y transposiciones. El estatus del conocimiento matemático no estriba sólo en la representación de objetos abstractos que anteceden a alguna actividad humana, sino también es una producción social que cambia y se transforma.

Así, la TSE considera que al hablar de conocimiento matemático, no es posible omitir a las prácticas sociales que acompañaron a tal construcción de conocimiento. No niega la importancia de los objetos matemáticos, sino que los ubica en un nivel diferente que aquellas aproximaciones basadas únicamente en la cognición o en las representaciones, por ejemplo. Con esto se plantea el desarrollo de una matemática funcional para las personas, un conocimiento integrado a su vida, que transforma al sujeto y transforma su realidad (Cordero, 2008).

2.2. *El ETM y la Situación Específica: un ejercicio de diálogo*

En este apartado se expondrán los puntos que a nuestro parecer son claves en los análisis que se desarrollan en el seno de ambas aproximaciones teóricas. El objetivo no es brindar algún tipo de complementariedad entre ellas o alguna relación, sino determinar qué elementos permean en la concepción de lo que consideran como actividades diseñadas ex profeso para el aprendizaje matemático en los estudiantes o participantes.

En términos metodológicos, la aproximación en ETM propone un "diseño" que permita observar al participante en acción, es decir, resolviendo problemas de matemáticas. Deviene necesario la formulación de un problema que sea el activador del espacio y "atractivo" para los estudiantes, en donde se pueda observar el trabajo matemático asociado a la obra del matemático. El plano cognitivo es fundamental, ahí se ubica al estudiante. El énfasis en este plano entonces gira alrededor de procesos de visualización, construcción y prueba (Kuzniak, 2010), con ello inferimos que el ETM se interesa en identificar los significados que se generan en la visualización de los objetos matemáticos y cómo se emplean en la resolución de un problema y construcción de ideas matemáticas.

En el plano epistemológico se subrayan los objetos matemáticos, aunado a ellos están los artefactos que serán las herramientas que pondrán en acción a los objetos matemáticos; así como también es necesario establecer el marco referencial en donde están constituidas las propiedades del objeto matemático. Estos dos planos, concebidos paralelos, están articulados a través de procesos llamados de génesis. Con ello, el trabajo matemático, debe conducir al estado *óptimo* de un proceso de aprendizaje, es decir, a la comprensión del objeto matemático en juego. Además, las interacciones entre los alumnos permiten no solamente la emergencia del discurso sino también una evolución verbalisable y audible gracias a la cual se puede acceder a la identificación de una posible comprensión de los objetos matemáticos (Barrera, 2012), es decir a los argumentos que generan los estudiantes.

Por su parte, en la TSE uno de los principios consiste en el análisis sistemático de los estudiantes mientras usan el conocimiento en la construcción de argumentos funcionales dada una *situación específica*[1] en donde se problematiza cierto contenido matemático. Es en el uso del conocimiento matemático que se analiza la actividad humana que permitirá la producción de los objetos, los cuales se consideran como no preexistentes a dicha actividad (Cantoral, Farfán, Lezama & Martínez-Sierra, 2006).

[1] La situación específica se expresa en un diseño compuesto de actividades o tareas donde la matemática se encuentra en uso y su desarrollo exhibe su funcionalidad. La situación se fundamenta en las categorías de conocimiento matemático que propone la TSE.

La *situación específica* está referida a un marco funcional del conocimiento matemático compuesto por significados, procedimientos, procesos-objetos y argumentos que integran una epistemología basada en prácticas sociales que fundamentan diversas categorías de conocimiento matemático. Por ejemplo, una categoría es el Comportamiento Tendencial de las Funciones (CTF), el cual no es un concepto matemático, sino "una argumentación que establece relaciones entre funciones y está compuesto de una colección coordinada de conceptos en situaciones donde se discuten aspectos globales de variación" (Cordero, 1998, p.56). En esta categoría se congrega una postura epistemológica sobre el rol de las funciones y sus gráficas que deviene en una problematización de dichas nociones en actividades matemáticas que posteriormente tendrán cabida en un sistema didáctico. La categoría conforma un marco de referencia que establece relaciones entre gráficas de funciones y elementos como la variación, el cambio, la tendencia o la anticipación, entre otros. Estos elementos conforman el diseño de actividades matemáticas, no tradicionales en lo escolar, que con base a esta categoría tienen su acento en *el uso de la gráfica*. Dichas relaciones se ven materializadas en una situación la cual no expresa en sí un problema matemático, sino que permiten estructurar actividades que provocan una argumentación del objeto matemático en cuestión. Así pues, el foco no se encuentra en el desarrollo de los conceptos, sino que el interés radica en la *argumentación* que la categoría provoca. El diseño de la situación específica conduce al desarrollo de ideas relacionadas con el pensamiento variacional a través del uso de argumentos gráficos.

Ambas aproximaciones consideran el aspecto social. Sin embargo, mientras que en el ETM se consideran las puestas en escena en el salón de clases y están en juego las interacciones y socialización de los estudiantes en el plano cognitivo; en la TSE la cognición dependerá del escenario y de lo que *es útil al participante durante el desarrollo de la situación*. El énfasis está en comprender por qué los estudiantes hacen lo que hacen, de ahí la práctica social, y por qué argumentan de esa manera, es decir, cómo usan las herramientas matemáticas. Por lo anterior, más que centrarse en la comprensión del objeto matemático, se pretende desentrañar aquellas características específicas del conocimiento que está en uso.

❸ Un diseño de situación en la socioepistemología

En esta sección exhibiremos a través de un ejemplo, los aspectos teóricos que la TSE considera ponen de manifiesto aspectos funcionales del conocimiento matemático. El ejemplo está enmarcado en el uso de la gráfica y fundamentado en una *situación específica* de Transformación. En éste también se pone de manifiesto cómo con el uso de la gráfica se resignifica el conocimiento matemático puesto en juego y de qué manera ofrecen una explicación de una matemática funcional.

En una situación de Transformación se discuten dos aspectos: la variación de parámetros y la operación con gráficas. En el primero a partir de cualquier función en la cual se privilegian variaciones de sus parámetros[2] y los efectos que éstos provocan en las gráficas de dichas funciones, se recrea una resignificación de la función como una instrucción que organiza comportamientos, la cual está arraigada a la modelación-graficación. El segundo aspecto se refiere a que el operar[3] con las gráficas de funciones se privilegia el tratar con comportamientos, específicamente comportamientos tendenciales.

Las actividades propuestas en la situación, *problematizan* a la gráfica de una manera no convencional: como argumentación de comportamientos, como herramienta en la resolución de problemas, como comportamientos geométricos o transformaciones (Cordero, Cen & Suárez, 2010). Esto conduce a entender *el funcionamiento* de la gráfica que tiene implícita la intención de su uso que desempeña en actividades matemáticas y a su vez identificar y entender *la forma* de la gráfica, es decir, la manera en cómo es abordada. El *funcionamiento* y la *forma* del uso de la gráfica son un binomio inherentes al uso; donde el primero se expresa en las ejecuciones, acciones u operaciones que se desarrollan con el uso de la gráfica, mientras que la *forma* son las maneras en que se presenta tal funcionamiento y donde interviene también su representación (Cordero & Flores, 2007; Cordero *et al.*, 2010).

El estatus otorgado al uso de la gráfica en la TSE compone un discurso escolar diferente al que rige actualmente en el estudio de las gráficas. La discusión entre la situación específica de la TSE y el ETM radicará justo en las nociones teóricas que cada una de ellas considera.

3.1. *La Graficación, la Modelación y la Tecnología escolar en una matemática funcional*

Generalmente, las investigaciones en Matemática Educativa que versan sobre la gráfica de una función explican y delimitan los siguientes aspectos: las dificultades que tienen los estudiantes en su interpretación, lectura o elaboración (Leinhardt, Zaslazvsky & Stein, 1990; Sherin, 2000; DiSessa, Hammer & Sherin, 1991); la representación del concepto de función desde una perspectiva cognitiva (Dubinsky & Harel, 1992); las dificultades en la conversión de la representación algebraica a la gráfica (Duval, 1999); la potencialidad de la gráfica en la resolución de problemas (Maschieto, 2001) o bien en el privilegio de enseñar el concepto de función por medios gráficos para trabajar estas funciones como objetos matemáticos (Bloch, 2002).

2 Por ejemplo, en la función $Y=Ax+B$, los parámetros que se varían son A y B.

3 Suma, resta, multiplicación de gráficas.

En la TSE, la graficación se considera como el estudio del uso de la gráfica en situaciones específicas que responden a la funcionalidad del conocimiento matemático. En este sentido, la gráfica se vuelve una herramienta y una argumentación que se desarrolla y norma la construcción de conocimiento (Cordero *et al*., 2010). Lo anterior significa que es el uso de la gráfica en esa situación la que pone de manifiesto el conocimiento matemático a ser aprendido a través de su funcionamiento y forma, de manera que el uso de la gráfica es la argumentación que emerge de la situación. Por ejemplo, el uso de la derivada puede *resignificarse* a través de analizar los comportamientos tendenciales de la gráfica de un polinomio al compararlo con el comportamiento de una recta en el corte con el eje de las ordenadas[4] (Cordero, 2008). Con ello se admite así que la gráfica es un modelo que se sostiene a sí misma. De esta manera, la ecuación pasa a un segundo término y se resignifica como una instrucción que organiza comportamientos a partir de la variación de sus parámetros y sus efectos en el comportamiento de su gráfica.

En los últimos años el avance en la investigación de los procesos de modelación escolar ha sido vertiginoso. Se considera a la modelación como un eje fundamental en la conformación de programas de estudio e inclusive de los discursos sobre la formación de ciudadanos críticos (Sriraman & Kaiser, 2006). Sin duda existen diversas investigaciones que aportan elementos para ello, pero han basado su estudio en la modelación escolar como proceso pre-establecido, donde el objetivo principal es *transformar una realidad en términos matemáticos*. Por otro lado, nuestro interés está en expresar la modelación como una construcción de conocimiento matemático en sí misma (Cordero, 2011), que está caracterizada por la producción de argumentaciones y herramientas de corte matemático que los participantes ponen en juego durante el desarrollo de las actividades. El énfasis está en generar argumentos que provoquen el desarrollo y articulación de usos (Méndez & Cordero, 2012). En particular afirmamos que las gráficas de las funciones se integrarían a la modelación en un binomio indisoluble y dialéctico: la modelación-graficación (Suárez & Cordero, 2010).

Pero también debemos de incorporar a la discusión a la tecnología escolar. Por ejemplo el software educativo o las calculadoras graficadoras, exponen cierto impacto positivo en el manejo y visualización de objetos matemáticos en ambientes numéricos, algebraicos y gráficos en las aulas de matemáticas (NCTM, 2008). Sin embargo, esto no es suficiente para entender el rol de la tecnología en el aprendizaje de la matemática; puesto que generalmente el estatus otorgado a la tecnología es secundario.

Hay investigaciones que atienden esa carencia, estudian la tecnología y su influencia en el aprendizaje matemático. Por ejemplo, se encuentran

[4] A esta propiedad se le ha denominado "La Linealidad del Polinomio".

investigaciones que postulan que la tecnología tiene el rol de mediador semiótico (Maschietto & Bartolini, 2009) o gesticular (Radford, 2012); también como una herramienta para representar el objeto matemático (Hitt, 1998) y por último, investigaciones desde una génesis instrumental (Artigue, 2002).

En socioepistemología se propone realizar estudios sobre el rol que juega la tecnología escolar en la construcción del conocimiento matemático, por ello es una componente que junto a la modelación y graficación se integra para nutrir los significados y procedimientos en situaciones específicas (Suárez & Cordero, 2010). Por lo que la tecnología escolar adquiere un nivel no solo de mediador semiótico, sino que con ella misma es posible que los estudiantes deduzcan propiedades, asignen significados a los objetos matemáticos y permita inclusive el desarrollo del uso de conocimiento (Briceño & Cordero, 2012).

3.2. *Un ejemplo de la resignificación del uso de las gráficas en la modelación*

Como se mencionó en líneas anteriores, el ejemplo tiene como fin exhibir los elementos teóricos y la interrelación que guardan entre ellos, todo a través de la elaboración de un marco de usos de las gráficas en una situación específica. La situación de modelación de movimiento titulada “La situación del Resorte” (Zaldívar & Cordero, 2012) se ha implementado en diversos escenarios escolares y extra escolares, por lo que también los participantes han sido diversos. La riqueza de ello radica en la diversidad de las argumentaciones que se obtuvieron pues permitieron identificar respuestas o bien producciones a partir de un *Estudio Instrumental de Casos* como método experimental de análisis (Stake, 1999).

En la situación del resorte se abordan elementos básicos de la noción matemática de *estabilidad*[5] en las soluciones de una ecuación diferencial lineal. Cabe señalar que las ecuaciones diferenciales son abordadas en México en el nivel superior (estudiantes a partir de 18 años), por lo que este ejemplo es significativo ya que desde una postura socioepistemológica es posible discutir tal propiedad con participantes de diferentes edades y formaciones.

La Situación del Resorte, fundamentada con base en la categoría Comportamiento Tendencial de las Funciones (CTF) (Cordero, 2008), tiene por objetivo que los participantes a partir de la manipulación de un resorte y al colocarle una pesa en un extremo, *desarrollen ideas relacionadas con el pensamiento variacional y de estabilidad por medio del uso de argumentos gráficos con la implementación de calculadoras gráficadoras y sensores de movimiento* (figura 1).

---

[5] Esta propiedad se refiere al comportamiento tendencial de las soluciones de una ecuación diferencial. Por ejemplo, si se tiene la ecuación diferencial $y'+y=F(x)$, entonces, cuando $x\to\infty$, $y\to F(x)$, es decir, la solución *y* se comportará como la función *F(x)*.

Figura 1. Instrumento de modelación

La particularidad de esta situación es que en su implementación no se hacen explícitas funciones o ecuaciones, sino que el argumento de la categoría *Comportamiento Tendencial* es intrínseco a la curva o trayectoria normada por el movimiento (Zaldívar & Cordero, 2012). La construcción misma de las gráficas formula la tendencia y el patrón de comportamiento. Así, las nociones de asintoticidad y estabilidad se usan y resignifican en términos de comportamientos con tendencia al anticipar el comportamiento del sistema a lo largo del tiempo.

3.3. *Las actividades y las evidencias de usos*

De inicio, se les pide a los participantes que describan y expliquen las características del movimiento del resorte cuando se coloca una pesa y después que "dibujen" dicho movimiento. Como podría esperarse, las explicaciones y dibujos no tienen relación con gráficas cartesianas. Generalmente, se describe y argumenta por medio de *trayectorias* y *dibujos icónicos* (figuras 2, 3 y 4). Existe la necesidad de dibujar aquello que se mueve, complementando con íconos que describen aspectos como la *velocidad*, *fuerza* o *rapidez* (figura 4). O bien, disponen de íconos para indicar un orden temporal o para describir etapas (figura 5).

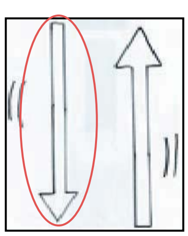


Figura 2. Flecha con dirección.

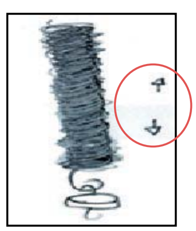


Figura 3. Flechas con dirección y sentido.

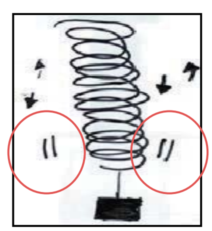


Figura 4. Dibujos icónicos para indicar intensidad.

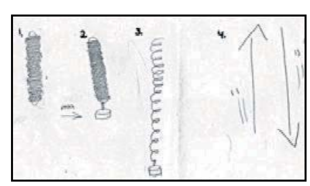


Figura 5. Íconos describiendo temporalidad

Pieza importante en las producciones son los gestos y el tipo de *lenguaje* que se usa para argumentar sobre la pregunta inicial. El siguiente extracto expone los argumentos usados para referirse al tipo de movimiento que realiza el resorte.

Extracto 1[6]

Divulgador:	y a ese resorte le vamos a poner una pesa (Se muestra la pesa y el resorte a los participantes). […] ¿Y qué creen que va a hacer?...
Participante A:	estirarse…[realiza un gesto con las dos manos separándo una de la otra] […]
Participante B:	brincar… [mueve la mano de arriba hacia abajo repetidamente]
Participante C:	vibrar…[sacude la mano]

Las gesticulaciones descritas del extracto, son producciones comunes según algunas investigaciones. Sin embargo, no son considerados como elementos a discutir en las clases de matemáticas y tampoco elementos que en el discurso matemático escolar se usen para referirse a la asintoticidad y estabilidad en el comportamiento. Muchas veces, estas producciones son consideradas incorrectas y sin ningún uso para propósitos científicos dentro de lo escolar (Sherin, 2000; DiSessa et al., 1991). Inclusive estas interpretaciones icónicas en problemas de movimiento son tratados como *misconcepciones* (Leinhardt et al., 1990).

Por otro lado, el análisis socioepistemológico versa en entender y dar cuenta del uso de las gráficas y no exponer que las producciones de los participantes se ubican en ciertos registros de representación y cambios de registro, o qué tan alejadas están las concepciones con respecto a las definiciones escolares formales; sino que delimita un marco de usos de las gráficas en términos de lo que los participantes realizaron. En este sentido marcamos una clara diferencia con los análisis del trabajo matemático de los estudiantes bajo los cuales el ETM versa.

En un primer momento, *el funcionamiento* de la gráfica fue para *indicar dirección y sentido del movimiento del resorte*; mientras que *la forma* fue a partir de *construir un patrón de comportamiento del fenómeno*. Así, la gráfica fue usada para *orientar el movimiento*. En este caso, el uso aparece cuando los participantes se enfrentan a una situación física de movimiento, sus producciones están más cercanas a "dibujos" y aún no existen referencias a una gráfica cartesiana, sino más bien a una trayectoria.

En un segundo momento, se realiza un cuestionamiento a los participantes sobre si el resorte se detiene. Esto genera un nuevo uso de la gráfica, para *analizar comportamientos*. Las respuestas ante esta pregunta generaron en los participantes confusión y confrontaron sus dibujos previamente realizados con explicaciones que tuvieron que ver con la tendencia y anticipación. Este uso describió un nuevo funcionamiento, que consiste en *anticipar el comportamiento del resorte y expresar su comportamiento tendencial de forma global*. La forma de construcción bajo este nuevo funcionamiento consistió en *variar parámetros del modelo gráfico*.

[6] Extracto tomado de Zaldívar (2009). Taller de Divulgación realizado en la "Semana de Ciencias del Colegio de Guadalupe", Distrito Federal, México.

Es necesario subrayar que esas nuevas argumentaciones fueron expresadas por los participantes utilizando una noción de gráfica aún de manera global que expresa comportamientos. A este tipo de gráfica, hemos convenido llamarle *curva*, y expresa los elementos descritos: comportamientos tendenciales (figura 8, 9 y 10). Posteriormente, el diseño integra a la componente tecnológica para discutir sobre la naturaleza del fenómeno y cómo éste afecta la construcción de las gráficas y sus comportamientos.

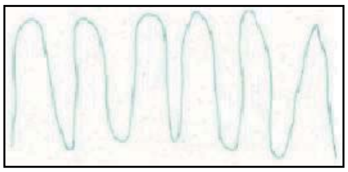
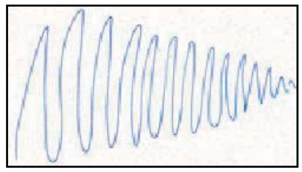
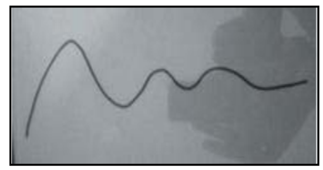


Figura 8. Ejemplo de "Curva"





Figuras 9 y 10. La curva con tendencia

La estabilidad de la que damos cuenta con este desarrollo del uso de la gráfica se confronta con las nociones de las estructuras matemáticas formales. Evidenciamos que la primera responde a una estructura funcional del conocimiento y no así a una estructura axiomática formal. Lo anterior significa que este marco de usos de la gráfica que describimos, deja ver qué elementos son relegados de una discusión en la estructura de la matemática escolar, pudiendo ser una base de significados distinta a la que se encuentra y permea en el discurso matemático escolar, que posteriormente podrían incluirse en un rediseño del mismo. Consideramos que con el ejemplo se delimita y deja ver cómo los elementos teóricos que se mencionaron tienen cabida en un diseño particular, así como el tipo de actividades y preguntas que se realizan bajo una postura basada en la consideración de justificaciones de tipo funcionales.

4 Discusión

De acuerdo a las producciones descritas anteriormente, realizamos algunas reflexiones alrededor de tres ejes que consideramos relevantes. Radford (2008b) menciona que las teorías de enseñanza y aprendizaje difieren principalmente en la concepción que tienen sobre: el contenido a ser aprendido; el sujeto; y cómo sucede el aprendizaje. Estos tres elementos conformarán un eje de nuestra discusión los cuales se pusieron de manifiesto en el ejemplo de la sección anterior.

4.1. *Sobre el problema del aprendizaje*

En algunas teorías la noción de aprendizaje está relacionada a procesos adaptativos o al desarrollo cognitivo como formas "superiores" de pensamiento.

En la TSE no se niegan los procesos cognitivos, sino que la relación con el saber depende del contexto y del grupo humano, dando una importancia crucial a los aspectos normativos del razonamiento. Por lo que plantea el examen del conocimiento social, histórica y culturalmente situado (Cantoral et al., 2006).

El aprendizaje bajo esta perspectiva ya no se referirá sólo a procesos adaptativos, donde el sujeto construye desde adentro hacia fuera su conocimiento, sino más bien a un proceso continuo de resignificación: no se asumen de entrada formas de conocimiento absolutos, sino que se acepta una construcción de significados de los objetos matemáticos a partir del uso que se hagan de ellos por parte del usuario o de una comunidad. El ejemplo expuesto en la situación del resorte expresó que es en el uso de las gráficas y en el ejercicio de las prácticas donde se dotan de significados funcionales, para el caso de la estabilidad, ésta ya no se interpreta como una definición en términos de un límite, sino como un comportamiento tendencial que también dependerá de las condiciones sociales y culturales de la comunidad. Además, las estructuras funcionales se ponen a discusión en el comportamiento tendencial de la función cuando la base epistemológica y la relación con el saber se hace a la luz de una situación de transformación. (Cordero, 2008; Cantoral & Farfán, 2003; Tuyub & Cantoral, 2012).

Aunque una postura sobre el aprendizaje no se hace explícita en la teoría de los ETM, podemos interpretarla en función de los propios principios de dicho marco. A nuestro parecer, el problema del aprendizaje se ve incrustado en la misma definición de las relaciones entre el plano epistemológico y el cognitivo por medio de procesos de *génesis* y su desarrollo progresivo. Pareciera que la noción de aprendizaje se encuentra enraizada en procesos evolutivos y de desarrollo cognitivos personales, en términos de "episodios". Precisamente es en este punto en donde podemos resaltar una diferencia clara desde nuestra perspectiva. El ETM hace un intento de rescatar aspectos del espacio donde se desarrolla el trabajo matemático por medio del planteamiento de problemas matemáticos. El estudiante entonces es puesto en un espacio "social" de interacción, tematizado como un "milieu" lo cual nos hace recordar a la Teoría de las Situaciones Didácticas, es decir, en un "juego" dónde el individuo participa de manera organizada (Radford, 2008a).

En el caso del ejemplo planteado, el análisis de los datos en términos cognitivos quedaría reducido únicamente a las representaciones al compararlo con un conocimiento escolar institucionalizado. Es decir, la gráfica en el desarrollo de las actividades se convierte en un modelo que organiza comportamientos y no sólo la representación del concepto de función. Esto quiere decir que considerar a la resignificación permite una reflexión sobre aspectos funcionales del saber situado al escenario de la actividad, donde el sujeto transforma al conocimiento, pero también el sujeto se transforma. La resignificación en el ejemplo del resorte se observa en el momento en el cual se propicia usar a la gráfica como medio para orientar la dirección a usarla como un medio que permite anticipar el comportamiento, con lo cual la gráfica pasa a usarse como un modelo para analizar comportamientos tendenciales globales.

4.2. *Sobre el Sujeto*

Nos parece que bajo la propuesta del ETM, el sujeto es considerado en su dimensión cognitiva únicamente. Como un individuo racional auto-sostenido, el cual construye su propio conocimiento. Así, la noción de sujeto está relacionada con la idea científica del matemático; puesto que se resaltan las características del trabajo matemático tal y como los matemáticos lo realizan. Parecería convenir y no problematizar la importancia de la noción de sujeto, ya que este se considera como alguien que de manera natural actuará como un científico o matemático, de una manera racional esperada. El polo de la subjetividad parece ser resuelto de esta forma.

Por su parte, la socioepistemología plantea un rol del individuo dentro de la construcción de conocimiento diferente. Debemos entender a la dimensión del individuo desde una dimensión social. Tal dimensión, posiciona al individuo y lo ubica en una comunidad específica. Atiende al polo cognitivo pero en lo social, al reconocer a la práctica social como normativa y a los usos del conocimiento. Se enfoca así en un "sujeto social" (Buendía & Montiel, 2011), que actúa y piensa en relación a su escenario particular donde sucede conocimiento matemático.

Considera a un individuo histórica y culturalmente situado y en una realidad social diversificada, es decir, a un sujeto en tanto comunidad, donde el salón de clases es uno más de los escenarios de conocimiento donde puede trascender. Como ejemplo, en el caso de los participantes del taller, el desarrollo de las actividades dentro del escenario permite involucrar a los mismos en la conformación de argumentos sobre las actividades, siempre con un compromiso generado en términos de responsabilidad, y no de una búsqueda de una calificación aprobatoria. La comunidad que se conforma de esta manera involucra a los ciudadanos en la búsqueda de un bien común bajo responsabilidad de cada uno de sus miembros, pero donde el conocimiento y el escenario sociocultural amalgaman las relaciones de los ciudadanos con los conocimientos puestos en uso.

4.3. *Sobre el contenido a enseñar*

El acento de la TSE no se encuentra en el desarrollo de conceptos matemáticos, es decir, no se preocupa por entender qué saben y qué no saben los estudiantes de cierto contenido, sino más bien, cómo llegan a conocer y cómo usan ese conocimiento. De esta manera, importa el tipo de argumentaciones que las personas generan cuando se enfrentan a una situación matemática. Al respecto, el ejemplo de modelación nos permite ilustrar cómo nuestro interés no radica en analizar si los participantes "conocen" cuál es la definición de estabilidad matemática o lo que es una gráfica, sino cómo se argumenta sobre esa propiedad en una situación de movimiento y qué usos se encuentran en la base de esas argumentaciones. Lo anterior desata una tercera diferencia con respecto al ETM. En este último, se reformula la organización didáctica en términos de problemas matemáticos en un ambiente de aprendizaje organizado, tomando como referencia la noción de paradigma, es decir, la teoría del ETM trata con el problema de la adquisición de un conocimiento institucional por parte de los estudiantes. Parece claro que el ETM propone un espacio de trabajo para instucionalizar cierto conocimiento matematico. En contraparte, la Socioepistemología propone la búsqueda de situaciones específicas y su posterior objetivación en diseños de actividades que permitan resignificar el conocimiento, basados en la hipótesis que con ello se genera una matemática funcional.

Lo anterior no significa que en la Socioepistemología se "ignora" aquel conocimiento matemático que el dME provee, más bien critica ese conocimiento y su forma de difusión institucional, en tanto su homegeneidad e imposición a ser enseñado y aprendido, dando evidencia de otros razonamientos y justificaciones funcionales que se encuentran en la base de significados de dichos conceptos y que son desconocidos o subordinados por el dME.

5 Síntesis y consideraciones finales

Nuestro objetivo fue realizar un ejercicio de discusión y reflexión, en términos de un diálogo que se centró en la *identidad* de las teorías (Radford, 2008a). El ejemplo que describimos brevemente nos permitió ilustrar la manera en la cual se materializan ciertos elementos teóricos y qué tipo de actividades se podrían generar, pero también cómo éstos operan en la base de diseños en la búsqueda de evidencia empírica.

La Teoría Socioepistemología tiene su interés en observar al participante (estudiante o ciudadano en general) en la construcción de argumentos funcionales a través de una *situación específica* en donde se modela la función de la práctica social. En tanto que el ETM pone su atención en proporcionar un ambiente de trabajo idóneo en algún dominio matemático en que el alumno resuelve ciertos problemas matemáticos en un escenario escolar. La atención de ambos está puesta en lo que el estudiante o participante inmerso en alguna "actividad matemática" realiza; sin embargo, el papel del actor es distinto, así como la base de las actividades a realizar. Parecería que el sujeto al que hace referencia el ETM es un "sujeto epistémico", mientras el sujeto en la socioepistemología es histórico y culturalmente situado.

Un punto de desencuentro entre la Socioepistemología y el ETM es el papel conferido a los conceptos y las representaciones. A nuestro parecer, el papel de los objetos y las representaciones dentro del ETM es crucial, es intencionalmente visible, de hecho es una de las componentes: el representante del objeto. Es a través de la génesis semiótica que el estudiante podrá dar cuenta de los objetos, hablar y trabajar con ellos. En el ejemplo expuesto en el apartado 3, el objeto matemático o signo que está en juego es la gráfica como la representación de una función; sin embargo, el estatus que se le confiere es de herramienta y argumentación que norma la construcción de conocimiento. Ésta es una distinción que la Socioepistemología tiene con respecto a los objetos matemáticos y plantea que es la actividad humana la que permitirá la producción del objeto, el cual se considera no como preexistente a dicha actividad. Su atención no está en los signos, los artefactos y los gestos, que sin duda son importantes y necesarios en el momento del análisis de la actividad de los individuos en comunidad, sino que se ubica al *"ras"* de las prácticas sociales que acompañan a esos conceptos (Cantoral *et. al*., 2006). Damos cuenta de las argumentaciones situadas cuando el conocimiento esté en uso en una situación particular, mientras que el ETM atiende las representaciones que se hacen de un objeto y los cambios de registro que se pueden generar en un ETM-*Personal,* por ejemplo.

El ETM también analiza un nivel del conocimiento, el nivel epistemológico, pero se hace desde las representaciones y los objetos, aun cuando se considera un *paradigma* que regula de cierta manera lo institucional, reflejado en un ETM-*de-Referencia*. Sin embargo, el ETM reconoce el papel de individuo dentro del trabajo matemático al poner especial interés en lo que éstos producen a nivel *Personal*, similar a como se plantea el análisis de usos de las gráficas en la socioepistemología. Es clara la diferencia de las visiones en términos de lo que analizan, los procesos a los que rinden cuenta, así como de los procesos de significación y adaptación de estructuras mentales en el ETM, y de las argumentaciones situacionales y de la resignificación del uso en el caso de la socioepistemología.

En términos de lo social también se encuentran diferencias entre las perspectivas. El ETM se refiere a la noción de *paradigma* como aquella ideología de un grupo o comunidad que determina lo que se considera como trabajo matemático. También considera el trabajo matemático en el salón de clases, por ejemplo en términos de interacciones y socialización situado en un nivel cognitivo. La cognición en lo socioepistemológico no es entendida como una adaptación al medio, sino que dependerá del escenario y de la cultura, estará en comprender por qué hacen lo que hacen. Es por ello, que al ubicarse bajo la noción de práctica social la Socioepistemología no dará cuenta de cómo enseñar algún tema, en alguna situación a cualquier persona, sino intentará desentrañar las características específicas del saber que lo hacen distinto de otros y ahí proponer estrategias didácticas innovadoras.

Por otro lado, el ETM y la Sociepistemología mediante la Situación Específica comparten la necesidad de crear un espacio óptimo para el desarrollo de ideas matemáticas y de usos de conocimientos matemáticos en la matemática escolar. respectivamente. Es decir, dependerá del contexto la forma en la cual aparecerán los usos. Sostenemos que uno de los problemas más importantes dentro de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas no se encuentra únicamente en la organización y jerarquización temática de los contenidos, sino en la poca o nula claridad de la textura social del conocimiento matemático (Tuyub & Cantoral, 2012). La Socioepistemología da cuenta de que la *resignificación* es una construcción del conocimiento mismo en la organización del grupo humano normado por lo institucional y expresado en el *uso de las gráficas* a través de sus *funcionamientos* y *formas*. Por lo cual el análisis se centró en el desarrollo del *uso de la gráfica* y en evidenciar un *desarrollo de dicho uso* que realiza el participante, como evidencia de una resignificación.

La noción de ETM está estructurado en los niveles epistemológicos y cognitivos para comprender lo que sucede en tal espacio, en donde la *génesis epistemológica* permite la estructura del espacio y la *génesis cognitiva* tiene su atención en los procesos cognitivos de los individuos (Kuzniak, 2011). En nuestra perspectiva consideramos que la base *epistemológica* la provee la categoría de conocimiento, es decir, es la vértebra para el diseño de una situación particular. Mientras que lo *cognitivo*, se analiza en los argumentos que producen los participantes a través de la *modelación*, la *tecnología* y la *graficación*. Más allá de explicar cómo están articulados lo epistemológico y cognitivo en la Situación Específica, señalamos que tenemos elementos en común con el ETM, pero con planteamientos diferentes.

Los elementos presentes en la Situación Específica son los artefactos como la calculadora graficadora, el sensor de movimiento, el resorte y la pesa que son piezas importantes en la operatividad. También la visualización de las representaciones gráficas se hace presente, en donde centramos la mirada en el uso de la gráfica para la construcción de tales representaciones. Por último, las argumentaciones que genera la categoría CTF nos brindan elementos para mirar los *usos de la gráfica* como herramientas que evolucionan a la par de las formas de hacer de los participantes.

Para concluir, consideramos que nuestro ejercicio de diálogo deja ver la importancia que reviste la identificación de diferencias entre las diversas aproximaciones teóricas en la Matemática Educativa. Este análisis nos hace reflexionar sobre la necesidad de regresar a las bases fundamentacionales de cada una de las posturas teóricas y replantearnos acerca de nuestros constructos teóricos y las preguntas que intentan responder. El ejercicio que realizamos, sin duda no pretendió demeritar alguno de los marcos sino reflexionar sobre nuestros puntos de encuentro y desencuentro.

Referencias bibliográficas

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The Genesis of a Reflection about instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *7*(3), 245-274.

Artigue, M. (2009). Rapports et articulations entre cadres theoriques: le cas de la theorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *29* (3), 305-334.

Barrera, I. (2012). *Étude des significations de la multiplication pour différents ensamble de nombres dans un contexte de géométrisation*. (Tesis inédita de doctorado). Université Paris Diderot (Paris 7), París, Francia.

Bloch, I. (2002). Un milieu graphique pour l'apprentissage de la notion de fonction au lycée. *Petit x. 58*, 25-46.

Buendía, G. & Montiel, G. (2011). From history to research in mathematics education: Socio-epistemological elements for Trigonometric Functions. En V. Katz & C. Tzanakis (Eds.), *Recent Developments on Introducing a Historical Dimension in Mathematics Education*, (pp. 67-82). Estados Unidos: The Mathematical Association of America.

Briceño E. y Cordero F. (2012). Un estudio del uso de la tecnología escolar en situaciones de modelación del movimiento. En O. Covian, Y. Chávez, J. López, M. Méndez, A. Oktaç (Eds.). *Memorias del Primer Coloquio de Doctorado*, (pp. 229-245). México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Cinvestav.

Cabañas, G. (2011). *El papel de la noción de conservación del área en la resignificación de la integral definida. Un estudio socioepistemológico* (Tesis inédita de doctorado). Cinvestav-IPN, México, D. F.

Cantoral, R., & Farfán, R. (2003). Mathematics Education: A vision of its evolution. *Educational Studies in Mathematics, 53* (3)*,* 255-270.

Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J. & Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *9* (4), 83-102.

Cordero, F. (1998). El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del cálculo y análisis: el caso del comportamiento tendencial de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 2* (1), 56-74.

Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En Cantoral, R., Covián, O., Farfán, R., Lezama, J. & Romo, A. (Eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano* (pp. 265–286). México: Ediciones Díaz de Santos.

Cordero, F. & Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. 10* (1) 7-38.

Cordero, F., Cen, C. & Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *13*(2), 187-214.

DiSessa, A., Hammer, D., & Sherin, B. (1991). Inventing graphing: meta-representational expertise in children. *Journal of Mathematical Behavior, 10,* 117-160.

Dubinsky, E. & Harel, D. (1992). The Nature of the Process Conception of Function. En E. Dubinsky & G. Harel (Eds.), *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy* (pp. 85-106). Washington, DC: Matematical Association of America.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Colombia: Peter Lang S. A.

Hitt F. (1998) Difficulties in the Articulation of Different Representations Linked to the Concept of Function. *Journal of Mathematical Behavior*, *17* (1), 123-134.

Kuzniak, A. (2010). Un essai sur la nature du travail géométrique en fin de la scolarité obligatoire en France. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 15* (1), 73-93.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de Travail Mathématique et ses genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 16* (1)*,* 9-24.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O. & Stein, M. (1990). Functions, graphs and graphing: Tasks, learning and teaching. *Review of Educational Research*, *60* (1), 1-64.

Maschietto, M. (2001). Fonctionnalités des representations graphiques dans la resolution de problems d'analyse à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques. 21* (1,2), 123-156.

Maschietto M. & Bartolini, B. (2009). Working with artefacts: gestures, drawing and speech in the construction of the matematical meaning of the visual pyramid. *Educacional Studies in Mathematics*, *70* (2), 143-157.

Méndez, M & Cordero, F. (2012). La function de la modelación en la resignificación del conocimiento matemático. En O. Covian, Y. Chávez, J. López, M. Méndez, A. Oktaç (Eds.) *Memorias del Primer Coloquio de Doctorado*, (pp. 257-267). México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Cinvestav.

NCTM (2008). The Role of Technology in the Teaching and Learning of Mathematics. Recuperado de National Council of Teachers of mathematics: http://www.nctm.org/about/content.aspx?id=14233

Radford, L. (2008a). Connecting theories in mathematics education: challenges and possibilities. *ZDM Mathematics Education, 40,* 317-327.

Radford, L. (2008b). The ethics of being and knowing: towards a cultural theory of learning. En L. Radford, G. Schubring & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom and Culture,* (pp. 215-234). Países Bajos: Sense publishers.

Radford, L. (2012). On the cognitive, epistemic, and ontological roles of artifacts. En G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche, (Eds.), *From text to 'lived' resources* (pp. 238-288). New York: Springer.

Sherin, B. (2000). How students invent representation of motion. A genetic account. *Journal of Mathematical Behavior*, *19*, 399-441.

Sriraman, B. & Kaiser, G. (2006). Theory usage and theoretical trends in Europe: A survey and preliminary analysis of CERME4 research reports. *ZDM The International Journal on Mathematics Education, 38* (1), pp. 22-51.

Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos* (2da ed.). Madrid, España: Ediciones Morata, S.L.

Suárez, L. & Cordero, F. (2010). Modelación-graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio sociepistemológico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13* (4,2), 319-333.

Tuyub, I. & Cantoral, R. (2012). Construcción Social del Conocimiento Matemático durante la obtención de genes en una práctica Toxicológica. *Boletim de Educaçao Matemática, 26* (42), 311-328.

Zaldívar, D. & Cordero, F. (2012). Un estudio socioepistemológico de lo estable: consideraciones en un marco de la divulgación del conocimiento matemático. En O. Covian, Y. Chávez, J. López, M. Méndez, A. Oktaç (Eds.), *Memorias del Primer Coloquio de Doctorado*, (pp. 203-212). México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Cinvestav.

Autores

David Zaldívar Rojas
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN), México.
jzaldivar@cinvestav.mx

Claudia Cen Che
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN), México.
ccen@cinvestav.mx

Eduardo Briceño Solís
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN), México.
ebriceno@cinvestav.mx

Magali Méndez Guevara
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN), México.
emendez@cinvestav.mx

Francisco Cordero Osorio
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN), México.
fcordero@cinvestav.mx